

# Отчёт по лабораторной работе №6

## Вариант 5

Бронникова де Менезеш Эвелина

### Содержание

1	Цель работы.....	1
2	Задание .....	1
3	Теоретическое введение.....	2
4	Выполнение лабораторной работы.....	2
5	Выводы .....	5
6	Библиография .....	5

## 1 Цель работы

Рассмотреть простейшую модель эпидемии и построить соответствующие модели, используя программу OpenModelica. В частности, необходимо построить графики изменения числа особей в трех группах людей - заболевших, здоровых с иммунитетом к болезни и восприимчивых к болезни, но пока здоровых.

## 2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 11000$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 111$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 11$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если  $I(0) \leq I^*$
- 2) если  $I(0) \geq I^{*1}$

---

<sup>1</sup> Кулябов Д.С. Задания к лабораторной работе № 6 (по вариантам). - 28 с.

### 3 Теоретическое введение

#### Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа - это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  - это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$ .<sup>2</sup>

### 4 Выполнение лабораторной работы

1. Случай если  $I(0) \leq I^*$  (случай 1)

- 

---

<sup>2</sup> Кулябов Д.С. Лабораторная работа № 6. - 4 с.

1. Написание программы с необходимыми условиями в OpenModelica.

```
1 model epid
2   parameter Real a = 0.01;
3   parameter Real b = 0.02;
4   parameter Real N = 11000;
5   parameter Real I0 = 111;
6
7   parameter Real R0 = 11;
8   parameter Real S0 = N-I0-R0;
9
10  Real S(start = S0);
11  Real I(start = I0);
12  Real R(start = R0);
13
14  equation
15    der(S) = 0;
16    der(I) = -b*I;
17    der(R) = b*I;
18  end epid;
```

Figure 1: Рис.1.1 Программа в OpenModelica для случая 1\*

2. Построение графика изменения числа особей в каждой из трех групп для случая, если  $I(0) \leq I^*$ .

$$S(0) = N - I(0) - R(0) = 10878$$

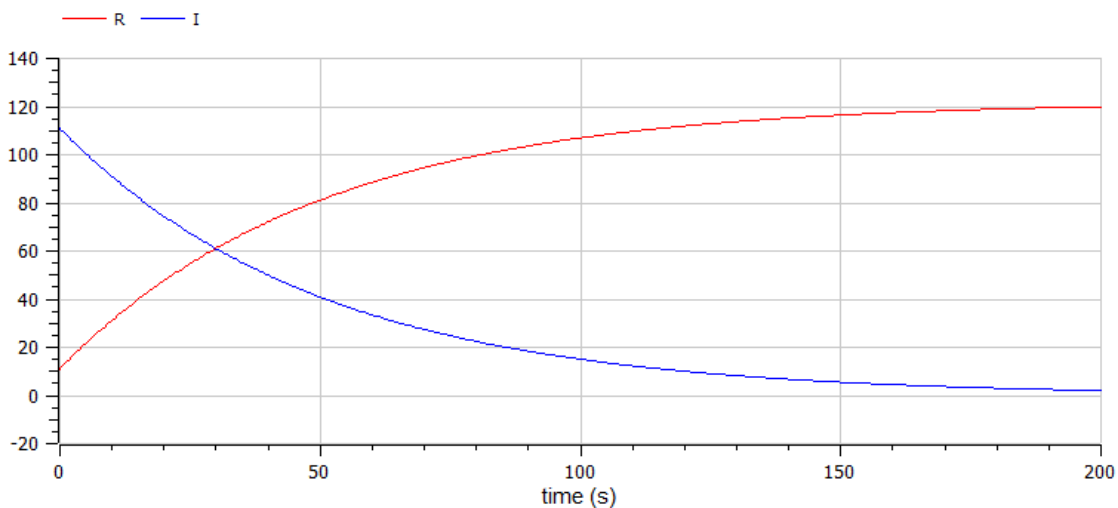


Figure 2: Рис.1.2 График изменения числа особей в группе с иммунитетом к болезни и группе инфицированных и восприимчивых к болезни в случае 1

