

Olasılık Teorisi ve İstatistik

Bütünleme Sınavı

İstanbul Üniversitesi - Cerrahpaşa
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü - Güz 2019

14.Ocak.2020 17:00

LÜTFEN OKUYUN: Bu sınavın süresi 70 dakikadır. Lütfen soruları TÜRKÇE kısa ve anlaşılır olarak cevaplayınız. **Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak**, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir. Sınavda 1 adet hesap makinesi, her iki yüzüne notlarınızı yazdığınız, üstüne isminiz ve numaranız yazılı 1 adet A4 sayfası ve üzerinde yazı olmayan Birikimli Standart Normal Dağılım tablosunun fotokopisini kullanabilirsiniz. Bunların dışında her türlü defter, kitap, notlar, sözlük ve elektronik sözlük yasaktır. Materyalin paylaşılması yasaktır. **Hesap makinesi ve silgi paylaşmak kopya sayılacaktır!** Bilgisayar, PDA, cep telefonu türünden elektronik cihazlar kullanmak yasaktır. Soruları çözmeye başlamadan lütfen okuyun. **Soru kağıtlarınızı çıkarken cevap kağıdınızla beraber teslim ediniz. A4 kağıdı ve tablonuz sizde kalabilir.** Bu sınavda toplam 110 puanlık soru vardır. **SINAVDA KOPYA ÇEKENLER, KOPYA VERENLER VE BUNLARA TEŞEBBÜS EDENLER SINAVDAN "0" ALACAKTIR VE DEKANLIĞA ŞİKAYET EDİLECEKLERDİR!** Başarılar. (Mustafa Dağtekin)

S1: X ve Y **SÜREKLİ** rastgele değişkenleri için "*Birleşik Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu*" aşağıdaki gibidir. Verilen soruları cevaplayınız.

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \alpha \frac{x}{y}, & 0 < x \leq y < 1 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

- (a) (10 puan) α 'nın değerini bulunuz.
- (b) (10 puan) $Y = y$ olma şartı altında X 'in şartlı olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz. Fonksiyonun sınırlarını yazmayı ihmal etmeyiniz.
- (c) (10 puan) X ve Y 'nin korelasyon katsayısını bulunuz. (α 'yı doğru bulmamış olma ihtimalini de düşünerek sonucu α cinsinden de yazınız) ($E(XY)$ korelasyon katsayısı değil!)

S2: Bir fabrikada elektronik pazarı için direnç üretilmektedir. Üretilen dirençlerin gerçek ölçülen değeri beklenen değerden %10'dan daha fazla hatalı çıkarsa o dirençler bozuk sayılmaktadır (Örneğin: 100 Ohmluk bir direnç ölçüldüğünde 90 ile 110 Ohm arasında bir değer çıkarsa sağlam, aksi takdirde bozuk sayılıyor). Bu dirençlerin değerlerinin normal dağılımı takip ettiğini varsayarsak:

- (a) (10 p) Beklenen değeri 1000 Ohm olan bir kısım dirençten rasgele seçilen bir direncin sağlam sayılma ihtimalinin en az 0.90 olması için bu dirençlerin değerlerinin varyansı en fazla ne olmalıdır?
- (b) (10 p) Beklenen değeri \mathcal{R} Ohm olan bir kısım dirençten rasgele seçilen bir direncin sağlam sayılma ihtimalinin 0.27 olduğunu ve bu dirençlerin değerlerinin standart sapmasının 25 Ohm olduğunu varsayarsak \mathcal{R} ne olmalıdır?

S3: Bir ayrık rasgele değişken X 'in değer uzayı $R_X = \{2, 3, k\}$ 'dir. (Bu değerler harici değer alma ihtimalleri sıfırdır). Bu rasgele değişken için olasılık kütle fonksiyonu $p(x) = 1/x$ 'tir.

- (a) (10 puan) k 'nın değerini bulunuz.
- (b) (10 puan) X 'in birikimli dağılım fonksiyonunu bulunuz ve grafik ile gösteriniz.
- (c) (10 puan) X 'in ortalama, varyans ve standart sapmasını bulunuz.
- (d) (10 puan) X 'in bir fonksiyonu $g(X) = X^2 + 1$ olarak verilmişse, $Y = g(X)$ 'in olasılık kütle fonksiyonunu bulunuz.

S4: Bir kitaptaki hata sayısı, X , Poisson sürecini takip ediyor ve kitabın sayfa başına ortalama λ hata vardır. Aşağıdaki soruları cevaplayınız:

- (a) (10 puan) 500 sayfalık bir kitapta ortalama 250 hata varsa λ kaç olmalıdır?
- (b) (10 puan) $\lambda = 0.25$ ise 3 sayfada hata sayısının 2'den az olma ihtimali nedir?