

# Отчёт по лабораторной работе №5

## Вариант 5

Бронникова де Менезеш Эвелина

### Содержание

1	Цель работы .....	1
2	Задание .....	1
3	Теоретическое введение.....	2
4	Выполнение лабораторной работы.....	2
5	Выводы.....	5
6	Библиография .....	5

## 1 Цель работы

Построить модели «хищник-жертва». В частности, построить график зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности, и найти стационарное состояние системы, используя программу OpenModelica.

## 2 Задание

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.16x(t) + 0.045x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.36y(t) - 0.033x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0=10$ ,  $y_0=15$ . Найдите стационарное состояние системы.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Кулябов Д.С. Задания к лабораторной работе № 5 (по вариантам). - 27 с.

### 3 Теоретическое введение

**Модель хищник-жертва** Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» -модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) + bx(t)y(t) \quad \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

\$\$ \begin{equation} \end{equation} \$\$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  - число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $c$  - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxy$  и  $dxy$  в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:  $x_0 = \frac{c}{d}$ ,  $y_0 = \frac{a}{b}$ . Если начальные значения задать в стационарном состоянии  $x(0)=x_0$ ,  $y(0)=y_0$ , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей  $x(0)$ ,  $y(0)$ . Колебания совершаются в противофазе.<sup>2</sup>

### 4 Выполнение лабораторной работы

1. Написание программы с необходимыми условиями в OpenModelica.

---

<sup>2</sup> Кулябов Д.С. Лабораторная работа № 5. - 5 с.

```

4 parameter Real c = -0.36;
5 parameter Real d = -0.033;
6
7 parameter Real x0 =10;
8 parameter Real y0 =15;
9
10 Real x;
11 Real y;
12
13 initial equation
14 x=x0;
15 y = y0;
16
17 equation
18
19 der(x) = a*x - b*x*y;
20 der(y) = -c*y + d*x*y;
21
22 end pred_prey;

```

Figure 1: Рис.1.1 Программа в OpenModelica

2. Построение графика зависимости численности хищников от численности жертв.

Открывается параметрический график.

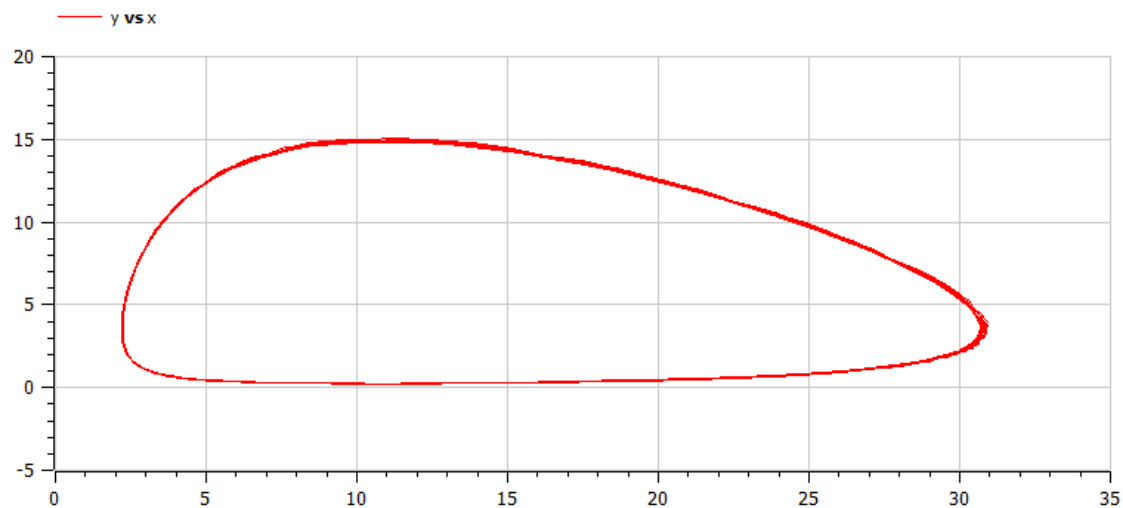


Figure 2: Рис.1.2 График зависимости численности хищников от численности жертв

3. Построение графика изменения численности хищников и численности жертв.

