

# Rapport sur l'Amélioration du Recensement à Béni Mellal via le Problème du Postier Chinois

BELFATHI Yassir - BENAÏSSA Abderrahim - BOUFNICHEL Abir

5 mars 2025

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Objectif</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Importance du Recensement</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Contraintes Intégrées dans la Modélisation</b>	<b>2</b>
4.1	Contraintes de Couverture et de Priorité des Segments . . . . .	2
4.2	Contraintes d'Équilibre de Flux . . . . .	2
4.3	Contrainte de Parité . . . . .	3
4.4	Contraintes Budgétaires et de Ressources . . . . .	3
4.5	Contrainte de Départ/Arrivée . . . . .	3
<b>5</b>	<b>Présentation du Problème du Postier Chinois</b>	<b>3</b>
<b>6</b>	<b>Modélisation Mathématique Complète</b>	<b>3</b>
6.1	Indices et Paramètres . . . . .	3
6.2	Variables de Décision . . . . .	4
6.3	Fonction Objectif . . . . .	4
6.4	Contraintes . . . . .	4
<b>7</b>	<b>Avancement Réalisé</b>	<b>4</b>
<b>8</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>5</b>

# 1 Introduction

Ce rapport présente une enquête sur l'amélioration du recensement à Béni Mellal. Nous proposons de modéliser le problème en utilisant le **problème du postier chinois** afin d'optimiser la tournée de recensement. Cette approche vise à couvrir l'ensemble des segments de routes en minimisant la distance parcourue, tout en respectant diverses contraintes (budgétaires, temporelles et de priorité).

## 2 Objectif

L'objectif général du projet est d'optimiser la couverture du recensement en concevant une tournée efficace qui parcourt l'ensemble des segments de route des quartiers ciblés de Béni Mellal.

- **Optimisation du recensement** : Améliorer l'efficacité de la collecte des données.
- **Modélisation logistique** : Utiliser le problème du postier chinois pour minimiser la distance, le coût et le temps.
- **Analyse de faisabilité** : Évaluer la pertinence du modèle et identifier les contraintes opérationnelles.

## 3 Importance du Recensement

Un recensement précis est essentiel pour :

- **Planification urbaine** : Optimiser l'allocation des ressources publiques (santé, éducation, infrastructures).
- **Suivi démographique** : Comprendre l'évolution de la population pour anticiper les besoins futurs.
- **Investissements socio-économiques** : Orienter les décisions d'investissement pour réduire les inégalités et améliorer l'accès aux services.

## 4 Contraintes Intégrées dans la Modélisation

La modélisation par le problème du postier chinois intègre plusieurs contraintes directement liées à la fonction objectif et aux ressources disponibles.

### 4.1 Contraintes de Couverture et de Priorité des Segments

Chaque segment (arête) doit être parcouru au moins une fois, avec une possible augmentation de la fréquence pour les segments en zone dense ou stratégique :

$$x_{ij} \geq \pi_{ij} \quad \forall (i, j) \in E,$$

où  $\pi_{ij}$  représente le niveau de priorité (pour un segment standard,  $\pi_{ij} = 1$  ; pour un segment prioritaire,  $\pi_{ij} > 1$ ).

### 4.2 Contraintes d'Équilibre de Flux

Pour chaque nœud  $i \in V$ , le nombre de sorties doit être égal au nombre d'entrées :

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = \sum_{j \in V} x_{ji} \quad \forall i \in V.$$

### 4.3 Contrainte de Parité

Afin d'obtenir une tournée fermée (circuit eulérien), le nombre total de passages par nœud doit être pair :

$$\left( \sum_{j \in V} x_{ij} \right) \bmod 2 = 0 \quad \forall i \in V.$$

Cette contrainte est souvent traitée lors d'un prétraitement pour « mettre en eulérisation » le graphe.

### 4.4 Contraintes Budgétaires et de Ressources

- **Contrainte budgétaire** : Le coût total ne doit pas dépasser le budget  $B$  alloué :

$$\sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \leq B.$$

- **Contrainte de ressources temporelles** : Le temps total de la tournée doit respecter la limite  $T$  :

$$\sum_{(i,j) \in E} t_{ij} x_{ij} \leq T.$$

### 4.5 Contrainte de Départ/Arrivée

La tournée doit débuter et se terminer au même point  $r$  (le dépôt), garantissant ainsi un circuit fermé.

