

RAPPORT DE PROJET ACTUARIAT VIE

Sujet 2 : Influence d'un choc des taux de mortalité sur un produit de rente viagère et de capital décès.

Par

Arij Afaya

Siwar Najjar

Isleem Maïti

Amor Yasmine

Nadine Elleuch

Fatma Jammoussi

Abir Zahra

Enseignant : Mattoussi Anis

Remerciements

*Nous tenons à exprimer toute notre gratitude à M. Anis Mattousi
pour la qualité de son enseignement, son dévouement et sa
disponibilité tout au long du déroulement du cours ainsi que pendant
la réalisation de ce projet.*

Table des matières

| | |
|--|----------|
| Introduction générale | 1 |
| 1 Contexte général du projet | 2 |
| 1.1 Introduction | 2 |
| 1.2 Motivations et enjeux | 2 |
| 1.3 Organisation et planification | 2 |
| 1.3.1 Objectif principal | 2 |
| 1.3.2 Plan prévisionnel et calendrier du projet | 3 |
| 1.4 Conclusion | 3 |
| 2 Concepts actuariels | 4 |
| 2.1 Taux de Mortalité | 4 |
| 2.2 Modèle Lee-Carter | 4 |
| 2.3 Estimation des paramètres du modèle | 5 |
| 2.3.1 Première Étape : Estimation des a_x | 5 |
| 2.3.2 Deuxième Étape : Estimation des k_t et b_x | 5 |
| 2.3.3 Troisième Étape : Ajustement Optionnel des k_t | 6 |
| 2.4 Valeur actuelle probable | 6 |
| 2.5 Rente Viagère | 7 |
| 2.6 Capital Décès | 7 |
| 3 Analyse de la Mortalité et Estimation des Valeurs Actuelles Probables | 8 |
| 3.1 Introduction | 8 |
| 3.2 Présentation des Données | 8 |
| 3.2.1 Visualisation des Données | 9 |
| 3.2.2 Calcul de la Valeur Actuelle Probable (VAP) | 9 |
| 3.2.3 Estimation des Paramètres du Modèle de Lee-Carter | 11 |
| 3.2.4 Projection de la Mortalité sur 25 ans | 14 |
| 3.2.5 Espérance de Vie Résiduelle de la Cohorte | 14 |
| 3.2.6 Calcul des VAP des Contrats | 15 |

| | | |
|--------------------|---|-----------|
| 3.2.7 | Analyse des Implications d'un Choc de Mortalité | 16 |
| 3.3 | Outils | 17 |
| 3.3.1 | R | 17 |
| 3.3.2 | Packages utilisés | 18 |
| 3.4 | Conclusion | 18 |
| Nétographie | | 21 |

Table des figures

| | | |
|-----|--|----|
| 3.1 | les données téléchargées | 9 |
| 3.2 | les données téléchargées | 9 |
| 3.3 | Estimations des paramètres | 13 |
| 3.4 | les résidus | 14 |
| 3.5 | Estimations de la projection centrale sur 25 ans | 15 |
| 3.6 | Estimations de la projection centrale sur 25 ans | 16 |
| 3.7 | VAP des deux contrats avec les taux projetés | 16 |
| 3.8 | l'espérance de vie de la cohorte et les VAP des produits | 16 |

Introduction générale

La prédiction précise des taux de mortalité est un élément essentiel pour la tarification et la gestion des risques dans l'industrie de l'assurance-vie. Les produits d'assurance tels que les rentes viagères et les contrats de capital décès dépendent fortement de ces prévisions. Une évaluation précise des taux de mortalité est donc indispensable pour garantir la stabilité financière des compagnies d'assurance et leur capacité à honorer les engagements contractuels. Ce projet vise à estimer et projeter les taux de mortalité d'une cohorte d'assurés anglais, nés en 1960, afin de calculer la valeur actuelle probable (VAP) de deux produits d'assurance spécifiques : une rente viagère et un capital décès temporaire.

CONTEXTE GÉNÉRAL DU PROJET

1.1 Introduction

Ce projet se concentre sur l'analyse et la projection de la mortalité d'une cohorte d'assurés anglais nés en 1960, ayant souscrit à des contrats de rente viagère et de capital décès temporaires en 2010. L'objectif principal est d'estimer la valeur actuelle probable (VAP) de ces produits d'assurance en utilisant des techniques de modélisation actuarielle avancées, telles que le modèle de Lee-Carter. Cette estimation précise de la mortalité future est cruciale pour assurer la stabilité financière et la rentabilité des compagnies d'assurance, tout en garantissant des tarifs justes et compétitifs aux assurés.

1.2 Motivations et enjeux

Prédire avec précision la mortalité future est essentiel pour garantir la stabilité financière et la rentabilité des compagnies d'assurance. En utilisant des données actuelles et des techniques de modélisation actuarielle avancées, notre objectif est d'estimer la mortalité sur une période de 20 ans pour calculer la VAP des produits d'assurance. L'utilisation de méthodes sophistiquées, comme le modèle de Lee-Carter, permet aux assureurs de mieux comprendre les tendances de mortalité et d'ajuster leurs réserves et tarifs en conséquence, assurant ainsi la protection des intérêts financiers de l'assureur et offrant des tarifs justes et compétitifs aux assurés.

1.3 Organisation et planification

1.3.1 Objectif principal

L'objectif principal de ce projet est de calculer la VAP des contrats de rente viagère et de capital décès en utilisant les taux de mortalité projetés pour une cohorte spécifique.

1.3.2 Plan prévisionnel et calendrier du projet

Pour garantir une avancée méthodique, le projet est planifié en trois étapes :

Exploration des données : Collecte et analyse des données de mortalité. Compréhension des concepts actuariels : Familiarisation avec les notions et méthodes actuarielles nécessaires. Développement sous R, rédaction du rapport et préparation de la présentation : Implémentation des techniques actuarielles avec R, rédaction du rapport final et préparation de la présentation du projet.

