高超声速气动力估算方法
——当地表面斜度法

李超群
2018.10.15

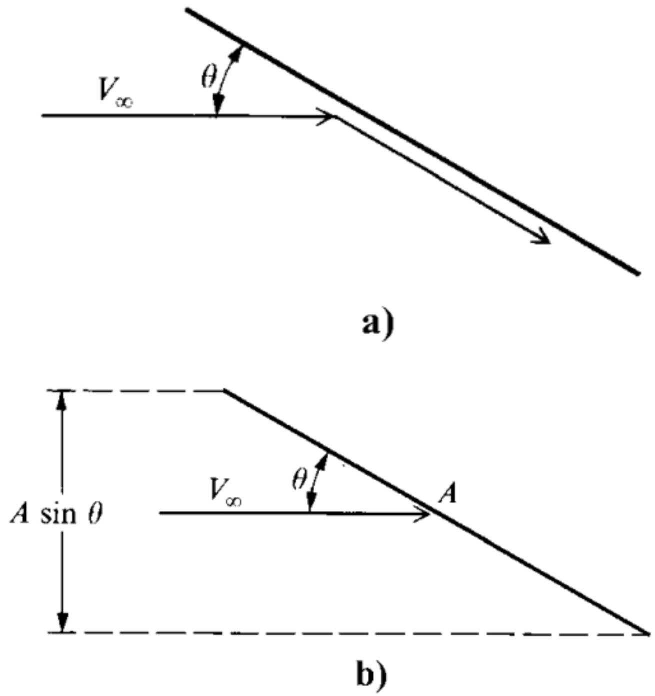
西北工业大学航天学院
空天飞行器设计重点实验室
School of Astronautics
Shaanxi Aerospace Flight
Vehicle Design Key Laboratory

主要内容

- 当地表面斜度法
  - 牛顿流动
    - 牛顿理论
    - 修正牛顿理论
    - 离心修正牛顿理论
  - 切楔/切锥
  - 激波膨胀波法
  - 实际应用
    - 程序编写
    - 网格格式
    - 网格生成

牛顿流动

在1687年第一次出版的《原理》一书中，牛顿建立了一种直线运动的粒子流流动的模型。当粒子流撞击物体表面时，粒子流垂直于物面的动量分量全部损失，而沿着物面切向方向的动量则保持不变，并且撞击后，粒子流沿着物面切向运动。



牛顿流动示意图

Source： Anderson, Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics

牛顿理论

由牛顿理论可知，流体撞击表面后，法向动量的损失是使物体受力的原因。据此可推导牛顿理论公式。

其法向速度分量为：

$$V_\infty \sin(\theta)$$

通过物体表面单位面积的质量流量为：

$$\rho_\infty V_\infty \sin(\theta)$$

则流过物体表面积A的动量变化率为：

$$\rho_\infty V_\infty A\sin(\theta)\{V_\infty \sin(\theta)\}$$

即，

$$\rho_\infty {V_\infty}^2 A\sin^2(\theta)$$

所以，物体表面受力F为：

F= $\rho_\infty {V_\infty}^2 A\sin^2(\theta)$

那么，

$$\frac{F}{A} = \rho_\infty {V_\infty}^2 \sin^2(\theta)$$

由于F/A表示单位面积上气体动量的变化率，即迎风面与背风面的压力差。该理论认为，背风面的压强为P_∞，迎风面压强为P。这样有

$$p-p_\infty=\rho_\infty V_\infty{}^2\sin^2(\theta)$$

即，

$$\frac{p-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty v_\infty{}^2}=2\sin^2\theta$$

$$c_p=2\sin^2\theta$$

可以得到升力系数为:

$$c_l = \frac{lift}{\frac{1}{2}\rho_\infty {v_\infty}^2 A} = c_p \cos\theta$$

$$c_l = 2\sin^2\theta\cos\theta$$

阻力系数系数为:

$$c_d = \frac{drag}{\frac{1}{2}\rho v^2 A} = c_p sin\theta$$

$$c_d = 2sin^2\theta$$

升阻比为:

$$\frac{c_l}{c_d} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cot\theta = \frac{L}{D}$$

升阻比L/D随着θ的减小而增大，但是当θ为0时，此时方程无意义。因为该方法计算得到的升力阻力均为0，并且真实的流动为粘性流动，必然存在阻力。

升力系数C_l随θ先增大后减小，当θ=54.7°左右时，有最大值。实际的许多高超声速飞行器也是在这个角度附近达到最大升力系数。

升力系数在θ较小时为非线性变化，这与亚声速和超声速小扰动理论假设不同。

牛顿理论针对的是高超声速、无粘流动，虽然推导基于平板模型，但是可以用于其他外形的气动力分析。

牛顿理论表明了流场中某点的压力系数和气流偏转角为正弦平方关系（Newton’s sine squared law）。高超声速流动的一个显著特性是具有极薄的激波层，这样在高马赫数和小偏角的情况下，激波几乎紧贴物面，这样流体粒子经过激波后的偏转，几乎就是沿着物面，这也就符合了牛顿理论的假设。

返回

修正牛顿理论

牛顿理论公式并未出现马赫数，并且其假设为激波层特别薄，因此对于钝头体，牛顿理论的精度就有所降低。针对于钝头体绕流，Lester Lees对牛顿理论进行了修正，将正弦平方定律改写为：

$$c_p = c_{p_0} \sin^2 \theta$$

$c_{p\max}$为最大压力系数，其值为正激波后驻点压力系数，取值为：

$$C_{p_{\max}} = \frac{p_{O_2} - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2}$$

根据正激波理论，其波后总参数满足：

$$\frac{p_{O_2}}{p_\infty} = \left[\frac{(\gamma+1)^2 M_\infty^2}{4\gamma M_\infty^2 - 2(\gamma-1)}\right]^{\gamma/(\gamma-1)} \left[\frac{1-\gamma+2\gamma M_\infty^2}{\gamma+1}\right]$$

由于动压$\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 = (\gamma/2)p_\infty M_\infty^2$

$$C_{p_{\max}} = \frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left[\frac{p_{O_2}}{p_\infty} - 1\right]$$

则有，

$$C_{p_{\max}} = \frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left\{\left[\frac{(\gamma+1)^2 M_\infty^2}{4\gamma M_\infty^2 - 2(\gamma-1)}\right]^{\gamma/(\gamma-1)}\left[\frac{1-\gamma+2\gamma M_\infty^2}{\gamma+1}\right] - 1\right\}$$

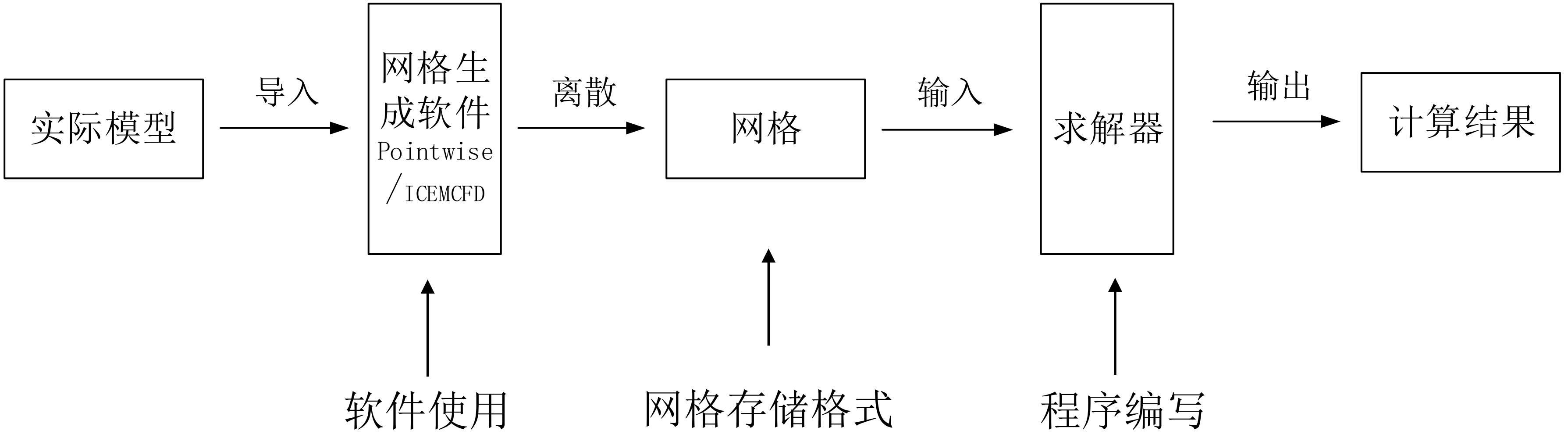
因此，

$$c_p = \frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left\{\left[\frac{(\gamma+1)^2 M_\infty^2}{4\gamma M_\infty^2 - 2(\gamma-1)}\right]^{\gamma/(\gamma-1)}\left[\frac{1-\gamma+2\gamma M_\infty^2}{\gamma+1}\right] - 1\right\}\sin^2\theta$$