## 5 Présentation du Problème du Postier Chinois

Le problème du postier chinois consiste à trouver un circuit fermé qui parcourt chaque arête d'un graphe au moins une fois, tout en minimisant le coût total (souvent exprimé en distance ou en temps).

- **Graphe Eulérien** : Si chaque nœud possède un degré pair, une tournée fermée existe naturellement.
- **Graphe Non Eulérien** : Si certains nœuds ont un degré impair, des arêtes supplémentaires (dupliquées) doivent être ajoutées pour obtenir un circuit fermé optimal.

## 6 Modélisation Mathématique Complète

### 6.1 Indices et Paramètres

- $V$  : Ensemble des nœuds (intersections).
- $E$  : Ensemble des arêtes (segments de route).
- Pour chaque arête  $(i, j) \in E$  :
  - $d_{ij}$  : Distance ou coût de parcours.
  - $c_{ij}$  : Coût financier associé.
  - $t_{ij}$  : Temps nécessaire pour parcourir l'arête.
  - $\pi_{ij}$  : Niveau de priorité (nombre minimal de traversées requises). Pour un segment standard,  $\pi_{ij} = 1$  ; pour un segment prioritaire,  $\pi_{ij} > 1$ .
- $B$  : Budget maximum alloué.
- $T$  : Temps total disponible.
- $r \in V$  : Point de départ et d'arrivée (le dépôt).

## 6.2 Variables de Décision

Pour chaque arête  $(i, j) \in E$ , nous définissons :

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}^+,$$

où  $x_{ij}$  représente le nombre de fois que l'arête  $(i, j)$  est parcourue dans la tournée.

## 6.3 Fonction Objectif

L'objectif est de minimiser la distance totale parcourue :

$$\text{Minimiser } Z = \sum_{(i,j) \in E} d_{ij} x_{ij}.$$

*Remarque* : La fonction objectif peut être étendue pour intégrer d'autres coûts (financier, temporel) par une pondération appropriée.

## 6.4 Contraintes

### 1. Couverture et Priorité des Segments :

$$x_{ij} \geq \pi_{ij} \quad \forall (i, j) \in E.$$

### 2. Conservation de Flux : Pour chaque nœud $i \in V$ ,

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = \sum_{j \in V} x_{ji}.$$

### 3. Parité pour la Tournée Fermée :

$$\left( \sum_{j \in V} x_{ij} \right) \bmod 2 = 0 \quad \forall i \in V.$$

### 4. Départ/Arrivée : La tournée doit former un circuit fermé incluant le nœud $r$ .

### 5. Contrainte Budgétaire :

$$\sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \leq B.$$

### 6. Contrainte de Ressources (Temps) :

$$\sum_{(i,j) \in E} t_{ij} x_{ij} \leq T.$$

### 7. Contraintes de Domaine :

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall (i, j) \in E.$$

## 7 Avancement Réalisé

- **Collecte de Données** : Les coordonnées GPS des intersections dans divers quartiers de Béni Mellal ont été collectées et vérifiées.
- **Première Modélisation du Réseau** : Le réseau a été représenté sous forme de graphe, avec pour chaque arête les informations sur la distance, le coût financier et le temps de parcours, ainsi que le niveau de priorité.
- **Simulation Préliminaire** : Un prototype a été développé en utilisant Python et la bibliothèque `NetworkX` afin d'appliquer l'algorithme du postier chinois sur un sous-ensemble du réseau.
- **Tests et Validation** : Des simulations ont permis de vérifier la couverture complète du réseau et la cohérence de la solution par rapport aux contraintes définies.

## 8 Conclusion et Perspectives

Ce rapport présente une première approche de l’optimisation du recensement à Béni Mellal via le problème du postier chinois. La modélisation mathématique intègre :

- La minimisation de la distance totale parcourue.
- La couverture complète des segments avec une priorité adaptée.
- Les contraintes d’équilibre de flux, budgétaires et de ressources temporelles.

Cette approche, bien que simplifiée, pose les bases d’un modèle réaliste en logistique. Les prochaines étapes consisteront à affiner le modèle, à intégrer d’éventuelles contraintes supplémentaires (telles que les restrictions de circulation) et à réaliser une validation sur le terrain.