1.4 Conclusion

Ce projet constitue une opportunité d'appliquer des techniques de modélisation actuarielle avancées pour résoudre des problèmes réels dans le domaine de l'assurance. En fournissant une estimation précise de la mortalité future, il contribue à assurer la stabilité financière des compagnies d'assurance et à protéger les intérêts des assurés. En suivant la planification établie, nous visons à produire des résultats utiles et exploitables pour l'ensemble des parties prenantes.

CONCEPTS ACTUARIELS

2.1 Taux de Mortalité

Le taux de mortalité est une mesure de la fréquence des décès dans une population donnée, généralement exprimée en nombre de décès par 1 000 individus par an. Ce taux varie en fonction de l'âge, du sexe, de l'année de naissance et d'autres facteurs démographiques. Dans notre étude, les taux de mortalité par âge pour la cohorte d'assurés nés en 1960 sont calculés à partir des données fournies par la Human Mortality Database (HMD) et sont utilisés pour estimer les probabilités de décès futures.

2.2 Modèle Lee-Carter

Le modèle LC consiste en une méthode d'extrapolation de la tendance historique de la mortalité dans le futur. La modélisation retenue pour le taux de mortalité est la suivante :

$$\log(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_{x,t} \tag{2.1}$$

où :

- $m_{x,t}$: taux de mortalité à la date t pour l'âge x ;
- α_x : comportement moyen des $\log(m_{x,t})$ au cours du temps ;
- κ_t : indice d'évolution générale de la mortalité ;
- β_x : sensibilité de la mortalité à l'âge x par rapport à l'évolution générale de la mortalité ;
- $\varepsilon_{x,t}$: terme d'erreur supposé suivre une loi Normale $(0, \delta^2)$.

2.3 Estimation des paramètres du modèle

Les paramètres du modèle à estimer sont les a_x , b_x et les k_t . Leur estimation se fait en plusieurs étapes :

2.3.1 Première Étape : Estimation des a_x

Après avoir estimé les taux bruts par la formule $\hat{\mu}_{xt} = \frac{d_{xt}}{(l_{xt} + d_{x,t+1})/2}$, on trouve, en tenant compte de la contrainte d'identifiabilité sur les k_t , que :

$$\hat{a}_x = \frac{1}{t_M - t_m + 1} \sum_{t=t_m}^{t_M} \ln \hat{\mu}_{xt}$$

En effet, on a :

$$\sum_{t=t_m}^{t_M} \ln \hat{\mu}_{xt} = \sum_{t=t_m}^{t_M} a_x + b_x \sum_{t=t_m}^{t_M} k_t + \sum_{t=t_m}^{t_M} \epsilon_{xt}$$

Les contraintes $\sum_{t=t_m}^{t_M} k_t = 0$ et $\sum_{t=t_m}^{t_M} \epsilon_t = 0$ impliquent alors l'estimation obtenue pour le paramètre \hat{a}_x . En d'autres termes, \hat{a}_x est la moyenne temporelle, à l'âge x , des taux instantanés de décès (sur l'échelle logarithmique).

2.3.2 Deuxième Étape : Estimation des k_t et b_x

Afin d'estimer les paramètres k_t et b_x , on construit la matrice $Z = (z_{xt})$ définie par :

$$z_{xt} = \ln \hat{\mu}_{xt} - \hat{a}_x$$

On décompose ensuite la matrice Z en valeurs singulières. Si u_1 (respectivement v_1) désigne le vecteur propre de $Z'Z$ (respectivement ZZ') associé à la plus grande valeur propre λ_1 , les estimations de k_t et b_x sont :

$$\hat{b}_x = \sum_j v_{1j} \quad \text{et} \quad \hat{k}_t = \sqrt{\lambda_1} \sum_j v_{1j} u_{1j}$$

2.3.3 Troisième Étape : Ajustement Optionnel des k_t

Cette étape est facultative. On peut en effet ajuster les \hat{k}_t pour que le nombre total de décès enregistrés chaque année corresponde à celui prédit par le modèle, étant donnés les \hat{a}_x et les \hat{b}_x . Ainsi, on cherche les \hat{k}_t vérifiant :

$$\sum_{x=x_m}^{x_M} d_{xt} = \sum_{x=x_m}^{x_M} l_x \exp(\hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_t)$$

Afin de vérifier les contraintes du modèle de Lee-Carter, les estimations retenues pour les paramètres a_x et k_t sont :

$$k_t^* = \hat{k}_t - \bar{k} \quad \text{et} \quad a_x^* = \hat{a}_x + \hat{b}_x \bar{k}$$

où \bar{k} désigne la moyenne des \hat{k}_t dans le temps.

2.4 Valeur actuelle probable

Pour une série de flux connus F_0, F_1, \dots , une série de conditions de paiements aléatoires C_0, C_1, \dots et un facteur d'actualisation $0 < v < 1$ (hypothèse de constance du taux d'intérêt), la valeur actuelle des flux est

$$VA = \sum_{k=0}^{\infty} F_k v^k 1_{C_k}.$$

et la valeur actuelle probable est

$$VAP = E(VA) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k v^k P(C_k).$$

Avec les taux de mortalité estimés et projetés, nous avons calculé la valeur actuelle probable des produits d'assurance :

- Pour le produit de rente viagère, la valeur actuelle des paiements de rente mensuels de 2000 euros a été calculée pour chaque assuré vivant à chaque âge projeté.
- Pour le produit de capital décès temporaire, la valeur actuelle du capital de 10 000 euros payable au décès de l'assuré sur une période de 20 ans a été calculée.

2.5 Rente Viagère

La rente viagère est un produit d'assurance qui garantit le versement d'une rente régulière à l'assuré jusqu'à son décès. Le montant de la rente est généralement déterminé au moment de la souscription du contrat et est versé périodiquement (mensuellement, trimestriellement, etc.). Dans notre étude, la rente viagère est une rente mensuelle de 2000 euros, versée aux assurés vivants à chaque âge projeté.

