

Отчёт по лабораторной работе №8

Вариант 5

Бронникова де Менезеш Эвелина

Содержание

1	Цель работы	1
2	Задание.....	1
3	Теоретическое введение	2
3.1	Модель конкуренции двух фирм	2
4	Выполнение лабораторной работы.....	7
5	Выводы.....	9
6	Библиография.....	9

1 Цель работы

Ознакомиться с моделью конкуренции двух фирм, используя программу OpenModelica.

2 Задание

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}_1^2 N q}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \widetilde{p}_2^2 N q}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}_1^2 \tau_2^2 \widetilde{p}_2^2 N q}$, $c_1 = \frac{p_{cr} - \widetilde{p}_1}{\tau_1 \widetilde{p}_1}$, $c_2 = \frac{p_{cr} - \widetilde{p}_2}{\tau_2 \widetilde{p}_2}$.

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0,0014 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами: $M_0^1 = 2.2$, $M_0^2 = 1.5$, $p_{cr} = 17$, $N = 20$, $q = 1$, $\tau_1 = 13$, $\tau_2 = 16$, $\widetilde{p}_1 = 10$, $\widetilde{p}_2 = 8$

Замечание: Значения p_{cr} , $\widetilde{p}_{1,2}$, N указаны в тысячах единиц, а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц.

Обозначения: N – число потребителей производимого продукта. τ – длительность производственного цикла p – рыночная цена товара \widetilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции. q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени $\theta = \frac{t}{c_1}$ – безразмерное время

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.¹

3 Теоретическое введение

3.1 Модель конкуренции двух фирм

Модель одной фирмы Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы,

¹ Кулябов Д.С. Задания к лабораторной работе № 8 (по вариантам). - 106 с.

производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют. Обозначим: N – число потребителей производимого продукта. S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения. M – оборотные средства предприятия τ – длительность производственного цикла p – рыночная цена товара \tilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции. δ – доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек. k – постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p . Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени. Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}} \right)$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr} = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения. Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \left(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) \right)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ . При заданном M уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво. В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) = 0$$

Из (4) следует, что равновесное значение цены p равно

$$p = p_{cr} \left(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq} \right)$$

Уравнение (2) с учетом (5) приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = M \frac{\delta}{\tau} \left(\frac{p_{cr}}{\tilde{p}} - 1 \right) - M^2 \left(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}Nq} \right)^2 \frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Уравнение (6) имеет два стационарных решения, соответствующих условию $dM/dt = 0$:

$$\widetilde{M}_{1,2} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq \left(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}} \right) \tilde{p} \frac{\tau}{\delta}, b = kNq \frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b \ll a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При $b \ll a$ стационарные значения M равны

$$\widetilde{M}_+ = Nq \frac{\tau}{\delta} \left(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}} \right) \tilde{p}, \widetilde{M}_- = k\tilde{p} \frac{\tau}{\delta(p_{cr}\tilde{p})}$$

Первое состояние \widetilde{M}_+ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \widetilde{M}_- неустойчиво, так, что при $M < \widetilde{M}_-$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу \widetilde{M}_- соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок. В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta = 1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

Конкуренция двух фирм

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная

борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

$$\begin{aligned}\frac{M_1}{dt} &= -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - k_1 \\ \frac{M_2}{dt} &= -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - k_2\end{aligned}$$

\$\$\$ \begin{equation} \end{equation} \$\$\$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины N_1 и N_2 – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы. Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p . Тогда

$$\begin{aligned}\frac{M_1}{\tau_1 \widetilde{p}_1} &= N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \\ \frac{M_2}{\tau_2 \widetilde{p}_2} &= N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)\end{aligned}$$

\$\$\$ \begin{equation} \end{equation} \$\$\$

где \widetilde{p}_1 и \widetilde{p}_2 – себестоимости товаров в первой и второй фирме. С учетом (10) представим (11) в виде

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= -\frac{M_1}{\tau_1} \left(1 - \frac{p}{\widetilde{p}_1}\right) - k_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= -\frac{M_2}{\tau_2} \left(1 - \frac{p}{\widetilde{p}_2}\right) - k_2\end{aligned}$$

