

研究生笔记

作者：杨高乐

组织：Shandong University at Weihai

更新：September 5, 2019

版本：1.00



目录

1 科研日志	1
1.1 2019.08.09	1
1.2 2019.08.18	2
1.3 2019.08.19	2
1.4 2019.08.21	3
1.5 2019.08.22	3
1.6 2019.08.23	4
1.7 2019.08.26	5
1.8 2019.08.27	6
1.9 2019.08.28	7
1.10 2019.08.29	8
1.11 2019.08.30	8
1.12 2019.08.31	8
1.13 2019.09.01	8
1.14 2019.09.02	8
1.15 2019.09.03	9
1.16 2019.09.04	11
1.17 2019.09.05	11
2 基于质量表的核子相互作用	13
2.1 引言	13
2.2 pn相互作用	13
2.2.1 V_{1p-1n} 相互作用	13
2.2.2 V_{ip-jn} 相互作用	14

第1章 科研日志

1.1 2019.08.09

今天的主要工作是寻找一个合适的 TEX 模板，由于以前使用的 latex 模板在处理包含大量图片的文件时不仅非常慢，而且有许多图片存在显示不全的问题，所以准备了一个可以用 pdflatex 或 xelatex 编译的模板，但是目前这个模板也存在一些问题，正在修改，并且准备利用两天的时间将以前的笔记重新整理到这个模板下。另外，还给出了前几天完成的WS4模型给出的比结合能，已经对 V_{1p1n} 相互作用的描述。

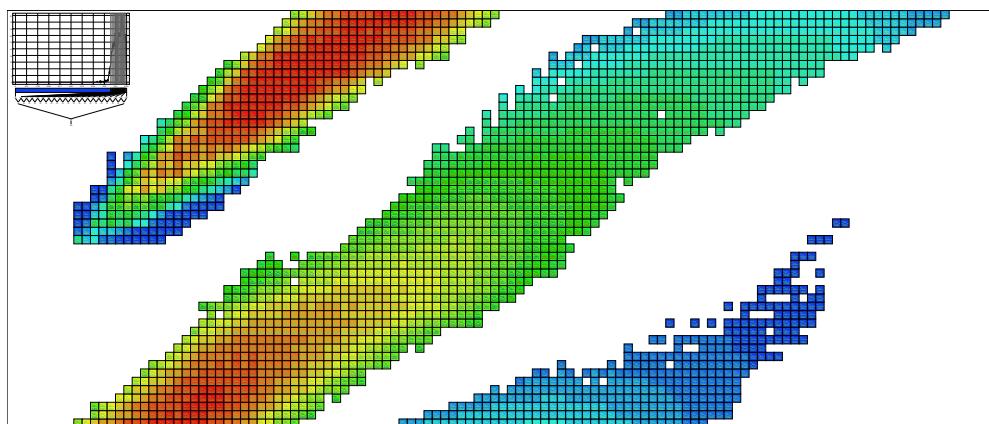


图 1.1: WS4模型给出的比结合能在核素图中的分布.

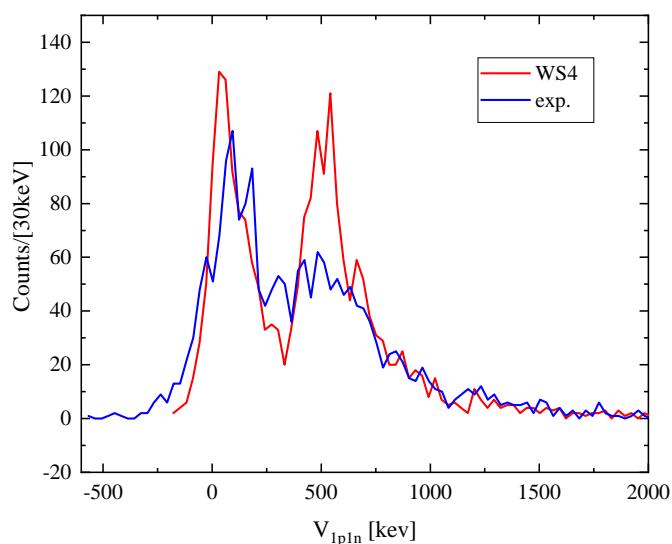


图 1.2: WS4模型给出的 V_{1p-1n} 相互作用的统计分布.