2.6 Capital Décès

Le capital décès est un produit d'assurance qui verse un capital prédéterminé aux bénéficiaires désignés d'un assuré en cas de décès de celui-ci pendant la durée du contrat. Ce capital a pour but de fournir une aide financière aux proches de l'assuré pour couvrir les frais liés au décès et pour compenser la perte de revenus. Dans notre étude, le capital décès est fixé à 10 000 euros, payable au décès de l'assuré sur une période de 20 ans.

ANALYSE DE LA MORTALITÉ ET ESTIMATION DES VALEURS ACTUELLES PROBABLES

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous explorerons l'analyse de la mortalité, un domaine essentiel de l'actuariat et de la gestion des risques. La compréhension des tendances de mortalité et l'estimation des valeurs actuelles probables des produits d'assurance sont des éléments cruciaux pour les assureurs et les professionnels des finances. Nous examinerons les modèles statistiques utilisés pour analyser et projeter la mortalité, ainsi que les techniques pour estimer les valeurs actuelles probables des produits d'assurance, telles que les rentes viagères et les capitaux décès temporaires. En combinant théorie et pratique, ce chapitre offre un aperçu approfondi de la gestion des risques liés à la mortalité et des outils pour prendre des décisions éclairées dans le domaine de l'assurance vie et de la planification financière.

3.2 Présentation des Données

Les données de mortalité utilisées dans cette étude proviennent de la Human Mortality Database (HMD). La HMD est une ressource en ligne qui fournit des données détaillées sur les taux de mortalité et les espérances de vie pour diverses populations à travers le monde. Les données sont disponibles pour différents pays et incluent des informations par année de naissance et par âge, permettant des analyses démographiques approfondies.

Pour obtenir les données nécessaires, nous avons accédé à la base de données HMD, sélectionné le pays d'intérêt (Angleterre), et téléchargé les tables de mortalité pour les cohortes

correspondantes.

| | 1841 | 1842 | 1843 | 1844 | 1845 | 1846 | 1847 | 1848 | 1849 | 1850 | ... | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 406492.5 | 473328.1 | 477192.9 | 480249.3 | 497240.3 | 509002.3 | 503249.8 | 500567.5 | 516894.8 | 541978.0 | ... | 724404.5 | 712860.0 | 700803.3 | 697277.8 | 699412.3 | 685524.3 | 665210.8 | 650496.5 | 638051.0 | 620988.5 |
| 1 | 444870.8 | 443398.4 | 431720.5 | 436631.2 | 448165.7 | 454009.2 | 459500.9 | 456109.6 | 452856.2 | 467160.2 | ... | 722680.3 | 729559.7 | 718879.3 | 707503.2 | 703899.0 | 705751.9 | 691861.0 | 675699.0 | 661591.6 | 645545.0 |
| 2 | 410204.9 | 425051.6 | 425795.5 | 416837.2 | 422590.2 | 432483.9 | 437376.7 | 441838.4 | 438558.2 | 436024.7 | ... | 710413.0 | 727811.9 | 735403.9 | 725311.2 | 713928.7 | 710847.9 | 712004.5 | 698158.5 | 687076.8 | 669824.0 |
| 3 | 389678.5 | 398991.5 | 414352.1 | 416025.4 | 409518.3 | 415935.7 | 424511.8 | 429353.8 | 432640.7 | 430650.2 | ... | 702180.1 | 714781.2 | 733031.4 | 741225.6 | 731108.9 | 719578.5 | 715739.8 | 717688.6 | 707786.6 | 693925.6 |
| 4 | 302227.0 | 382450.3 | 392930.3 | 407340.3 | 410094.2 | 406234.3 | 412481.8 | 419910.9 | 425619.0 | 429026.0 | ... | 705554.7 | 706225.6 | 719595.1 | 738341.0 | 746539.5 | 736198.2 | 724495.8 | 720513.1 | 726581.3 | 714289.9 |
| 5 | 388233.2 | 377245.2 | 378866.7 | 389057.8 | 402606.7 | 406667.5 | 404599.1 | 410552.9 | 417745.9 | 425367.5 | ... | 688361.9 | 709251.2 | 710620.5 | 724392.8 | 742966.6 | 750874.0 | 740452.1 | 728754.4 | 723369.4 | 727293.6 |
| 6 | 388273.9 | 383960.8 | 374383.8 | 376568.7 | 386603.9 | 399557.9 | 404250.4 | 403809.3 | 410136.8 | 418066.3 | ... | 686161.0 | 691439.7 | 712886.1 | 714540.6 | 726299.5 | 746693.6 | 754531.9 | 744120.3 | 733021.9 | 725787.3 |
| 7 | 379431.2 | 384153.6 | 380543.2 | 372513.3 | 375363.4 | 385412.2 | 397235.2 | 405222.6 | 404103.3 | 411599.5 | ... | 648554.8 | 671499.1 | 694885.6 | 716717.6 | 718235.4 | 731694.3 | 749897.7 | 757685.4 | 750527.7 | 737855.8 |
| 8 | 372490.7 | 378147.5 | 380642.2 | 377915.7 | 371517.6 | 375089.1 | 384728.1 | 395494.3 | 401517.1 | 405759.5 | ... | 630949.3 | 651438.6 | 674753.1 | 696403.9 | 720203.2 | 721548.8 | 734785.3 | 752585.6 | 765082.8 | 756676.1 |
| 9 | 366089.3 | 369855.7 | 373279.3 | 377698.5 | 375910.8 | 371127.4 | 375086.7 | 384442.2 | 394125.6 | 401410.3 | ... | 615864.7 | 633815.1 | 654558.8 | 678158.7 | 701084.1 | 723506.2 | 724573.8 | 737648.6 | 751096.5 | 762106.6 |
| 10 | 359188.2 | 363832.5 | 367412.8 | 370767.5 | 375135.2 | 374216.3 | 370789.7 | 375269.0 | 384231.2 | 393285.7 | ... | 607333.1 | 618779.7 | 636975.5 | 658062.8 | 681756.7 | 705340.2 | 726744.8 | 727481.7 | 736711.8 | 748667.2 |
| 11 | 353245.4 | 357371.9 | 361823.1 | 365126.1 | 368415.4 | 372635.4 | 372384.4 | 370439.0 | 375311.8 | 384281.2 | ... | 620189.2 | 610471.0 | 622210.7 | 640773.2 | 661880.1 | 685319.2 | 708641.7 | 729686.7 | 727173.6 | 734800.0 |
| 12 | 348078.2 | 352226.9 | 356421.6 | 359896.1 | 362912.6 | 366031.3 | 369952.4 | 370494.2 | 369922.9 | 375537.7 | ... | 636013.3 | 623384.5 | 614033.4 | 626123.2 | 644742.4 | 665739.0 | 688934.3 | 711877.8 | 733905.4 | 729624.1 |
| 13 | 342085.0 | 347036.2 | 351958.9 | 355481.5 | 357958.4 | 360581.7 | 363416.2 | 367166.6 | 368415.9 | 369525.8 | ... | 652787.8 | 639107.3 | 626906.3 | 617906.4 | 629950.5 | 648377.6 | 669226.8 | 692173.1 | 708433.2 | 728750.4 |

