2019 年浙江省嘉兴、舟山市中考数学试卷

一、选择题（本题有 10 小题，每题 3 分，共 30 分．请选出各题中唯一的正确选项，不选、多选、错选，均不得分）

1．（3 分）﹣2019 的相反数是（　　）

A．2019　　B．﹣2019　　C．$\frac{1}{2019}$　　D．﹣$\frac{1}{2019}$

【分析】根据相反数的意义，直接可得结论．

【解答】解：因为 a 的相反数是﹣a，

所以﹣2019 的相反数是 2019．

故选：A．

【点评】本题考查了相反数的意义．理解 a 的相反数是﹣a，是解决本题的关键．

2．（3 分）2019 年 1 月 3 日 10 时 26 分，“嫦娥四号”探测器飞行约 380000 千米，实现人类探测器首次在月球背面软着陆．数据 380000 用科学记数法表示为（　　）

A．38×10^4　　B．3.8×10^4　　C．3.8×10^5　　D．0.38×10^6

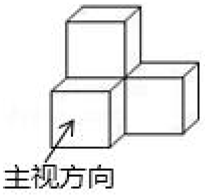
【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

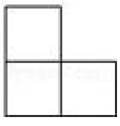
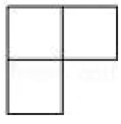
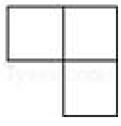
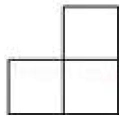
【解答】解：$380000=3.8\times10^5$

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

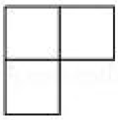
3．（3 分）如图是由四个相同的小正方形组成的立体图形，它的俯视图为（　　）



A．　　B．　　C．　　D．

【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中．

【解答】解：从上面看易得第一层有 1 个正方形，第二层有 2 个正方形，如图所示：



故选：B．

【点评】本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的正面看得到的视图．

4．（3 分）2019 年 5 月 26 日第 5 届中国国际大数据产业博览会召开．某市在五届数博会上的产业签约金额的折线统计图如图．下列说法正确的是（　　）

A．签约金额逐年增加

B．与上年相比，2019 年的签约金额的增长量最多

C．签约金额的年增长速度最快的是 2016 年

D．2018 年的签约金额比 2017 年降低了 22.98%

【分析】两条折线图一一判断即可．

【解答】解：A、错误．签约金额 2017，2018 年是下降的．

B、错误．与上年相比，2016 年的签约金额的增长量最多．

C、正确．

D、错误．下降了：$\frac{244.5-221.6}{244.5}\approx 9.3\%$．

故选：C．

【点评】本题考查折线统计图，解题的关键是理解题意读懂图象信息，属于中考常考题型．

5．（3 分）如图是一个 2×2 的方阵，其中每行、每列的两数和相等，则 a 可以是（　　）

$\sqrt[3]{8}$	2^0
a	$\lvert -2\rvert$

A．tan60°　　　　B．－1　　　　C．0　　　　D．1^{2019}

【分析】直接利用零指数幂的性质以及绝对值的性质和立方根的性质分别化简得出答案．

【解答】解：由题意可得：$a+|-2|=\sqrt[3]{8}+2^0$，

则 $a+2=3$，

解得：$a=1$，

故 a 可以是 1^{2019}．

故选：D．

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键．

6．（3 分）已知四个实数 a，b，c，d，若 $a>b$，$c>d$，则（　　）

A．$a+c>b+d$　　B．$a-c>b-d$　　C．$ac>bd$　　D．$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$

【分析】直接利用等式的基本性质分别化简得出答案．

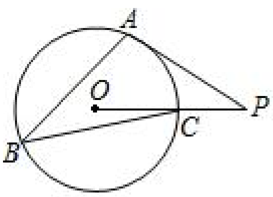
【解答】解：∵$a>b$，$c>d$，

∴$a+c>b+d$．

故选：A．

【点评】此题主要考查了等式的性质，正确掌握等式的基本性质是解题关键．

7．（3 分）如图，已知⊙O 上三点 A，B，C，半径 $OC=1$，$\angle ABC=30°$，切线 PA 交 OC 延长线于点 P，则 PA 的长为（　　）



A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

【分析】连接 OA，根据圆周角定理求出$\angle AOP$，根据切线的性质求出$\angle OAP=90°$，解直角三角形求出 AP 即可．

【解答】解：连接 OA，

∵$\angle ABC=30°$，

∴$\angle AOC=2\angle ABC=60°$，

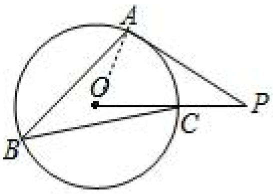
∵过点 A 作⊙O 的切线交 OC 的延长线于点 P，

∴$\angle OAP=90°$，

∵$OA=OC=1$，

$\therefore AP = OA\tan60° = 1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$,

故选：B.



【点评】本题考查了切线的性质和圆周角定理、解直角三角形等知识点，能熟记切线的性质是解此题的关键，注意：圆的切线垂直于过切点的半径.

8.（3 分）中国清代算书《御制数理精蕴》中有这样一题："马四匹、牛六头，共价四十八两（我国古代货币单位）；马二匹、牛五头，共价三十八两．问马、牛各价几何？"设马每匹 x 两，牛每头 y 两，根据题意可列方程组为（　　）

A. $\begin{cases}4x+6y=38\\3x+5y=48\end{cases}$　　B. $\begin{cases}4y+6x=48\\3y+5x=38\end{cases}$

C. $\begin{cases}4x+6y=48\\5x+3y=38\end{cases}$　　D. $\begin{cases}4x+6y=48\\3x+5y=38\end{cases}$

【分析】直接利用"马四匹、牛六头，共价四十八两（我国古代货币单位）；马二匹、牛五头，共价三十八两"，分别得出方程得出答案.

