

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

дисциплина: Математическое моделирование

Преподаватель: Кулябов Дмитрий Сергеевич

Студент: Бронникова Де Менезеш Эвелина

Группа: НФИбд-01-19

МОСКВА

2022 г.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Выполнить задания о «погоне» включая задания соответствующего варианта - 5.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Обозначение	Значение
$k = s$	Расстояние лодки браконьеров от катера (км)
v	Скорость лодки браконьеров
t_0	Момент обнаружения лодки браконьеров

Обозначение	Значение
x_0	Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки
$x_{л0}$	Точка обнаружения лодки браконьеров
v_r	Радиальная скорость. Скорость, с которой катер удаляется от полюса
v_τ	Тангенциальная скорость
r	Полярная ось
θ	Полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров
x	Расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задания

1

1. Провести аналогичные рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз (значение n задайте самостоятельно).

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров.

Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в $n=3$ раза больше скорости браконьерской лодки.

Устанавливаем, что $t_0=0$, $x_{л0}=0$ и $x_{k0} = k$.

Вводим полярные координаты, считая, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($\theta = x_{л0} = 0$), r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$), в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как:

$$\text{1-й случай) } t = \frac{x}{v} \text{ или } t = \frac{k-x}{3v}$$

$$\text{2-ой случай) } t = \frac{x}{v} \text{ или } t = \frac{k+x}{3v}$$

Так как время одно и то же, неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$1) \frac{x}{v} = \frac{k-x}{3v}$$

$$2) \frac{x}{v} = \frac{k+x}{3v}$$

Отсюда мы найдем два значения

$$x_1 = \frac{k}{4} \text{ и } x_2 = \frac{k}{2}.$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v .

Для этого скорость катера раскладывается на две составляющие:

v_r и v_τ . Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$.

Нам

нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v = \frac{dr}{dt}$.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$.

Таким образом можно получить:

$$v_\tau = \sqrt{9v^2 - v^2} = \sqrt{8}v = 2\sqrt{2}v$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} v = \frac{dr}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} = 2\sqrt{2}v \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из системы производную по t получаем следующее уравнение:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r}{2\sqrt{2}}$$

При решении, которого, получим траекторию движения катера в полярных координатах.

2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев. (Задайте самостоятельно начальные значения)

Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

Пусть

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = 8 \end{cases}$$

1)

Код в Scilab

```
s=8; // начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*pi/4;

//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
dr=r/(2*sqrt(2));
endfunction;

//начальные условия в случае 1
r0=s/4;
tetha0=0;
tetha=0:0.01:2*pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
xt=tan(fi)*t;
endfunction

t=0:1:15;

polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории движения катера в полярных координатах
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

2)

Код в Scilab

```

s=8; // начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*pi/4;

//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
dr=r/(2*sqrt(2));
endfunction;

//начальные условия в случае 2
r0=s/2;
tetha0=-%pi;
tetha=0:0.01:2*pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

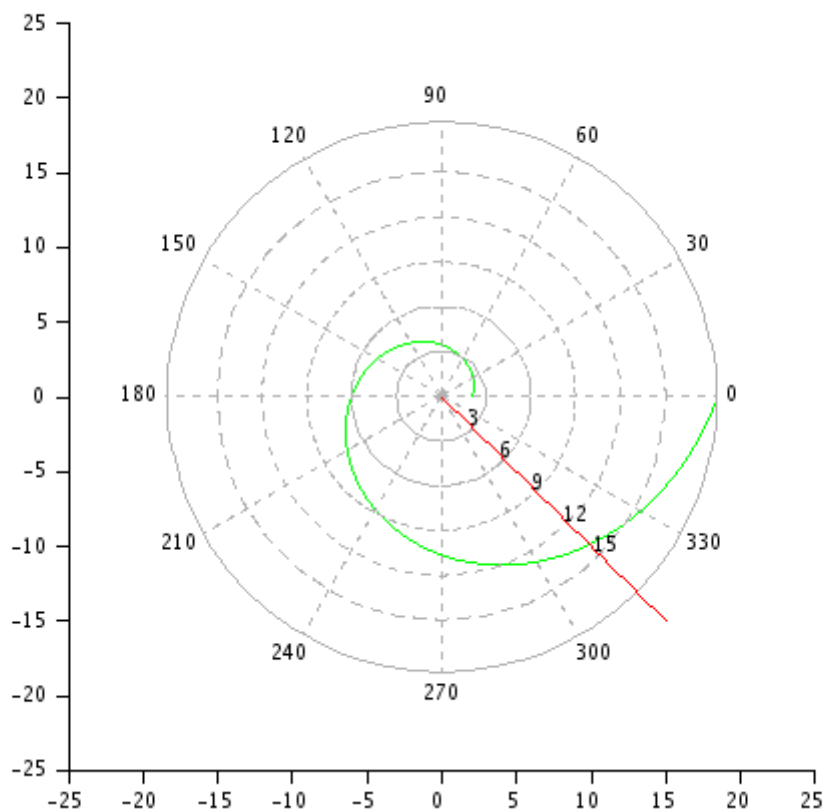
//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
xt=tan(fi)*t;
endfunction