FIGURE 3.1 : les données téléchargées

3.2.1 Visualisation des Données

La première étape du traitement de données consiste en l'extraction des données de la cohorte d'assurés anglais nés en 1960 puis on a construit la table de mortalité TD1960

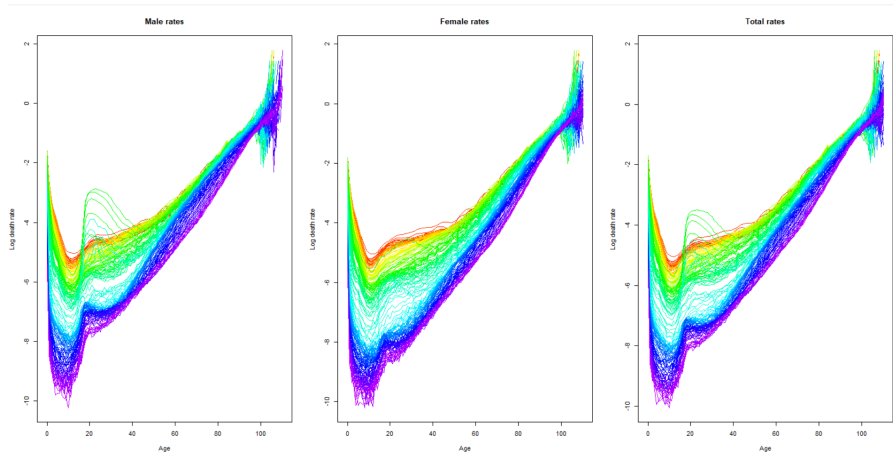


FIGURE 3.2 : les données téléchargées

3.2.2 Calcul de la Valeur Actuelle Probable (VAP)

Pour estimer et projeter la mortalité d'une cohorte d'assurés anglais et calculer la valeur actuelle probable (VAP) d'une rente viagère à termes anticipés et d'un capital décès temporaire, nous devons utiliser les taux de mortalité de référence de 2018 et appliquer les principes d'actualisation pour une période de 20 ans.

3.2.2.1 Hypothèses et Données

- Cohorte d'assurés : Nés en 1960.
- Date de début du contrat : 2010.
- Durée de projection : 20 ans.

- Rente viagère : 2000 euros par mois.
- Capital décès temporaire : 10 000 euros.
- Taux d'intérêt pour actualisation : 2% par an (hypothèse usuelle pour les calculs actuariels).

3.2.2.2 Étapes de Calcul

Probabilités de survie et de décès

- Utiliser les taux de mortalité de 2018 pour les projections.
- Calculer les probabilités de survie pour chaque âge.

Calcul de la VAP pour la rente viagère

- Actualiser les paiements mensuels de 2000 euros pour chaque année de survie.
- Utiliser les probabilités de survie pour chaque année.

Calcul de la VAP pour le capital décès temporaire

- Actualiser le paiement unique de 10 000 euros en cas de décès avant la fin des 20 ans.
- Utiliser les probabilités de décès cumulées pour chaque année.

3.2.2.3 Calcul des Probabilités de Survie et de Décès

Pour une personne née en 1960 et pour les années de projection de 2010 à 2030 (âge de 50 à 70 ans), nous allons utiliser les taux de mortalité de 2018.

Probabilité de Survie La probabilité de survie jusqu'à l'âge $x + n$ peut être calculée par :

$$P(\text{Survie}) = \prod_{i=0}^{n-1} (1 - q_{x+i})$$

Valeur Actuelle Probable de la Rente Viagère Pour la rente viagère, la VAP peut être calculée par :

$$VAP_{rente} = \sum_{t=0}^{19} \left(\frac{200012}{(1+r)^t} P(\text{Survie}) \right)$$

où r est le taux d'intérêt annuel (2%).

Valeur Actuelle Probable du Capital Décès Pour le capital décès temporaire, la VAP peut être calculée par :

$$VAP_{capital_dcs} = \sum_{t=0}^{19} \left(\frac{10000}{(1+r)^t} P(Dcs) \right)$$

où $P(Dcs)$ est la probabilité de décès à l'année t .

