<u>שיעורי בית רטובים – IBM-Q</u>

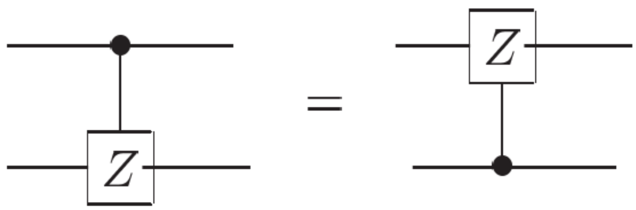
שיעורי בית אלה מכילים קטעים רטובים ויבשים, המטרה היא הבנת המערכת של IBM למחשוב קוונטי (IBM-Q) והכרה של פעולות בסיסיות על קוביטים ומבוא לאלגוריתמיקה קוונטית.

הגיליון הוא ארוך ואנו ממליצים לא להתחיל אותו כמה ימים לפני מועד ההגשה.

<u>חלק יבש, שערים קוונטים של שני קיוביטים (2 נקודות לכל סעיף)</u>

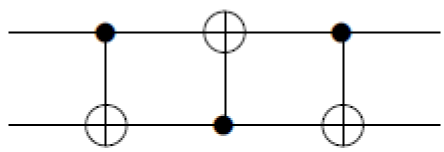
א. הסבירו איך מתבצעת מכפלה טנזורית בין מרחב שבמימד 2 ומרחב אחר שבמימד 4. השתמשו במכפלה הטנזורית כדי למצוא את וקטורי הבסיס למרחב המשותף. כמה קיוביטים ניתן לייצג במרחב זה?

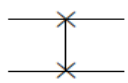
ב. כתבו איך נראית המטריצה 4 על 4 של שער controlled- Z והראו:



ג. בנו את השער הנ"ל בעזרת שני שערי HADAMARD ושער CNOT בודד. ציירו את המעגל וכתבו את מצב הקיוביט אחרי כל שער עבור הכניסה $|11\rangle$. (מומלץ לבדוק בIBMQ שתשובתכם נכונה).

ד. מה עושה המעגל הבנוי משרשור של שלושה CNOT, כאשר המרכזי בעל כיווניות הפוכה מהראשון והאחרון?





הערה: המעגל מסעיף ד' גם מצויר בצורה הבאה:

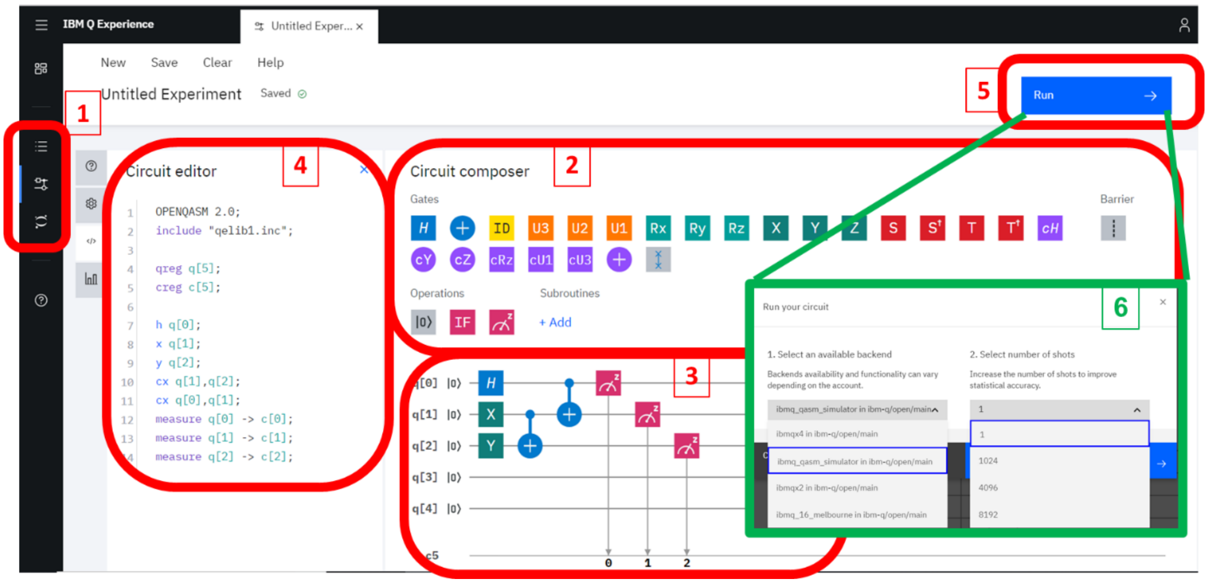
ה. נהוג לכתוב שער HADAMARD ל-N קיוביטים על ידי $H^{(N)}$. הראו איך נראית המטריצה $H^{(2)}$, ומה המוצא עבור הכניסות $|00\rangle$ ו- $|11\rangle$.

