

BIMU2004

Olasılık Teorisi ve İstatistik

Ödev 2

İstanbul Üniversitesi - Cerrahpaşa
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü - Güz 2023

Son tarih: 3 Kasım 2023 @ 23:00
Version 1.0

LÜTFEN OKUYUN

KURALLAR

- 1-) Bu ödev isteğe bağlıdır. Ödevi yapanlara ek puan verilebilir. Fakat ödevi yapmaya karar verenlerin aşağıdaki kurallara uyması gerekiyor. Kopya çekenlere gerekli işlemler yapılacaktır.
- 2-) BAŞKA BİR ÖĞRENCİNİN CEVABINI KULLANMAK YASAKTIR. CEVAPLARI BİRBİRİNE BENZEYEN KAĞITLARA GEREKLİ İŞLEMLER YAPILACAKTIR. **KOPYA ÇEKENLER DERSTEN GEÇEMEZ.**
- 3-) Ödevde sadece fonksiyon değeri hesaplamak ve basit işlemler yapmak için hesap makinası kullanabilirsiniz. Çözüm adımlarınız belirtilmeli ve sayısal değerli sonuç isteniyorsa, her adımda bulunan değerler istenilen ondalıkta yazılmalıdır. Bunun dışında sorunun bir kısmını veya hepsini online yapay zeka araçlarına veya başka bir öğrenciye yaptırmak yasaktır. **ChatGPT, Google Bard benzeri yapay zeka araçları kullanmak yasaktır.** Bu tür araçlar kullanıldığı tespit edilirse, ödev 0 puan olarak değerlendirilecektir ve kopya olarak değerlendirilip gerekli işlemler yapılacaktır.
- 4-) Çözümlerinizi ya kurşun kalemle beyaz renkli düz, çizgili veya kareli bir kağıda yazarak yapınız. Geniş alan kullanarak, okunabilir şekilde yazınız ve yanlış yaptığınız yerleri SİLEREK iptal ediniz, üstünü çizerek değil. Okunmayan yazılar, muğlak veya kötü yazılmış ifadeler bulunan cevaplar dikkate alınmayabilir. MS Word kullanmakta öğrencilerimiz sorun çektiğinden **MS Word kullanmayınız. MS Word kullananların kağıtları kabul edilmez.** Ödevi resim çekip MS Word'e yapıştırarak yapmayınız.
- 5-) **Çözümlerinizde ne yaptığınızı adım adım göstermeniz ve yaptığınız işlemlerde kullandığınız formülleri yazmanız gerekiyor. Sadece işlem yaparsanız cevap doğru dahi olsa kabul edilmez.**
- 6-) **Sayısal değer isteyen çözümlerde çözümlerinizi kesirli bırakmayın. Aksi yazılmamışsa, 3 basamak ondalığa kadar ondalıklı yazınız.**
- 7-) Son cevabınızı kare içine alın. Kare içine almazsanız son yazdığınız şeyi cevap olarak kabul edeceğim.

- 8-) Gereksiz bilgi yazmayın. Fazladan bişey yazayım, ya tutarsa gibi düşünürseniz puan alamazsınız.
- 9-) Ödevi çözdükten sonra **ilk sayfaya isim, soyisim, numara yazıp ve imza atınız**. Sonra **Microsoft Lens, Cam Scanner, Adobe Scan** vs. gibi "**döküman modu**" olan bir tarayıcı mobil uygulama veya masaüstü tarayıcı kullanarak ödev çözümlerinizi tek dosya PDF'e çevirin. Döküman modunda yapılmamış, arka planı görünen, karanlık cevap kağıtlarından not düşülecektir. Şunlar önemli:
- Cam Scanner link: <https://www.camscanner.com/>
 - Microsoft Lens link: [Link](#)
 - Adobe Scan link: <https://www.adobe.com/tr/acrobat/mobile/scanner-app.html>. Yardım için [Link](#)
 - Tarayıcı uygulamaları kullanırken, "döküman" (document) modunu kullanın. Fotoğraf modu kullanmayın. Soluk çıkıyorsa parlaklığı ve/veya kontrastı ayarlayın.
 - Resim çekip resmi bir Word dosyasına yapıştırıp PDF'e çevirmeyin.
 - Taradığınız sayfalarda yazılar bulanık olmamalıdır. Bulanık yazılar okunmazsa not verilmez veya not düşülür.
 - Dosyalarınız 5MB'dan büyük olmamalıdır!
 - Bu konularda yardım için bana CANVAS üzerinden ulaşın.
 - Bu kurallara uymayanlardan puan kırılacaktır.
- 10-) SADECE 1 ADET PDF DOSYASI GÖNDERİNİZ. Birden fazla dosya gönderirseniz sadece rastgele biri seçilecektir.
- 11-) Dosya ismini aşağıdaki gibi yapınız, 1306XXXX yazan yere kendi numaranızı yazınız:

olasılık-2023-ödev2-1306XXXX.pdf

- 12-) PDF dosyasını SÜRE BİTMEDEN en az 20 dakika önce CANVAS'a yüklemeniz gerekiyor. Sonradan gönderilen dosyalar dikkate alınmayacaktır. CANVAS harici gönderimler kabul edilmeyecektir.
- 13-) Bana soru sormak için lütfen CANVAS kullanın. Soru sormak için mail atmayın. Soru sormak için mail atarsanız cevaplarınız gecikebilir. Canvas üzerinden yazılan mesajlara 24 saat içinde cevap verilecektir.