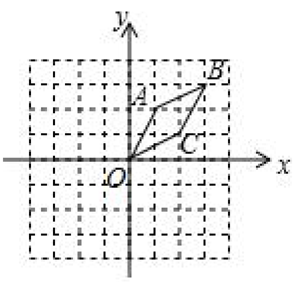
【解答】解：设马每匹 x 两，牛每头 y 两，根据题意可列方程组为：

$\begin{cases}4x+6y=48\\3x+5y=38\end{cases}$.

故选：D.

【点评】此题主要考查了二元一次方程组的应用，正确得出等式是解题关键.

9.（3 分）如图，在直角坐标系中，已知菱形 $OABC$ 的顶点 A（1，2），B（3，3）．作菱形 $OABC$ 关于 y 轴的对称图形 $OA'B'C'$，再作图形 $OA'B'C'$ 关于点 O 的中心对称图形 $OA''B''C''$，则点 C 的对应点 C'' 的坐标是（　　）



A.（2，－1）　　B.（1，－2）　　C.（－2，1）　　D.（－2，－1）

【分析】根据题意可以写出点 C 的坐标，然后根据与 y 轴对称和与原点对称的点的特点即可得到点 C'' 的坐标，本题得以解决.

【解答】解：∵点 C 的坐标为（2，1），

∴点 C' 的坐标为（﹣2，1），

∴点 C'' 的坐标的坐标为（2，﹣1），

故选：A．

【点评】本题考查旋转变化、轴对称变化，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

10．（3 分）小飞研究二次函数 $y=-(x-m)^2-m+1$（m 为常数）性质时如下结论：

①这个函数图象的顶点始终在直线 $y=-x+1$ 上；

②存在一个 m 的值，使得函数图象的顶点与 x 轴的两个交点构成等腰直角三角形；

③点 A（x_1，y_1）与点 B（x_2，y_2）在函数图象上，若 $x_1<x_2$，$x_1+x_2>2m$，则 $y_1<y_2$；

④当﹣$1<x<2$ 时，y 随 x 的增大而增大，则 m 的取值范围为 $m\geqslant 2$．

其中错误结论的序号是（　　）

A．①　　B．②　　C．③　　D．④

【分析】根据函数解析式，结合函数图象的顶点坐标、对称轴以及增减性依次对 4 个结论作出判断即可．

【解答】解：二次函数 $y=-(x-m)^2-m+1$（m 为常数）

①∵顶点坐标为（m，﹣$m+1$）且当 $x=m$ 时，$y=-m+1$

∴这个函数图象的顶点始终在直线 $y=-x+1$ 上

故结论①正确；

②假设存在一个 m 的值，使得函数图象的顶点与 x 轴的两个交点构成等腰直角三角形

令 $y=0$，得﹣$(x-m)^2-m+1=0$，其中 $m\leqslant 1$

解得：$x=m-\sqrt{-m+1}$，$x=m+\sqrt{-m+1}$

∵顶点坐标为（m，﹣$m+1$），且顶点与 x 轴的两个交点构成等腰直角三角形

∴$|-m+1|=|m-(m-\sqrt{-m+1})|$

解得：$m=0$ 或 1

∴存在 $m=0$ 或 1，使得函数图象的顶点与 x 轴的两个交点构成等腰直角三角形

故结论②正确；

③∵$x_1+x_2>2m$

∴$\frac{x_1+x_2}{2}>m$

∵二次函数 $y=-(x-m)^2-m+1$（m 为常数）的对称轴为直线 $x=m$

∴点 A 离对称轴的距离小于点 B 离对称轴的距离

∵$x_1<x_2$，且 $-1<0$

∴$y_1>y_2$

故结论③错误；

④当 $-1<x<2$ 时，y 随 x 的增大而增大，且 $-1<0$

∴m 的取值范围为 $m\geqslant 2$.

故结论④正确.

故选：C.

【点评】本题主要考查了二次函数图象与二次函数的系数的关系，是一道综合性比较强的题目，需要利用数形结合思想解决本题.

二、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

11.（4 分）分解因式：$x^2-5x=$__$x(x-5)$__.

【分析】直接提取公因式 x 分解因式即可.

【解答】解：$x^2-5x=x(x-5)$.

故答案为：$x(x-5)$.

【点评】此题考查的是提取公因式分解因式，关键是找出公因式.

12.（4 分）从甲、乙、丙三人中任选两人参加“青年志愿者”活动，甲被选中的概率为__$\frac{2}{3}$__.

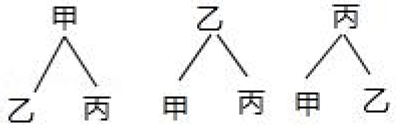
【分析】画出树状图，共有 6 个等可能的结果，甲被选中的结果有 4 个，由概率公式即可得出结果.

【解答】解：树状图如图所示：

共有 6 个等可能的结果，甲被选中的结果有 4 个，

∴甲被选中的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$；

故答案为：$\frac{2}{3}$.



【点评】本题考查了树状图法求概率以及概率公式；画出树状图是解题的关键.