<u>שימוש בIBM-Q (20 נקודות סך הכל)</u>

היכנסו לאתר הבא וצרו לעצמכם שם משתמש וסיסמא עם האי-מייל הטכניוני:

https://quantum-computing.ibm.com/

עכשיו אתם יכולים לבצע סימולציות וחישובים קוונטים. הממשק נראה באופן הבא:



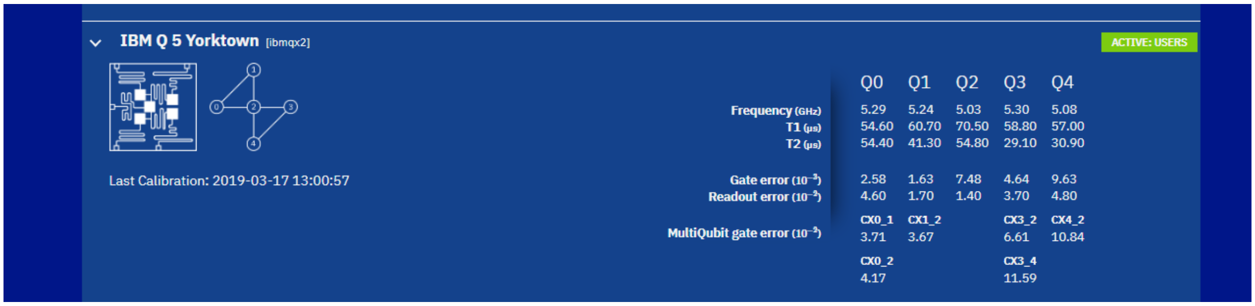
1. הגעה לעמודים בהם עושים מתכננים את הניסוי וצופים בתוצאות.
2. מגוון השערים הקוונטים הקיימים. אחרי מיקומם במעגל, אפשר ללחוץ על gates overview ולבדוק בדיוק מה הם עושים.
3. המעגל הקוונטי. לאיזור הזה ניתן לגרור את השערים הקוונטים מימין. שימו לב ששערים קוונטים של יותר מקיוביט אחד (CNOT) לא יכולים להתבצע בין כל שני קיוביטים אלא לפי הקישוריות של המחשב.
4. אלטרנטיבה לתצוגה הגרפית של המעגל הקוונטי בצורת קוד. לחיצה על ה Qasm editor ימיר את השערים הקוונטים המצוירים לקוד ולהיפך. אחרי כמה איטרציות כבר ניתן להבין את ההמרות ולכתוב ישר קוד. שימוש בקוד כדאי במיוחד במידה ורוצים לעשות copy paste עם שינויים קלים.
5. ריצה של המעגל, שאפשרי אחרי שהמעגל הרצוי שמור.
6. לאחר ההחלטה על ריצה יש לבחור (1) האם לבצע סימולציה או ריצה במחשב הקוונטי בהתאם לממשק. הסימולציה תיתן את המוצא הרצוי עם הערכה של שגיאות המחשב, או בלעדיהם. לסימולציות יהיה את השם simulator ואילו לריצות במחשבים הקוונטים יהיה שמות שקשורים למחשבים שבהם יבוצעו הריצות. (2) מספר הריצות\סימולציות שיבוצעו שלפיהן יתבצע ממוצע סטטיסטי של המצב הקוונטי במוצא.