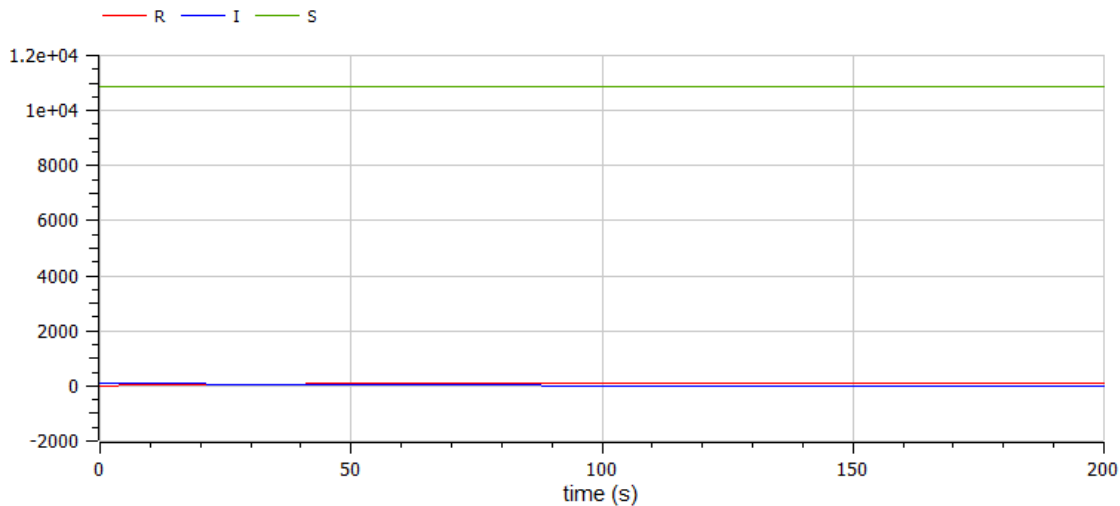


Figure 3: Рис.1.3 График изменения числа особей в трех группах в случае 1

По графикам можно увидеть, что со временем число инфицированных особей, которые при этом являются распространителями инфекции ( $I$ ) уменьшается. А здоровых особей с иммунитетом к болезни ( $R$ ) увеличивается. В то время как число восприимчивых к болезни, но пока здоровых особей ( $S$ ) не меняется. Таким образом наблюдается, что все больные изолированы и не заражают здоровых, а выздоравливающие особи при этом приобретают иммунитет к болезни.

## 2. Случай если $I(0) \geq I^*$ (случай 2)

- 

### 1. Написание программы с необходимыми условиями в OpenModelica.

```

1 model epid2
2   parameter Real a = 0.01;
3   parameter Real b = 0.02;
4   parameter Real N = 11000;
5   parameter Real I0 = 111;
6
7   parameter Real R0 = 11;
8   parameter Real S0 = N - I0 - R0;
9
10  Real S(start = S0);
11  Real I(start = I0);
12  Real R(start = R0);
13
14  equation
15    der(S) = -a*S;
16    der(I) = a*S - b*I;
17    der(R) = b*I;
18
19 end epid2;
```

Figure 4: Рис.2.1 Программа в OpenModelica для случая 2\*

- 

### 2. Построение графика изменения числа особей в каждой из трех групп для случая если $I(0) \geq I^*$

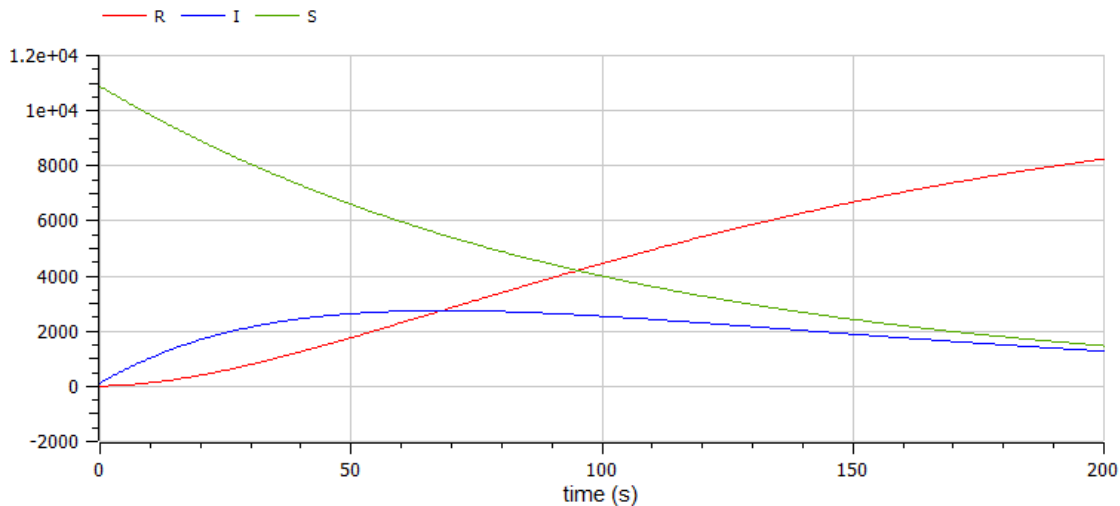


Figure 5: Рис.1.3 График изменения числа особей в трех группах в случае 2

В данном случае число здоровых особей с иммунитетом к болезни ( $R$ ) увеличивается. А число восприимчивых к болезни, но пока здоровые особей ( $S$ ) стремительно уменьшается. Что и свидетельствует тому, что инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей.

## 5 Выводы

В ходе выполнения данной лабораторной работы была рассмотрена простейшая модель эпидемии и построены соответствующие модели, используя программу OpenModelica. В частности, построились графики изменения числа особей в трех группах людей - заболевших, здоровых с иммунитетом к болезни и здоровых, но восприимчивых к болезни. В случае если  $I(0) \leq I^*$  и если  $I(0) \geq I^*$ .

## 6 Библиография

1. Кулябов Д.С. Задания к лабораторной работе № 6 (по вариантам). - 28 с.
2. Кулябов Д.С. Лабораторная работа № 6. - 4 с.