1.2 2019.08.18

今天的工作主要是重新将基于质量表的核子相互作用部分整理为了 TEX 的笔记，还有部分没有完成。

1.3 2019.08.19

今天的主要工作是对AME2016和FRDM模型的奇A核和偶A核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行了高斯拟合见图1.3和图1.4。

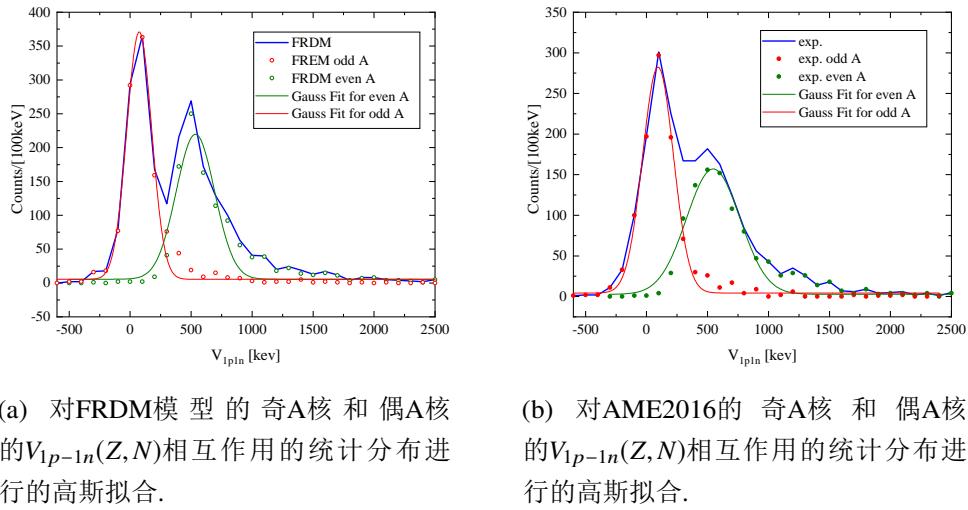


图 1.3: 对AME2016和FRDM模型的奇A核和偶A核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的高斯拟合.

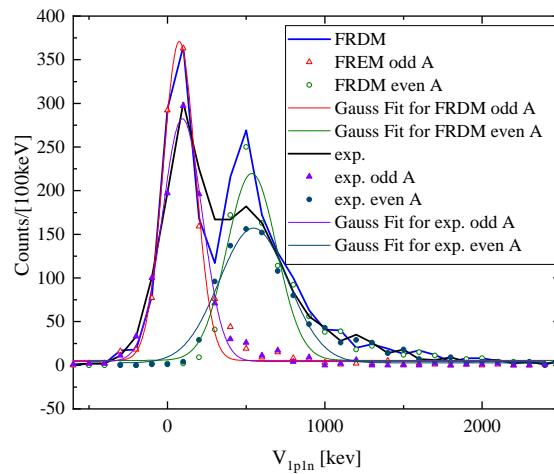


图 1.4: 分别对AME2016和FRDM模型的奇A核和偶A核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的高斯拟合.

1.4 2019.08.21

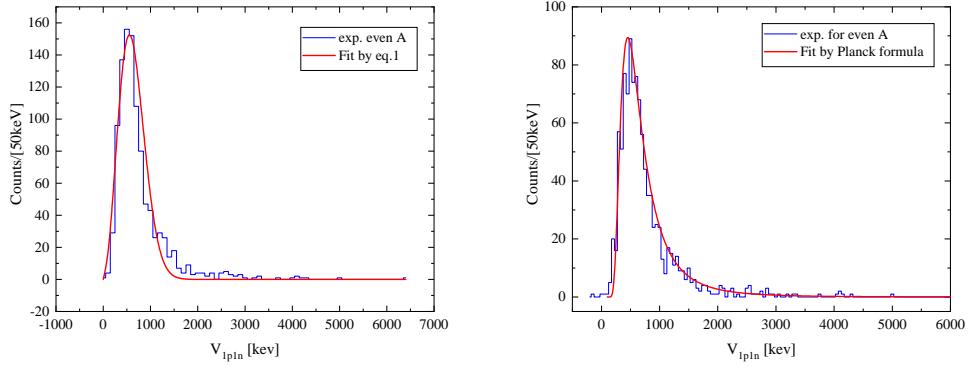
今天的主要工作是想要寻找一个合适的拟合公式来拟合 $V_{1p-1n}(N, Z)$ 相互作用的统计分布，主要尝试了两类公式：

$$V = a(x - c)^2 e^{-b(x - c)^2} \quad (1.1)$$

以及类似于 Planck 提出的黑体辐射公式：

$$V = \frac{a}{(x - c)^5} \frac{1}{e^{\frac{b}{x - c}} - 1} \quad (1.2)$$

其中 a, b, c 均为拟合参数，由于这两个函数都不能通过 origin 的最小二乘法拟合，所以利用 python 程序对公式 1.2 进行了拟合，结果如图 1.5



(a) 利用公式 1.1 对 AME2016 的偶 A 核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合。

(b) 利用公式 1.2 对 AME2016 的偶 A 核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合。

