

# Influence d'un choc des taux de mortalité sur un produit de rente viagère et de capital décès

4DS1- 4DS9 Groupe 3



**Institut du Risque  
& de l'Assurance**

Le Mans Université

**esprit**  
Se former autrement

Présentée par :

Nadine Elleuch  
Yasmine Amor  
Fatma Jammoussi  
Islem Maiti  
Siwar Najjar  
Arij Afaya  
Abir Zahra

Enseignant: Anis Mattoussi

***Lien vidéo Youtube***

- 1 Introduction
- 2 Présentation des données
  - Présentation des données
  - Visualisation des données
- 3 Modélisation : Lee-Carter
  - Définition du modèle
  - Estimation des paramètres
  - Affichage des résidus
  - Projection et affichage de la Mortalité
- 4 Valeur Actuelle Probable
  - Définition
  - VAP de la rente viagère anticipée
  - VAP du capital décès
  - VAP en utilisant les taux projetés
- 5 L'effet d'un choc de mortalité
  - Espérance de vie résiduelle de la cohorte
  - Nouvelle espérance des produits
- 6 Conclusion

# Introduction

# Introduction

Dans le secteur de l'assurance-vie et de l'actuariat, les variations des taux de mortalité sont d'une importance capitale. Les compagnies d'assurance doivent en permanence évaluer et anticiper ces variations pour proposer des produits financiers adaptés aux besoins des assurés.

## Présentation des données

# Présentation des données

Les données utilisées dans cette étude proviennent de HMD. Cette base présente des cohortes d'assurés anglais de 1980 à 2020 dont l'âge varie entre 60 et 100. Nous avons choisi de travailler sur une cohorte d'assurées anglais nées en 1960.

	1841	1842	1843	1844	1845	1846	1847	1848	1849	1850	...	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
0	486482.5	473528.1	477192.9	488249.3	497248.3	509082.3	583249.8	509367.5	516894.8	541978.0	--	724404.5	712801.0	700803.3	687277.8	696412.3	685524.3	669218.8	650496.5	638051.0	626988.5
1	444878.0	443398.4	431720.5	436631.2	440165.7	454009.2	459500.9	456105.6	462886.6	467160.2	--	723680.3	729559.7	718079.3	707503.2	703699.0	705751.9	691861.0	676999.0	661591.6	646545.8
2	410284.9	429051.6	425796.5	416837.2	422590.2	432083.9	437376.7	441838.4	439558.2	436024.7	--	710413.0	727811.9	735403.9	728311.2	713620.7	718847.9	712984.5	698158.5	680706.8	668624.8
3	396978.5	380991.5	414362.1	416825.4	409518.3	416935.7	424511.8	429353.8	432640.7	430660.2	--	702188.1	714781.2	733031.4	741225.6	731180.9	719578.5	715739.8	717688.0	707706.6	693625.6
4	362227.0	362490.3	392930.3	407340.3	410094.2	406234.3	412481.8	419916.9	429619.0	429620.0	--	705554.7	706225.6	719995.1	738341.8	748639.5	738196.2	724495.8	720513.1	726851.3	714289.9
5	388233.2	377245.2	378866.7	389657.8	402696.7	406667.5	484599.1	419552.9	417745.9	425367.5	--	688361.9	709251.2	710620.5	724392.5	742966.6	758874.0	740452.1	728758.4	723699.4	727293.6
6	388273.9	383960.8	374383.8	376568.7	369693.9	369567.9	484250.4	403889.3	410136.8	416095.3	--	668516.0	691439.7	712886.1	714540.6	728299.5	746693.6	754531.9	744120.3	733021.9	725787.3
7	378431.2	384153.6	386543.2	372513.3	375363.1	365412.2	387236.2	403522.6	404103.3	411599.5	--	648554.8	671499.1	694886.6	716717.6	718236.4	731694.3	748987.7	757885.4	750527.7	737865.8
8	372488.7	378147.5	386642.2	377815.7	371517.6	375089.1	384728.1	395494.3	401517.1	465759.5	--	639949.3	651438.8	674753.1	686403.9	726263.2	721548.8	734785.3	752585.6	765082.8	758876.1
9	369889.3	369895.7	373279.3	377686.5	375919.8	371127.4	375886.7	384442.2	394125.6	401410.3	--	615864.7	633815.1	654558.8	676158.7	701864.1	723566.2	724573.8	737648.6	751096.5	762106.6
10	359188.2	363832.5	367412.8	378787.5	375135.2	374216.5	378789.7	375269.0	364231.2	395285.7	--	607333.1	618779.9	638975.5	658062.8	681756.7	705340.2	726744.8	727481.7	738711.8	748687.2
11	353245.4	367371.9	361823.1	365126.1	368415.4	372835.4	372384.4	378439.0	375311.8	384281.2	--	628189.2	610471.0	622210.7	640773.2	661880.1	685191.2	708641.7	729886.7	727173.6	734800.0
12	348978.2	362226.9	358421.6	359886.1	362912.6	368031.3	369662.4	378494.2	369922.9	375537.7	--	638013.3	623384.5	614033.4	626123.2	644742.4	665739.0	688934.3	711877.0	733995.4	728624.1
13	342886.0	347036.2	361590.8	355481.5	367958.4	360501.7	363416.2	367166.6	360415.9	369626.8	--	652787.8	639197.3	626906.3	617906.4	629660.5	648377.6	665922.8	692173.1	706433.2	728700.4

