

BIMU2004

Olasılık Teorisi ve İstatistik

Bütünleme Sınavı

İstanbul Üniversitesi - Cerrahpaşa
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü - Güz 2022

18 Ocak 2023 08:30-09:40

LÜTFEN OKUYUN:

- Sınava sizin için belirlenen sınıfta giriniz.
- Bu sınavın süresi 70 dakikadır. Süre bittiğinde cevap kağıdını doldurmaya devam edenler kopya çekmiş sayılır.
- Lütfen soruları kurşun kalemle, TÜRKÇE, kısa ve anlaşılır olarak cevaplayınız.
- **Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir. Çözüm adımlarınız anlaşılır olmalıdır.** Çözümlerde eksik varsa puan alamazsınız veya en fazla kısmi puan alırsınız. Soruların çözümü tam olmalıdır. İntegralleri veya Toplamları çözmeden bırakmak puan kaybına sebep olur.
- Sınavda 1 adet hesap makinesi kullanabilirsiniz. Bunların dışında her türlü defter, kitap, notlar, sözlük ve elektronik sözlük yasaktır.
- **Hesap makinesi ve silgi paylaşmak kopya sayılacaktır!**
- Bilgisayar, PDA, cep telefonu türünden elektronik cihazlar kullanmak yasaktır.
- Soruları çözmeye başlamadan lütfen okuyun.
- Soru ve cevap kağıtlarına isim ve numaranızı yazınız.
- Soru ve cevap kağıtlarınızı çıkarken cevap kağıdınızla beraber teslim ediniz.
- Bu sınavda toplam 100 puanlık soru vardır.
- **SINAVDA KOPYA ÇEKENLER, KOPYA VERENLER VE BUNLARA TEŞEBBÜS EDENLER SINAVDAN "0" ALACAKTIR VE DEKANLIĞA ŞİKAYET EDİLECEKLERDİR!.**
- Çözümlerinizi ondalık sayı olarak verecekseniz noktadan sonra en az 3 basamak hassasiyet olmalıdır.
- Çözümlerinizi kesirli ise sadeleştirin, mesela sonuç $\frac{2}{4}$ ise $\frac{1}{2}$ yapılmalıdır.

Başarılar. (Mustafa Dağtekin)

Birikimli Standard Normal Dağılım Tablosu. $\phi(z)$										
z	+0.00	+0.01	+0.02	+0.03	+0.04	+0.05	+0.06	+0.07	+0.08	+0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7793	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Bazı formüller

$$\int x e^{-x} dx = -(x+1) e^{-x} + c$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0$$

SORULAR

S0: Önceki sayfadaki açıklamaları okuyun! Bu soruyu da cevap kağıdına ”**Açıklamaları Okudum**” yazarak cevaplayınız!

S1: X ve Y sürekli rastgele değişkenler ve bunların Birleşik Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir. Aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Cevaplarken kullanacağınız formülleri yazmanız gerekmektedir. Ayrıca uygun terminoloji ve sembolleri kullanmanız gerekmektedir.)

$$f(x, y) = \begin{cases} \alpha e^{-x}, & 0 < x + y < 1, \quad 0 < x, \quad 0 < y \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

- (a) (10 puan) α 'nın değerinin e olduğunu gösteriniz.
- (b) (10 puan) X 'nin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz ve grafiğini çiziniz. (Bu fonksiyonun tanımlı olduğu aralığı da belirtmeniz gerekiyor.)
- (c) (10 puan) $X = x$ şartı altında Y 'nin beklenen değerini bulunuz. (İpucu: x cinsinden çıkması lazım. Ayrıca bu sonucun geçerli olduğu bölgeyi de vermeniz gerekiyor.)

S2: İki adet torbanın ikisinde de üzerine 1, 2 ve 3 yazılmış üçer top bulunuyor. İki torbadan da rastgele birer top çekilip üzerinde yazan sayılara bakılıyor ve toplar torbaya geri konuyor. X rastgele değişkeni çekilen 2 toptaki sayıların arasındaki fark olsun. Aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Cevaplarken kullanacağınız formülleri yazmanız gerekmektedir. Ayrıca uygun terminoloji ve sembolleri kullanmanız gerekmektedir.)

- (a) (10 puan) X 'in Olasılık Kütle Fonksiyonu'nu değer uzayını da belirterek bulunuz.
- (b) (10 puan) X 'in ortalama ve varyansı nedir?
- (c) (10 puan) Bu deneyin 100 defa tekrar edildiğini varsayalım. X_i : i 'nci deneyde iki topta görülen sayıların arasındaki fark olsun. $P\{(X_1 + X_2 + \dots + X_{100}) > 100\}$ nedir?

S3: (10 puan) X , ortalaması 0.5 olan üssel dağılımlı bir rastgele değişken olsun. $P(\beta < X) = 0.25$ olmasını sağlayan β değerini bulunuz. (Cevaplarken kullanacağınız formülleri yazmanız gerekmektedir. Ayrıca uygun terminoloji ve sembolleri kullanmanız gerekmektedir.)

S4: İki adet torbadan:

- Torba 1'de 3 adet kırmızı, 2 adet siyah top,
- Torba 2'de 4 adet kırmızı, 3 adet siyah top

bulunuyor. Torba 1'den rasgele 1 adet top çekilip Torba 2'ye konuyor. Sonra, Torba 2'den 1 adet rastgele top çekilip Torba 1'e konuyor. Aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Cevaplarken olay tanımlarını yapmanız ve kullanacağınız formülleri yazmanız gerekmektedir. Ayrıca uygun terminoloji ve sembolleri kullanmanız gerekmektedir.)

- (a) (10 puan) 2. torbadan çekildikten sonra topun kırmızı olma ihtimali nedir?
- (b) (10 puan) 1. torbadan da, 2. torbadan da kırmızı çekilme ihtimali nedir?
- (c) (10 puan) Deney sonunda her iki torbadaki renk sayısının deney başındakiyle aynı olma ihtimali nedir?

LÜTFEN SINAV KAĞITLARINIZA İSİM YAZARAK CEVAP KAĞIDIYLA BERABER TESLİM EDİNİZ.