<u>שימו לב:</u>

יש לבצע רק סימולציות ולא ריצות בכל הסעיפים אלא אם כן נאמר אחרת.

<u>מידע נוסף על המערכת</u>

הממשק הקודם של המערכת נראה בצורה הבאה:



משמאל ישנו סכימה של המחשב הקוונטי שעליו עושים את החישובים והקישוריות שהוא כולל. במידה ומשתמשים רק בסימולציה המדמה את החישובים, הסימולציה תוגבל בקישוריות האפשרית לפי הקישוריות של המחשב הקוונטי. שימו לב שכל ריבוע לבן בציור משמאל מציין קיוביט מסוים. בטבלה מימין, נמצאים היכולות והשגיאות של כל אחד מהקיוביטים (זמני T_1, T_2), כולל השגיאות בשערים שכוללים שני קיוביטים לכל קישוריות. הרחבה והעשרה על התוכנה ניתנת באתר הבא: https://quantum-computing.ibm.com/support

<u>תיאור המעגל הקוונטי</u>

בגישה זו, אנחנו מניחים בשלב ראשונים כי אין תהליכי הריסת הקוהרנטיות במערכת (T_1, T_2). מתחילים תמיד ממצב ידוע כלשהו $|\psi\rangle$, מפעילים טרנספורמציות אוניטריות על המצב הקוונטי, ומודדים את התוצאה.

השיטה הנוחה ביותר לייצוג חישובים קוונטים היא בצורה גרפית:

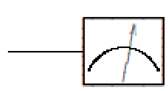
כל קיוביט מסומן על ידי קו אופקי:

qubit ———— wire carrying a single qubit (time goes left to right)

כל טרנספורמציה אוניטרית על קיוביט בודד תסומן על ידי ריבוע. כאשר ציר הזמן הוא משמאל לימין. לדוגמא:

Pauli-X	$\boxed{X}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Pauli-Y	$\boxed{Y}$	$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$
Pauli-Z	$\boxed{Z}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Phase	$\boxed{S}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
$\pi/8$	$\boxed{T}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{bmatrix}$
Hadamard	$\boxed{H}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

<u>מדידה</u> תהיה ההטלה של מצב הקיוביט על המצבים $|0\rangle$ ו-$|1\rangle$ ויסומן על ידי:

measurement  Projection onto $|0\rangle$ and $|1\rangle$

תרגילים

בכל הסעיפים הרטובים יש לעשות צילום מסך עם המעגל שיצרתם ועם התוצאות של הריצה (כולל הID של הריצה).

<u>תרגיל 1 (רטוב) 2 נק'</u>

ציירו בIBM-Q מעגל קוונטי כלשהו שלמוצא שלו יש הסתברות שאינה אפס להיות ביותר ממצב אחד. בצעו ריצה עם number of shots שהוא אחד. הסבירות את התוצאה. מה מסקנתכם לגבי בחירת ה number of shots בסימולציות\ריצות עתידיות?

<u>תרגיל 2 (רטוב) 3 נק'</u>

ציירו בIBM-Q שלושה מעגלים שונים המבצע שער NOT על המצב $|0\rangle$. מה ניתן לומר על השוני המהותי שבין הפעולה הקלאסית והקוונטית על ביט\קיוביט?

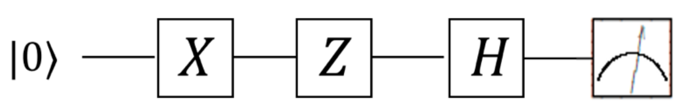
<u>תרגיל 3 (3 נק' כל סעיף)</u>

<u>תזכורת למשפט שראינו</u> : ניתן לכתוב כל אופרטור אוניטרי 2X2 בתור : $U = e^{i\alpha}R_{\hat{n}}(\theta)$, כאשר α, θ ממשיים ו$\hat{n}$ הוא וקטור יחידה ממשי תלת מימדי.

