

Olasılık Teorisi ve İstatistik

İÜC Bilgisayar Mühendisliği

Yılıçi Sınavı
09.Kasım.2018

Numara	:	
İsim	:	
Soyisim	:	
İmza	:	

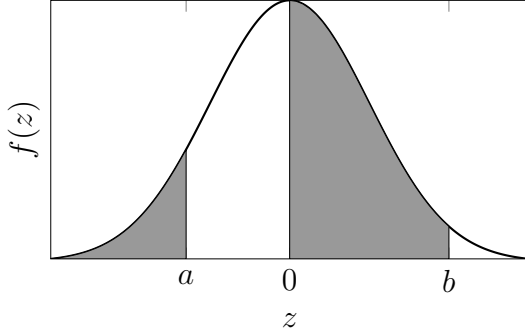
Bu sınavda, kapak sayfası dahil olmak üzere, 6 sayfa ve 14 soru vardır. Sınavda toplam 125 puanlık soru vardır. Bu sınavın süresi **70 dakika**dır. Lütfen cevaplarınızı sorulardan sonra gelen boş kısımlara yapınız. Eğer bu kısımlar yetmezse lütfen kağıtların arkalarını kullanın veya gözetmenden kağıt isteyiniz. **Bazı sorular çoktan seçmelidir ve şıkların önünde harf veya çember vardır. Lütfen önünce harf olan şıklardan doğru cevabı yuvarlak içine alınız, çemberli şıklarda doğru cevapların için doldurunuz.**

- Lütfen soruları TÜRKÇE kısa ve anlaşılır olarak cevaplayınız. **Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak**, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir.
- Sınavda 1 adet hesap makinesi kullanabilirsiniz.
- Sınavda hatırlamanıza yardımcı olacak formüller ve tablolar için 1 adet A4 kağıdının arkasına içinde soru çözümleri olmayan not kağıdı kullanabilirsiniz. Fotokopi veya bilgisayar çıktısı olabilir.
- Ayrıca kendi getirdiğiniz Birikimli Standart Normal Dağılım tablosu kullanabilirsiniz.
- Her türlü defter, kitap, notlar, sözlük ve elektronik sözlük yasaktır. Materyalin paylaşılması yasaktır.
- SINAVDA KOPYA ÇEKENLER, KOPYA VERENLER VE BUNLARA TEŞEBBÜS EDENLER SINAVDAN "0" ALACAKTIR VE DEKANLIĞA ŞİKAYET EDİLECEKLERDİR!**
- Başarılar. (Mustafa Dağtekin)

Sağdaki tabloya birşey yazmayın!

Soru	Puan	Aldığı Puan
1	5	
2	5	
3	5	
4	5	
5	5	
6	5	
7	5	
8	5	
9	5	
10	5	
11	20	
12	20	
13	20	
14	15	
Toplam	125	

Soru 1: [5 Puan] Aşağıdaki grafikte Standart Normal dağılımlı bir rastgele değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu gösterilmiştir. Aşağıda eğrinin altında karaltılmış alanların toplamı 0.5'e eşittir. Yani $-\infty$ ile a arasında eğrinin altında kalan alan ile 0 ile b arasında eğrinin altında kalan alanın toplamı 0.5'tir. a ve b için aşağıdakilerden hangisi söylenebilir?



- A. $a = b$
- B. $a = \frac{1}{b}$
- C. $a = -b$
- D. Birşey söylenemez, yeterince bilgi yok.

Soru 2: [5 Puan] X rastgele değişkeni için birikimli dağılım fonksiyonu $F_x(x)$ olsun. Aşağıdaki ifadelerden hangileri yanlıştır. (Birden fazla olabilir)

- ☐ $\lim_{x \rightarrow \infty} F_x(x) = \infty$
- ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_x(x) = 1$
- ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_x(x) = 0$
- ☐ $\lim_{x \rightarrow \infty} F_x(x) = 1$
- ☐ $F_x(x)$ 1'den büyük olamaz.
- ☐ Hiçbiri

Soru 3: [5 Puan] Bir fabrikada üretilen 1000 adet motordan bozuk olan motor sayısı X rastgele değişkeni ile gösteriliyor. Motorlardan herhangi birinin bozuk olma ihtimali 0.04'tür ve motorların bozulma olayları birbirinden bağımsızdır. O halde X bir

- A. Geometrik dağılımlı rastgele değişkendir.
- B. Binom dağılımlı rastgele değişkendir.
- C. Üstel dağılımlı rastgele değişkendir.
- D. Normal dağılımlı rastgele değişkendir.
- E. Birbiçimli (Uniform) dağılımlı rastgele değişkendir.
- F. Poisson dağılımlı rastgele değişkendir.
- G. Hiçbiri

Soru 4: [5 Puan] Z standart normal dağılımlı bir rastgele değişken olsun. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- ☐ $P(Z < 1) \approx 0.84345$
- ☐ $E(Z) = 1$
- ☐ $\phi(z) = 1 - \phi(-z)$
- ☐ $P(Z = 0.5) \approx 0.691462$
- ☐ Hiçbiri

Soru 5: [5 Puan] Bir kutuda 2 Yeşil 8 kırmızı top vardır. Bu kutudan *yerine koyarak* top çekiliyor. X bu kutudan yeşil top gelinceye kadar çekilen top sayısını gösteriyorsa aşağıdakilerden hangileri doğrudur? Lütfen doğru olan cevapların onündeki çemberi doldurunuz.

