



Sayısal Analiz Proje Raporu

20011044

Yusuf Enes Kurt

l1120044@std.yildiz.edu.tr

Ders Yürütücüsü

Öğr. Gör. Dr. **Ahmet Elbir**

13.06.2021

Ana Menü :

```
Menu :  
(1) Doğrusal Olmayan Eşitliklerin Çözümü  
(2) Matris İşlemleri  
(3) Sayısal Türev  
(4) Sayısal Integral  
(5) Gregory Newton Enterpolasyonu  
(6) Çıkış
```

Bu kısımda 5 ana konu var. Sayısal türev ve Gregory Newton Enterpolasyonu'nda tek program varken diğer başlıklar 2 veya 3 alt başlıklara ayrılır. 6 numara girilmediği sürece her program bittiğinde bu menüye geri dönülür.

Doğrusal Olmayan Eşitliklerin Çözümü :

```
Doğrusal Olmayan Eşitliklerin Çözümü  
Alt Menü :  
(1) Bisection  
(2) Regula Falsi  
(3) Newton Raphson
```

Burada bizi 3 tane yöntem karşılıyor.

Bisection :

$f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 6$ $[0, 1]$ Hata = $\epsilon = 0.01$

1. iterasyon $[0, 1]$

$f(0) = -6$ $f(1) = 2$ $f(0) \cdot f(1) < 0$ $Hata = \frac{1-0}{2^1} < 0.01$ X

$c = \frac{1+0}{2} = 0.5$ $f(0.5) = -0.625$

$f(0.5) \cdot f(1) < 0$

2. iterasyon $[0.5, 1]$

$f(0.5) = -0.625$ $f(1) = 2$ $c = \frac{1+0.5}{2} = 0.75$ $f(0.75) = 0.9844$ $Hata = \frac{1-0.5}{2^2} < 0.01$ X

$f(0.5) \cdot f(0.75) < 0$

3. iterasyon $[0.5, 0.75]$

$f(0.5) = -0.625$ $f(0.75) = 0.9844$ $c = \frac{0.75+0.5}{2} = 0.625$ $f(0.625) = 0.2598$ $Hata = \frac{0.75-0.5}{2^3} < 0.01$ X

$f(0.5) \cdot f(0.625) < 0$

4. iterasyon $[0.5, 0.625]$

$f(0.5) = -0.625$ $f(0.625) = 0.2598$ $c = \frac{0.5+0.625}{2} = 0.5625$ $f(0.5625) = -0.1618$ $Hata = \frac{0.625-0.5}{2^4} < 0.01$ ✓

$f(0.5625) \cdot f(0.625) < 0$

$x_{kök} \approx 0.5625$

Bisection

```
fonksiyonun en büyük derecesini giriniz : 3
3. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 1
2. dereceden elemanın katsayısını yazınız : -7
1. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 14
0. dereceden elemanın katsayısını yazınız : -6
Arasında kök olan aralık seçiniz a-b
a : 0
b : 1
eps hata değeri giriniz : 0.01
mid : 0.500000
mid : 0.750000
mid : 0.625000
mid : 0.562500
kök : 0.562500
```

Regula Falsi :

```
function f(x) = x^3 + 4x^2 - 10
```

Enter begining of interval: 1

Enter end of interval: 2

```
Enter precision of method: 0.000001
```

iterations	a	b
1	1	2
2	1.263157895	2
3	1.338827839	2
4	1.358546342	2
5	1.36354744	2
6	1.364807032	2
7	1.365123718	2
8	1.365203304	2
9	1.365223302	2
10	1.365228327	2
11	1.36522959	2
12	1.365229907	2

Root = 1.365229987

```
fonksiyonun en buyuk derecesini giriniz : 3
3. dereceden elemanın katsayisini yaziniz : 1
2. dereceden elemanın katsayisini yaziniz : 4
1. dereceden elemanın katsayisini yaziniz : 0
0. dereceden elemanın katsayisini yaziniz : -10
Arasinda kok olan aralik seciniz a-b
a : 1
b : 2
eps hata degeri giriniz : 0.000001
mid : 1.263158
mid : 1.338828
mid : 1.358546
mid : 1.363547
mid : 1.364807
mid : 1.365124
mid : 1.365203
mid : 1.365223
mid : 1.365228
mid : 1.365230
mid : 1.365230
mid : 1.365230
mid : 1.365230
mid : 1.365230
kok = 1.365230
```

Newton Raphson :