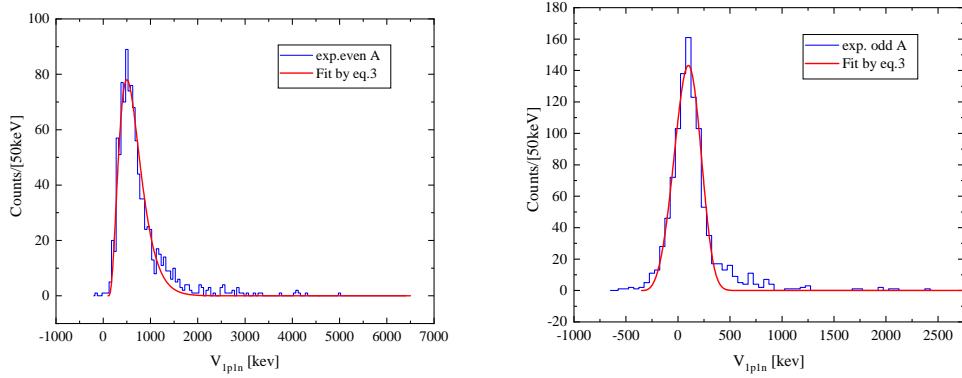
图 1.5：对 AME2016 偶 A 核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合。

1.5 2019.08.22

今天的主要工作是发现 Planck 提出的黑体辐射公式 1.2 虽然可以比较好的描述 AME2016 的偶 A 核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布，但是却不能很好的符合奇 A 核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布，所以今天又在公式 1.1 的基础上做了改进：

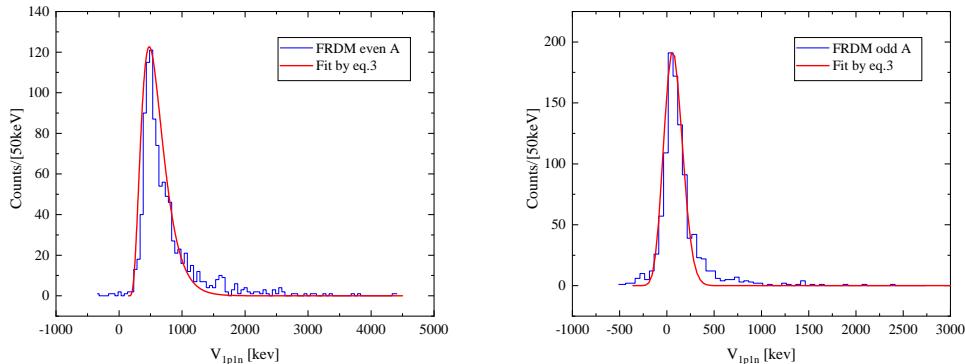
$$V = a(x - c)^d e^{-b(x - c)^e} \quad (1.3)$$

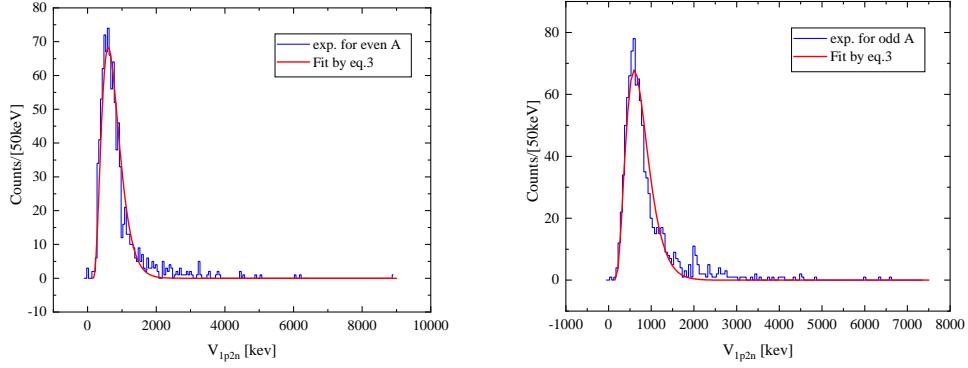
其中 a, b, c, d, e 均为拟合参数，其拟合结果如图：

(a) 利用公式1.3对AME2016的偶A核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.(b) 利用公式1.3对AME2016的奇A核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.图 1.6: 利用公式1.3对AME2016的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合.

1.6 2019.08.23

今天的主要工作是继续对 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合, 包括对FRDM模型 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布结果的拟合, 图1.7; 以及对AME2016 的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布结果的拟合, 图1.8及图1.8。

(a) 利用公式1.3对FRDM模型的偶A核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.(b) 利用公式1.3对FRDM模型的奇A核的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.图 1.7: 利用公式1.3对FRDM模型的 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合.



(a) 利用公式1.3对AME2016的偶A核的 $V_{1p-2n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.

(b) 利用公式1.3对AME2016的奇A核的 $V_{1p-2n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.

图 1.8: 利用公式1.3对AME2016的 $V_{1p-2n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合.