13.（4 分）数轴上有两个实数 a，b，且 $a>0$，$b<0$，$a+b<0$，则四个数 a，b，$-a$，$-b$

的大小关系为<u>　$b<-a<a<-b$　</u>（用"<"号连接）.

【分析】根据两个负数比较大小，其绝对值大的反而小和负数都小于 0，即可得出答案.

【解答】解：∵$a>0$，$b<0$，$a+b<0$，

∴$|b|>a$，

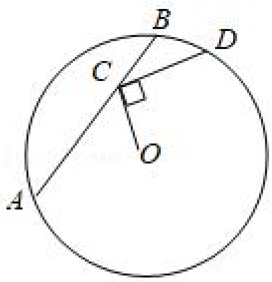
∴$-b>a$，$b<-a$，

∴四个数 a，b，$-a$，$-b$ 的大小关系为 $b<-a<a<-b$.

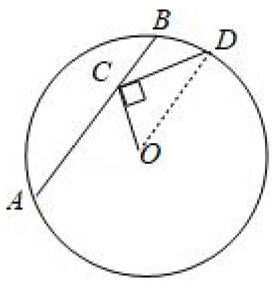
故答案为：$b<-a<a<-b$

【点评】本题考查了有理数的大小比较，掌握有理数的大小比较法则是：正数都大于 0，负数都小于 0，正数大于一切负数，两个负数比较大小，其绝对值大的反而小是本题的关键.

14.（4 分）如图，在⊙O 中，弦 $AB=1$，点 C 在 AB 上移动，连结 OC，过点 C 作 $CD\perp OC$ 交⊙O 于点 D，则 CD 的最大值为<u>　$\frac{1}{2}$　</u>.



【分析】连接 OD，如图，利用勾股定理得到 CD，利用垂线段最短得到当 $OC\perp AB$ 时，OC 最小，根据勾股定理求出 OC，代入求出即可.



【解答】解：连接 OD，如图，

∵$CD\perp OC$，

∴$\angle COD=90°$，

∴$CD=\sqrt{OD^2-OC^2}=\sqrt{r^2-OC^2}$，

当 OC 的值最小时，CD 的值最大，

而 $OC\perp AB$ 时，OC 最小，此时 $OC=\sqrt{r^2-(\frac{1}{2}AB)^2}$，

∴CD 的最大值为$\sqrt{r^2-(r^2-\frac{1}{4}AB^2)}=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{2}$,

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了垂线段最短，勾股定理和垂径定理等知识点，能求出点 C 的位置是解此题的关键.

15.（4 分）在 x^2+__$\pm4x$__$+4=0$ 的括号中添加一个关于 x 的一次项，使方程有两个相等的实数根.

【分析】要使方程有两个相等的实数根，即△=0，则利用根的判别式即可求得一次项的系数即可.

【解答】解：

要使方程有两个相等的实数根，则$\triangle=b^2-4ac=b^2-16=0$

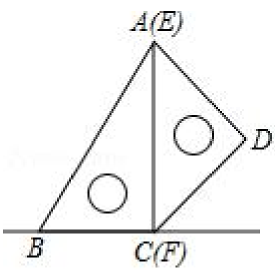
得 $b=\pm4$

故一次项为$\pm4x$

故答案为$\pm4x$

【点评】此题主要考查一元二次方程的根的判别式，利用一元二次方程根的判别式（$\triangle=b^2-4ac$）可以判断方程的根的情况：一元二次方程的根与根的判别式 有如下关系：①当△>0 时，方程有两个不相等的实数根；②当△=0 时，方程有两个相等的实数根；③当△<0 时，方程无实数根，但有 2 个共轭复根．上述结论反过来也成立.

16.（4 分）如图，一副含 30° 和 45° 角的三角板 ABC 和 EDF 拼合在个平面上，边 AC 与 EF 重合，$AC=12cm$．当点 E 从点 A 出发沿 AC 方向滑动时，点 F 同时从点 C 出发沿射线 BC 方向滑动．当点 E 从点 A 滑动到点 C 时，点 D 运动的路径长为__$(24-12\sqrt{2})$__cm；连接 BD，则△ABD 的面积最大值为__$(24\sqrt{3}+36\sqrt{2}-12\sqrt{6})$__$cm^2$.



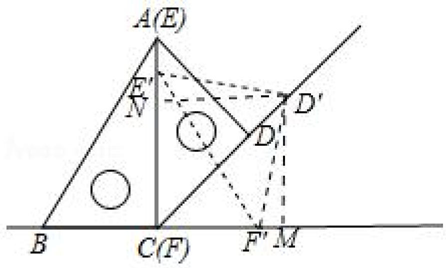
【分析】过点 D'作 $D'N\perp AC$ 于点 N，作 $D'M\perp BC$ 于点 M，由直角三角形的性质可得 $BC=4\sqrt{3}cm$，$AB=8\sqrt{3}cm$，$ED=DF=6\sqrt{2}cm$，由“AAS”可证△$D'NE'$≌△$D'MF'$，可得 $D'N=D'M$，即点 D'在射线 CD 上移动，且当 $E'D'\perp AC$ 时，DD'值最大，则可求点 D 运动

的路径长，由三角形面积公式可求 $S_{\triangle AD'B}=\frac{1}{2}BC\times AC+\frac{1}{2}\times AC\times D'N-\frac{1}{2}\times BC\times D'M=24\sqrt{3}+\frac{1}{2}(12-4\sqrt{3})\times D'N$，则 $E'D'\perp AC$ 时，$S_{\triangle AD'B}$ 有最大值．