返回

实际应用

实际使用该方法解决问题的主要流程为：



返回

网格存储格式

牛顿理论是一种近似方法，其只需要物体外形的面网格而不需要对流场进行离散，因此进行网格划分时，只需要对物面进行离散，生成非结构的三角形单元即可，在生成网格时，网格文件建议使用SU2格式，该文件以ASCII 格式存储，具有很好的可读性和简洁性，具体存储格式如下。

SU2格式的网格包括的信息主要有：①维度，②关联关系，③网格点坐标，④离散单元的类型，⑤边界信息。

1. 维度

当NDIME=2/3时，分别代表模型的维度为2维/3维。

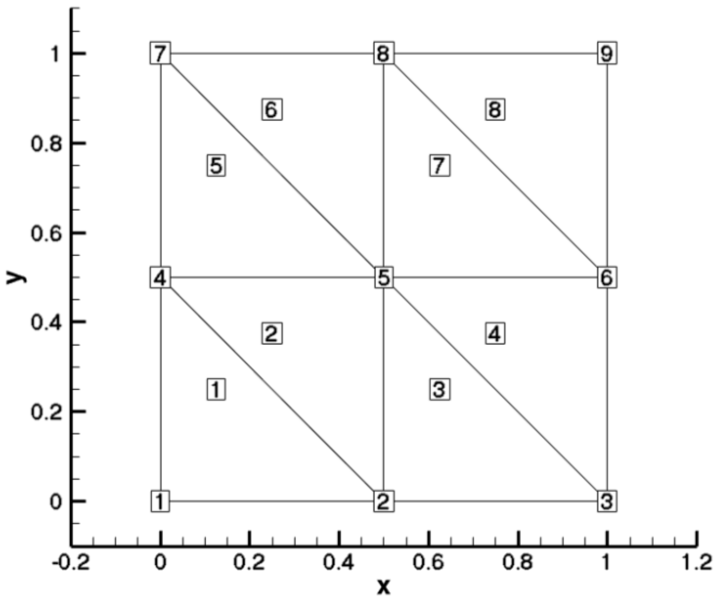
NDIME= 2

2. 离散单元的关联关系

NELEM= 8

5 0 1 3 0

5 1 4 3 1



2D网格示例

Source: SU2 official Documents

第一列编号代表了该离散元的类型，
其具体类型及其含义为：

编号	单元类型
3	直线
5	三角形
9	四边形
10	三棱锥
12	六面体
13	三棱柱
14	四棱锥

NELEM= 8

```
5 0 1 3 0
5 1 4 3 1
5 1 2 4 2
5 2 5 4 3
5 3 4 6 4
5 4 7 6 5
5 4 5 7 6
5 5 8 7 7
```

最后一列为离散单元的编号

中间剩余列为组成该离散单元的顶点的存储编号

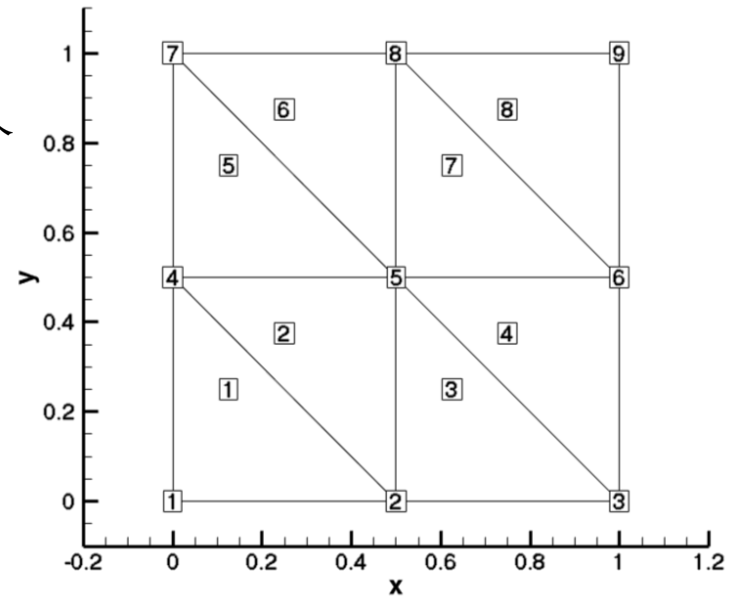
3. 所有点的坐标的存储

NPOIN=9 表示所有离散点的个数为9个

```
NPOIN= 9
0.00000000000000 0.00000000000000 0
0.50000000000000 0.00000000000000 1
1.00000000000000 0.00000000000000 2
0.00000000000000 0.50000000000000 3
0.50000000000000 0.50000000000000 4
1.00000000000000 0.50000000000000 5
```

点的存储编号

点的坐标



2D网格示例
Source: SU2 official Documents

4. 边界信息存储

边界的个数

NMARK= 4

MARKER_TAG= lower → 边界名称

MARKER_ELEMS= 2

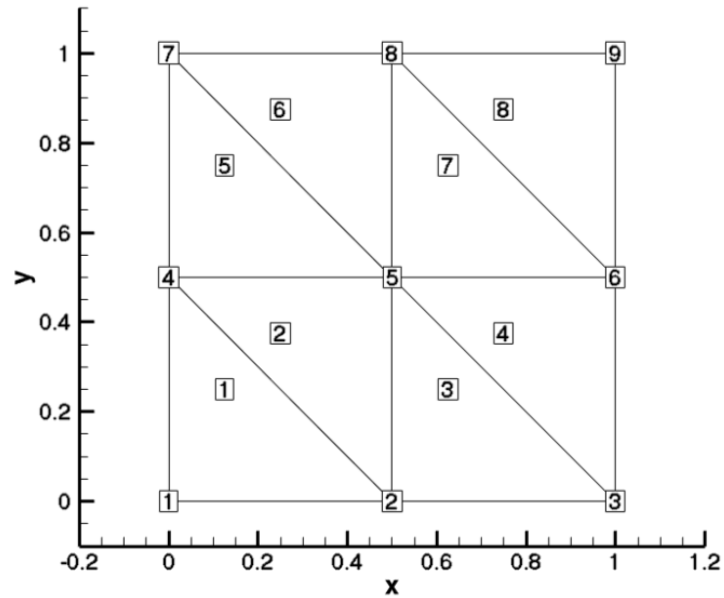
3 0 1

3 1 2

该边界包含的单元个数

单元的类型

单元的存储编号



2D网格示例
Source: SU2 official Documents

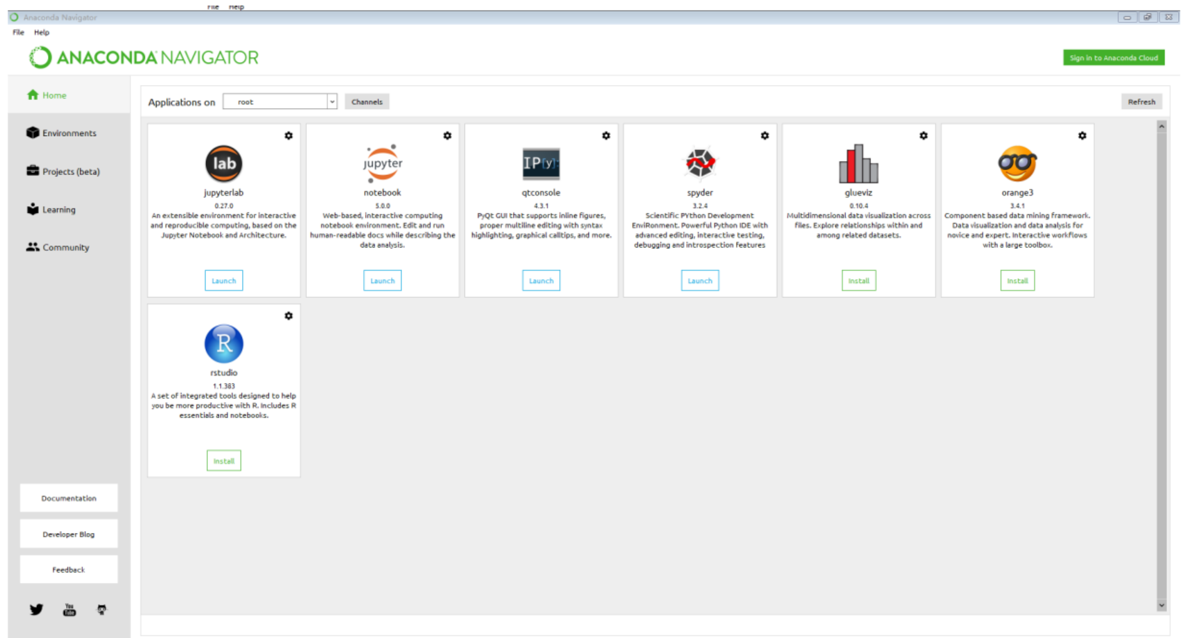
返回

程序编写

程序/代码

- 读取网格
- ↓
- 提取壁面离散单元顶点坐标数据
- ↓
- 计算每个单元空间位置及几何信息
- ↓
- 在每个单元上应用牛顿理论
- ↓
- 累加求和输出升阻力