- ☐ X 'in değer uzayı $R_X = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 'tür.
☐ $P(X = 1) = \frac{1}{5}$
☐ $E(X) = \frac{1}{5}$
☐ $\sigma_X = \frac{1}{5}$
☐ Hiçbiri

Soru 6: [5 Puan] *POPPODO* kelimelerinin harfleri birbirinden farklı kaç farklı şekilde dizilebilir? Lütfen çözünüz.

Soru 7: [5 Puan] Aşağıda bazı olaylar ve olay kümelerinin içindeki denemeler verilmektedir. Ayrıca örnek uzayı S olarak gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 A &= \{a, b, c, d\} \\
 B &= \{c, d, e\} \\
 C &= \{a, c, f, g\} \\
 S &= \{a, b, c, d, e, f, g\}
 \end{aligned}$$

Aşağıdakilerden hangileri doğrudur? Lütfen doğru olan cevapların önündeki çemberi doldurunuz.

- ☐ $A \cup B = S$
☐ $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$
☐ $\bar{A} = \{e, f, g\}$
☐ $A \subset B = \{a\}$
☐ $P(A \cap B) \geq P(B \cap C)$
☐ $P(S) = 0.5$

Soru 8: [5 Puan] A ve B birbirini dışlayan (mutually exclusive) olaylar ise aşağıdakilerden hangileri her durumda kesinlikle doğrudur? Lütfen doğru olan cevapların önündeki çemberi doldurunuz.

- ☐ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
☐ $P(A|B) = P(A)$
☐ $P(A) < P(B)$
☐ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
☐ $P(A) + P(B) = 1$
☐ $P(A \cap B) = 0$

Soru 9: [5 Puan] A ve B bağımsız olaylar ise aşağıdakilerden hangileri her durumda kesinlikle doğrudur? Lütfen doğru olan cevapların önündeki çemberi doldurunuz.

- ☐ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- ☐ $P(A|B) = P(A)$
- ☐ $P(A) < P(B)$
- ☐ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- ☐ $P(A) + P(B) = 1$
- ☐ $P(A \cap B) = 0$

Soru 10: [5 Puan] Herhangi birbirine bağımlı veya bağımsız A ve B olayları için aşağıdakilerden hangileri doğrudur? Lütfen doğru olan cevapların önündeki çemberi doldurunuz.

- ☐ $P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B)$
- ☐ $P(B) = P(A)$
- ☐ $P(A) < P(B)$
- ☐ $P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$, $P(B) > 0$ olmak şartıyla.
- ☐ $P(A) + P(B) = 1$
- ☐ $P(A \cap B) = 0$

Soru 11: X bir ayrık rastgele değişken ve olasılık kütle fonksiyonunun sıfırdan farklı değerler aldığı noktalar aşağıdaki tabloda verilmiştir. X 'in bir fonksiyonu, $g(X) = |X| + 1$ olarak verilmişse aşağıdaki soruları cevaplayınız.

x	$f(x)$
-2	0.25
0	0.35
2	0.40

(a) [10 Puan] $g(X)$ 'in beklenen değeri nedir?

(b) [10 Puan] X 'in birikimli dağılım fonksiyonunu bulunuz ve basitçe grafiğini çiziniz.

Soru 12: [20 Puan] Bir uçak şirketi 300 kişilik bir uçuş için 310 tane bilet satmaktadır. Bilet alan herhangi bir yolcunun uçuşa gelme ihtimali 0.95'tir. Bu uçuş için bileti olup da uçuşa alınmayan yolcu olmama (ayakta yolcu kalmaması) ihtimali nedir? (Normal dağılıma yaklaşımla bulabilirsiniz, direkt çözmek çok uzun sürer. Süreklilik düzeltmesi yapmayı unutmayın!)

Soru 13: [20 Puan] X bir sürekli rastgele değişken ve olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi veriliyor. Bu rastgele değişkenin ortalaması 1 ise α ve β değerlerini bulunuz.

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x & , \quad 0 < x < \beta \\ 0 & , \quad \text{diğer} \end{cases}$$

Soru 14: [15 Puan] Bir futbol maçında 90 dakikalık süre içinde atılan gol sayısı Poisson sürecini takip ediyor ve ortalamada maç başına 1.5 gol atılıyor. Bu maçta ilk 45 dakika içinde atılan gol sayısının 2 olma ihtimali nedir?