Kolay gelsin. (Mustafa Dağtekin)

SORULAR

S0: Önceki sayfadaki açıklamaları okuyun! Bu soruyu da cevap kağıdına ”Açıklamaları Okudum” yazarak cevaplayınız!

S1: Bir turnuva sırasında bir futbol takımı, 3 farklı takıma karşı birer maç oynuyor. Bu takımın birinci, ikinci ve üçüncü takımlara karşı kazanma olasılıkları sırasıyla 0.75, 0.95 ve 0.35’tir ve bu olasılıklar bağımsızdır. X , elde edilen galibiyet sayısını gösteren bir rastgele değişken olsun. Aşağıdaki soruları cevaplayınız:

- (a) X ’in olasılık kütle fonksiyonunu hesaplayın. Grafikte gösterin.
- (b) X ’in beklenen değerini ve varyansını hesaplayınız.
- (c) Kazandığı maç sayısına göre bu takıma şu formüle göre ödül veriliyor:

$$\text{Ödül} = (1.5 \text{ milyon TL}) + (0.5 \text{ milyon TL}) \times \left(\text{Kazandığı Maç Sayısı} - 1 \right)$$

Bu durumda bu takım kazanabileceği ödülün beklenen değerini hesaplayınız.

S2: Bir X rastgele değişkeni için $E[X] = 3$ ve $V(X) = \sigma_X^2 = 1$ olduğunu biliyoruz. Aşağıdaki soruları cevaplayınız:

- (a) $E[(4X - 1)^2]$
- (b) $V(5 - 2X)$

S3: 4 otobüs toplamda 125 öğrenciyi okullarından futbol stadyumuna götürüyor. Bu otobüslerde sırasıyla 50, 30, 25 ve 20 öğrenci var. 125 öğrenciden biri, eşit olasılıklı olarak, rastgele seçiliyor. Ayrıca bundan bağımsız olarak bir otobüs de, eşit olasılıklı olarak, rastgele seçiliyor. X : seçilen öğrencinin otobüsündeki öğrenci sayısını, Y : seçilen otobüsteki öğrenci sayısını gösteren rastgele değişkenler olsun. Aşağıdaki soruları cevaplayınız:

- (a) X ve Y ’nin olasılık kütle fonksiyonlarını hesaplayınız. Grafikte gösteriniz.
- (b) $E[X]$ ve $E[Y]$ ’yi hesaplayınız.

S4: Bir hayırsever, pozitif bir sayı x ’i kırmızı bir kağıt parçasına yazar, kağıdı tarafsız bir gözlemciye gösterir ve ardından masanın üstüne yüz üstü koyar. Gözlemci daha sonra hilesiz bir madeni para atar. Tura gelirse, mavi bir kağıt parçasına $2x$ değerini yazar ve yazı gelirse, $x/2$ değerini yazar ve bu kağıdı da yüz üstü masanın üstüne koyar. Ne x değerini ne de madeni para atışının sonucunu bilmeden, ya kırmızı ya da mavi kağıt parçasını çevirme seçeneğiniz bulunmaktadır. Bu işlemi yaptıktan sonra o kağıda yazılan sayıya bakıp ya o miktarı ödül olarak kabul edebilir ya da diğer kağıt parçasındaki (bilinmeyen) miktarı alabilirsiniz. Örneğin, mavi kağıdı çevirmeyi seçerseniz ve değer 100 ise, ya 100’ü ödül olarak kabul edebilir veya kırmızı kağıttaki miktarı (ya 200 ya da 50) alabilirsiniz. Y rastgele değişkeni, kırmızıya bakmadan sadece mavi kağıda bakınca kazanılan miktarı gösterebilir. Aşağıdaki soruları cevaplayınız:

- (a) Y ’nin değer uzayı ne olur? (x cinsinden yazınız.)
- (b) Y ’nin olasılık kütle fonksiyonunu hesaplayınız. (x cinsinden yazınız.)
- (c) $E[Y]$ ’yi hesaplayınız.
- (d) m sabit bir pozitif değer olsun ve aşağıdaki stratejiyi düşünelim:
 - Mavi kağıdı çevir ve eğer değeri en az m ise o miktarı kabul et.
 - Eğer değeri m ’den küçükse, o zaman kırmızı kağıda geç.

$R_m(x)$, hayırseverin miktarı x olarak yazdığı ve bu stratejiyi uyguladığınızda elde edilen ödülü ifade eden bir rastgele değişken olsun. $E[R_m(x)]$ ’yi bulun. Unutmayın ki $E[R_0(x)]$, her zaman mavi kağıdı seçme stratejisini kullandığınızda hayırsever miktarı x olarak yazdığı anda elde edilen beklenen ödüdür.