

# Olasılık Teorisi ve İstatistik

## İÜC Bilgisayar Mühendisliği

### Bütünleme Sınavı

18 Ocak 2019

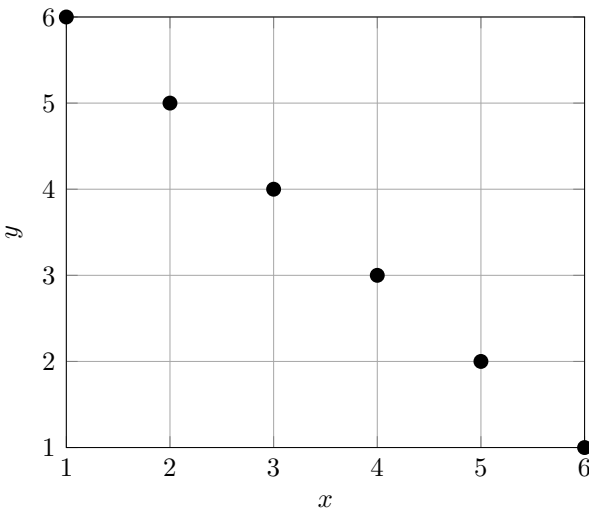
Numara	:	
İsim	:	
Soyisim	:	
İmza	:	

Bu sınavda, kapak sayfası dahil olmak üzere, 2 sayfa ve 10 soru vardır. Sınavda toplam 130 puanlık soru vardır. Bu sınavın süresi **70 dakikadır**. Lütfen test sorularını ve kağıdın üzerinde şıkların önündeki harfi yuvarlak içine alarak işaretleyiniz, **test sorularında şıklardan sadece bir tanesi doğrudur**. Ayrıca birkaç soruda sorudan sonraki kutuya cevabı yazmanız istenmiştir, lütfen bu sorularda cevabı kutuya yazınız. Klasik sorular için cevaplarınızı ek olarak verilecek cevap kağıtlarına çözünüz. Lütfen soruları TÜRKÇE kısa ve anlaşılır olarak cevaplayınız. **Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak**, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir. Sınavda 1 adet hesap makinası kullanabilirsiniz. Sınavda hatırlamanıza yardımcı olacak formüller ve tablolar için 1 adet A4 kağıdının arkasına içinde soru çözümleri olmayan not kağıdı ve derste bahsettiğimiz 10 sayfalık "cheat sheet" in çıktısını arkalı önlü 5 sayfa olacak şekilde getirebilirsiniz. Fotokopi veya bilgisayar çıktısı olabilir. Ayrıca kendi getirdiğiniz Birikimli Standart Normal Dağılım tablosu kullanabilirsiniz. Her türlü defter, kitap, notlar, sözlük ve elektronik sözlük yasaktır. Materyalin paylaşılması yasaktır. **SINAVDA KOPYA ÇEKENLER, KOPYA VERENLER VE BUNLARA TEŞEBBÜS EDENLER SINAVDAN "0" ALACAKTIR VE DEKANLIĞA ŞİKAYET EDİLECEKLERDİR!** Başarılar. (Mustafa Dağtekin)

**Soru 1:** [5 Puan] Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A. Birikimli dağılım fonksiyonu 1'den büyük değerler alabilir. B. Birikimli dağılım fonksiyonu *azalmayan* bir fonksiyondur, yani ya artar veya aynı kalır, hiç azalmaz. C. Birikimli dağılım fonksiyonu *artmayan* bir fonksiyondur, yani ya azalır veya aynı kalır, hiç artmaz. D. Birikimli dağılım fonksiyonu negatif değerler alabilir.

**Soru 2:** [5 Puan] Aşağıdaki grafikte bir rastgele örnekten alınan  $x$  ve  $y$  rastgele değişkenlerinin serpmne diyagramı bulunmaktadır.  $x$  eksenini rastgele değişkenini,  $y$  eksenini de  $y$  rastgele değişkenini göstermektedir.



Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A.  $x$  ve  $y$  arasında pozitif korelasyon vardır ve korelasyon katsayısı 0 ile 1 arasındadır, sınırlar dahil değildir. B.  $x$  ve  $y$  arasında negatif korelasyon vardır ve korelasyon

katsayısı 0 ile -1 arasındadır, sınırlar dahil değildir.

- C.  $x$  ve  $y$  arasında pozitif korelasyon vardır ve korelasyon katsayısı 1'dir. D.  $x$  ve  $y$  arasında negatif korelasyon vardır ve korelasyon katsayısı -1'dir.