程序编写建议采用Python，可采用Anaconda下的Spyder编译器。

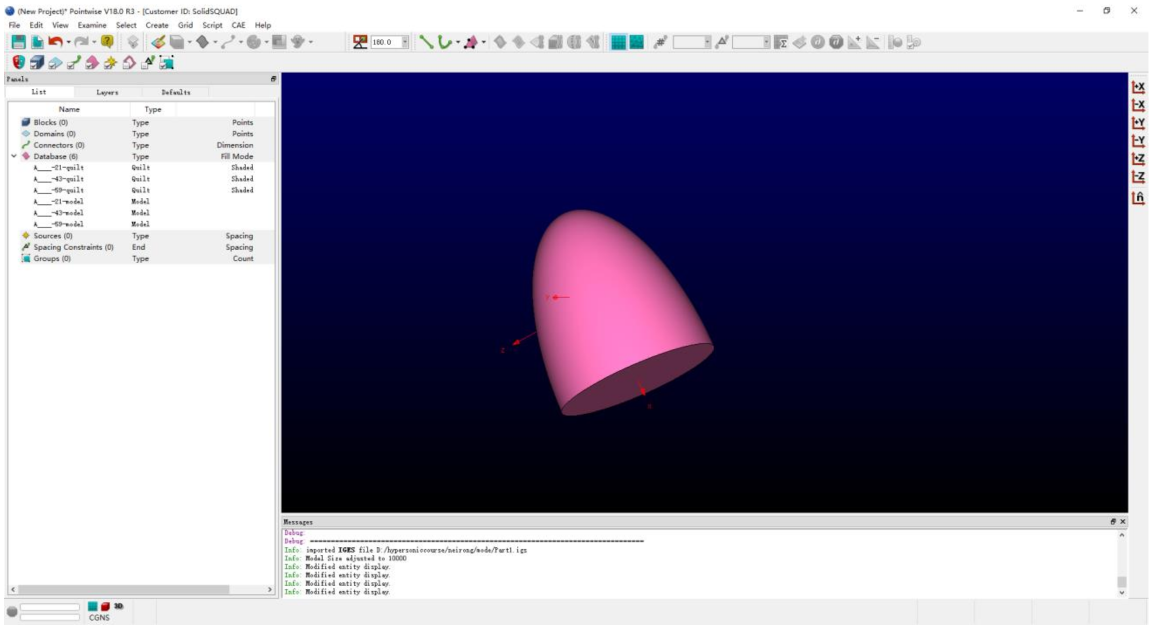


[返回](#)

软件使用

这里采用的用以离散模型的软件为pointwise，其主要功能为空间离散，即网格划分。生成的网格可以用于CFD分析，其支持的接口较多，此处建议使用生成SU2格式网格。

