BIMU2004 Olasılık Teorisi ve İstatistik Final Sınavı

İstanbul Üniversitesi - Cerrahpaşa Bilgisayar Mühendisliği Bölümü - Güz 2022

28 Aralık 2022 15:20-16:30

LÜTFEN OKUYUN:

- Sınava sizin için belirlenen sınıfta giriniz.
- Bu sınavın süresi 70 dakikadır. Süre bittiğinde cevap kağıdını doldurmaya devam edenler kopya çekmiş sayılır.
- Lütfen soruları kurşun kalemle, TÜRKÇE, kısa ve anlaşılır olarak cevaplayınız. **Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak**, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir.
- Sınavda 1 adet hesap makinasi kullanabilirsiniz. Bunların dışında her türlü defter, kitap, notlar, sözlük ve elektronik sözlük yasaktır.
- Hesap makinası ve silgi paylaşmak kopya sayılacaktır!
- Bilgisayar, PDA, cep telefonu türünden elektronik cihazlar kullanmak yasaktır.
- Soruları çözmeye başlamadan lütfen okuyun.
- Soru ve cevap kağıtlarına isim ve numaranızı yazınız.
- Soru ve cevap kağıtlarınızı çıkarken cevap kağıdınızla beraber teslim ediniz.
- Bu sınavda toplam 100 puanlık soru vardır.
- SINAVDA KOPYA ÇEKENLER, KOPYA VERENLER VE BUNLARA TEŞEBBÜS EDENLER SINAVDAN "0" ALACAKTIR VE DEKANLIĞA ŞİKAYET EDİLECEKLERDİR!.
- Çözümlerinizi ondalık sayı olarak verecekseniz noktadan sonra en az 3 basamak hassasiyet olmalıdır.
- Çözümleriniz kesirli ise sadeleştirin, mesela sonuç $\frac{2}{4}$ ise $\frac{1}{2}$ yapılmalıdır.

Başarılar. (Mustafa Dağtekin)

			Birikimli	Standard	Normal	Dağılım	Tablosu.	$\phi(\mathbf{z})$		
z	+0.00	+0.01	+0.02	+0.03	+0.04	+0.05	+0.06	+0.07	+0.08	+0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7793	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Bazı formüller

$$\int x e^{-\alpha x} dx = \frac{-1}{\alpha^2} (\alpha x + 1) e^{-\alpha x} + c \qquad \lim_{x \to \infty} x e^{-x} = 0$$

SORULAR

 ${\bf S1:}\;\;\; X$ ve Y sürekli rastgele değişkenler ve bunların Birleşik Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$f(x,y) = \begin{cases} \alpha x e^{-x}, & 0 < y < x, x, y \in \mathbb{R}^+ \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

- (a) (10 puan) α 'nın değerinin $\frac{1}{2}$ olduğunu gösteriniz.
- (b) (10 puan) Y'nin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz. (Bu fonksiyonun tanımlı olduğu aralığı da belirtmeniz gerekiyor.)
- (c) (10 puan) Y = 5 olduğu biliniyorsa X'in 4 ile 7 arasında değer alma ihtimali nedir?
- (d) (10 puan) $g(X,Y) = \frac{Y^3}{X}$, X ve Y'nin bir fonksiyonu ise g(X,Y)'nin beklenen değeri nedir?
- ${f S2}$: Iki adet torbanın ikisinde de 1 ve 2 yazılmış ikişer top bulunuyor. Iki torbadan da rastgele birer top çekilip üzerinde yazan sayılara bakılıyor ve toplar torbaya geri konuyor. X rastgele değişkeni çekilen 2 toptaki sayıların toplamı olsun.
 - (a) (10 puan) X'in Olasılık Kütle Fonksiyonu'nu değer uzayını da belirterek bulunuz. (Tablo halinde olabilir)
 - (b) (10 puan) X'in ortalama ve varyansı nedir?
 - (c) (10 puan) Bu deneyin 100 defa tekrar edildiğini varsayalım. X_i : i'nci deneyde iki topta görülen sayıların toplamı olsun. $P\{(X_1 + X_2 + ... + X_n) > 250\}$ nedir?
- S3: (10 puan) X, ortalaması 0.5, varyansı 4 olan olan normal dağılımlı bir rastgele değişken olsun. $P(-\beta < X < \beta) = 0.25$ olmasını sağlayan β değerini bulunuz.
- S4: Bir bilgisayar tamir şirketinde Ahmet, Mehmet veya Nazlı adında 3 personel vardır. Gelen işler rastgele Ahmet, Mehmet veya Nazlı'ya verilmektedir. Gelen bir işin Ahmet'e verilme olasılığı %40, Mehmet'e verilme olasılığı %50, Nazlı'ya verilme olasılığı %10'dur. Ahmet'in bir işi başarılı bitirme olasılığı 0.9, Mehmet'in bir işi başarılı bitirme olasılığı 0.8 ve Nazlı'nın bir işi başarılı bitirme olasılığı 0.99'dur.
 - (a) (10 puan) Gelen bir işin başarılı bitirilme ihtimali nedir?
 - (b) (10 puan) Başarılı bitirilmiş bir işi Nazlı'nın yapmış olma ihtimali nedir?