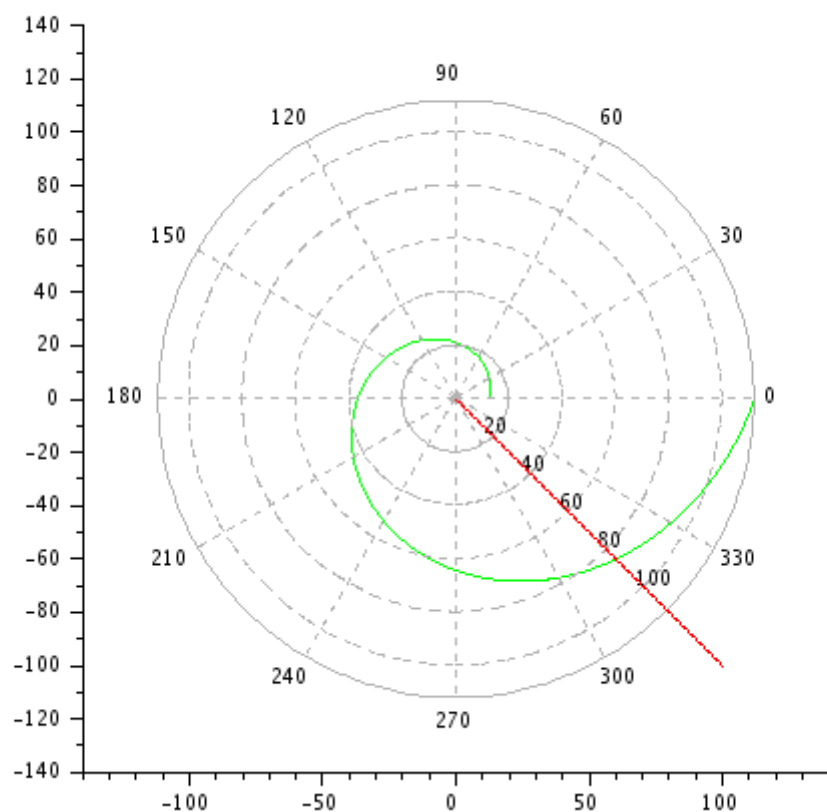
t=0:1:100;

polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории движения катера в полярных координатах
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));

```

Исходя из результатов видных на графике, можно сказать, что получили относительную точку пересечения катера и лодки для 1 случая - $(12, 315^\circ)$ (Рис. 1.1), а для второго $(70, 315^\circ)$ (Рис. 1.2).





2

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6,2 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

$$k = 6,2$$

$$v_k = 2,5v$$

$$1) t = \frac{x}{v} \text{ или } t = \frac{k-x}{2,5v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{2,5v} \implies x_1 = \frac{k}{3,5v}$$

$$2) t = \frac{x}{v} \text{ или } t = \frac{k+x}{2,5v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{2,5v} \implies x_2 = \frac{k}{1,5v}$$

$$v_{\tau} = \sqrt{\frac{25}{4}v^2 - v^2} = \frac{\sqrt{21}}{2}v$$

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{2r}{\sqrt{21}}$$

$$\begin{cases} v = \frac{dr}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{\sqrt{21}}{2}v \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

1)

Код в Scilab

```
s=6.2; // начальное расстояние от лодки до катера
fi=2*pi/3;
```

```
//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
dr=(2*r)/sqrt(21);
endfunction;
```

```
//начальные условия в случае 1
r0=s/3.5;
tetha0=0;
tetha=0:0.01:2*pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
```

```
//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
xt=tan(fi)*t;
endfunction
```

```
t=0:1:20;
```

```
polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории движения катера в полярных координатах
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

2)

Код в Scilab

```
s=6.2;// начальное расстояние от лодки до катера
fi=2*pi/3;
```