【解答】解：$\because AC=12cm$，$\angle A=30°$，$\angle DEF=45°$

$\therefore BC=4\sqrt{3}cm$，$AB=8\sqrt{3}cm$，$ED=DF=6\sqrt{2}cm$

如图，当点 E 沿 AC 方向下滑时，得$\triangle E'D'F'$，过点 D'作 $D'N\perp AC$ 于点 N，作 $D'M\perp BC$ 于点 M



$\therefore \angle MD'N=90°$，且$\angle E'D'F'=90°$

$\therefore \angle E'D'N=\angle F'D'M$，且$\angle D'NE'=\angle D'MF'=90°$，$E'D'=D'F'$

$\therefore \triangle D'NE'\cong\triangle D'MF'$（$AAS$）

$\therefore D'N=D'M$，且 $D'N\perp AC$，$D'M\perp CM$

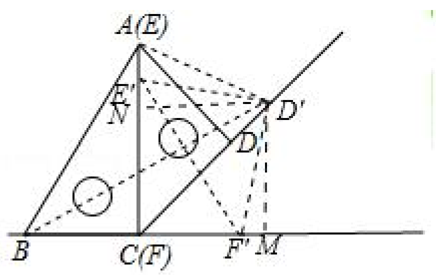
$\therefore CD'$平分$\angle ACM$

即点 E 沿 AC 方向下滑时，点 D'在射线 CD 上移动，

$\therefore$当 $E'D'\perp AC$ 时，DD'值最大，最大值$=\sqrt{2}ED-CD=(12-6\sqrt{2})cm$

$\therefore$当点 E 从点 A 滑动到点 C 时，点 D 运动的路径长$=2\times(12-6\sqrt{2})=(24-12\sqrt{2})cm$

如图，连接 BD'，AD'，



$\because S_{\triangle AD'B}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle AD'C}-S_{\triangle BD'C}$

$\therefore S_{\triangle AD'B}=\frac{1}{2}BC\times AC+\frac{1}{2}\times AC\times D'N-\frac{1}{2}\times BC\times D'M=24\sqrt{3}+\frac{1}{2}(12-4\sqrt{3})\times D'N$

当 $E'D'\perp AC$ 时，$S_{\triangle AD'B}$ 有最大值，

$\therefore S_{\triangle AD'B}$ 最大值＝$24\sqrt{3}+\frac{1}{2}$（$12-4\sqrt{3}$）$\times 6\sqrt{2}$＝（$24\sqrt{3}+36\sqrt{2}-12\sqrt{6}$）$cm^2$.

故答案为：（$24-12\sqrt{2}$），（$24\sqrt{3}+36\sqrt{2}-12\sqrt{6}$）

【点评】本题考查了轨迹，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，角平分线的性质，三角形面积公式等知识，确定点 D 的运动轨迹是本题的关键.

三、解答题（本题有 8 小题，第 17～19 题每题 6 分，第 20、21 题每题 8 分，第 22、23 题每题 10 分，第 24 题 12 分，共 66 分）友情提示：做解答题，别忘了写出必要的过程；作图（包括添加辅助线）最后必须用黑色字迹的签字笔或钢笔将线条描黑.

17.（6 分）小明解答“先化简，再求值：$\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x^2-1}$，其中 $x=\sqrt{3}+1$.”的过程如图．请指出解答过程中错误步骤的序号，并写出正确的解答过程.

解：$\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x-1}$

$\frac{1}{x+1}(x-1)+\frac{2}{x-1}(x-1)$ ---- ①

$(x+1)+2$ ---- ②

$x+3$ ---- ③

当 $x=\sqrt{3}+1$ 时，原式$=x+3$

$=\sqrt{3}+1+3$ ---- ④

$=\sqrt{3}+4$ ---- ⑤

【分析】1

【解答】解：

步骤①、②有误.

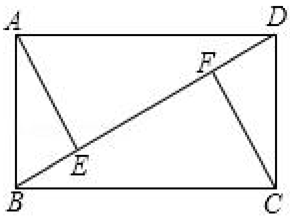
原式$=\frac{x-1}{(x+1)(x-1)}+\frac{2}{(x+1)(x-1)}=\frac{x+1}{(x+1)(x-1)}=\frac{1}{x-1}$

当 $x=\sqrt{3}+1$ 时，原式$=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

1

【点评】本题考查的是分式的化简求值，掌握异分母分式的减法法则是解题的关键.

18.（6 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E，F 在对角线 BD．请添加一个条件，使得结论“$AE=CF$”成立，并加以证明.



【分析】根据 SAS 即可证明△ABE≌△CDF 可得 $AE=CF$.

【解答】解：添加的条件是 $BE=DF$（答案不唯一）.

证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB\parallel CD$，$AB=CD$，

∴∠ABD=∠BDC，

又∵$BE=DF$（添加），

∴△ABE≌△CDF（SAS），

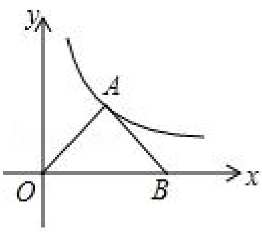
∴$AE=CF$.

【点评】本题考查矩形的性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定方法，属于中考常考题型.

19.（6 分）如图，在直角坐标系中，已知点 B（4，0），等边三角形 OAB 的顶点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象上.

（1）求反比例函数的表达式.

（2）把△OAB 向右平移 a 个单位长度，对应得到△$O'A'B'$当这个函数图象经过△$O'A'B'$一边的中点时，求 a 的值.