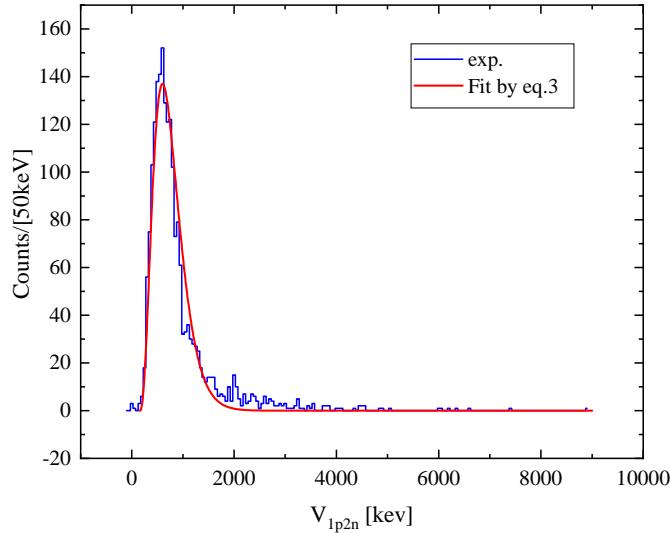


图 1.9: 利用公式1.3对AME2016的 $V_{1p-2n}(Z, N)$ 相互作用整体的的统计分布进行的拟合.

1.7 2019.08.26

今天的主要工作是继续对AME2016的pn相互作用的统计分布进行拟合，结果如下：

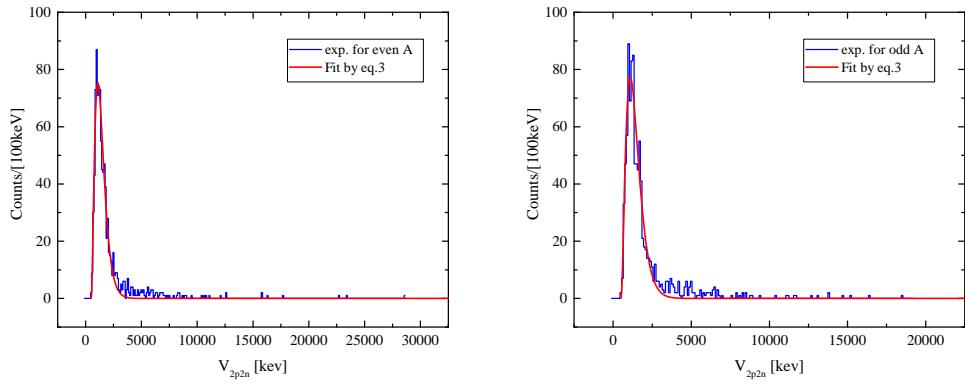
(a) 利用公式1.3对AME2016的偶A核的 $V_{2p-2n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.(b) 利用公式1.3对AME2016的奇A核的 $V_{2p-2n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.

图 1.10: 利用公式1.3对AME2016的 $V_{2p-2n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合.

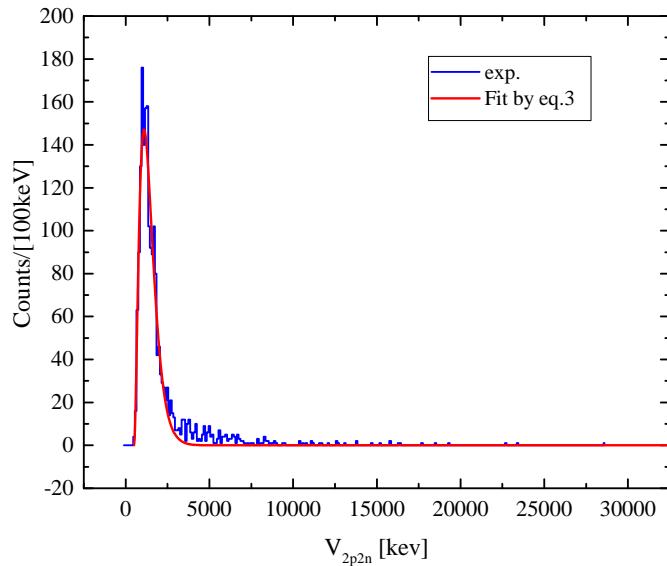
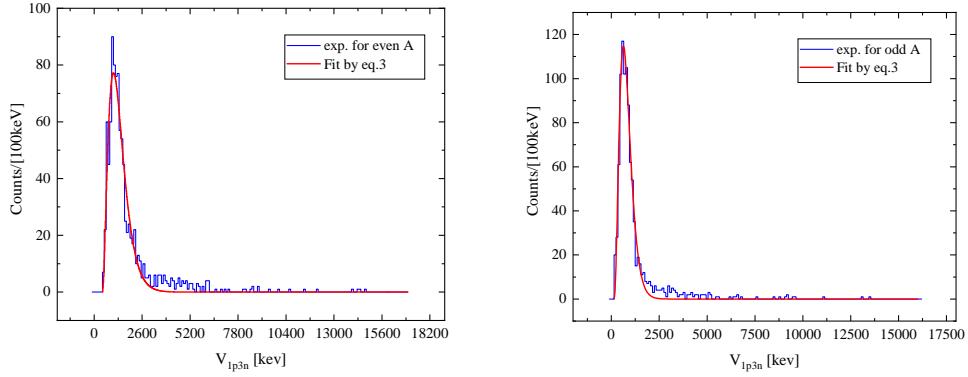


图 1.11: 利用公式1.3对AME2016的 $V_{2p-2n}(Z, N)$ 相互作用整体的的统计分布进行的拟合.