\$\$\$ \begin{equation} \end{equation} \$\$\$

Уравнение для цены, по аналогии с (3),

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma \left(\frac{M_1}{\tau_1 \widetilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \widetilde{p}_2} - Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right)$$

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma \left(\frac{M_1}{\tau_1 \widetilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \widetilde{p}_2} - Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right)$$

Подставив (14) в (12) имеем:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= c_1 M_1 - b M_1 M_2 - a_1 M_1^2 - k_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= c_2 M_2 - b M_1 M_2 - a_2 M_2^2 - k_2\end{aligned}$$

\$\$\$ \begin{equation} \end{equation} \$\$\$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}_1^2 N q}, a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \widetilde{p}_2^2 N q}, b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}_1^2 \tau_2^2 \widetilde{p}_2^2 N q}, c_1 = \frac{p_{cr} - \widetilde{p}_1}{\tau_1 \widetilde{p}_1}, c_2 = \frac{p_{cr} - \widetilde{p}_2}{\tau_2 \widetilde{p}_2}$$

Исследуем систему (15) в случае, когда постоянные издержки (k_1, k_2) пренебрежимо малы. И введем нормировку $t = c_1 \theta$. Получим следующую систему:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

\$\$\$ \begin{equation} \end{equation} \$\$\$

Чтобы решить систему (17) необходимо знать начальные условия.

Замечание: Необходимо учесть, что значения $p_{cr}, \widetilde{p}_{1,2}, N$ указаны в тысячах единиц (например $N = 10$ - означает 10 000 потенциальных потребителей), а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц.

Случай 2 Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + x \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

\$\$\$ \begin{equation} \end{equation} \$\$\$

Замечание: Стоит отметить, что рассматривается упрощенная модель, которая дает модельное решение. В реальности факторов, влияющих на динамику изменения оборотных средств предприятий, больше.²

4 Выполнение лабораторной работы

1. Написание программы с необходимыми условиями в OpenModelica

```
1 model conc
2   parameter Real M10 = 2.2;
3   parameter Real M20 = 1.5;
4   parameter Real p_cr= 17; //критическая стоимость продукта
5   parameter Real tau1= 13; // длительность производственного цикла фирмы 1
6   parameter Real tau2= 16; // длительность производственного цикла фирмы 2
7   parameter Real p1 = 10; // себестоимость продукта у фирмы 1
8   parameter Real p2 = 8; // себестоимость продукта у фирмы 2
9   parameter Real N = 20; // число потребителей производимого продукта.
10  parameter Real q = 1; // максимальная потребность одного человека в продукте в
    единицу времени
11
12  Real M1 (start = M10);
13  Real M2 (start = M20);
14  Real a1=p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
15  Real a2=p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
16  Real b=p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
17  Real c1=(p_cr-p1)/(tau1*p1);
18  Real c2=(p_cr-p2)/(tau2*p2);
```

Figure 1: Программа в OpenModelica (параметры)

```
20 equation
21 //case 1
22   der(M1) = M1-(b/c1)*M1*M2-(a1/c1)*M1*M1;
23   der(M2) = (c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;
24 //case 2
25 // der(M1) = M1-( (b/c1)+0.0014)*M1*M2-(a1/c1)*M1*M1;
26 // der(M2) = (c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;
27 end conc;
```

Figure 2: Программа в OpenModelica (система уравнений)

•

1. Построение графика изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.

² Кулябов Д.С. Лабораторная работа № 8. - 7 с.