【分析】（1）过点 A 作 $AC\perp OB$ 于点 C，根据等边三角形的性质得出点 A 坐标，用待定系数法求得反比例函数的解析式即可；

（2）分两种情况讨论：①反比例函数图象过 AB 的中点；②反比例函数图象过 AO 的中点．分别过中点作 x 轴的垂线，再根据 30°角所对的直角边是斜边的一半得出中点的纵坐标，代入反比例函数的解析式得出中点坐标，再根据平移的法则得出 a 的值即可.

【解答】解：（1）过点 A 作 $AC\perp OB$ 于点 C，

∵△OAB是等边三角形，

∴∠AOB＝60°，$OC=\frac{1}{2}OB$，

∵B（4，0），

∴$OB=OA=4$，

∴$OC=2$，$AC=2\sqrt{3}$.

把点A（2，$2\sqrt{3}$）代入$y=\frac{k}{x}$，得$k=4\sqrt{3}$.

∴反比例函数的解析式为$y=\frac{4\sqrt{3}}{x}$；

（2）分两种情况讨论：

①点D是$A'B'$的中点，过点D作$DE\perp x$轴于点E.

由题意得$A'B'=4$，$\angle A'B'E=60°$，

在Rt△DEB'中，$B'D=2$，$DE=\sqrt{3}$，$B'E=1$.

∴$O'E=3$，

把$y=\sqrt{3}$代入$y=\frac{4\sqrt{3}}{x}$，得$x=4$，

∴$OE=4$，

∴$a=OO'=1$；

②如图3，点F是$A'O'$的中点，过点F作$FH\perp x$轴于点H.

由题意得$A'O'=4$，$\angle A'O'B'=60°$，

在Rt△$FO'H$中，$FH=\sqrt{3}$，$O'H=1$.

把$y=\sqrt{3}$代入$y=\frac{4\sqrt{3}}{x}$，得$x=4$，

∴$OH=4$，

∴$a=OO'=3$，

综上所述，a的值为1或3.

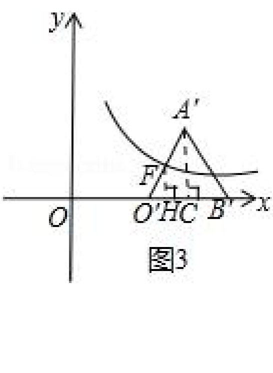


图3

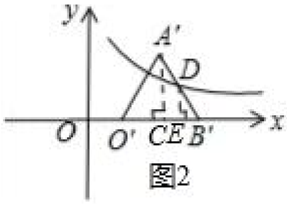


图2

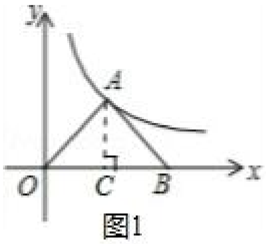


图1

【点评】本题考查了用待定系数法求反比例函数的解析式，掌握直角三角形、等边三角形的性质以及分类讨论思想是解题的关键．

20．（8 分）在 6×6 的方格纸中，点 A，B，C 都在格点上，按要求画图：

（1）在图 1 中找一个格点 D，使以点 A，B，C，D 为顶点的四边形是平行四边形．

（2）在图 2 中仅用无刻度的直尺，把线段 AB 三等分（保留画图痕迹，不写画法）．

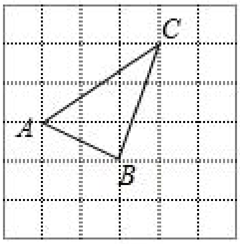


图1

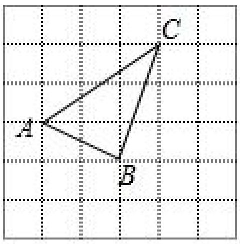


图2

【分析】（1）由勾股定理得：$CD=AB=CD'=\sqrt{5}$，$BD=AC=BD''=\sqrt{13}$，$AD'=BC=AD''=\sqrt{10}$；画出图形即可；

（2）根据平行线分线段成比例定理画出图形即可．

【解答】解：（1）由勾股定理得：

$CD=AB=CD'=\sqrt{5}$，$BD=AC=BD''=\sqrt{13}$，

$AD'=BC=AD''=\sqrt{10}$；

画出图形如图 1 所示；

（2）如图 2 所示．

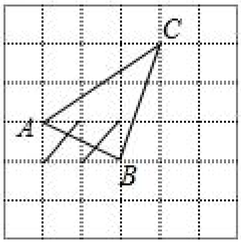


图2

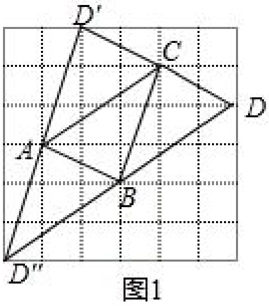


图1

【点评】本题考查了平行四边形的判定与性质、勾股定理、平行线分线段成比例定理；熟练掌握勾股定理好平行线分线段成比例定理是解题的关键．

21．（8 分）在推进嘉兴市城乡生活垃圾分类的行动中，某社区为了了解居民掌握垃圾分类知识的情况进行调查．其中 A、B 两小区分别有 500 名居民参加了测试，社区从中各随机抽取 50 名居民成绩进行整理得到部分信息：