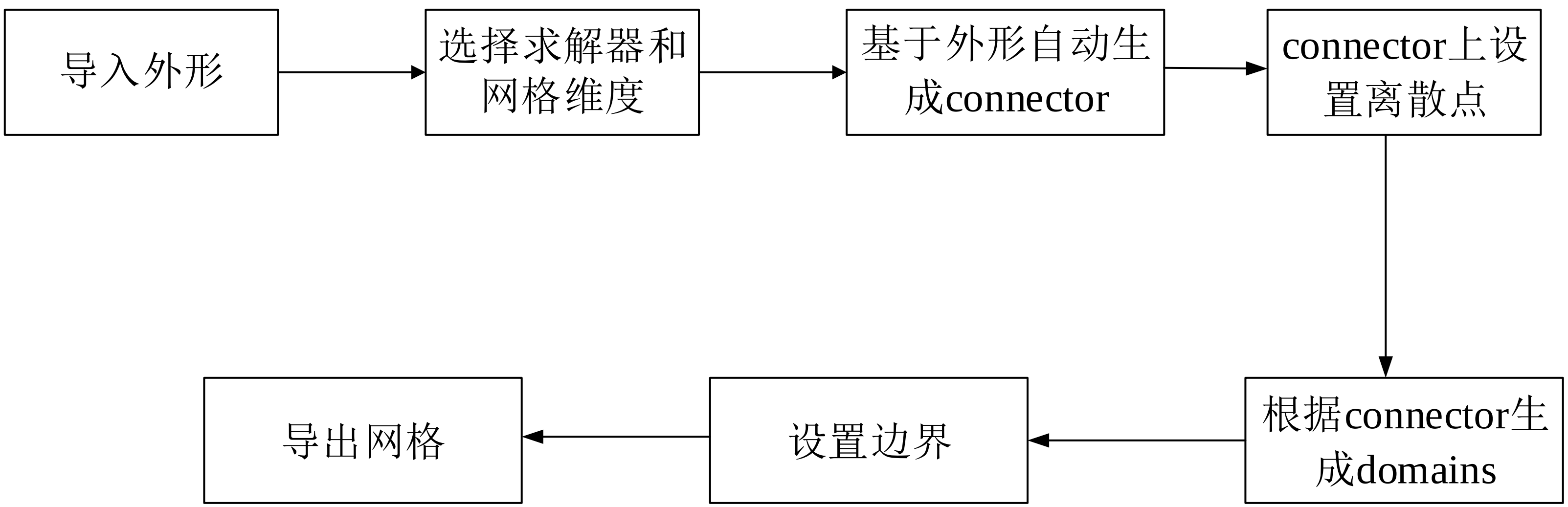
pointwise生成网格的思路是先离散线，然后由线围成面，最后由面生成体。



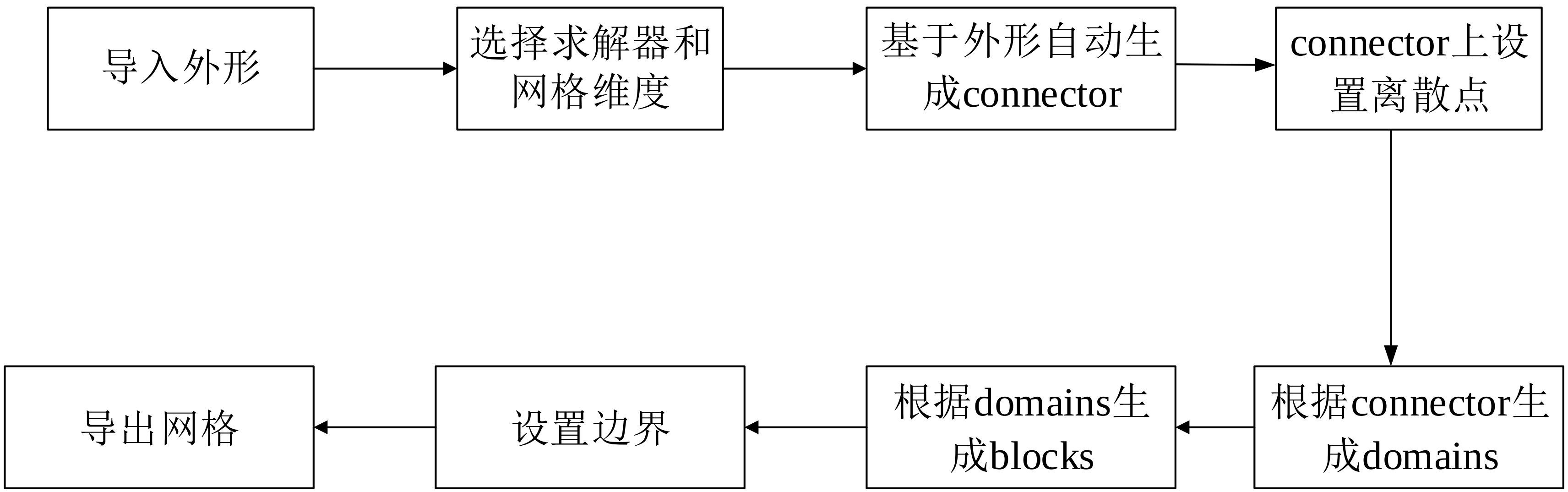
pointwise 软件界面

※注意pointwise安装和使用路径不可以含有汉语字符

使用pointwise生成二维网格的主要流程为：



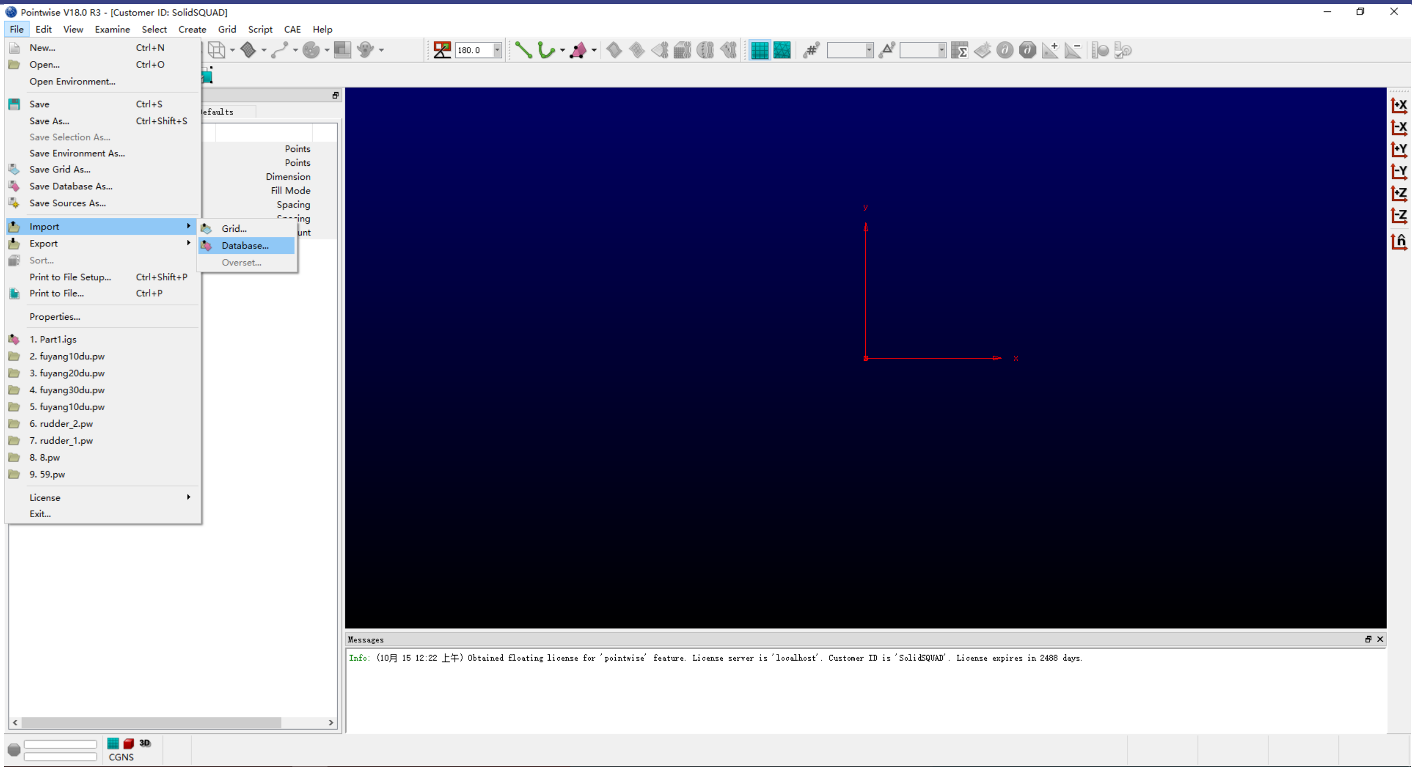
使用pointwise生成三维网格的主要流程为：



使用流程

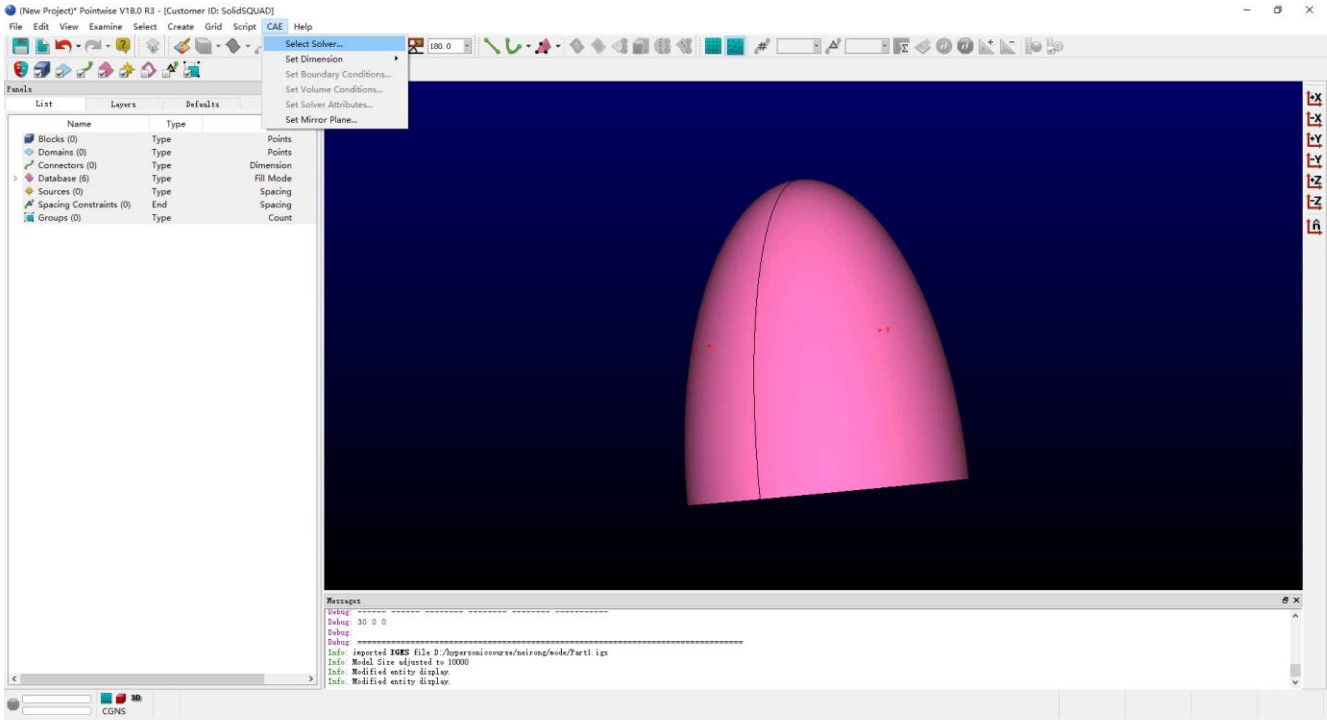
步骤1.导入外形

导入外形模型，此处使用CATIA生成的模型，因此可以为.CATPART格式或.igs格式。此时，由于该模型绘制尺度为mm，因此生成网格后要进行scale使之为实际尺度。