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ köklerini bulmak için Newton Raphson kullanılacak
 $f(x)' = 2x - 4$

x_k	x_{k+1}
0	$0 + \frac{3}{4} = 0,75$
0,75	$0,75 - (0,5625 / -2,5) = 0,975$
0,975	$0,975 - (0,050625 / -2,05) = 0,9996$
0,9996	$0,9996 - (9,903 \cdot 10^{-4} / -2,00008) = 1,000095$

$$x_{k+1} = 1 \text{ için } V = (6 - 2 \cdot 1)^2 \cdot 1 = 16 \text{ br}^3$$

Newton Raphson

```
fonksiyonun en büyük derecesini giriniz : 2
2. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 1
1. dereceden elemanın katsayısını yazınız : -4
0. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 3
Başlangıç indisi giriniz x0 : 0
eps hata değeri giriniz : 0.001
x1 : 0.750000
x1 : 0.975000
x1 : 0.999695
x1 : 1.000000
kok : 1.000000
```

Matris İşlemleri

```
Matris İşlemleri
Alt Menu :
(1) Matrisin Tersini Alma
(2) Gauss Eleminasyon
(3) Gauss Seidel
```

Burada bizi 3 tane yöntem karşılıyor.

Matrisin Tersini Alma :

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 9 & 1 \end{pmatrix}^{(-1)} = \begin{pmatrix} \frac{13}{24} & \frac{-2}{3} & \frac{-1}{24} & \frac{5}{24} \\ \frac{-1}{24} & \frac{1}{3} & \frac{-1}{8} & \frac{-1}{24} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{-1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{8} & \frac{-2}{3} & \frac{25}{24} & \frac{-13}{24} \end{pmatrix} \quad |A| = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 9 & 1 \end{vmatrix} = -72$$

Matrisin Tersini Alma

Matrisin satir ve sutun sayisini giriniz : 4

Satir[0] , Sutun[0] degerini gir : 3
 Satir[0] , Sutun[1] degerini gir : 6
 Satir[0] , Sutun[2] degerini gir : 2
 Satir[0] , Sutun[3] degerini gir : 1
 Satir[1] , Sutun[0] degerini gir : 2
 Satir[1] , Sutun[1] degerini gir : 5
 Satir[1] , Sutun[2] degerini gir : 4
 Satir[1] , Sutun[3] degerini gir : 1
 Satir[2] , Sutun[0] degerini gir : 3
 Satir[2] , Sutun[1] degerini gir : 3
 Satir[2] , Sutun[2] degerini gir : 7
 Satir[2] , Sutun[3] degerini gir : 2
 Satir[3] , Sutun[0] degerini gir : 4
 Satir[3] , Sutun[1] degerini gir : 1
 Satir[3] , Sutun[2] degerini gir : 9
 Satir[3] , Sutun[3] degerini gir : 1

determinant = -72.000000

Adjoint Matris :

-39.000000	48.000000	3.000000	-15.000000
3.000000	-24.000000	9.000000	3.000000
18.000000	-24.000000	6.000000	-6.000000
-9.000000	48.000000	-75.000000	39.000000

Matrisin Tersini :

0.541667	-0.666667	-0.041667	0.208333
-0.041667	0.333333	-0.125000	-0.041667
-0.250000	0.333333	-0.083333	0.083333
0.125000	-0.666667	1.041667	-0.541667

Gauss Eleminasyon :

2	x_1	+	6	x_2	+	9	x_3	+	4	x_4	=	3
3	x_1	+	4	x_2	+	1	x_3	+	3	x_4	=	6
4	x_1	+	2	x_2	+	0	x_3	+	1	x_4	=	7
1	x_1	+	3	x_2	+	2	x_3	+	0	x_4	=	10

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 6 & 9 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 3 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 10 \end{array} \right)$$
$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{26}{33} \\ x_2 &= \frac{118}{33} \\ x_3 &= \frac{-25}{33} \\ x_4 &= \frac{-109}{33} \end{aligned}$$