【信息一】A 小区 50 名居民成绩的频数直方图如图（每一组含前一个边界值，不含后一个边界值）：

【信息二】上图中，从左往右第四组的成绩如下：

75	75	79	79	79	79	80	80
81	82	82	83	83	84	84	84

【信息三】A、B 两小区各 50 名居民成绩的平均数、中位数、众数、优秀率（80 分及以上为优秀）、方差等数据如下（部分空缺）：

小区	平均数	中位数	众数	优秀率	方差
A	75.1	75	79	40%	277
B	75.1	77	76	45%	211

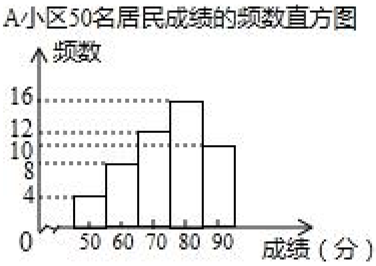
根据以上信息，回答下列问题：

（1）求 A 小区 50 名居民成绩的中位数．

（2）请估计 A 小区 500 名居民成绩能超过平均数的人数．

（3）请尽量从多个角度，选择合适的统计量分析 A，B 两小区参加测试的居民掌握垃圾

分类知识的情况．



【分析】（1）因为有 50 名居民，所以中位数落在第四组，中位数为 75；

（2）A 小区 500 名居民成绩能超过平均数的人数：$500\times\frac{24}{50}=240$（人）；

（3）从平均数看，两个小区居民对垃圾分类知识掌握情况的平均水平相同；从方差看，B 小区居民对垃圾分类知识掌握的情况比 A 小区稳定；从中位数看，B 小区至少有一半的居民成绩高于平均数．

【解答】解：（1）因为有 50 名居民，所以中位数落在第四组，中位数为 75，

故答案为 75；

（2）$500\times\frac{24}{50}=240$（人），

答：A 小区 500 名居民成绩能超过平均数的人数 240 人；

（3）从平均数看，两个小区居民对垃圾分类知识掌握情况的平均水平相同；

从方差看，B 小区居民对垃圾分类知识掌握的情况比 A 小区稳定；

从中位数看，B 小区至少有一半的居民成绩高于平均数．

【点评】本题考查的是条形统计图．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．

22．（10 分）某挖掘机的底座高 $AB=0.8$ 米，动臂 $BC=1.2$ 米，$CD=1.5$ 米，BC 与 CD 的固定夹角 $\angle BCD=140^\circ$．初始位置如图 1，斗杆顶点 D 与铲斗顶点 E 所在直线 DE 垂直地面 AM 于点 E，测得 $\angle CDE=70^\circ$（示意图 2）．工作时如图 3，动臂 BC 会绕点 B 转动，当点 A，B，C 在同一直线时，斗杆顶点 D 升至最高点（示意图 4）．

（1）求挖掘机在初始位置时动臂 BC 与 AB 的夹角 $\angle ABC$ 的度数．

（2）问斗杆顶点 D 的最高点比初始位置高了多少米（精确到 0.1 米）？

（参考数据：$\sin50^\circ\approx0.77$，$\cos50^\circ\approx0.64$，$\sin70^\circ\approx0.94$，$\cos70^\circ\approx0.34$，$\sqrt{3}\approx1.73$）

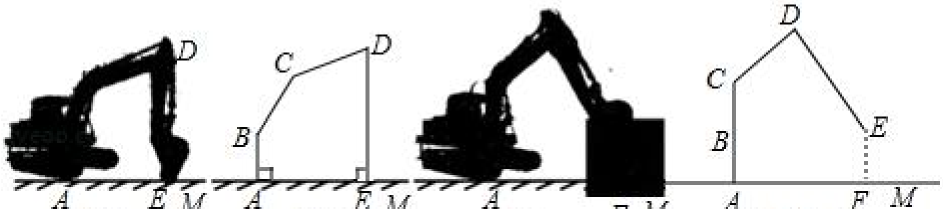


图1 图2 图3 图4

【分析】（1）过点 C 作 $CG\perp AM$ 于点 G，证明 $AB\parallel CG\parallel DE$，再根据平行线的性质求得结果；

（2）过点 C 作 $CP\perp DE$ 于点 P，过点 B 作 $BQ\perp DE$ 于点 Q，交 CG 于点 N，如图 2，通过解直角三角形求得 DE，

过点 D 作 $DH\perp AM$ 于点 H，过点 C 作 $CK\perp DH$ 于点 K，如图 3，通过解直角三角形求得求得 DH，最后便可求得结果．

【解答】解：（1）过点 C 作 $CG\perp AM$ 于点 G，如图 1，

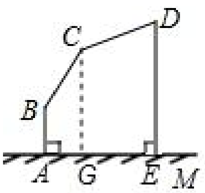


图1

$\because AB\perp AM$，$DE\perp AM$，

$\therefore AB\parallel CG\parallel DE$，

$\therefore \angle DCG=180^\circ-\angle CDE=110^\circ$，

$\therefore BCG=\angle BCD-\angle GCD=30^\circ$，

$\therefore \angle ABC=180^\circ-\angle BCG=150^\circ$；

（2）过点 C 作 $CP\perp DE$ 于点 P，过点 B 作 $BQ\perp DE$ 于点 Q，交 CG 于点 N，如图 2，

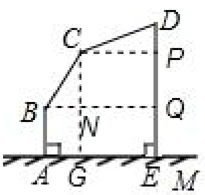


图2

在 Rt△CPD 中，$DP=CP\times\cos70^\circ\approx0.51$（米），

在 Rt△BCN 中，$CN=BC\times\cos30^\circ\approx1.04$（米），

所以，$DE=DP+PQ+QE=DP+CN+AB=2.35$（米），

如图 3，过点 D 作 $DH\perp AM$ 于点 H，过点 C 作 $CK\perp DH$ 于点 K，

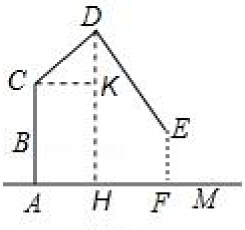


图3

在 Rt△*CKD* 中，$DK=CD\times\cos50°\approx1.16$（米），

所以，$DH=DK+KH=3.16$（米），

所以，$DH-DE=0.8$（米），

所以，斗杆顶点 *D* 的最高点比初始位置高了 0.8 米．

【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，充分体现了数学与实际生活的密切联系，解题的关键是正确构造直角三角形．