**Soru 3:** [5 Puan]  $X$  herhangi bir sürekli veya ayrık rastgele değişken olsun. Aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A.  $X$ 'in varyansı her zaman pozitiftir. B.  $X$ 'in ortalaması negatif olamaz. C.  $X$  bir sürekli rastgele değişken ise, olasılık yoğunluk fonksiyonu azalmayan bir fonksiyondur. D.  $E(X^2) = \mu_X^2$

**Soru 4:** [5 Puan]  $X$ , parametresi  $\lambda = 2$  ve  $r = 4$  olan Gama (Erlang) dağılımlı bir rastgele değişken ise, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A.  $X$ 'in değer uzayı  $R_X = \mathbb{R}^+$ 'dir. ( $\mathbb{R}^+$ : Pozitif reel sayılar kümesi) B.  $X$ 'in değer uzayı  $R_X = \mathbb{Z}^+$ 'dir. ( $\mathbb{Z}^+$ : Pozitif tam sayılar kümesi) C.  $X$ 'in değer uzayı  $R_X = x \geq 4, x \in \mathbb{Z}^+$ 'dir. D.  $X$ 'in değer uzayı  $R_X = x \geq 4, x \in \mathbb{R}^+$ 'dir.

**Soru 5:** [5 Puan] ” $X$  ve  $Y$  rasgtele değişkenleri için  $E(XY) = E(X)E(Y)$  eşitliği her zaman doğrudur” ifadesi doğru mudur yanlış mıdır? (KUTUYA doğru veya yanlış yazınız):

**Soru 6:** [5 Puan] ”Üstel rastgele değişkenlerde hafızasızlık özelliği yoktur” ifadesi doğru mudur yanlış mıdır? (doğru veya yanlış yazınız):

**Soru 7:** [5 Puan]  $X$  ve  $Y$  birbirinden bağımsız rastgele değişkenler ise olasılık yoğunluk fonksiyonlarının sağlaması gereken şartlardan birini kutucuğa yazınız.

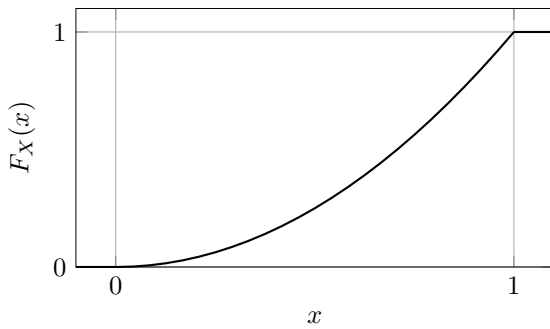
**Soru 8:**  $X$  ve  $Y$  sürekli rastgele değişkenler ve birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonu,  $f_{XY}(x, y)$  aşığıdaki gibi verilmiştir. Aşığıdaki soruları cevaplayınız.

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \alpha \frac{x}{y}, & 0 < x < y < 2 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

- (a) [10 Puan]  $\alpha$ ’nın değerinin 1 olduğunu gösteriniz.
- (b) [15 Puan]  $E(XY)$ ’yi bulunuz.
- (c) [15 Puan]  $f(x|y)$ ’yi bulunuz.

**Soru 9:**  $X$  sürekli değişkeninin **birikimli** dağılım fonksiyonu aşığıdaki gibi verilmiştir. Aşığıdaki soruları cevaplayınız.

**$X$ ’in birikimli dağılım fonksiyonu**



$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

- (a) [10 Puan]  $X$ ’in olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz ve basitęe grafiğini çiziniz.
- (b) [15 Puan]  $X$ ’in bir fonksiyonu  $Y = g(X) = 4X$  verilmiş ise  $Y$ ’nin olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz. (Aralığı yazmayı unutmayın)

**Soru 10:** Bir fabrikadan çıkan monitörlerdeki ölü pixel sayıları Poisson sürecini takip ediyor ve herhangi bir monitörde ortalamada 1 inç-kare başına 0.01 ölü pixel bulunuyor. Aşığıdaki soruları cevaplayınız:

- (a) [15 Puan] Köşeden köşeye 26 inçlik bir monitörün alanı yaklaşık 289 inç<sup>2</sup>’dir. Fabrikadan rastgele seçilen 26 inçlik bir monitörde en fazla 1 hata bulunma olasılığı nedir?
- (b) [15 Puan] Bu fabrika ayrıca tek parçalık devasa stadyum ekranı da üretiyor ve bu tür ekranlar için de ortalama ölü pixel sayıları inç-kare başına 0.01’dir. Bu fabrikadan çıkan 25.000 (25 bin) inç-kare’lik bir ekranda en az 235 hata bulunma olasılığı yaklaşık olarak kaçtır?