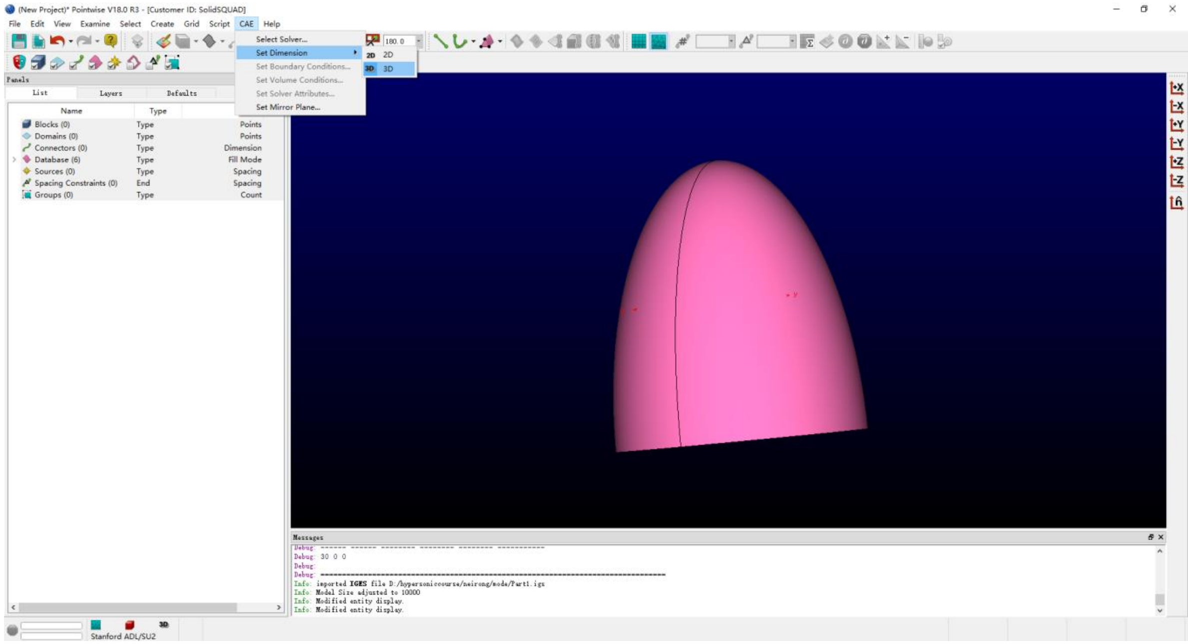
步骤2.选择求解器

求解器建议选择Stanford ADL/SU2。

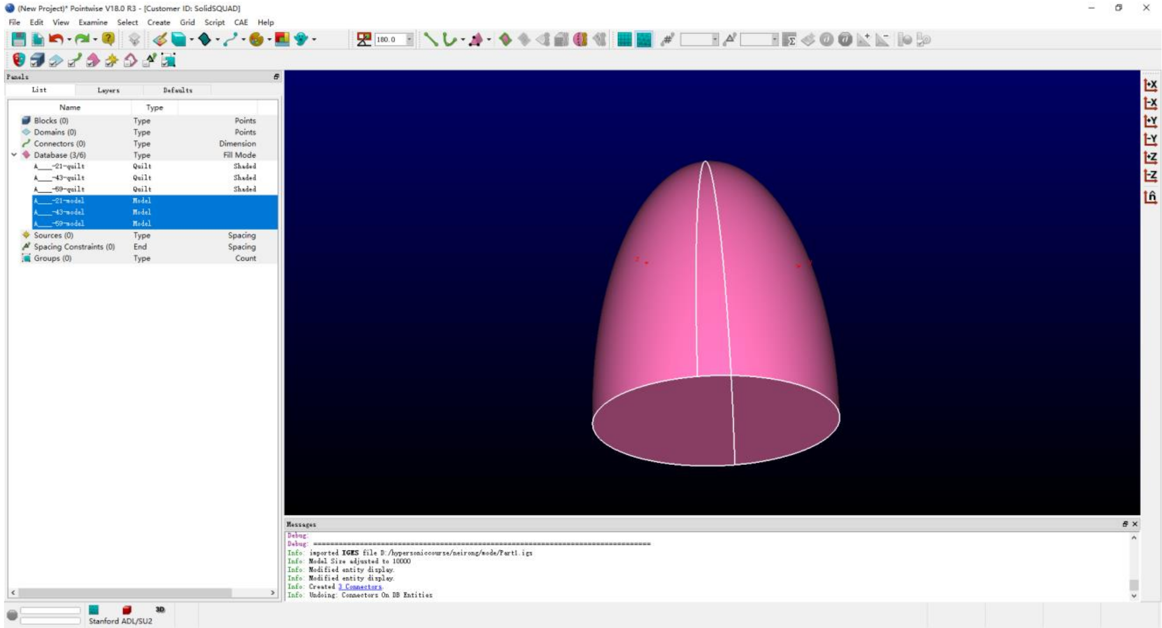


步骤3.选择维度

示例为三维模型，因此选择3D。

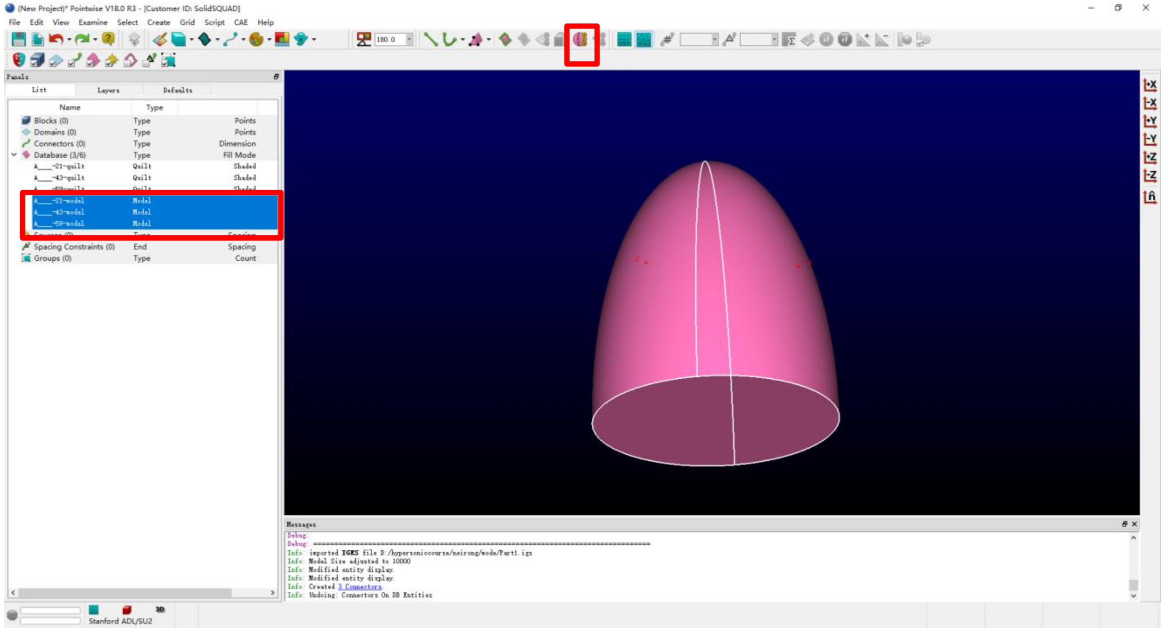


pointwise中存储的实体模型及其离散化的信息包括：database，connectors，domains，block。其中database储存实体模型的几何信息，connectors对应着几何线元生成的相应的离散线元，domains为几何面元生成的离散面元（由connectors围成），block为空间离散区域（由domains围成）



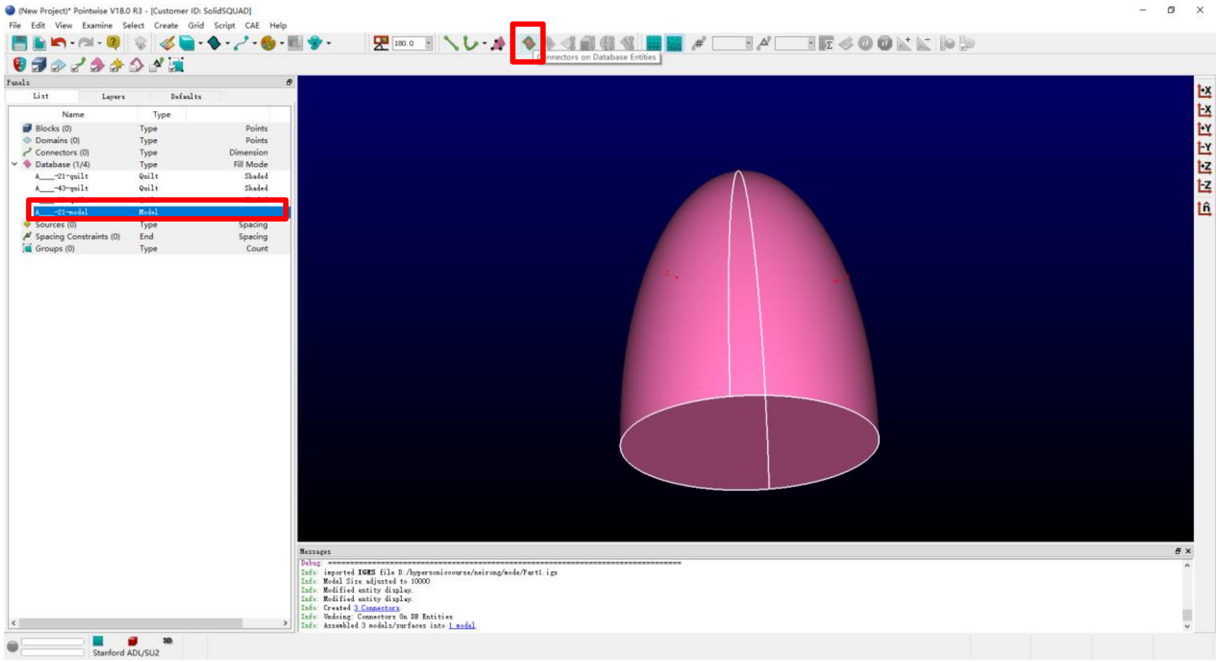
步骤4.修整几何模型

由于导入的几何模型可能由于不满足水密性和连接性的要求并不一定能直接用于离散，需要先进行一定的修整。此处将database下的三个model组合生成一个model。