Figure: les données importés

# Visualisation des données

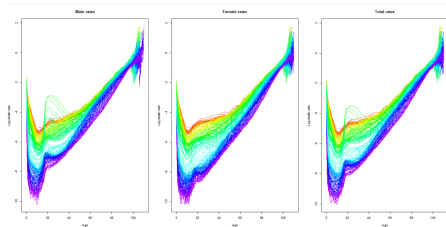


Figure : Visualisation des données 1

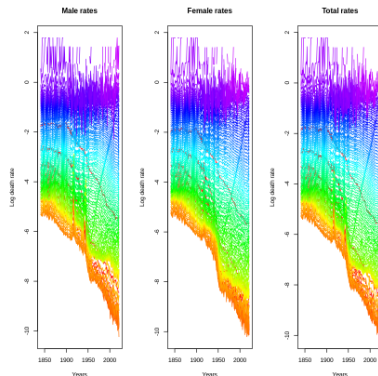


Figure : Visualisation des données 2

## Modélisation : Lee-Carter



# Définition du modèle Lee-Carter

Le modèle Lee-Carter est un modèle actuariel largement utilisé pour modéliser et projeter les taux de mortalité. Il repose sur une décomposition multiplicative des taux de mortalité en fonctions de l'âge et du temps, offrant ainsi une méthode flexible et efficace pour analyser les tendances de mortalité et estimer les paramètres de mortalité.

$$\ln(m_{xt}) = \alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \varepsilon_{xt}$$

- $m_{xt}$  : taux de mortalité à la date  $t$  pour l'âge  $x$  ;
- $\alpha_x$  : comportement moyen des  $\ln(m_{xt})$  au cours du temps ;
- $\kappa_t$  : indice d'évolution générale de la mortalité ;
- $\beta_x$  : sensibilité de la mortalité à l'âge  $x$  par rapport à l'évolution générale de la mortalité ;
- $\varepsilon_{xt}$  est un terme d'erreur supposé suivre une loi Normale  $(0, \delta_\varepsilon)$  ;