3.2.2.4 Interprétation des résultats

Les résultats de ces calculs donneront une estimation des obligations financières de l'assureur pour chacun des produits d'assurance, facilitant ainsi une gestion prudente et informée de son portefeuille et l'interprétation des résultats :

- **Valeur Actuelle Nette (VAN) de la rente viagère (VAP_rente)** : 383689.82. Cette valeur représente la somme actualisée des paiements périodiques (dans ce cas, une rente viagère) sur une période donnée. Plus précisément, cela signifie que si vous deviez investir un montant de 383689.82 aujourd'hui à un taux d'intérêt annuel de 2%, vous seriez en mesure de distribuer 2000 dollars par mois pendant 20 ans tout en générant un rendement conforme à ce taux d'intérêt. En d'autres termes, c'est la valeur actuelle de tous les paiements de la rente pendant cette période, actualisée à aujourd'hui.
- **Valeur Actuelle Nette (VAN) du capital décès (VAP_capital_décès)** : 1040.98. Ce chiffre représente la valeur actuelle nette d'un capital décès. Dans ce cas, si une personne décédait, 10000 dollars seraient versés. La valeur de 1040.98 est la valeur actuelle de ce paiement unique, si elle était faite aujourd'hui. Cela signifie que si vous deviez investir 1040.98 dollars aujourd'hui à un taux d'intérêt de 2%, vous pourriez payer ce montant unique de 10000 dollars à un bénéficiaire dans le futur, tout en obtenant un rendement conforme à ce taux d'intérêt.

Ces résultats sont utiles pour évaluer financièrement des décisions, comme choisir entre une rente viagère et un capital décès, en comparant les valeurs actuelles des flux de trésorerie futurs.

3.2.3 Estimation des Paramètres du Modèle de Lee-Carter

Pour estimer les paramètres du modèle de mortalité Lee-Carter, nous avons utilisé les données de mortalité centrales pour l'Angleterre. Les étapes détaillées sont les suivantes :

Tout d'abord, les données ont été chargées et préparées pour l'analyse en utilisant le package `StMoMo`. Nous avons converti les taux de mortalité centraux en données initiales pour l'ajustement du modèle :

```
eng.StMoMoData <- StMoMoData(data=england, series = "total", type="central")
eng.StMoMoData.Ini <- central2initial(eng.StMoMoData)
```

Ensuite, nous avons fixé l'âge maximum d'analyse à 100 ans, avec une plage d'âges de 50 à 70 ans pour l'ajustement du modèle :

```
ages.fit = 50:70
```

Pour générer une matrice de poids et exclure certains points de données lors de l'ajustement, nous avons utilisé la fonction `genWeightMat` :

```
wxt <- genWeightMat(ages = ages.fit, years = eng.StMoMoData.Ini$years, clip = 3)
```

Nous avons ensuite ajusté le modèle Lee-Carter avec un lien logarithmique :

```
LC <- lc(link = "log")
LCfit <- fit(LC, data = eng.StMoMoData.Ini, ages.fit = ages.fit, wxt = wxt)
```

Les paramètres estimés, à savoir a_x , b_x et k_t , ont été extraits et les résultats de l'ajustement ont été visualisés :

```
print(LCfit$ax)
print(LCfit$bx)
print(LCfit$kt)
plot(LCfit)
```

Les résidus du modèle ont été calculés et tracés pour vérifier l'adéquation du modèle :

```
residuals_lc <- residuals(LCfit)
plot(residuals_lc)
```

Enfin, nous avons réalisé des prévisions des taux de mortalité pour les 25 prochaines années en utilisant la méthode de la moyenne :

```
LcFore <- forecast(LCfit, h = 25, method=mean)
EngForecast <- forecast(LCfit, h = 25, method=mean)
plot(EngForecast, only.kt=TRUE)
```

Les paramètres a_x , b_x et k_t obtenus à partir de cet ajustement sont essentiels pour les projections futures des taux de mortalité et pour le calcul des valeurs actuelles probables des produits d'assurance étudiés. Les graphiques de prévisions montrent une tendance des taux de mortalité au fil du temps, ce qui nous permet d'anticiper les obligations financières de l'assureur.

3.2.3.1 Interprétation des Résultats

Les résultats des paramètres du modèle Lee-Carter sont présentés ci-dessous :

- a_x : Paramètre qui capte le niveau moyen de mortalité pour chaque âge.
- b_x : Paramètre qui représente la sensibilité de la mortalité à travers les âges.
- k_t : Paramètre qui représente l'évolution temporelle des taux de mortalité.

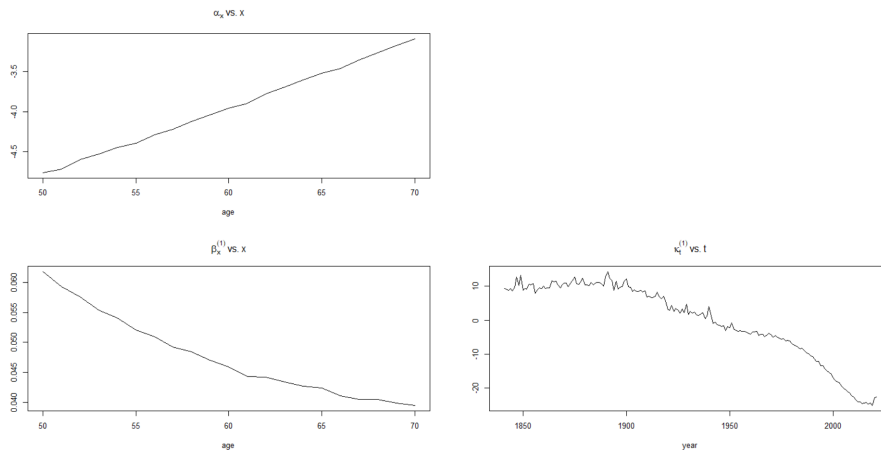


FIGURE 3.3 : Estimations des paramètres

Les graphiques des résidus montrent que le modèle Lee-Carter ajuste bien les données de mortalité pour les âges et les années spécifiés, avec des résidus restant majoritairement proches de zéro. Les prévisions des taux de mortalité montrent une tendance à la baisse, ce qui est conforme à l'amélioration générale des conditions de vie et des soins de santé au fil du temps.