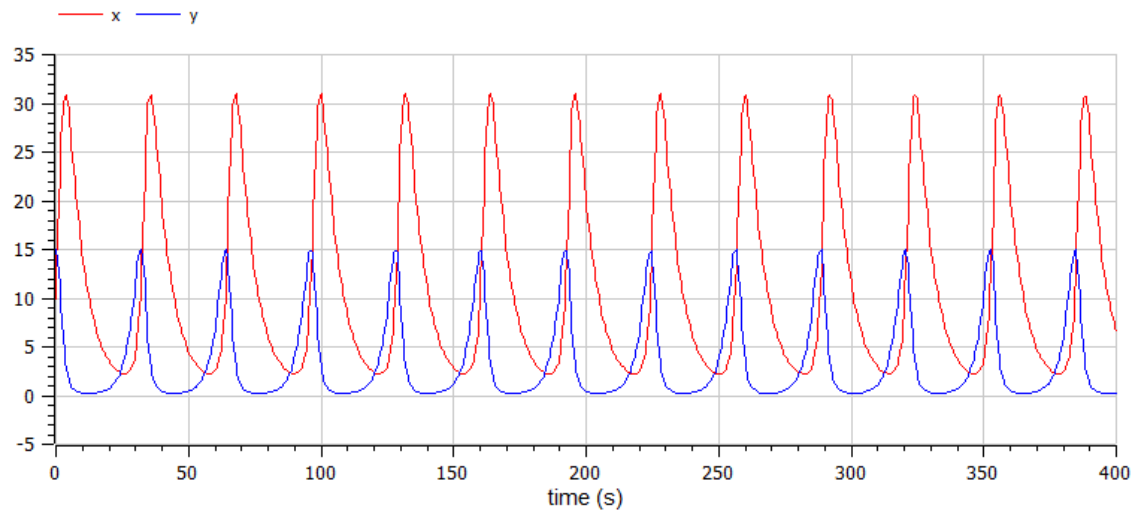


Figure 3: Рис.1.3 График изменения численности хищников и численности жертв

#### 4. Нахождение стационарного состояния системы.

Изменяется значение точки  $x_0$  и  $y_0$ .

```
7 parameter Real x0 =c/d;
8 parameter Real y0 =a/b;
```

Figure 4: Рис.1.4 Точка стационарного состояния системы в программе

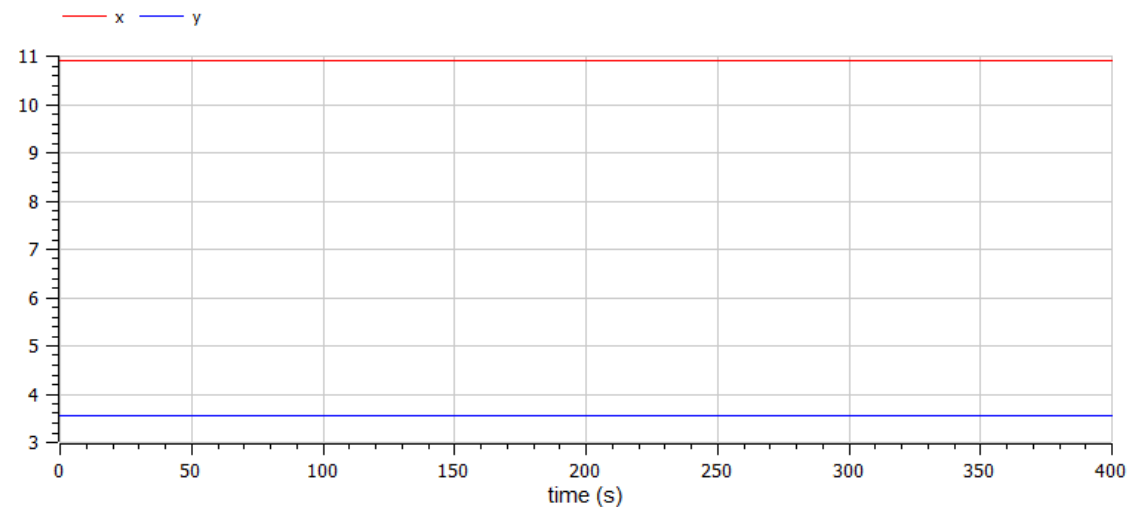


Figure 5: Рис.1.5 Стационарное состояние системы

Можно увидеть, что действительно в данной точке численность популяций не изменяется.

## 5 Выводы

Были построены модели «хищник-жертва». В частности, график зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности, и найдено стационарное состояние системы, используя программу OpenModelica.

## 6 Библиография

1. Кулябов Д.С. Задания к лабораторной работе № 5 (по вариантам). - 27 с.
2. Кулябов Д.С. Лабораторная работа № 5. - 5 с.