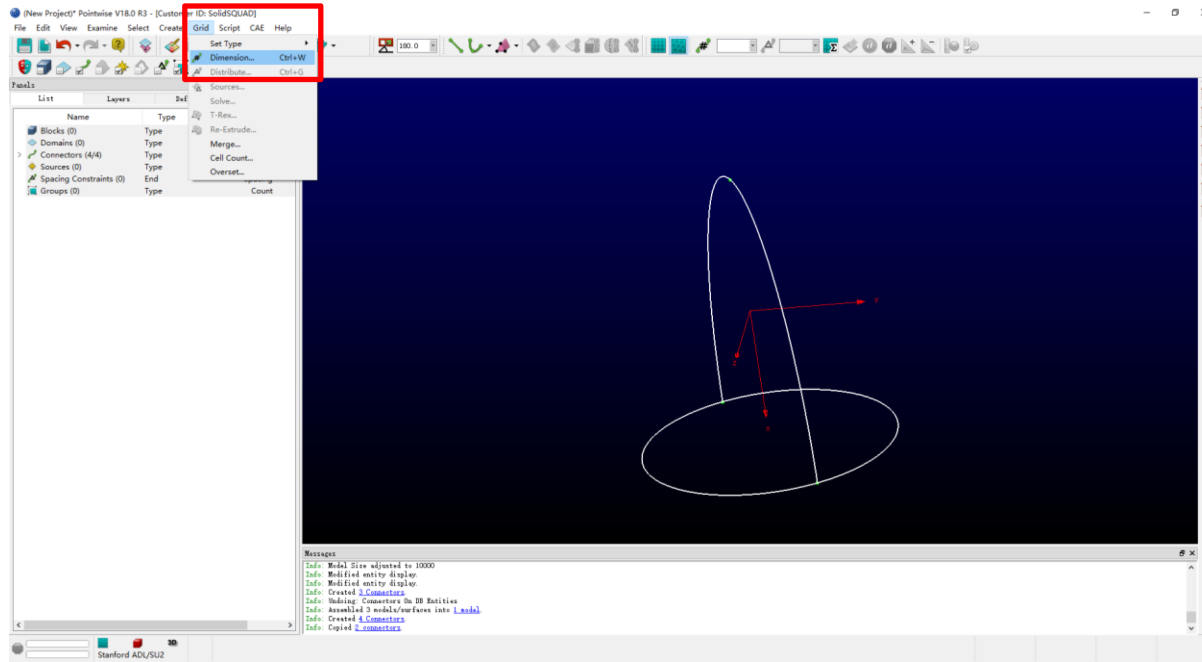
步骤5.生成connectors

选中生成的model，使用*connectors on database entities*功能自动识别几何实体上的线生成相应的connectors。

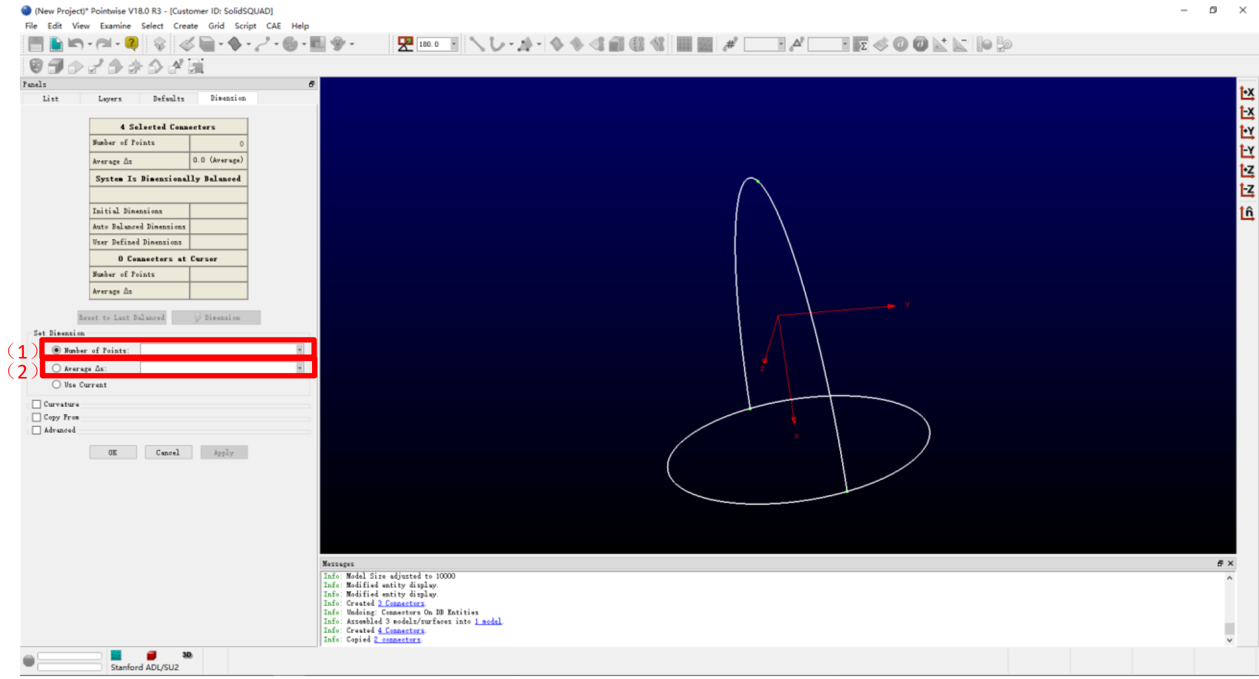


步骤6.布点

为了便于查看，可以将database信息隐藏。布点的操作可以使用Grid-Dimension功能完成。

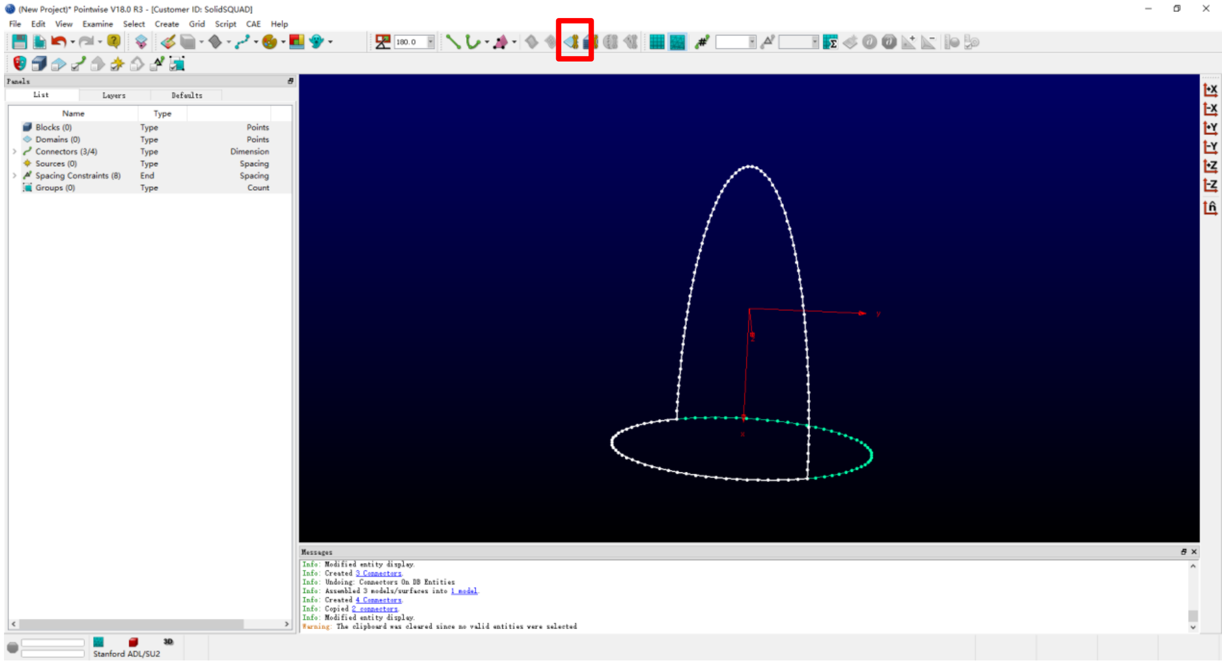


选中要操作的connectors之后，可以使用两种方式完成布点（1）设置点的个数，（2）设置线上的点的平均间距。

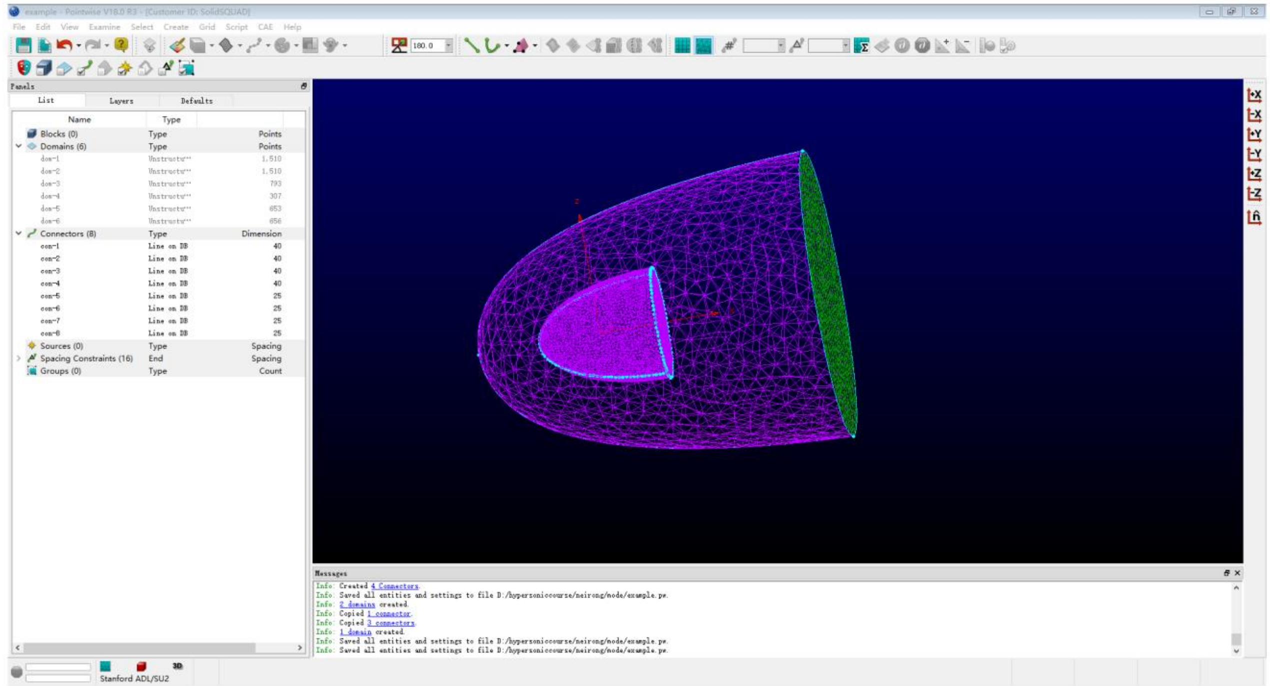


步骤7.生成domains