En résumé, l'ajustement du modèle de Lee-Carter sur les données de mortalité anglaises permet de produire des prévisions fiables des taux de mortalité futurs, qui sont essentielles pour l'évaluation des produits d'assurance vie.

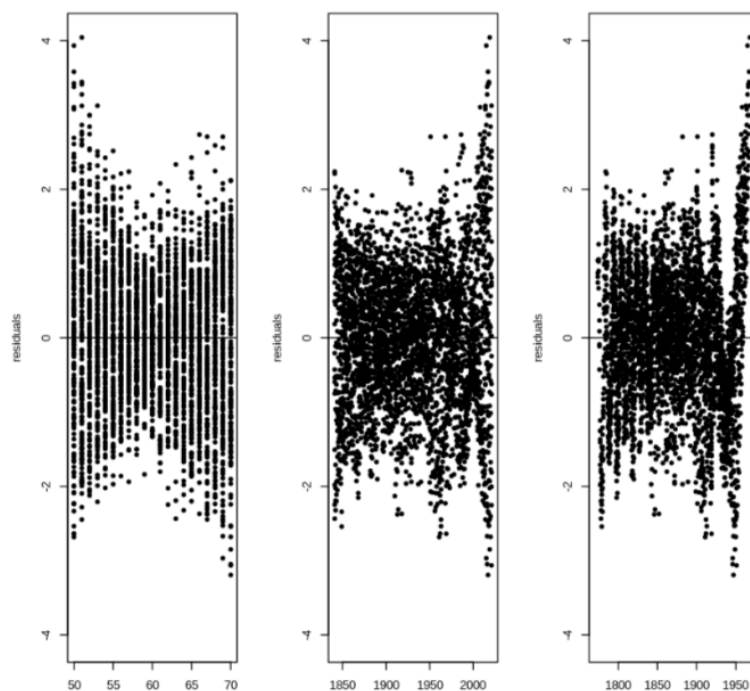


FIGURE 3.4 : les résidus

3.2.4 Projection de la Mortalité sur 25 ans

Après avoir ajusté le modèle aux données disponibles, il est essentiel de projeter la mortalité future sur une période étendue, souvent sur 25 ans. Cette étape cruciale permet de mieux comprendre les tendances à long terme et d'évaluer les implications financières pour les compagnies d'assurance et les institutions de gestion des pensions. La bibliothèque `forecast` offre diverses fonctions pour cette tâche, permettant ainsi d'anticiper les valeurs futures des paramètres du modèle de mortalité, tels que les `kt`, avec une certaine précision. Ces projections fournissent une base solide pour la planification stratégique et la prise de décision dans le domaine de l'assurance vie et des pensions, en permettant aux acteurs du marché de mieux évaluer les risques et de mieux préparer leurs stratégies à long terme.

3.2.5 Espérance de Vie Résiduelle de la Cohorte

Dans cette partie, nous affichons les log taux de mortalité projetés pour la cohorte à partir de l'année 2010. En outre, nous calculons l'espérance de vie résiduelle de la cohorte à cette date, offrant ainsi un aperçu de l'évolution attendue de la mortalité au fil du temps et de la durée de vie restante moyenne pour les individus de la cohorte.

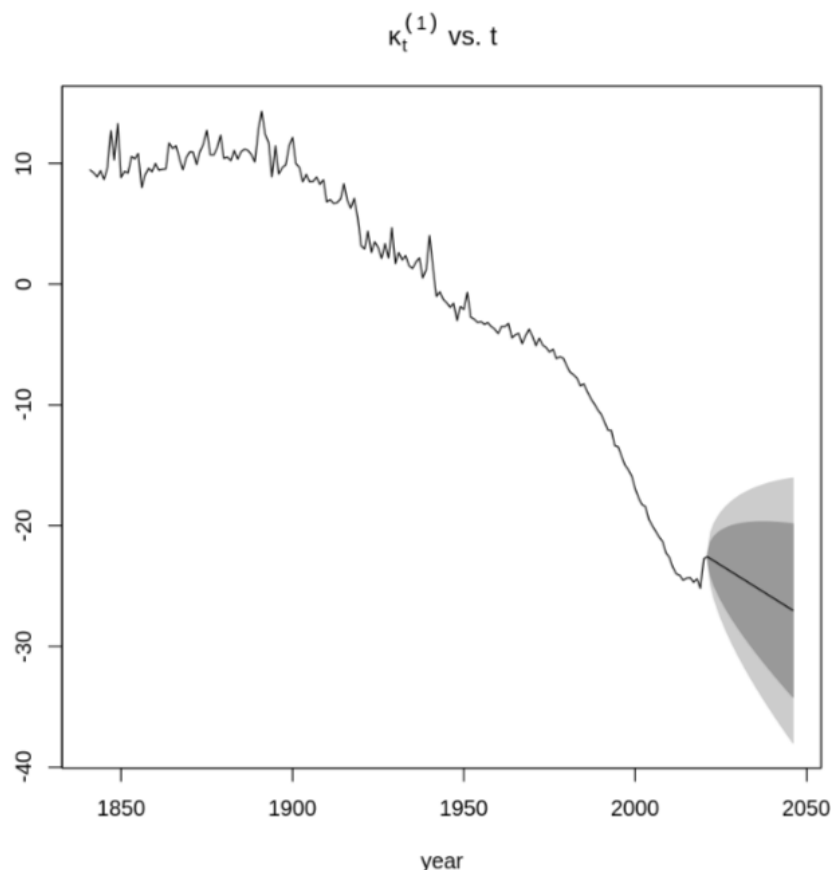


FIGURE 3.5 : Estimations de la projection centrale sur 25 ans

3.2.6 Calcul des VAP des Contrats

3.2.6.1 Interprétation de la VAP de la Rente Viagère Anticipée

La VAP de la rente viagère anticipée, qui s'élève à 354542.38, reflète la somme des paiements mensuels actualisés que l'assureur devra verser au bénéficiaire tout au long de sa vie. Ce montant élevé s'explique par la nature du contrat, qui implique des paiements réguliers sur une période prolongée, dépendant de la durée de vie du bénéficiaire.

