

2022-2023 学年第一学期期末考试试卷

一、填空题

1、甲盒中有 3 个红球, 2 个白球, 乙盒中有 2 个红球, 2 个白球。从甲盒中不放回的取出 2 个球放入乙盒, 再从乙盒放回的取出 2 球。

(1)从甲盒取出 2 个红球的概率___; (2)从乙盒取出 2 个红球的概率___。

2、X 服从参数为 1.5 的泊松分布。

(1) $\text{Var}(2X-4)$;

(2) $X_1 \cdots X_{150}$ 是从总体简单随机抽样的样本, $\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{150} X_i$ 服从___分布。

$$3、f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ x-3, & 3 < x < 4 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

(1) $E[\min(x, 1)] =$ ___; (2) $3 < x < 4$ 时, $F(x) =$ ___。

4、 $(x, y) \sim N(1, 2, 1, 4, \frac{1}{2})$, $f(x) =$ ___, $a =$ ___ 时, $aX-Y$ 与 $X+Y$ 相互独立。

$$3\left(\frac{x-1}{y-x-1}\right)^2 \sim \text{___分布}。$$

5、 $X \sim N(\mu, 4)$ 。从总体简单随机抽取 16 个样本。作出假设, $H_0: \mu = 2$, $H_1: \mu < 2$. 拒绝域 $W = \{\bar{X} > 3\}$. 求:

(1)犯第一类错误的概率;

(2) $\mu = 3.5$ 求犯第二类错误的概率;

(3) $\bar{X} = 2.98$, 求 P. (第 3 小题征集优质题目和解析, 详情请咨询 QQ: 1152296818)

二、X, Y 同服从 $B(2, 0.5)$. 且 $P(XY \leq 1) = 1$ 。

(1) 求 X, Y 的联合分布率; (2) $F(1.5, 1)$; (3) 求 X, Y 的相关系数

三、
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy+1}{3}, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{else} \end{cases},$$

(1) $P(X > Y)$; (2) 求 $f_x(x)$, $f_y(y)$, 问 X, Y 是否独立;

(3) $M = \max\{x, y\}$, 求 $F(m)$ 与 $f(m)$.

四、
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2}, & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{else} \end{cases}, \quad X_1, \dots, X_n \text{ 是简单随机抽取的样本。}$$

(1) 求矩估计量 $\hat{\theta}_1$, 并求 $E(\hat{\theta}_1)$; (2) 问 $\hat{\theta}_1$ 是否为无偏估计量, 是不是相合估计量

(3) 求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$

五、 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. 16 个简单随机样本, $\bar{X} = 100$, $S^2 = 36$.

(1) 求 σ^2 的 95% 的置信下限; (2) $\alpha = 0.05$ 下检验 $H_0: \sigma^2 = 84$, $H_1: \sigma^2 \neq 84$ 。

六、检验在 S 区域投点是否均匀。S 分为 A B C D 四个区域, 面积 2:1:1:2。进行 300 次实验, A:109; B:65; C:32; D:94。用 χ^2 检验 S 区域投点是否均匀。($\alpha = 0.05$)