根据几何实体的面的分布情况，选择要围成面的边（connectors），点击*Assemble Domains*即可自动对面进行离散。此步骤可以通过对边上点的个数和分布参数对面的离散进行控制。



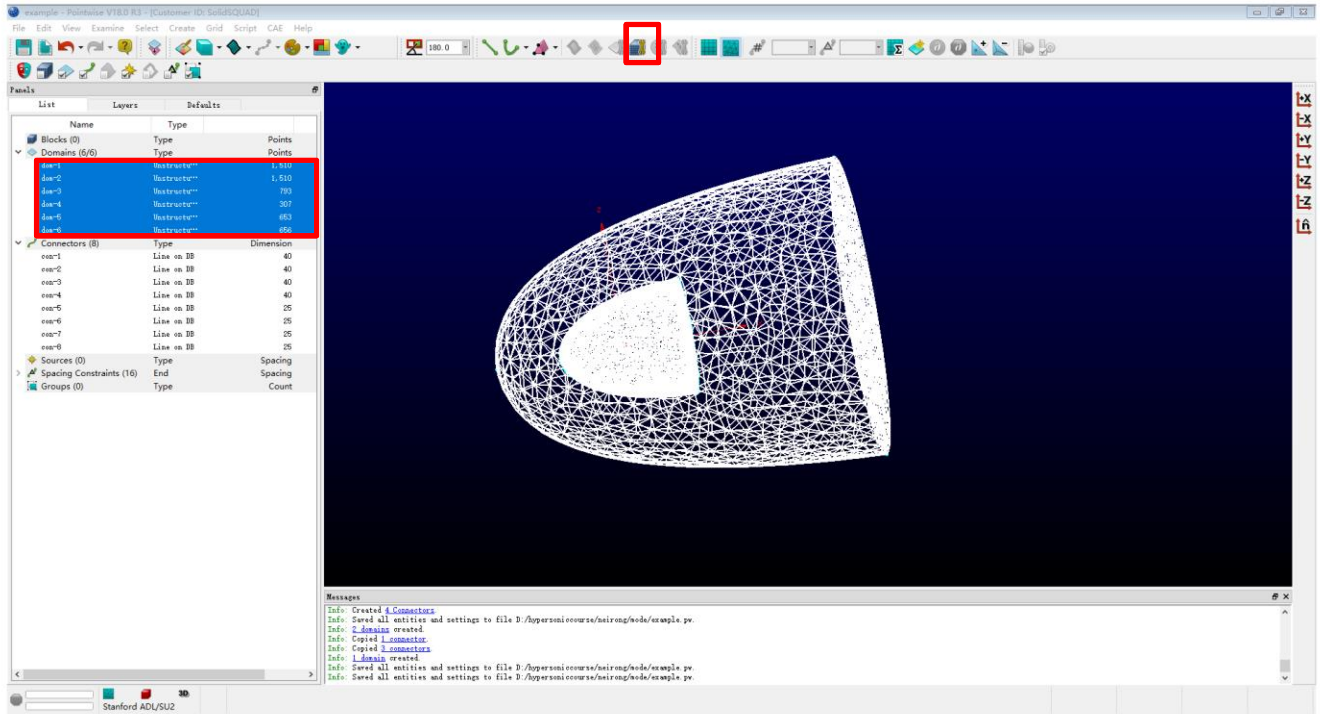
至此，物面的离散已经完成，即已经生成了代码/程序所需的网格，但是由于网格的存储格式为.SU2，该格式无法只保存物面网格信息，因此需要对远场格信息，因此需要对远场和流体区域继续进行离散。对远场的离散方法与对物面的操作一致，故不再赘述，下面继续对空间进行离散。



步骤8.空间离散

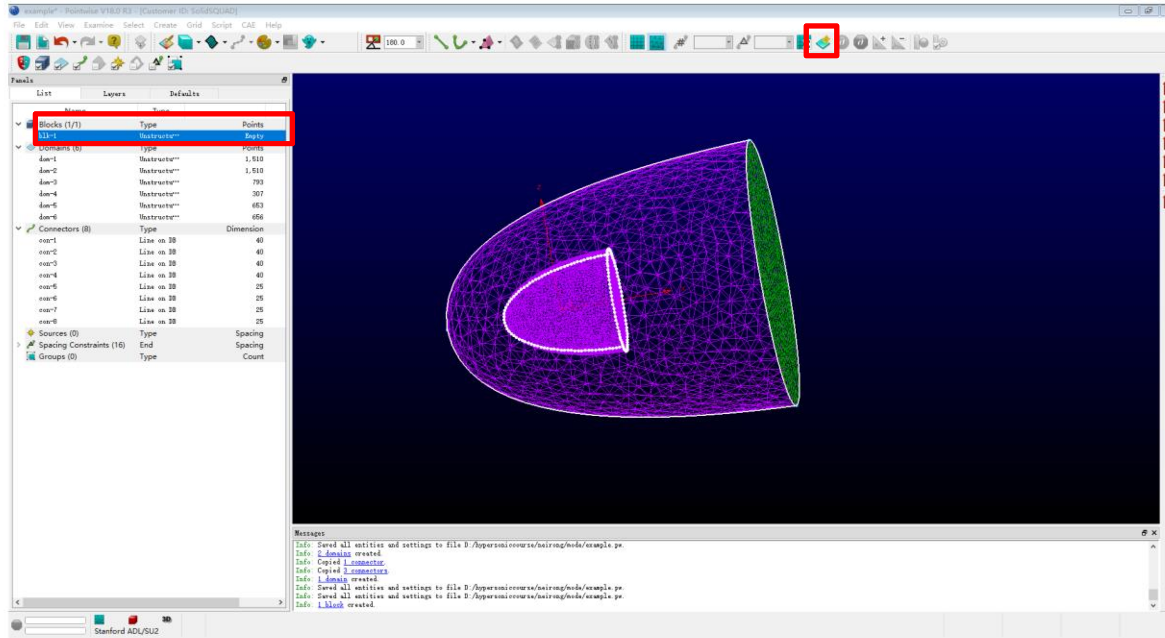
　选中生成的所有domains，使用*Assemble Blocks*功能即可生成block。注意此步骤要保证所有的domains围成的空间为水密性空间（water-proof），否则block将无法生成。