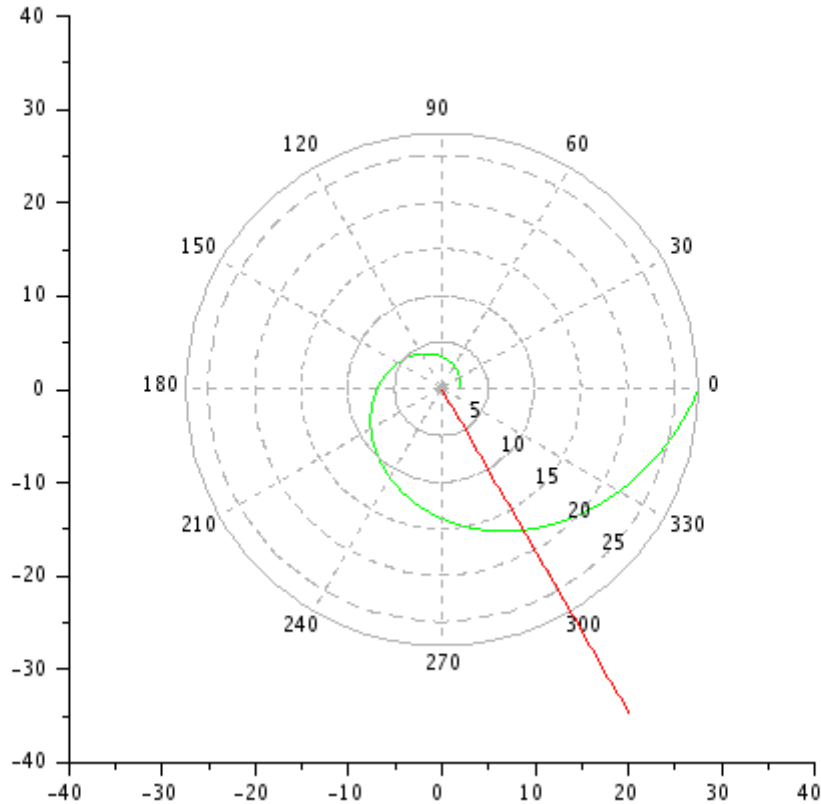
```
//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
dr=(r*2)/sqrt(21);
endfunction;
```

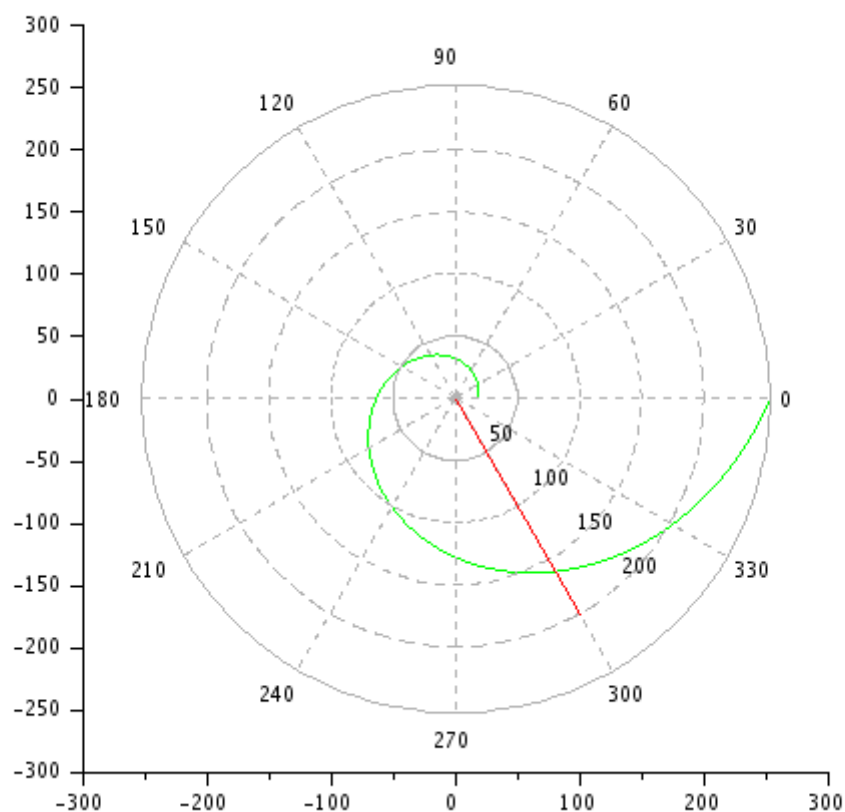
```
//начальные условия в случае 2
r0=s/1.5;
tetha0=-%pi;
tetha=0:0.01:2*pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
```

```
//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
xt=tan(fi)*t;
endfunction
```

```
t=0:1:100;
```

```
polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории движения катера в полярных координатах
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```





3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

Исходя из результатов видных на графике (Рис. 2.1 для первого и Рис. 2.2 для второго), можно сказать, что получили относительную точку пересечения катера и лодки для 1 случая - ($20, 315^\circ$), а для второго ($200, 315^\circ$).

ВЫВОД

В ходе выполнения работы были решены требуемые задачи о «погоне».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[Кулябов Д.С. Лабораторная работа № 2. - 4 с.](Лабораторная работа № 2)

[Кулябов Д.С. Задания к лабораторной работе № 2 (по вариантам). - 28 с.](Задания к лабораторной работе № 2)