Gauss Eleminasyon

Matrisin satir ve sutun sayisini giriniz : 4

Satir[1] , Sutun[1] degerini gir : 2

Satir[1] , Sutun[2] degerini gir : 6

Satir[1] , Sutun[3] degerini gir : 9

Satir[1] , Sutun[4] degerini gir : 4

Satir[1] , Sutun[5] degerini gir : 3

Satir[2] , Sutun[1] degerini gir : 3

Satir[2] , Sutun[2] degerini gir : 4

Satir[2] , Sutun[3] degerini gir : 1

Satir[2] , Sutun[4] degerini gir : 3

Satir[2] , Sutun[5] degerini gir : 6

Satir[3] , Sutun[1] degerini gir : 4

Satir[3] , Sutun[2] degerini gir : 2

Satir[3] , Sutun[3] degerini gir : 0

Satir[3] , Sutun[4] degerini gir : 1

Satir[3] , Sutun[5] degerini gir : 7

Satir[4] , Sutun[1] degerini gir : 1

Satir[4] , Sutun[2] degerini gir : 3

Satir[4] , Sutun[3] degerini gir : 2

Satir[4] , Sutun[4] degerini gir : 0

Satir[4] , Sutun[5] degerini gir : 10

2.000000	6.000000	9.000000	4.000000	3.000000
0.000000	-5.000000	-12.500000	-3.000000	1.500000
0.000000	0.000000	7.000000	-1.000000	-2.000000
0.000000	0.000000	0.000000	-2.357143	7.785714

Cozum :

x1=0.787879

x2=3.575758

x3=-0.757576

x4=-3.303030

Gauss Seidel :

ÖRNEK: Aşağıdaki lineer denklem sistemini Gauss Siedel methodu ile $\varepsilon_{ref} = 0.001$ olarak çözünüz.

$$5x_1 + 2x_2 + x_3 = 12$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 16$$

Cözüm:

Başlangıç değerlerini ; $x_1^0 = 0, x_2^0 = 0, x_3^0 = 0$ alırsak

iterasyon	x_1	x_2	x_3
0	0	0	0
1	2.4	2.8	2.1
2	0.86	2.52	2.94
3	0.804	2.128	3.066
4	0.9356	1.9992	3.0324
5	0.99384	1.98688	3.00636
6	1.003976	1.994832	2.999304
7	1.002206	1.999245	2.999086
8	1.000485	2.000215	2.999704
9	0.9999735	2.000161	2.999973

Gauss Seidel

3 bilinmeyenli olan denklem sisteminin degerlerini giriniz

A[1][1] : 5

A[1][2] : 2

A[1][3] : 1

A[1][4] : 12

A[2][1] : 1

A[2][2] : 2

A[2][3] : 1

A[2][4] : 8

A[3][1] : 2

A[3][2] : 1

A[3][3] : 4

A[3][4] : 16

x baslangic degeri giriniz : 0

y baslangic degeri giriniz : 0

z baslangic degeri giriniz : 0

epsilon hata degeri giriniz : 0.001

x = 2.400000 , y = 2.800000 , z = 2.100000 dx = 2.400000 , dy = 2.800000 , dz = 2.100000

x = 0.860000 , y = 2.520000 , z = 2.940000 dx = 1.540000 , dy = 0.280000 , dz = 0.840000

x = 0.804000 , y = 2.128000 , z = 3.066000 dx = 0.056000 , dy = 0.392000 , dz = 0.126000

x = 0.935600 , y = 1.999200 , z = 3.032400 dx = 0.131600 , dy = 0.128800 , dz = 0.033600

x = 0.993840 , y = 1.986880 , z = 3.006360 dx = 0.058240 , dy = 0.012320 , dz = 0.026040

x = 1.003976 , y = 1.994832 , z = 2.999304 dx = 0.010136 , dy = 0.007952 , dz = 0.007056

x = 1.002206 , y = 1.999245 , z = 2.999086 dx = 0.001770 , dy = 0.004413 , dz = 0.000218

x = 1.000485 , y = 2.000215 , z = 2.999704 dx = 0.001721 , dy = 0.000970 , dz = 0.000618

x = 0.999973 , y = 2.000161 , z = 2.999973 dx = 0.000512 , dy = 0.000053 , dz = 0.000269

Sayısal Türev :

$f(x)=2x^2-3x+4$ $x=4$ de $h=0.01$ için Birinci Türevini Merkezi Fark formülü ile hesaplayınız.

$$f'(x) = \frac{f(x+h/2) - f(x-h/2)}{h}$$

$$f'(4) = \frac{f(4+0.005) - f(4-0.005)}{0.01} = 13 \quad (\text{gerçek değer} = 13)$$

```
Sayısal Turev

fonksiyonun en büyük derecesini giriniz : 2
2. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 2
1. dereceden elemanın katsayısını yazınız : -3
0. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 4
Turevi alınacak x noktası değeri giriniz : 4
Turev için h değeri giriniz : 0.01

ileri fark turevi : 13.020325
geri fark turevi : 12.980080
merkezi fark turevi : 13.000202
```

Sayısal İntegral :

```
Sayısal İntegral
Alt Menu :
(1) Trapez
(2) Simpson
```

Burada bizi 2 tane yöntem karşılıyor.