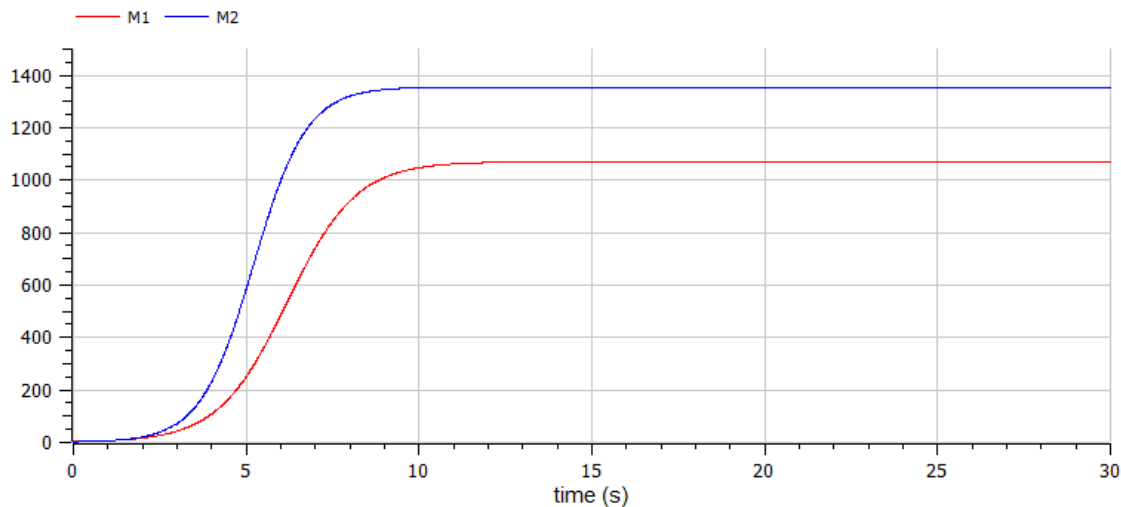


Figure 3: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1

По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется. В данном случае наибольший объем продаж у фирмы 2.

•

2. Построение графика изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

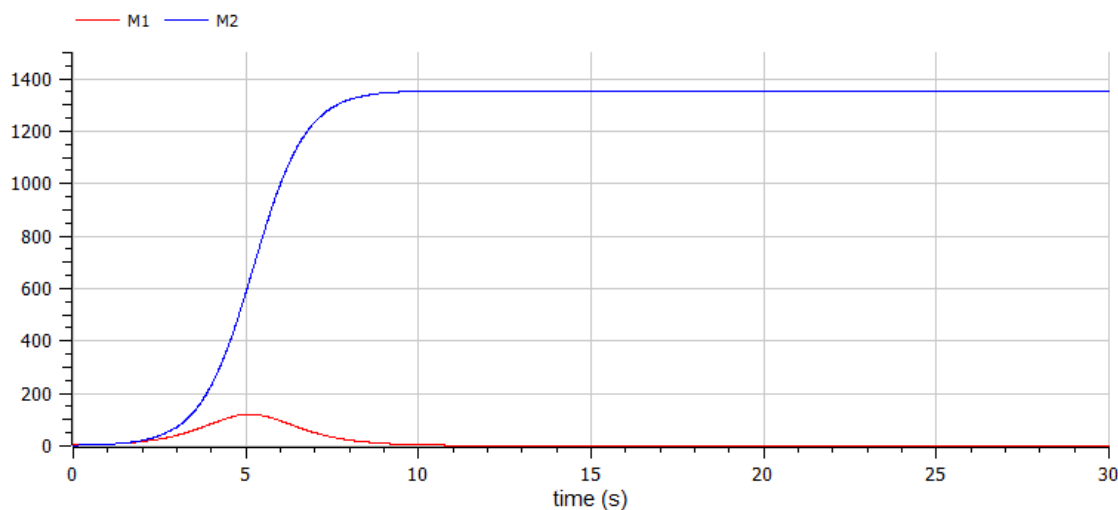


Figure 4: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

По графику видно, что также, как и в первом случае фирма 2 достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением.

Однако первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, который является меньшим значением по сравнению с первым графиком, начинает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство.

5 Выводы

В ходе выполнения данной лабораторной работы была построена модель конкуренции двух фирм, используя программу OpenModelica. В частности, построились графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1 и 2.

6 Библиография

1. Кулябов Д.С. Задания к лабораторной работе № 8 (по вариантам). - 106 с.
2. Кулябов Д.С. Лабораторная работа № 8. - 7 с.