א. (יבש) הוכיחו כי U אוניטרי. הסבירו מה המשמעות של ההופכי של U.
ב. (יבש) מצאו α, θ ו$\hat{n}$ היוצרים את שער Hadamard.
ג. (רטוב) הראו שפתרונכם של סעיף ב' אכן יוצר שער Hadamard. שימו לב שיש להוסיף למעגל עוד שערים ו\או לבצע יותר ממדידה אחת כדי להראות שפעולת השער שיצרתם אכן שקולה לשער Hadamard.

<u>תרגיל 4 (3 נק' כל סעיף)</u>

בתרגיל זה נסתכל על המעגל הבא :



א. (יבש) השתמשו בייצוג על ספירת בלוך (בעזרת θ, ϕ) וכתבו מה המצב הקוונטי אחרי כל שער. הסבירו את תשובתכם.
ב. (רטוב) בצעו מדידה אחרי כל אחד מהשערים והראו שתשובתכם לסעיף א' נכונה. שימו לב שלעיתים תצטרכו להוסיף עוד שער בודד ו\או לבצע יותר ממדידה אחת כדי להראות את תשובתכם. שימו לב שניתן להתעלם מפאזה גלובלית של המצב.

<u>IBM-Q - חלק שני – שערים על קיוביט בודד והכרת הממשק 70 נקודות)</u>

בכל הסעיפים יש להציג את המעגלים בתור צילום במסך ואת תוצאות הסימולציה, אלא אם כן נכתב אחרת. <u>שימו לב רק סימולציות ולא ריצות במחשבים הקוונטים האמיתיים בכל הסעיפים למעט אם נאמר אחרת.</u> בסעיפים שבהם

מריצים במחשב הקוונטי, בחרו את הריצות בתבונה (אין צורך ביותר מ-3 ריצות לסעיף) והסיקו את מסקנותיכם בהתאם לתוצאותיכם. זכרו שיש לבצע 1024 shots ולא 1.

<u>שאלה 1: הכרת מגבלות המערכת (24 נק' – 4 נק' לכל סעיף)</u>

א. (רטוב)
   1. צרו מצב BELL בין שני קיוביטים בעזרת שני שערים בלבד.
   2. צרו מצב BELL בין שני קיוביטים שאין ביניהם קישוריות ישירה (נגיד בין 3 ל-0).

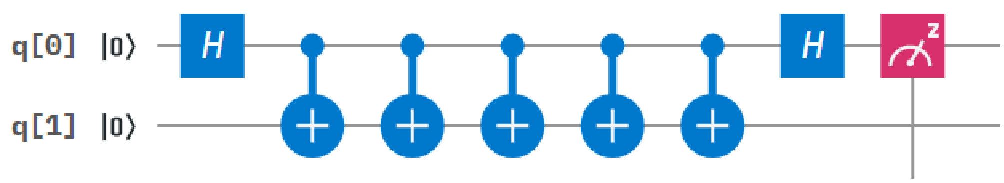
ב. (רטוב, שימוש במחשב הקוונטי) מצאו מהו T_1 במונחים של הזמן האופייני לביצוע שער ID בודד על ידי מדידה של החזרה לשיווי משקל אחרי שער NOT. יש להשתמש בשער X בודד שלאחריו יבואו מספר שערי ID, ומדידה בסוף. דרך שינוי מספר שערי הID, נגיד בקפיצות של 50 עד 100, תוכלו להסיק מהו הזמן T_1.

ג. (רטוב, שימוש במחשב הקוונטי) ביצעו את אותו התהליך עבור זמן T_2. באיזה שער קוונטי יש להשתמש בפעם? שימו לב שהפעם יש צורך למקם שער לוגי מסוים גם לפני שערי הID וגם אחריהם (לפני המדידה). ולבצע הפרש קטן יותר של שערים בין מדידה למדידה. הערה: ייתכן שזמני T_1, T_2 קרובים בגודלם ולכן ניתוח מלא יכלול גם את T_1 במהלך החישוב.