1.8 2019.08.27

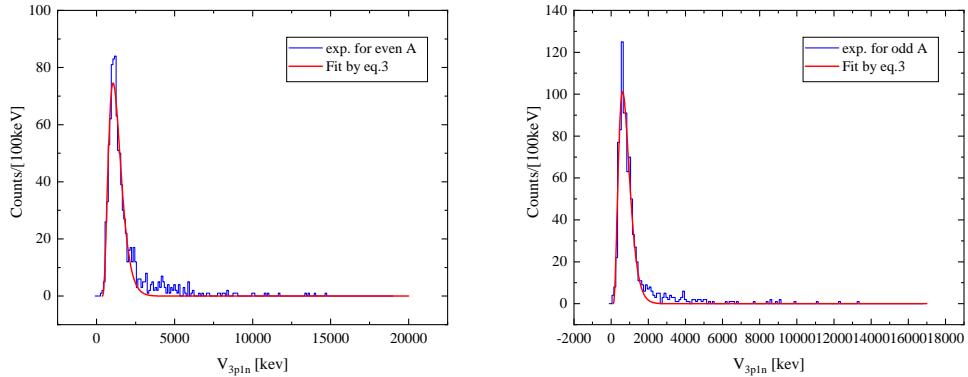
今天的主要工作是继续对AME2016的pn相互作用的统计分布进行拟合，结果如下：



(a) 利用公式1.3对AME2016的偶A核的 $V_{1p-3n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.

(b) 利用公式1.3对AME2016的奇A核的 $V_{1p-3n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.

图 1.12: 利用公式1.3对AME2016的 $V_{1p-3n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合.



(a) 利用公式1.3对AME2016的偶A核的 $V_{3p-1n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.

(b) 利用公式1.3对AME2016的奇A核的 $V_{3p-1n}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合.

图 1.13: 利用公式1.3对AME2016的 $V_{3p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合.

1.9 2019.08.28

今天的主要工作是继续对AME2016的最外层质子对和中子对相互作用 $V_{Pp}(Z, N)$ 、 $V_{Pn}(Z, N)$ 的统计分布进行拟合，结果如下：

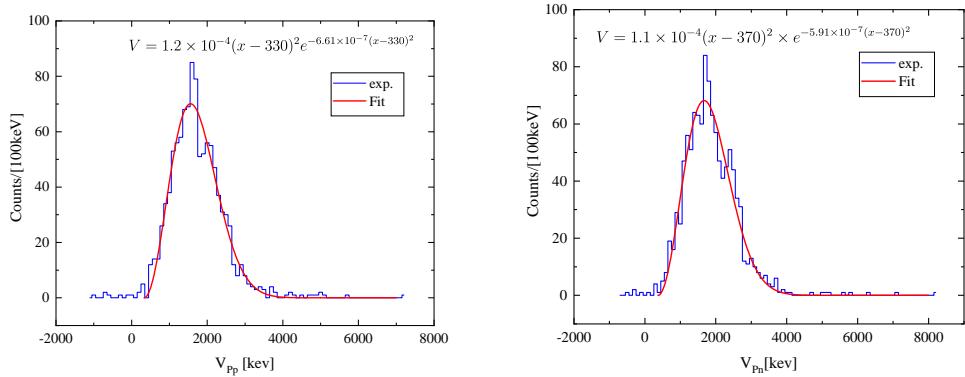
(a) 利用公式1.3对AME2016的偶Z核的 $V_{Pp}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合。(b) 利用公式1.3对AME2016的偶N核的 $V_{Pn}(Z, N)$ 相互作用进行的拟合。

图 1.14: 利用公式1.3对AME2016的 $V_{3p-1n}(Z, N)$ 相互作用的统计分布进行的拟合.

1.10 2019.08.29

今天的主要工作是完成上学期原子核结构和核天体物理两门课程的试卷。

1.11 2019.08.30

今天的主要工作是完成昨天没有写完的原子核结构试卷和实验数据分析的课的试卷。

1.12 2019.08.31

今天的主要工作是准备原子核结构和核天体物理两门课程的报告的ppt。

1.13 2019.09.01

今天准备重复一篇Phys. Rev. Lett. 文章<Estimating Parameter Uncertainty in Binding-Energy Models by the Frequency-Domain Bootstrap>的内容。这篇文章主要介绍了三种的得到模型参数的不确定性的方法包括 χ^2 方法、bootstrap方法和frequency-domain bootstrap (FDB)。

1.14 2019.09.02

今天为了重复参考文献[1], 寻找并阅读了相关的文献[3, 2], 此外还找到了在文献[1]中需要使用的AME2003的数据(如图1.15所示), 并与AME2016做了对