# Estimations des paramètres

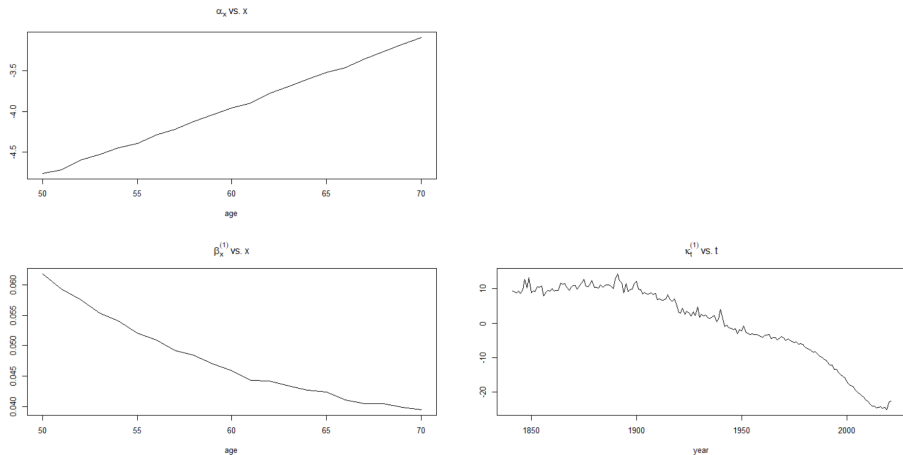
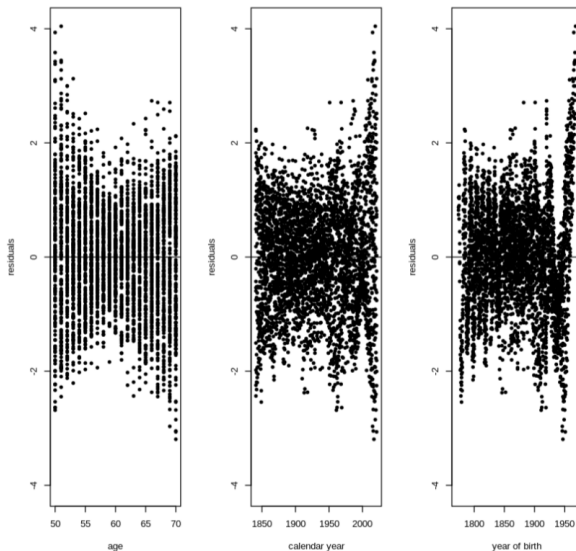


Figure: Estimations des paramètres

Choix de la plage d'âge : [50, 70]

# Affichage des résidus



# Projection de la Mortalité

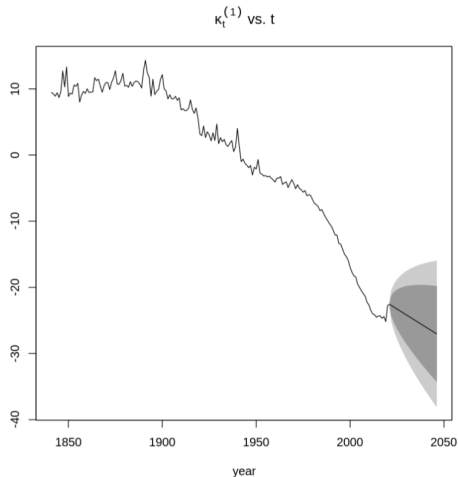


Figure: Mortalité sur 25 ans

## interprétation

Les taux de mortalité futurs sont projetés avec une incertitude indiquée par les bandes grises autour de la trajectoire centrale, la ligne noire représentant la meilleure estimation.

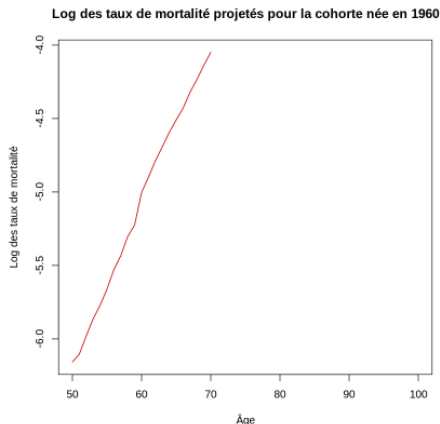
# Quantité Correspondante à la Projection Centrale

## interprétation

Les valeurs de  $\kappa_t$  sont utilisées pour estimer les futurs taux de mortalité, combinées avec les paramètres  $\alpha_x$  et  $\beta_x$ , représentant la projection centrale des taux futurs dérivés des valeurs centrales de  $\kappa_t$ .

# Affichage de la Mortalité

[1] 21



## interprétation

les taux de mortalité projetés en log pour la cohorte née en 1960, indiquant une augmentation progressive de la mortalité avec l'âge.

**Figure:** les logs des taux de mortalité projetés pour la cohorte née en 1960 à partir de 2010

## Valeur Actuelle Probable

# Définition

Pour une série de flux connus  $F_0, F_1, \dots$ , une série de conditions de paiements aléatoires  $C_0, C_1, \dots$  et un facteur d'actualisation  $0 < v < 1$  (hypothèse de constance du taux d'intérêt), la valeur actuelle des flux est

$$VA = \sum_{k=0}^{\infty} F_k v^k 1_{C_k}$$

et la valeur actuelle probable est

$$VAP = E(VA) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k v^k P(C_k)$$



# VAP de la rente viagère anticipée

Une rente viagère différée et temporaire est une série annuelle de flux de 1 euro jusqu' au décès de l' individu dont les versements ne peuvent avoir lieu qu' entre  $[s, s+t[$ .