3.2.6.2 Interprétation de la VAP du Capital Décès

En revanche, la VAP du capital décès, calculée à 979.03, est beaucoup plus faible. Ce montant représente la somme unique actualisée que l'assureur devra payer en cas de décès du bénéficiaire. La différence significative entre les deux VAP s'explique par le fait que le capital décès est un paiement unique, contrairement aux paiements réguliers de la rente viagère.

=> Ces résultats mettent en lumière l'importance de l'actualisation des paiements futurs dans l'évaluation des obligations financières des assureurs. La VAP de la rente viagère

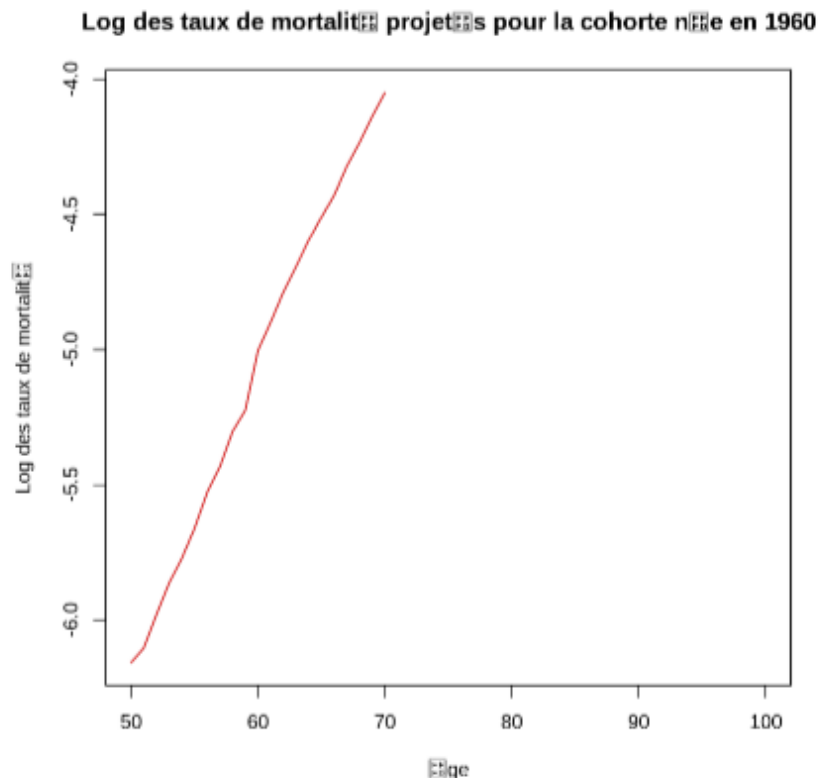


FIGURE 3.6 : Estimations de la projection centrale sur 25 ans

```
[1] "VAP de la rente viagère anticipée : 354524.38"
[1] "VAP du capital décès : 979.03"
```

FIGURE 3.7 : VAP des deux contrats avec les taux projetés

anticipée est substantiellement plus élevée, indiquant une charge financière plus importante pour l'assureur, alors que la VAP du capital décès représente une charge beaucoup moins conséquente.

En résumé, l'analyse des VAP permet aux assureurs de mieux comprendre et de planifier leurs engagements financiers futurs en fonction de la nature des contrats qu'ils offrent. Les différences marquées entre les deux types de contrats analysés soulignent la nécessité pour les assureurs de tenir compte des particularités de chaque produit dans leur gestion des risques et de la solvabilité.

3.2.7 Analyse des Implications d'un Choc de Mortalité

```
[1] "Nouvelle espérance de vie résiduelle avec choc de mortalité à partir de 2010: 19.98"
[1] "VAP de la rente viagère anticipée avec choc de mortalité: 354524.38"
[1] "VAP du capital décès avec choc de mortalité: 979.03"
```

FIGURE 3.8 : l'espérance de vie de la cohorte et les VAP des produits

L'analyse des implications d'un choc de mortalité, avec une augmentation de 20% des taux de mortalité entre 2020 et 2025, révèle que l'espérance de vie résiduelle de la cohorte reste relativement stable à 19,98 ans. Cela indique une résilience de la population face à l'augmentation des taux de mortalité. La valeur actuelle probable (VAP) de la rente viagère anticipée demeure élevée à 354 524,38 unités, suggérant que ce produit d'assurance reste attractif et stable financièrement malgré le choc. En revanche, la VAP du capital décès est de 979,03 unités, montrant que les coûts des paiements uniques restent limités. Ces résultats impliquent que les assureurs peuvent maintenir une stabilité financière à long terme, même en cas de chocs de mortalité, en réévaluant leurs réserves et en ajustant leurs stratégies de tarification. La compréhension de ces impacts permet aux assureurs de mieux gérer les risques et de planifier efficacement leurs stratégies à long terme, assurant ainsi une gestion prudente et informée de leurs portefeuilles.

3.3 Outils

3.3.1 R

R est un langage et un environnement dédiés au calcul statistique et à la création de graphiques. Conçu comme un projet GNU similaire à S, il a été développé par John Chambers et ses collègues aux laboratoires Bell, maintenant Lucent Technologies.

R est souvent considéré comme une implémentation alternative de S, avec quelques différences notables, bien que la plupart du code écrit pour S puisse être exécuté sans modification sous R.