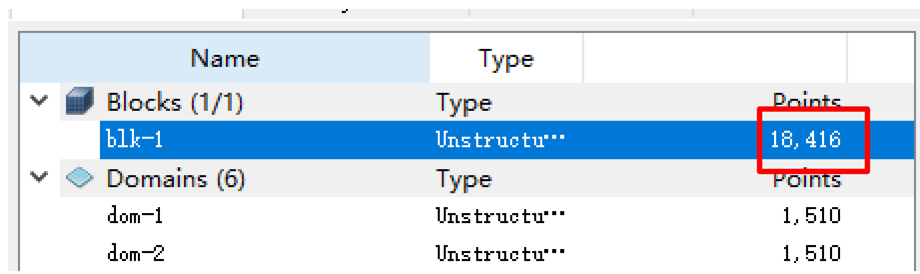
　此步骤生成的block相当于只定义了block的边界，并没有对空间离散。



步骤9.生成空间离散元

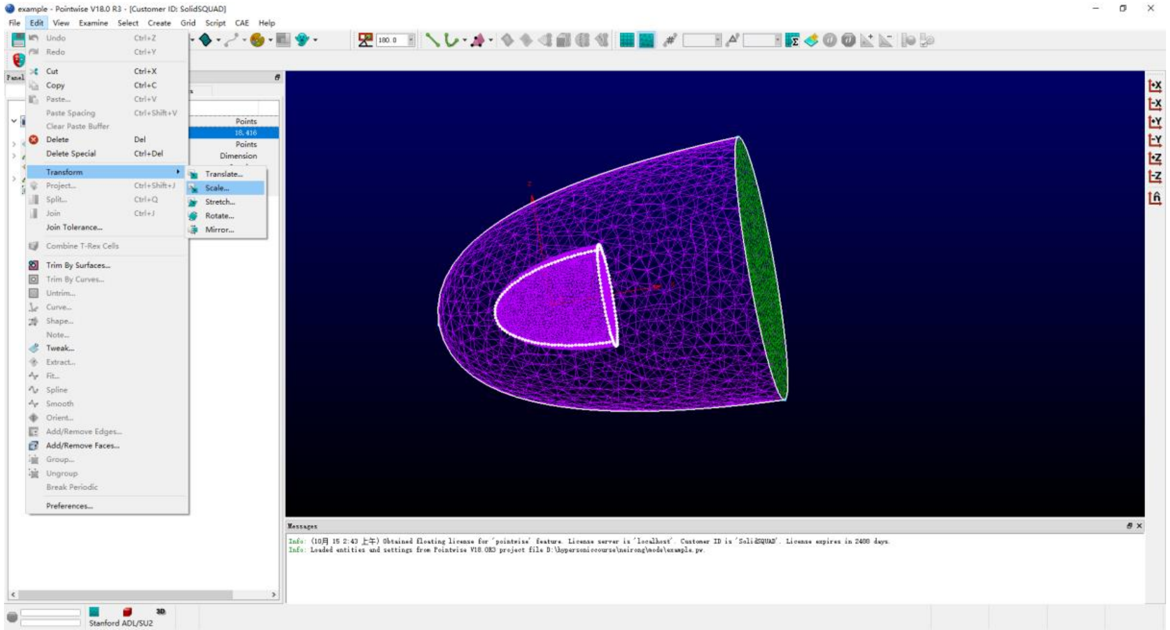
选中步骤8生成的block，点击*Initialize*，即可完成空间离散，此时block的points会从empty变成节点个数。





步骤10.scale网格尺度

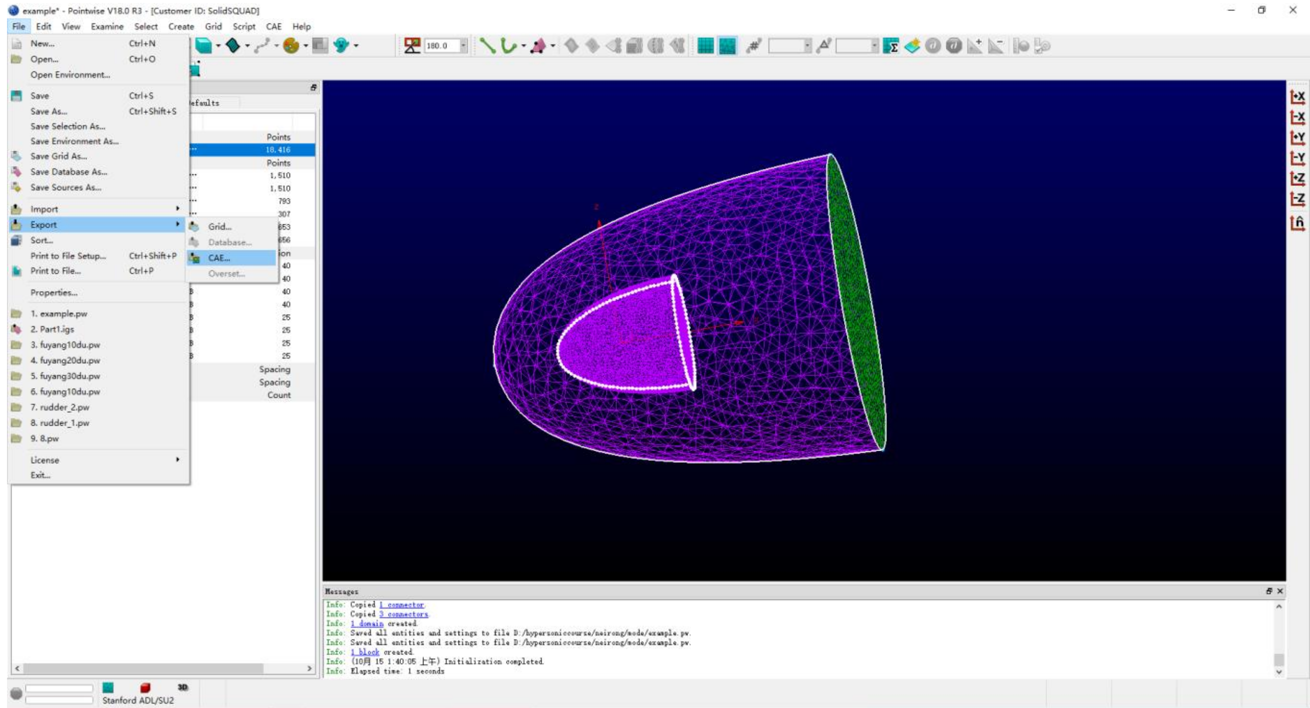
选中步骤8生成的block，点击Edit-transform-scale，完成对网格的缩放。由于导入模型的尺度为mm，即绘制模型时将尺寸放大了1000倍，因此在此处需要对模型进行缩放。



步骤11.导出网格

选中步骤10生成的block，选择File-Export-CAE即可保存相应的网格。

至此，pointwise的粗略使用流程已经结束，网格已经完成。



返回

总结

1. 牛顿理论：　$C_p = 2\sin^2\theta$

2. 修正牛顿理论：

$$c_p = \frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left\{\left[\frac{(\gamma+1)^2 M_\infty^2}{4\gamma M_\infty^2 - 2(\gamma-1)}\right]^{\gamma/(\gamma-1)}\left[\frac{1-\gamma+2\gamma M_\infty^2}{\gamma+1}\right]-1\right\}\sin^2\theta$$

3. SU2网格存储格式

4. pointwise使用

5. 程序编写

高超声速气动力估算方法
——当地表面斜度法

谢谢！

西北工业大学航天学院
空天飞行器设计重点实验室
School of Astronautics
Shaanxi Aerospace Flight
Vehicle Design Key Laboratory