23．（10 分）小波在复习时，遇到一个课本上的问题，温故后进行了操作、推理与拓展．

（1）温故：如图 1，在△*ABC* 中，*AD*⊥*BC* 于点 *D*，正方形 *PQMN* 的边 *QM* 在 *BC* 上，顶点 *P*，*N* 分别在 *AB*，*AC* 上，若 *BC*＝6，*AD*＝4，求正方形 *PQMN* 的边长．

（2）操作：能画出这类正方形吗？小波按数学家波利亚在《怎样解题》中的方法进行操作：如图 2，任意画△*ABC*，在 *AB* 上任取一点 *P*'，画正方形 *P*'*Q*'*M*'*N*'，使 *Q*'，*M*'在 *BC* 边上，*N*'在△*ABC* 内，连结 *BN*'并延长交 *AC* 于点 *N*，画 *NM*⊥*BC* 于点 *M*，*NP*⊥*NM* 交 *AB* 于点 *P*，*PQ*⊥*BC* 于点 *Q*，得到四边形 *PPQMN*．小波把线段 *BN* 称为"波利亚线"．

（3）推理：证明图 2 中的四边形 *PQMN* 是正方形．

（4）拓展：在（2）的条件下，在射线 *BN* 上截取 *NE*＝*NM*，连结 *EQ*，*EM*（如图 3）．当 $\tan\angle NBM=\frac{3}{4}$时，猜想∠*QEM* 的度数，并尝试证明．

请帮助小波解决"温故"、"推理"、"拓展"中的问题．

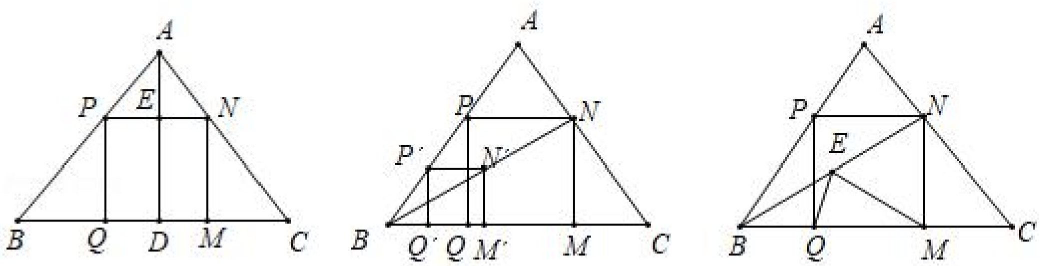


图1　　图2　　图3

【分析】（1）理由相似三角形的性质构建方程即可解决问题．

（2）根据题意画出图形即可．

（3）首先证明四边形 $PQMN$ 是矩形，再证明 $MN=PN$ 即可．

（4）证明$\triangle BQE\backsim\triangle BEM$，推出$\angle BEQ=\angle BME$，由$\angle BME+\angle EMN=90°$，可得$\angle BEQ+\angle NEM=90°$，即可解决问题．

【解答】（1）解：如图 1 中，

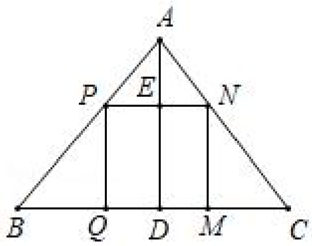


图1

$\because PN\parallel BC$，

$\therefore \triangle APN\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \frac{PN}{BC}=\frac{AE}{AD}$，即$\frac{PN}{6}=\frac{4-PN}{4}$，

解得 $PN=\frac{12}{5}$．

（2）能画出这样的正方形，如图 2 中，正方形 $PNMQ$ 即为所求．

（3）证明：如图 2 中，

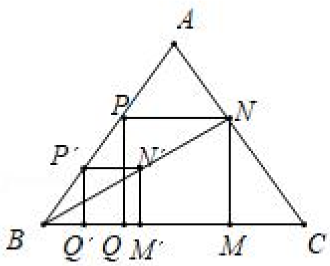


图2

由画图可知：$\angle QMN=\angle PQM=\angle NPQ=\angle BM'N'=90°$，

$\therefore$四边形 $PNMQ$ 是矩形，$MN\parallel M'N'$，

$\therefore \triangle BN'M'\backsim\triangle BNM$，

$\therefore \frac{M'N'}{MN}=\frac{BN'}{BN}$，

同理可得：$\frac{P'N'}{PN}=\frac{BN'}{BN}$，

$\therefore \frac{M'N'}{MN}=\frac{P'N'}{PN}$,

$\because M'N'=P'N'$，

$\therefore MN=PN$，

$\therefore$四边形 $PQMN$ 是正方形.

（4）解：如图 3 中，结论：$\angle QEM=90°$.