[1] "VAP de la rente viagère anticipée : 139332.93"

Figure: VAP de la rente viagère

## interprétation

La VAP élevée implique des paiements mensuels importants, reflétant une longue espérance de vie, et est directement influencée par les taux de mortalité.

# VAP du capital décès

Un capital au décès est le versement de 1 euro en fin d'année du décès.

```
[1] "VAP du capital décès : 6949.67"
```

Figure: VAP du capital décès

## interprétation

Cette valeur reflète des taux de mortalité de 2018, suggérant que la plupart des assurés vivront plusieurs années avant qu'un paiement complet ne soit effectué.

# VAP en utilisant les taux projetés

50	0.002117554
51	0.002236075
52	0.002530024
53	0.002843116
54	0.003114990
55	0.003479338
56	0.003974870
57	0.004369879
58	0.004980408
59	0.005384580
60	0.006719913
61	0.007458192
62	0.008338765
63	0.009166450
64	0.010104917
65	0.011000068
66	0.011919992
67	0.013284624
68	0.014489137
69	0.015961560
70	0.017430446

Figure: Les taux de mortalité projetés

# VAP en utilisant les taux projetés

## Rente viagère anticipée :

"VAP de la rente viagère anticipée : 354524.38"

Figure: VAP de la rente

## Capital décès :

"VAP du capital décès : 979.03"

Figure: VAP du capital décès

## L'effet d'un choc de mortalité

# Espérance de vie résiduelle de la cohorte

[1] "Espérance de vie résiduelle à partir de 2010: 20.01"

Figure: Espérance de vie résiduelle

interprétation de la cohorte nées en 1960 à partir de l'année 2010

=> selon les taux de mortalité projetés, une personne de cette cohorte peut s'attendre à vivre environ 20 années supplémentaires à partir de 2010.

# Comparaison de l'espérance de vie résiduelle et celle de la vie périodique

[1] "Espérance de vie périodique en 2010: 78.85"

Figure: Espérance de vie périodique

## interprétation

- **Espérance de vie résiduelle (cohorte nées en 1960):** elle intègre les projections des taux de mortalité futurs, reflétant les changements dynamiques dans la mortalité.
- **Espérance de vie périodique (basée sur les taux de mortalité en 2010):** elle est statique et suppose que ces taux restent constants tout au long de la vie des individus.

# Espérance de vie de la cohorte après le choc de mortalité

"Nouvelle espérance de vie résiduelle avec choc de mortalité à partir de 2020: 19.98"

Figure: Espérance avec choc de mortalité à partir de 2020 à 2025

## interprétation

Malgré une augmentation des taux de mortalité de 20% entre 2020 et 2025, l'impact sur l'espérance de vie résiduelle est limité.

=> Une résilience notable de la population face à ce choc.



# VAP des produits

```
[1] "VAP de la rente viagère anticipée avec choc de mortalité: 38793.65"  
[1] "VAP du capital décès avec choc de mortalité: 988.52"
```

Figure: VAP des produits

## VAP de la rente viagère anticipée :

- Valeur élevée
- Sécurité financière à long terme
- Attrait de la rente viagère malgré l'augmentation des taux de mortalité

## VAP du capital décès

- Valeur basse
- Paiement unique : nature du capital décès
- Impact financier limité même avec augmentation des risques de décès

# Comparaison des VAPs

	<b>Rente viagère</b>	<b>Capital décès</b>
<b>Les taux de 2018</b>	139332.93	6949.67
<b>Les taux projetés</b>	354524.38	979.03
<b>Les taux de mortalité de 20%</b>	38793.65	988.52

Table: Comparaison des résultats des VAPs

# Conclusion

# Conclusion

Notre étude souligne l'impact crucial des variations des taux de mortalité sur l'évaluation des produits d'assurance vie, notamment la rente viagère anticipée et le capital décès. L'utilisation d'outils actuariels avancés, comme le modèle de Lee-Carter, permet aux assureurs d'ajuster leurs produits pour assurer leur viabilité financière à long terme.

# Merci de votre attention !