Trapez Yöntemi :

$I = \int_a^b (3x^3 + 2x^2 + 5) dx$ integralini $\Delta x = 0,5$ alarak

a) Yamuk ve

b) Uç düzeltmeli yamuk

yöntemleri ile hesaplayınız.

İntegrali analitik çözümü:

$$I = \int_a^b (3x^3 + 2x^2 + 5) dx = \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 5x \Big|_0^3 = 93,75$$

Yamuk yöntemi ile çözüm:

$a = 0, b = 3, \Delta x = 0,5$

$$n = \frac{b-a}{\Delta x} = \frac{3-0}{0,5} = 6$$

$$I \cong \frac{0,5}{2} \left[f(0) + f(3) + 2 \sum_{j=1}^{6-1=5} f(0+j,0,5) \right]$$

$$I \cong 0,25 [f(0) + f(3) + 2[f(0,5) + f(1) + f(1,5) + f(2) + f(2,5)]]$$

$$I \cong 0,25 [5 + 104 + 2[5,875 + 10 + 19,625 + 37 + 64,375]] = 95,6875$$

$$\text{Hata} = |95,6875 - 93,75| = 1,9375$$

Trapez

```
fonksiyonun en buyuk derecesini giriniz : 3
3. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 3
2. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 2
1. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 0
0. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 5
Integrali alınacak aralığın x0 ve xn uc degerlerini giriniz
x0 : 0
xn : 3
Esit parca sayısını giriniz n : 6
h : 0.500000
Integral : 95.687500
```

Simpson Yöntemi :

Simpson Yöntemi ile çözüm

$$S_T = \int_{-2}^1 (x^2 - 1)(x + 2) dx$$

$$n=4 \quad h=(-1-(-2))/4 = 0,25$$

	x	f(x)
x0	-2	0
x1	-1,75	0,5156
x2	-1,50	0,625
x3	-1,25	0,4218
x4	-1	0

$$S_s = \frac{h}{3} [f(x_0) + f(x_n) + 4 \sum_{k=1,3,5}^{n-1} f(x_0 + k * h) + 2 \sum_{i=2,4,6}^{n-2} f(x_0 + i * h)]$$

$$S_s = 0,25/3 [(0 + 0) + 2*0,625 + 4*(0,4218 + 0,0156)] = 0,4166 \text{ br}^2$$

```
Simpson
fonksiyonun en büyük derecesini giriniz : 3
3. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 1
2. dereceden elemanın katsayısını yazınız : 2
1. dereceden elemanın katsayısını yazınız : -1
0. dereceden elemanın katsayısını yazınız : -2
Integrali alınacak aralığın x0 ve xn uc değerlerini giriniz
x0 : -2
xn : -1
Esit parça sayısını giriniz (cift olmalı)    n : 4
f(-1.750000) : 0.515625
f(-1.250000) : 0.421875
f(-1.500000) : 0.625000
f(-2.000000) : 0.000000
f(-1.000000) : 0.000000
Integral : 0.416667
```

Gregory Newton Enterpolasyonu :

II ÖRNEK:

<u>x</u>	<u>f(x)</u>
0	-4
1	-2
2	14
3	62
4	160
5	326
6	578

<u>$\Delta f(x)$</u>
2
16
48
98
166
252

<u>$\Delta^2 f(x)$</u>
14
32
50
68
86

<u>$\Delta^3 f(x)$</u>
18
18
18
18

$$x_0 = 0$$
$$h = 1$$

$$F(x) = -4 + x \cdot 2 + \frac{x(x-1)}{2} \cdot 14 + \frac{x(x-1)(x-2)}{6} \cdot 18$$

$$F(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 4$$

$$F(4) = 160$$

Gregory Newton Enterpolasyonu

Enterpolasyon için $x_0 - x_n$ degerleri giriniz

x_0 : 0

x_n : 6

h degeri giriniz : 1

f(x_0) degerini giriniz : -4

f(x_1) degerini giriniz : -2

f(x_2) degerini giriniz : 14

f(x_3) degerini giriniz : 62

f(x_4) degerini giriniz : 160

f(x_5) degerini giriniz : 326

f(x_6) degerini giriniz : 578

x degeri giriniz : 4

sonuc : 160.000000