

图论

主讲：肖臻

二部图检测

- 教材的相关章节
 - Algorithm Design, Chap3.4, 英文版p94
- 基于无向图的BFS
 - 注意图可能是不连通的，要对每个连通分量分别做BFS
 - 输入数据中，如果把图中的边按任意方向当作有向边来处理，是否正确？
 - 蝴蝶分类：比普通二部图多了连接同一类之间的边
 - 如果做DFS而不是BFS，可以吗？
- 二部图检测可以用前面讲过的带偏移量的并查集来解

编程实现的技巧

- 两类节点分别用0和1表示，两类边也用bool变量表示，然后用异或操作计算节点的类别
 - $\{0, 1\} \wedge 0$ 不变， $\{0, 1\} \wedge 1$ 正好相反
 - 还要用一个visited数组记录节点是否被访问过
 - 注意访问后要及时赋值：visited[i] = true;
- 或者节点和边的类型都用-1和1表示，然后用普通乘法来计算
 - $\{-1, 1\} * 1$ 不变， $\{-1, 1\} * (-1)$ 正好相反
 - 没有访问过的节点赋值为0，这样可以省去visited数组
- 所有这些技巧都可以不用，就用if-else判断就行
 - 定义一个函数bool cal_color(bool type, bool color) {...}

拓扑排序

- 教材的相关章节
 - Algorithm Design, Chap3.6, 英文版p99
 - 基于反复删除入度为0的节点
 - Intro to Algo, 2nd edition, Chap22.4, 英文版p549
 - 基于DFS的post-order traversal, 等价于反复删除出度为0的sink节点, 所以产生的是拓扑逆序
- 记录输出节点的顺序
 - 可以直接输出产生的节点, 或者用数组记录原图中每个节点在拓扑序列中的位置
 - 两种拓扑排序方法分别对应cur_label递增或递减
 - 最后扫描一遍即可产生拓扑顺序: $a[\text{pos}[i]] = i;$

图的环检测

- 有向无环图
 - 最多有多少条边？无向无环图呢？
- 有向图中的环检测
 - Algorithm Design, Chap3, Ex3
 - 两种拓扑排序算法分别对应了两种检测环的方法
- 无向图中如何进行环检测？
 - Algorithm Design, Chap3, Ex2
- 2015年研究生算法课期末试题
 - 设 G 是任意一个有向无环图（即DAG）。图 G 的拓扑排序是唯一的当且仅当该图是半连通的：任给 G 中的两个顶点 u 和 v ，要么 u 可达 v ，要么 v 可达 u 。