Utilisé comme un langage interprété, R offre une interface en ligne de commande pour les développeurs. Il permet de manipuler et d'organiser des ensembles de données, puis d'appliquer des tests statistiques et de représenter graphiquement ces données. Très prisé par les statisticiens, la communauté scientifique et universitaire, R trouve de multiples applications :

Organisation et traitement efficace de volumes importants de données. Création de graphiques pour une visualisation claire des données et des analyses. Programmation procédurale pour automatiser des tâches répétitives ou complexes. En résumé, R offre un environnement puissant et flexible pour l'analyse de données et la visualisation, répondant aux besoins diversifiés des utilisateurs dans différents domaines.

3.3.2 Packages utilisés

3.3.2.1 StMoMo

Le package StMoMo, abréviation de "Stochastic Mortality Models", est un outil statistique utilisé pour modéliser et projeter la mortalité. Il permet aux chercheurs et aux acteurs de l'industrie de l'assurance de créer des modèles de mortalité stochastiques en utilisant diverses approches, telles que le modèle Lee-Carter et ses variantes. StMoMo offre une flexibilité pour ajuster les modèles aux données de mortalité observées et pour projeter les tendances de mortalité futures, fournissant ainsi des informations précieuses pour la gestion des risques et la planification financière à long terme.

3.3.2.2 Demography

Le package Demography est un ensemble d'outils et de fonctions conçu pour l'analyse démographique. Il offre des méthodes pour la manipulation, la visualisation et l'analyse des données démographiques, telles que les tables de mortalité, les taux de fécondité et les migrations. Ce package est largement utilisé par les démographes, les sociologues et les économistes pour étudier les tendances de population, comprendre les modèles de fécondité et de mortalité, et évaluer l'impact des politiques publiques sur la structure de la population.

3.3.2.3 lifecontingencies

Le package lifecontingencies fournit des outils pour l'analyse des contingences de vie, notamment dans le domaine de l'assurance et des rentes. Il permet de calculer diverses mesures actuarielles telles que les valeurs actuelles et les réserves de rentes, les primes d'assurance et les probabilités de survie. Ce package est utilisé par les actuaires et les professionnels de l'assurance pour évaluer les risques financiers liés aux produits d'assurance-vie et pour prendre des décisions stratégiques en matière de tarification et de gestion des produits d'assurance.

3.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de mettre en évidence les différentes étapes et méthodes utilisées pour analyser la mortalité et estimer les valeurs actuelles probables (VAP) dans le cadre de l'assurance vie. En particulier, l'utilisation du modèle de Lee-Carter a été cruciale pour obtenir

des projections fiables des taux de mortalité futurs. Les analyses ont démontré l'importance de la modélisation précise de la mortalité, non seulement pour estimer les VAP des contrats d'assurance, mais aussi pour évaluer les implications financières de divers scénarios, y compris les chocs de mortalité.

Les résultats obtenus montrent que les tendances de mortalité projetées sont cohérentes avec les améliorations observées des conditions de vie et des soins de santé. L'espérance de vie résiduelle calculée pour la cohorte étudiée offre une perspective précieuse sur l'évolution attendue de la mortalité. Enfin, les outils et packages utilisés, tels que StMoMo, Demography, et lifecontingencies, ont été essentiels pour réaliser ces analyses complexes, démontrant la puissance et la flexibilité de R pour l'analyse actuarielle.

En conclusion, ce chapitre souligne l'importance de l'utilisation de modèles stochastiques pour la gestion des risques et la planification financière à long terme dans le domaine de l'assurance vie. Les méthodes avancées de modélisation actuarielle fournissent des informations cruciales pour anticiper les obligations financières et développer des stratégies efficaces pour les compagnies d'assurance.

Conclusion générale

Ce projet a démontré l'efficacité des méthodes avancées de modélisation actuarielle, en particulier l'utilisation du modèle de Lee-Carter, pour estimer de manière précise la mortalité future d'une cohorte spécifique d'assurés nés en 1960 en Angleterre. Grâce à l'exploitation des données de la Human Mortality Database (HMD) et à l'application de techniques de modélisation et d'actualisation adaptées, nous avons pu calculer avec rigueur la valeur actuelle probable (VAP) de produits d'assurance tels que les rentes viagères et les capitaux décès temporaires sur une période de 20 ans.

Ces estimations des obligations financières futures de l'assureur revêtent une importance capitale pour la gestion prudente et éclairée de son portefeuille d'assurance, tout en garantissant des tarifs compétitifs et équitables pour les assurés. Par ailleurs, l'analyse des conséquences d'un choc de mortalité a permis une meilleure appréhension des risques associés aux variations imprévues de la mortalité, renforçant ainsi la résilience financière des compagnies d'assurance face à des scénarios non anticipés.

En synthèse, ce projet met en lumière l'indispensable recours aux techniques actuarielles avancées pour la gestion des risques inhérents à la mortalité dans le domaine de l'assurance. En fournissant des estimations précises de la mortalité future et des obligations financières qui en découlent, ce travail contribue à assurer la stabilité financière des compagnies d'assurance tout en préservant les intérêts des assurés.

Nétographie

- [1] *Donnée démographique* [Disponible sur https://www.mortality.org/Country/Country?cntr=GBR_NP]
(consulté le 7 mai 2024)]
- [2] *MODELISATION STOCHASTIQUE* [Disponible sur <https://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/1226.nsf/8d4>]
(consulté le 10 mai 2024)]
- [3] *Notions Actuarielles* [Disponible sur <https://www.institutdesactuaire.com/>]
(consulté en novembre 2021)]
- [4] *Modèle Lee-Carter* [Disponible sur <https://www.researchgate.net/figure/Estimation-des-parametres-du>]
(consulté le 15 mai 2024)]
- [5] *Modèle Lee-Carter* [Disponible sur <https://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/1226.nsf/8d4>]
(consulté le 20 mai 2024)]
- [6] *Outils : R* [Disponible sur https://cran.r-project.org/doc/contrib/Charpentier_Dutang_actuariat_a_vec_R.pdf]
(consulté le 25 mai 2024)]

