

一、教學與研究路徑規劃

1. 幾何基礎建立

- 目標：讓學生先具備幾何問題分析與常見輔助線繪製的基礎能力。
- 內容建議：
 - 回顧國中幾何核心概念：三角形、四邊形、圓、相似、全等、勾股定理等。
 - 常見輔助線做法：如補形法（補出矩形、補出平行四邊形）、輔助圓、輔助高、輔助角平分線等。
 - 練習：由淺入深，針對課本或競賽題目中常見的「加輔助線」解法進行分析與討論，讓學生理解輔助線在幾何證明、計算、作圖中的作用。

2. 幾何問題數位化與工具操作

- 目標：讓學生能夠使用電腦幾何工具，並為日後 AI 訓練或測試做好資料準備。
- 內容建議：
 - 幾何繪圖工具：例如 GeoGebra、Desmos（主要用於函數圖形，但也有幾何功能）等。學習如何動態繪製圖形、標註角度、長度、標記輔助線位置等。
 - 基本程式語言與資料格式：
 - Python基礎（若將來要進一步使用深度學習或機器學習套件）。
 - JSON、CSV 等資料儲存格式，以及簡單的圖檔標註（例如在幾何圖中記錄座標點）。
 - 收集與整理題目：從現有的幾何習題或競賽題中，整理可以「加輔助線解法」的題目，留存為未來 AI 訓練測試用的 Dataset。

3. 基礎 AI / ML 觀念

- 目標：讓學生理解「機器學習 (ML)」、「深度學習 (DL)」、「符號式推理」與「混合式」方法在幾何領域的可能性與局限性。
- 內容建議：
 - 機器學習基本原理：分類、回歸、訓練、測試、評估、overfitting 等基礎概念。
 - 深度學習與神經網路：簡要介紹 CNN、RNN、Transformer 等。
 - 符號式 AI (Symbolic AI) 和 幾何定理證明系統：傳統幾何定理證明程式（如Coq、Isabelle、Geo等工具）的特色與流程。
 - 混合式 AI：透過符號推理 + 神經網路，近年來有研究開始嘗試幾何問題的自動解題和自動標記。

4. 幾何 AI 專題實作規劃

- 目標：選擇合適的技術路線，做一個「AI 輔助劃輔助線」或「AI 輔助解幾何題」的原型。

- 可能路線與方式

:

1. 基於圖像的模型 (Vision-Based)

- 用影像（題目掃描圖 or 數位幾何圖）做輸入，AI 推斷需要在哪裡加輔助線。
- 難度較高，需大量資料集，且標記方式繁複。

2. 基於符號和參數 (Symbolic / Parametric)

- 透過程式碼（如 Python + sympy.geometry 或者 GeoGebra 的 API）將幾何圖形轉成參數化描述，再以規則或 ML 演算法尋找輔助線。
- 難度適中，有一定可操作性，也較易評估結果正確性。

3. 混合式

- 利用自然語言模型（如 GPT 類）與幾何約束解題引擎結合，嘗試辨識問題敘述並給出可能的輔助線繪製建議。
- 需要良好的 prompt 設計與幾何問題的表示方式。

5. 資料蒐集與論文撰寫

- 目標：讓學生了解研究方法、數據分析，以及如何撰寫研究報告或論文。

- 內容建議

:

- 資料標記與蒐集：如何設計自己的數據集（輸入 = 幾何題描述/圖形，輸出 = 輔助線資訊）。
- 實驗設計

:

- 若要訓練簡易的模型，需要多少筆資料？如何分割訓練集/驗證集/測試集？
- 評估指標（Accuracy / Precision / Recall 之類），或者是否採用人類專家評分？

- 結果分析：訓練模型後可嘗試在新題目上測試，記錄成功率與失敗原因。
- 撰寫報告

:

- 前言（研究動機與背景）
- 文獻回顧（列舉幾何定理證明或AI在幾何領域的相關工作）
- 方法（實驗步驟、演算法、資料處理）
- 結果與討論（評估指標、案例分析）
- 結論（未來可行的改進或研究方向）

二、如何向研究機構 / Deep Research 提問，獲得深入、完整的研究報告

要取得最深入且完整的研究與報告，核心在於提出**明確且有上下文**的問題，同時清楚表達研究目標、需求以及目前已掌握的資源與知識背景。以下為可參考的提問或需求描述架構：

1. 研究動機與目標

- 示例：「我們想要讓國中生在幾何輔助線的學習上，結合 AI 技術，以自動或半自動的方式協助找出解題所需的關鍵輔助線。想了解目前在 AI 與幾何結合的最新研究成果與方法。」

2. 預期研究範疇與使用者背景

- 你要告訴研究機構：「這是給國中生的專案，他們對幾何較有天分但對程式與 AI 了解有限。我們希望能搭建一個難度適合的原型教學系統或模型。」
- 這有助於研究機構了解「程度與需求」，給出適切的建議（如先進的論文、基礎的教學方案或者介面簡單的工具）。

3. 已知技術條件或資源

- 若已有蒐集一定數量的幾何題目、圖形資料集、標記系統或 Python 基礎程式能力等，可以列出。
- 示例：「我們已經有 200 道國中幾何題目的圖檔，並且用 GeoGebra 進行了部分輔助線標記，希望利用這些資料來訓練簡易的 ML 模型。」

4. 研究問題或假設

- 想要驗證或探索哪些方向？
- 示例：
 - 「針對三角形類型的題目，是否可以自動偵測外接圓、內接圓或其他常見輔助線？」
 - 「能否利用類似 Transformer 的 NLP 模型來理解文字敘述並生成輔助線？」
 - 「我們想比較符號式方法與深度學習方法在輔助線標定上的準確度與可行性。」

5. 希望得到的研究成果形式

- 論文整理？技術報告？實作指導？演算法細節？程式範例？
- 示例：「希望獲得一份包含技術文獻、現有研究成果整理、適合國中生的教學建議，以及未來可以繼續精進的方向的完整研究報告。」

6. 具體問題範例

- 「目前國際上最主要的自動幾何證明系統有哪些？各有何優勢與缺點？」
- 「若想要在 GeoGebra 上自行開發輔助線偵測外掛，需要學習哪些 API 或演算法？」
- 「我們的標記資料量約 200~500 題，是否足以做基本的機器學習模型？如果不足，建議的增量方式與標記策略是什麼？」
- 「有無相關研究或公開資料庫可用於參照或模型微調（Fine-tuning）？」

三、小結與建議

1. **漸進式培養學生能力**：先鞏固幾何與輔助線概念，結合數位工具與簡單程式應用，最後再引入 AI 元素，避免直接進入複雜的深度學習領域讓學生一開始就無法負荷。
2. **選擇合適的研究角度**：幾何問題與輔助線非常廣泛，不一定要一步到位做全自動。可先從半自動的「AI 問題提示」或「AI 助教」功能做實驗。
3. **釐清研究機構 / Deep Research 的角色**：清楚告訴他們你的研究框架、初始資源與目標，並提出聚焦且有深度的問題，有助於他們提供更專業、完善的回覆。

4. **逐步累積數據與迭代**：幾何 AI 需求標記資料的品質與數量都很重要。可持續擴充題庫，或公開徵集其他教師、學生的數據與解題經驗，提升模型可用度。
5. **保持教學與研究平衡**：因為目標群體是國中生，過度偏理論或程式細節會削弱他們的學習興趣。適度地以專題競賽、模型 Demo、互動教學等形式引導學生，更能保持動力並達成研究目的。