

# Olasılık Teorisi ve İstatistik

## Ek 1 Sınavı

İstanbul Üniversitesi - Cerrahpaşa  
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

26/09/2022 14:00

### LÜTFEN OKUYUN:

- Sınava sizin için belirlenen sınıfta giriniz.
- Bu sınavın süresi 60 dakikadır. Süre bittiğinde cevap kağıdını doldurmaya devam edenler kopya çekmiş sayılır.

Bu sınavda sadece hesap makinasına izin vardır. Kendi notlarınızı içeren A4 kağıdı ve fotokopi notlar yasaktır!

Lütfen soruları kurşun kalemle, İNGİLİZCE, kısa ve anlaşılır olarak CEVAP KAĞIDINA cevaplayınız. **Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak**, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir. Çözüm adımlarınız anlaşılır olmalıdır. Soru kağıdına cevaplarınızı yazmayınız, değerlendirmeye alınmayacaktır.

- Sınava 1 adet hesap makinası getirebilirsiniz. Bunların dışında her türlü defter, kitap, notlar, sözlük ve elektronik sözlük yasaktır.
- Materyalin paylaşılması yasaktır. **Hesap makinası ve bilgi paylaşmak kopya sayılacaktır!**
- Bilgisayar, PDA, cep telefonu türünden elektronik cihazlar kullanmak yasaktır.
- Soruları çözmeye başlamadan lütfen okuyun.
- Soru kağıtlarına isim ve numaranızı yazınız.
- Soru kağıtlarınızı çıkarken cevap kağıdınızla beraber teslim ediniz.
- Bu sınavda toplam 100 puanlık soru vardır.
- **SINAVDA KOPYA ÇEKENLER, KOPYA VERENLER VE BUNLARA TEŞEBBÜS EDENLER SINAVDAN "0" ALACAKTIR VE DEKANLIĞA ŞİKAYET EDİLECEKLERDİR!**

Başarılar. (Mustafa Dağtekin)

Lütfen buraya "okudum" yazınız.: .....

SORULAR ARKA SAYFADADIR.

**S1:**  $X$  ve  $Y$  **SÜREKLİ** rastgele değişkenleri için "Birleşik Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu" aşağıdaki gibidir. Verilen soruları cevaplayınız.

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \alpha \frac{x}{y} & , \quad 0 < x \leq y < 1 \\ 0 & , \quad \text{diğer} \end{cases}$$

- (a) (10 puan)  $\alpha$ 'nın değerini bulunuz.
- (b) (10 puan)  $Y = y$  olma şartı altında  $X$ 'in şartlı olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz. Fonksiyonun sınırlarını yazmayı ihmal etmeyiniz.
- (c) (10 puan)  $X$  ve  $Y$ 'nin korelasyon katsayısını bulunuz. ( $\alpha$ 'yı doğru bulmamış olma ihtimalini de düşünerek sonucu  $\alpha$  cinsinden de yazınız) ( $E(XY)$  korelasyon katsayısı değil!)

**S2:** Bir fabrikada elektronik pazarı için direnç üretilmektedir. Üretilen dirençlerin gerçek ölçülen değeri beklenen değerden %10'dan daha fazla hatalı çıkarsa o dirençler bozuk sayılmaktadır (Örneğin: 100 Ohmluk bir direnç ölçüldüğünde 90 ile 110 Ohm arasında bir değer çıkarsa sağlam, aksi takdirde bozuk sayılıyor). Bu dirençlerin değerlerinin normal dağılımı takip ettiğini varsayarsak:

- (a) (10 p) Beklenen değeri 1000 Ohm olan bir kısım dirençten rasgele seçilen bir direncin sağlam sayılma ihtimalinin en az 0.90 olması için bu dirençlerin değerlerinin varyansı en fazla ne olmalıdır?
- (b) (10 p) Beklenen değeri  $\mathcal{R}$  Ohm olan bir kısım dirençten rasgele seçilen bir direncin sağlam sayılma ihtimalinin 0.27 olduğunu ve bu dirençlerin değerlerinin standart sapmasının 25 Ohm olduğunu varsayarsak  $\mathcal{R}$  ne olmalıdır?

**S3:** Bir ayrık rasgele değişken  $X$ 'in değer uzayı  $R_X = \{2, 3, k\}$ 'dir. (Bu değerler harici değer alma ihtimalleri sıfırdır). Bu rasgele değişken için olasılık kütle fonksiyonu  $p(x) = 1/x$ 'tir.

- (a) (10 puan)  $k$ 'nın değerini bulunuz.
- (b) (10 puan)  $X$ 'in birikimli dağılım fonksiyonunu bulunuz ve grafik ile gösteriniz.
- (c) (10 puan)  $X$ 'in ortalama, varyans ve standart sapmasını bulunuz.
- (d) (10 puan)  $X$ 'in bir fonksiyonu  $g(X) = X^2 + 1$  olarak verilmişse,  $Y = g(X)$ 'in olasılık kütle fonksiyonunu bulunuz.

**S4:** Bir kitaptaki hata sayısı,  $X$ , Poisson sürecini takip ediyor ve kitabın sayfa başına ortalama  $\lambda$  hata vardır. Aşağıdaki soruları cevaplayınız:

- (a) (10 puan) 500 sayfalık bir kitapta ortalama 250 hata varsa  $\lambda$  kaç olmalıdır?
- (b) (10 puan)  $\lambda = 0.25$  ise 3 sayfada hata sayısının 2'den az olma ihtimali nedir?