比，蓝色的代表AME2016中新增的通过实验测得了质量的核素，

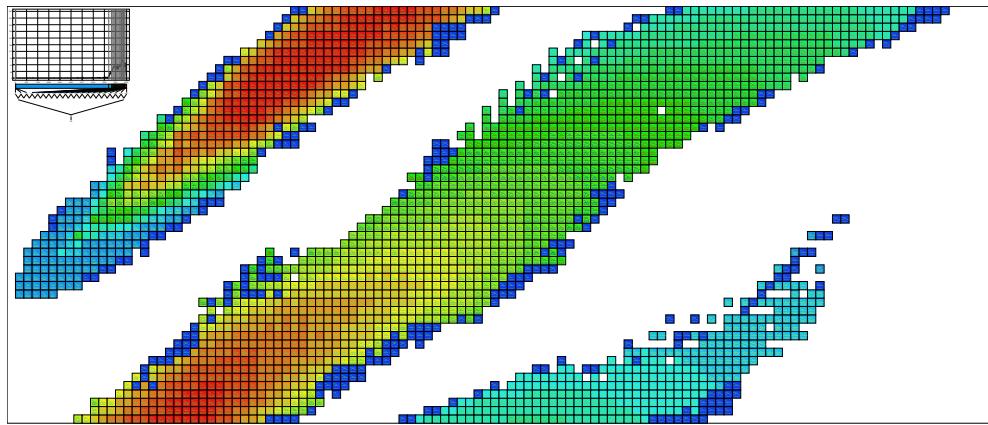


图 1.15: AME2003质量表中所有实验已知的核素的比结合能(蓝色的代表AME2016中新增的通过实验测得了质量的核素).

1.15 2019.09.03

今天重复了文献[1]中的 χ^2 方法，在文献[1]中液滴模型使用的参数是 $a_v = 15.58\text{MeV}$ 、 $a_{sym} = 22.18\text{MeV}$ 但是文章中并没有给出其他的参数，也没有给出其引用的相应的参考文献，所以我们在这里所使用的液滴模型是在卢希庭的书中给出的：

$$\begin{aligned} B(Z, A) &= B_v + B_s + B_c + B_{sym} + B_p \\ &= a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_{sym} \left(\frac{A}{2} - Z \right)^2 A^{-1} + a_p \delta A^{-1/2} \end{aligned}$$

其中 B_p 项为：

$$B_p = \begin{cases} a_p A^{-1/2} & \text{偶偶核} \\ 0 & \text{奇A核} \\ -a_p A^{-1/2} & \text{奇奇核} \end{cases}$$

其参量可以取值为： 其中参量可以取值为：

$$a_v = 15.835\text{MeV}$$

$$a_s = 18.33\text{MeV}$$

$$a_c = 0.714\text{MeV}$$

$$a_{sym} = 92.80\text{MeV}$$

$$a_p = 11.2\text{MeV}$$

利用其与AME2003质量表中的2000多个实验已知的核素的质量相减的残差分布如图1.16。

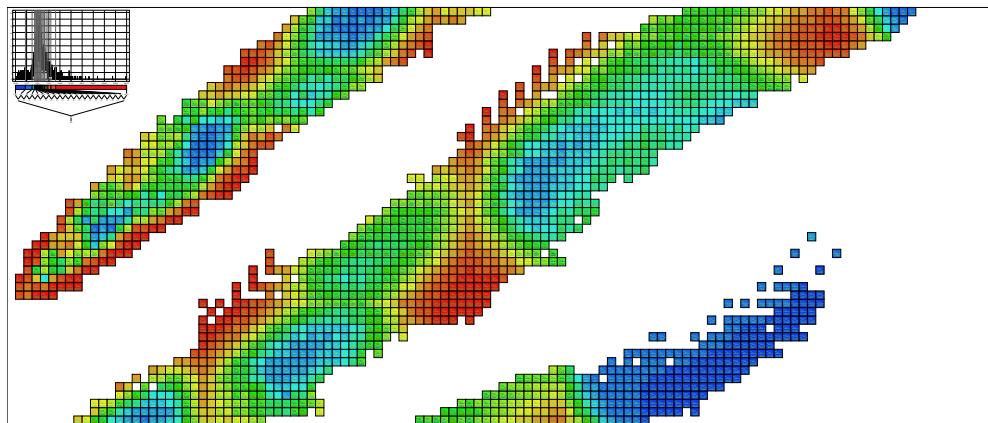


图 1.16: 液滴模型与AME2003质量表中的2000多个实验已知的核素的质量相减的残差分布。

可以看到其与文献[1]中FIG. 1给出的残差分布基本一致。再利用文献[1]中的 χ^2 方法的公式：

$$L(p) = \frac{1}{(2\pi\sigma_0^2)^{S/2}} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^S [y_{\text{expt}}(x_i) - M(x_i, p)]^2 / 2\sigma_0^2 \right\} \quad (1.4)$$

我们的得到的结果如图1.17与文献[1]中的 χ^2 方法的结果 $a_v = 15.58 \text{ MeV}$ 、 $\sigma_{a_v} = 0.03$ 基本一致。