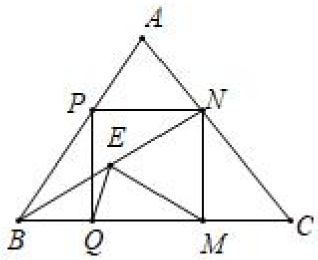


图3

理由：由 $\tan\angle NBM=\frac{MN}{BM}=\frac{3}{4}$，可以假设 $MN=3k$，$BM=4k$，则 $BN=5k$，$BQ=k$，$BE=2k$，

$\therefore \frac{BQ}{BK}=\frac{k}{2k}=\frac{1}{2}$，$\frac{BE}{BM}=\frac{2k}{4k}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{BQ}{BE}=\frac{BE}{BM}$，

$\because \angle QBE=\angle EBM$，

$\therefore \triangle BQE\backsim\triangle BEM$，

$\therefore \angle BEQ=\angle BME$，

$\because NE=NM$，

$\therefore \angle NEM=\angle NME$，

$\because \angle BME+\angle EMN=90°$ ，

$\therefore \angle BEQ+\angle NEM=90°$ ，

$\therefore \angle QEM=90°$.

【点评】本题属于四边形综合题，考查了正方形的性质和判定，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考压轴题.

24.（12 分）某农作物的生长率 p 与温度 t（℃）有如下关系：如图 1，当 $10\leqslant t\leqslant 25$ 时可近似用函数 $p=\frac{1}{50}t-\frac{1}{5}$刻画；当 $25\leqslant t\leqslant 37$ 时可近似用函数 $p=-\frac{1}{160}(t-h)^2+0.4$ 刻画.

（1）求 h 的值.

（2）按照经验，该作物提前上市的天数 m（天）与生长率 p 满足函数关系：

生长率 p	0.2	0.25	0.3	0.35
提前上市的天数 m（天）	0	5	10	15

①请运用已学的知识，求 m 关于 p 的函数表达式；

②请用含 t 的代数式表示 m．

（3）天气寒冷，大棚加温可改变农作物生长速度．在（2）的条件下，原计划大棚恒温20℃时，每天的成本为200元，该作物30天后上市时，根据市场调查：每提前一天上市售出（一次售完），销售额可增加600元．因此给大棚继续加温，加温后每天成本 w（元）与大棚温度 t（℃）之间的关系如图2．问提前上市多少天时增加的利润最大？并求这个最大利润（农作物上市售出后大棚暂停使用）．

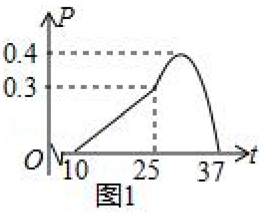


图1

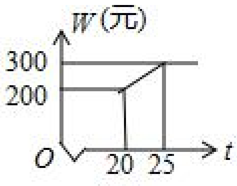


图2

【分析】（1）把（25，0.3）代入 $p=-\frac{1}{160}(t-h)^2+0.4$，解方程即可得到结论；

（2）①由表格可知，m 是 p 的一次函数，于是得到 $m=100p-20$；

②当 $10\leqslant t\leqslant 25$ 时，$p=\frac{1}{50}t-\frac{1}{5}$，求得 $m=100\left(\frac{1}{50}t-\frac{1}{5}\right)-20=2t-40$；当 $25\leqslant t\leqslant 37$ 时，根据题意即可得到 $m=100\left[-\frac{1}{160}(t-h)^2+0.4\right]-20=-\frac{5}{8}(t-29)^2+20$；

（3）（Ⅰ）当 $20\leqslant t\leqslant 25$ 时，（Ⅱ）当 $25\leqslant t\leqslant 37$ 时，$w=300$，根据二次函数的性质即可得到结论．

【解答】解：（1）把（25，0.3）代入 $p=-\frac{1}{160}(t-h)^2+0.4$ 得，$0.3=-\frac{1}{160}(25-h)^2+0.4$，

解得：$h=29$ 或 $h=21$，

$\because h>25$，

$\therefore h=29$；

（2）①由表格可知，m 是 p 的一次函数，

$\therefore m=100p-20$；

②当 $10\leqslant t\leqslant 25$ 时，$p=\frac{1}{50}t-\frac{1}{5}$，

$\therefore m=100\left(\frac{1}{50}t-\frac{1}{5}\right)-20=2t-40$；

当 $25\leqslant t\leqslant 37$ 时，$p=-\frac{1}{160}(t-h)^2+0.4$，

$\therefore m=100[-\frac{1}{160}(t-h)^2+0.4]-20=-\frac{5}{8}(t-29)^2+20$；

（3）（Ⅰ）当 $20\leqslant t\leqslant 25$ 时，

由（20，200），（25，300），得 $w=20t-200$，

$\therefore$ 增加利润为 $600m+[200\times 30-w(30-m)]-40t^2-600t-4000$，

$\therefore$ 当 $t=25$ 时，增加的利润的最大值为 6000 元；

（Ⅱ）当 $25\leqslant t\leqslant 37$ 时，$w=300$，

增加的利润为 $600m+[200\times 30-w(30-m)]=900\times\left(-\frac{5}{8}\right)\times(t-29)^2+15000=-\frac{1125}{2}(t-29)^2+15000$；

$\therefore$ 当 $t=29$ 时，增加的利润最大值为 15000 元，

综上所述，当 $t=29$ 时，提前上市 20 天，增加的利润最大值为 15000 元．

【点评】本题考查二次函数的实际应用，借助二次函数解决实际问题，此题涉及数据较多，认真审题很关键．二次函数的最值问题要利用性质来解，注意自变量的取值范围．