ד. (יבש) הסבירו מדוע במצב שיש הרבה שערי ID אין באמת צורך בשער הקוונטי האחרון. האם המצב הקוונטי יכול להיות טהור במקרה כזה?

ה. (רטוב, שימוש במחשב הקוונטי) כעת השתמשו במספר קטן (עד 10) של שערי CNOT בין שני קיוביטים והראו דרך מדידה של קיוביט בודד, איך מספר השערים הבין-קיוביטים משפיע על התוצאה. (יש לשנות את מספר שערי הCNOT בעדינות).

ו. (רטוב, שימוש במחשב הקוונטי) ממשו את המעגל המצויר מטה. הסבירו מה צריך להיות המצב הקוונטי בסוף המעגל, מה מתקבל בסימולציה ומה מתקבל במדידה. הסבירו תשובתכם, מה המשמעות של השגיאה של שערים בין-קיוביטים ביחס לשגיאה שנובעת מ$T_{1,2}$?



מימוש אלגוריתם Deutsch-Jozsa (21 נק' – 3 נק' לכל סעיף)

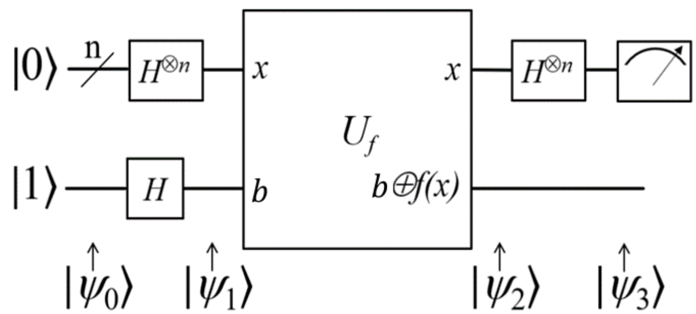
אלגוריתם זה הוא אחד מהאלגוריתמים הראשונים והפשוטים שהראו איך חישוב קוונטי יכול להיות בצורה אקפוננציאלית יותר מהיר מאשר הפתרון של אותה בעיה בעזרת חישוב קלאסי.

הניחו פונקציה f הנקראת "האורקל" הפועלת על n קיוביטים ומוצאה 0 או 1 $(f : \{0,1\}^n \to \{0,1\})$ אשר מקיימת את אחת משתי התכונות הבאות:

- f קבוע. כלומר $f(x) = f(y)$ לכל $x, y \in \{0,1\}^n$
- f מאוזן. כלומר $|\{x: f(x) = 0\}| = |\{x: f(x) = 1| = 2^{n-1}$ מספר הכניסות שעבורן הפונקציה תיתן 0 שווה בדיוק למספר הכניסות שעבורן הפונקציה תיתן 1 וזה שווה לחצי ממספר אפשרויות הכניסה.

בבעיה זו יש את ההבטחה שהפונקציה היא אחת משתי האפשרויות, אך אנחנו לא יודעים איזו ואת זה אנחנו צריכים לגלות.

הפתרון (שאותו אנחנו נממש) נמצא בויקיפדיה וכולל את המעגל הבא:



המטריצה U_f היא טרנספורמציה אוניטרית הכוללת בתוכה את ביצוע הפונקציה f: $U_f|x, b\rangle = |x, b \oplus f(x)\rangle$ כאשר $x \in \{0,1\}^n$, $b \in \{0,1\}$.

הפעולה $H^{\otimes n}$ היא ביצוע שער HADAMARD על כל אחד מn הקיוביטים, ו-$\oplus$ היא פעולת XOR.

א. (יבש) כתבו את $|\psi_{1,2,3}\rangle$ כאשר $\mathbf{n = 1}$ וקבעו מה ההסתברות לקבל $|0\rangle^{\otimes n}$ לכל מקרה של f. שימו לב ש אם x הוא סופרפוזיציה של מצבים שונים, f יפעל שונה על כל מצב, ולכן תיווצר פאזה יחסית.