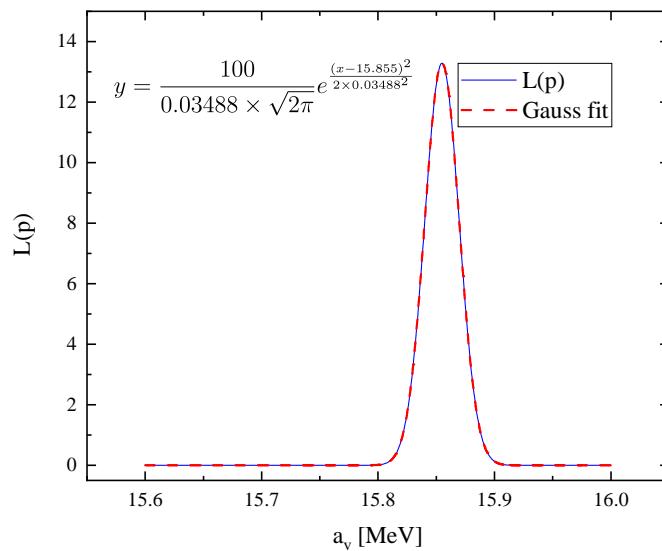


图 1.17: 利用 χ^2 方法得到的 $L(a_v)$ 的分布，其中心值为 15.855 MeV ，不确定度 $\sigma = 0.035$ 。

1.16 2019.09.04

今天在重复文献[1]中的uncorrelated bootstrap(UCB)方法时，计算得到的结果如图1.18， a_v 的不确定度为0.00312 MeV，与文章中给出的0.03 MeV存在数量级的差异，目前正在查阅文章对应的参考文献[2]。

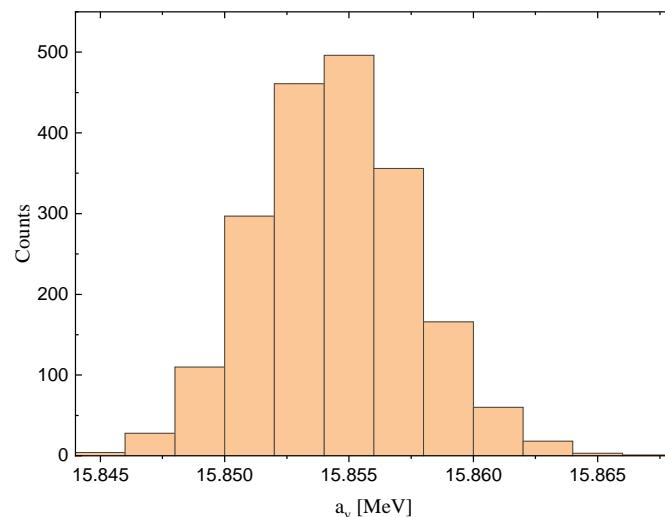


图 1.18：利用uncorrelated bootstrap(UCB)方法得到的 $L(a_v)$ 的分布，其不确定度为0.00312 MeV.

1.17 2019.09.05

今天在还是在重复文献[1]，昨天重复uncorrelated bootstrap(UCB)方法的结果与文献中的结果不一致的原因还没有找到，今天重复了一点frequency-domain bootstrap (FDB)的结果，如图1.19，发现我们的结果与文献[1]中的图FIG. 2基本一致但是还是存在一定的差异，可能的原因应该是我们取的液滴模型的参数与文献[1]中用的不一致。

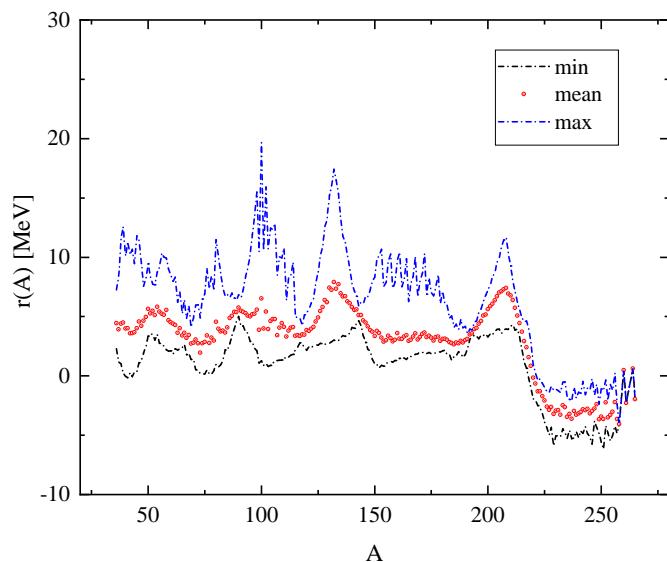


图 1.19: 液滴模型计算的结合能与AME2003质量表中给出的结合能的残差 $r(A)$.

第2章 基于质量表的核子相互作用

2.1 引言

目前，对原子核是的理论和实验研究主要集中在原子核的两个自由度上，即同位旋自由度和自旋自由度(高自旋态)。基于质量表的核子相互作用的研究，对于我们研究原子核在同位旋自由度上的特征非常重要，由于目前用于描述原子核在同位旋自由度下的性质的理论模型，大都是唯象模型或半经验的公式(从第一性原理出发，目前只能描述轻核)，所以我们对原子核在同位旋自由度下的特征的认识，很大程度上就决定了这些模型对原子核同位旋自由度特征描述的好坏。而基于质量表提取的核子相互作用可以很大程度上反映原子核在同位旋自由度下的特征，包括同类核子间的配对相互作用、壳结构、以及外层核子间的质子中子相互作用，有助于我们对现有的模型做出恰当的评价，从而构建一个更合理的模型。

2.2 pn相互作用

2.2.1 V_{1p-1n} 相互作用

首先，我们考虑最简单的一种基于质量表的pn相互作用 $V_{1p-1n}(Z, N)$ ，其表达式是：

$$V_{1p-1n}(Z, N) = B(Z, N) - B(Z - 1, N) \\ - B(Z, N - 1) + B(Z - 1, N - 1) \quad (2.1)$$

其基本图像如图2.1所示， n, p 分别表示 (Z, N) 这个原子核的最外层的中子和质子， $V_{1p-1n}(Z, N)$ 表示图中的最外层的质子和中子之间的pn相互作用，即图中的相互作用2。

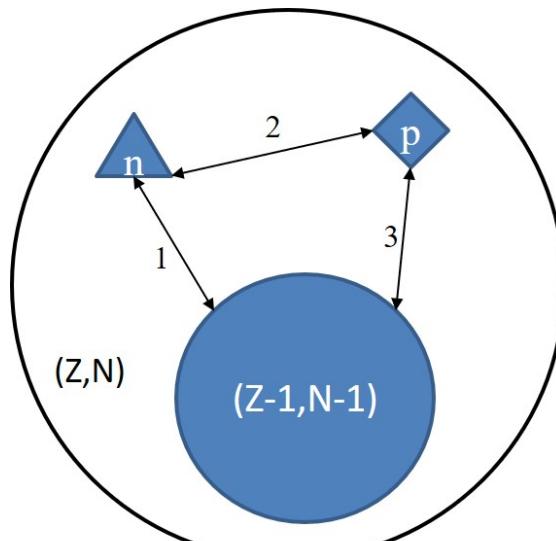


图 2.1: $V_{1p1n}(Z, N)$ 相互作用的基本图像.

这个公式是文献中提出的，为了理解这个公式，我们通过分离能 $S_p(Z, N)$ 、 $S_n(Z, N)$ 、 $S_{1p1n}(Z, N)$ (其中分离能 $S_{1p1n}(Z, N)$ 在教科书中没有直接给出，只是我们对分离能的公式做了一个简单的推广(不知道这样的推广是否合理))所构成的3个一阶线性方程组：

$$\begin{cases} S_p(Z, N) = B(Z, N) - B(Z - 1, N) \rightarrow 1 + 2 \\ S_n(Z, N) = B(Z, N) - B(Z - 1, N) \rightarrow 2 + 3 \\ S_{1p1n}(Z, N) = B(Z, N) - B(Z - 1, N - 1) \rightarrow 1 + 2 + 3 \end{cases}$$

求解这个线性方程组就可以得到公式2.1。

2.2.2 V_{ip-jn} 相互作用

在文献中我们也看到了描述原子核最外层的质子中子之间相互作用的更一般的公式：

$$\begin{aligned} V_{ip-jn}(Z, N) &= B(Z, N) - B(Z - i, N) \\ &\quad - B(Z, N - j) + B(Z - i, N - j) \end{aligned} \tag{2.2}$$

我们可以证明 $V_{1p-1n}(Z, N)$ 与 V_{ip-jn} 存在着如下的关系:

$$\begin{aligned} & V_{ip-jn}(Z, N) \\ &= V_{1p-jn}(Z, N) + V_{1p-jn}(Z - 1, N) + \cdots + V_{1p-jn}(Z - i + 1, N) \\ &= V_{1p-1n}(Z, N) + V_{1p-1n}(Z, N - 1) + \cdots + V_{1p-1n}(Z, N - j + 1) \\ &+ V_{1p-1n}(Z - 1, N) + V_{1p-1n}(Z - 1, N - 1) + \cdots + V_{1p-1n}(Z - 1, N - j + 1) \\ & \quad \vdots \\ &+ V_{1p-1n}(Z - i + 1, N) + V_{1p-1n}(Z - i + 1, N - 1) \\ &+ \cdots + V_{1p-1n}(Z - i + 1, N - j + 1) \end{aligned} \tag{2.3}$$



参考文献

- [1] **Bertsch, G. F. and D. Bingham**, “Estimating Parameter Uncertainty in Binding-Energy Models by the Frequency-Domain Bootstrap,” *Phys Rev Lett*, 2017, **119** (25), 252501.
- [2] **Efron, B.**, “1977 Rietz Lecture - Bootstrap Methods - Another Look at the Jackknife,” *Annals of Statistics*, 1979, **7** (1), 1–26.
- [3] **Kreiss, Jens-Peter and Soumendra Nath Lahiri**, *1 - Bootstrap Methods for Time Series*, Vol. 30, Elsevier,