ב. (יבש) כתבו באופן כללי (כל n) מהם $|\psi_{1,2,3}\rangle$ והסבירו את תשובתכם לכל שלב (ניתן להיעזר במקורות מהאינטרנט) כאשר נתונה הזהות הבאה:

$$H^{\otimes n}|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{y=0}^{2^n-1} (-1)^{x \cdot y} |y\rangle$$

$|x\rangle$ ו- $|y\rangle$ הם מצבים קוונטים כלליים עם n קיוביטים, והמכפלה ביניהם מקיימת

$$x \cdot y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

לדוגמא $|00\rangle \cdot |10\rangle = 0$, $|111\rangle \cdot |101\rangle = 2$

ג. (רטוב) ציירו בQ-IBM את האופטור U_f עבור n=3 במידה ו $f = const = 1$.

ד. (רטוב) השתמשו בפתרונכם בג' וממשו את האלגורתם בIBM-Q עבור פונקציית f הזו. הראו צילום מסך של המעגל ושל תוצאות המדידה. (סמנו ריבוע סביב החלק במעגל שמממש את הפונקציה f)

ה. (רטוב) ציירו בIBM-Q את האופטור U_f עבור n=1 כאשר f מאוזן לבחירתכם. הוסיפו טבלת אמת של f שבחרתם ושל המוצא של U_f . הראו בסימולציה את הפעולה התקינה של המעגל שבניתם. ניתן להיעזר בכתיבת המצב הקוונטי אחרי כל שלב. כמו כן, הקפידו ש x ישאר הקיוביט העליון.

ו. השתמשו בפתרונכם בסעיף ה, וממשו את האלגורתם כולו בIBM-Q. הראו צילום מסך של המעגל ושל תוצאות המדידה התקינה. (סמנו ריבוע סביב החלק במעגל שמממש את הפונקציה f)

ז. ציירו בIBM-Q את האופטור U_f עבור n=2 כאשר f מאוזן לבחירתכם. בדקו את התוצאה של U_f לכל 4 הכניסות האפשריות והראו שאכן f מאוזן. (סמנו ריבוע סביב החלק במעגל שמממש את הפונקציה f)

<u>טומוגרפיה קוונטית (25 נקודות – 5 נקודות לכל סעיף)</u>

א. (רטוב, בלי להראות את תוצאות המדידה) בנו מעגל היוצר את המצב הקוונטי: $\cos(\pi/8)|0\rangle + e^{i\pi/4}\sin(\pi/8)|1\rangle$. ממשו את המעגל גם בMATLAB בעזרת הקוד מש.ב 1 והראו בMATLAB שזהו המצב.

ב. (רטוב) הראו בעזרת מספר מדידות בIBM-Q שזהו המצב, מבלי הידע המוקדם על המצב. הראו אילו מניפולציות יש לעשות למצב הקוונטי לפני כל מדידה. בנוסף, אם יודעים מראש מהו המצב הקוונטי, איך ניתן לוודא שזהו המצב בעזרת שער בודד?

ג. (רטוב) מהם השערים והמדידות שיש לבצע על מנת למצוא את האיברים שאינם באלכסון במטריצת הצפיפות לקיוביט בודד? (תכתבו את מטריצת הצפיפות בבסיס $|0\rangle, |1\rangle$). ממשו את תשובתכם על המצב מסעיף א'.

ד. (רטוב, שימוש במחשב הקוונטי ולא בסימולציה) בסעיף זה, יש לממש מספר ניסויים בIBM-Q שבהם נהרוס את הקוהרנטיות של הקיוביט באותו האופן שבו עשינו זאת בחלק הראשון של התרגיל (נגיד מספר שערי CNOT). הראו שהאיברים שאינם באלכסון במטריצת הצפיפות דועכים ל0, אך איברי האלכסון נשארים כמו שהם.

ה. צרו את המצב $\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle - |111\rangle)$ ומצאו דרך להוכיח שאכן ישנו הסימן מינוס.