

概统勘误

2022-2023 第一学期

填空 Ex.4 第二空

个人做下来感觉有一个正负号写反了

$$\begin{aligned} \text{Cov}(aX - Y, X + Y) &= \text{Cov}(aX, X + Y) - \text{Cov}(Y, X + Y) = aDx + a\text{Cov}(X, Y) - \text{Cov}(X, Y) - DY \\ &= a + (a - 1)\sqrt{1 \times 4} \times \frac{1}{2} - 4 = 2a - 5 = 0 \\ \Rightarrow a &= -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

填空 Ex.4 第三空

可以算出 $X - 1 \sim N(0, 1) \Rightarrow (X - 1)^2 \sim \chi^2(1)$

同理, $(\frac{Y-X-1}{\sqrt{3}})^2 \sim \chi^2(1)$

$\Rightarrow F(1.1)$ 分布

填空 Ex.5 (3) 没有答案

| 这题我不太确定qwq 不太会

\because 题干中 $H_1: \mu < 2$, 所以判断是左边假设

\therefore 计算检验统计量 $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{2.98-2}{2/\sqrt{16}} = 1.96$

所以 $P- = \Phi(1.96)$

大题二、(2)

题干少了条件, 设 $F(X, Y)$ 为联合分布函数

| 我一开始甚至看成了F分布 手动ac01

大题三、(1)

最后答案算出来好像是 $\frac{5}{24}$

大题三、(3)

$F(m)$ 的最终结果里第二行第三行, z和m写反了, 别抄错了 ac01

2021-2022 第一学期

填空 Ex.2 第二空

标准差是24, 打错了

大题三、(1)

Point 1

$Y^2 \sim E(\frac{1}{2})$ 没有证明，这里给出一个补充捏

设 $Z = Y^2$ 所以 $F_Z(z) = P(Y \leq z^2) = P(Y \leq \sqrt{z})$

$\because Y \sim E(1) \therefore F_Y(y) = 1 - e^{-y}$ 即 $\Rightarrow F_Z(z) = P(Y \leq \sqrt{z}) = 1 - e^{-\frac{1}{2}z}$

所以 $f_Z(z) = \frac{1}{2}ze^{-\frac{1}{2}z}$

对应指数分布的式子， $\lambda = \frac{1}{2}$

所以 $E(Y^2) = \frac{1}{\lambda} = 2$

Point 2

$DW^2 = D(X^2Y^2)$ 好像有问题

这里给出两种做法：

$$DW = DXY = E(X^2Y^2) - E^2(XY)$$

$$\text{而 } E(X^2Y^2) = E(X^2)E(Y^2) = 1 \times 2 = 2$$

$$E(XY) = E(X)E(Y) = 0$$

$$E^2(XY) = 0 \therefore DW = 2 - 0 = 2$$

法二：

或者用一个我也不知道哪来的公式

$$DW = DXY = DXDY + DX(EY)^2 + DY(EX)^2 = 1 \times 1 + 1 \times 1 + 0 = 2$$

大题四、(3)

个人算出来的结果是是

计算过程如下：

$$f_Y(y) = \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(1-xy)dx = [\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2y]_{-1}^1 = 1 \quad (0 < y < 1)$$

$$\text{上一问里我们应该算过 } f_X(x) = \frac{1}{2}(1 - \frac{x}{2})$$

$$\Rightarrow F_X(x) = \int_{-1}^x (\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x)dx = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{8}$$

$$F_{|X|}(x) = P(|X| \leq x)$$

$$\text{当 } x > 0 \text{ 时, 原式} = P(-x \leq X \leq x) = F_X(x) - F_X(-x) = x \Rightarrow f_{|X|}(x) = 1$$

$$\text{下面来算 } F_{|X|Y}(x, y) = P(|X| \leq x, Y \leq y) = \int_{-x}^x dx \int_0^y \frac{1}{2}(1-xy)dy = \int_{-x}^x (\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}xy^2)dx = xy$$

$$\text{故 } f_{|X|,Y}(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 1$$

故 $f_{|X|}(x) \cdot f_{|Y|}(y) = f_{|X|, |Y|}(x, y) = 1 \Rightarrow$ 独立

2021-2022 第二学期

填空 Ex.3 第二问没解析 & 答案

个人给出的解析如下：

难点还是时间转换： $P(T > t) = P(N_t = 0)$ 即在 t 天内未发生故障

$\because N_t$ 服从泊松分布 $\therefore P(N_t = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$

将 $k = 0$ 代入， $P(T > t) = P(N_t = 0) = e^{-\lambda} = e^{-\frac{1}{72}t}$

故 $P(T \leq t) = 1 - e^{-\frac{1}{72}t} = F_T(t) \Rightarrow f(t) = \frac{1}{72} e^{-\frac{1}{72}t} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{72}$

$\therefore T$ 服从指数分布 $E(T) = \frac{1}{\lambda} = 72$

大题三、(2)

答案显然从头错到尾，附上我做的答案

$\because P(Y = 0) = \frac{2}{3} P(Y = 1) = \frac{1}{3} \therefore P(M = 0) = (\frac{2}{3})^5$

对于 $Z_i = X_i Y$ ：

当 $Y = 0$, $Z_i = 0$

当 $Y = 1$, $Z_i = X_i, X_i \sim E(1)$

设 $F_{Z_i}(z)$ 是 z 的分布函数，

$F_{Z_i}(z) = P(Z_i \leq z) = P(Z_i = 0) + P(Z_i \leq 1 | Y = 1) P(Y = 1) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(1 - e^{-z}), z \geq 0$

所以 $F_M(m) = P(M \leq m) = P(\max Z_1, Z_2 \dots Z_5 \leq m) = [\frac{2}{3} + \frac{1}{3}(1 - e^{-m})]^5 = (1 - \frac{1}{3}e^{-m})^5$

综上，分布函数是：

$$F_M(m) = \begin{cases} 0 & \text{if } m < 0 \\ (1 - \frac{1}{3}e^{-m})^5 & \text{if } 0 < m \leq 1 \\ 1 & \text{if } m > 1, \end{cases}$$

大题四、(1)

第一行、二行里指数漏了一个负号

即 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$

大题六、(2)

我算出来卡方的结果好像是 7.794…… (仅供参考 w)

最后一行， $\chi^2_{0.05}(2) = 5.99$, 所以结果应该是属于，拒绝原假设

2020-2021 第一学期

大题四、(1)

个人认为定义域有点问题：

$F(x, y) = 0$ 对应的区间应该是 $x > 0$ 且 $y < 0$

大题六、(2)

会发现答案里的表格就有问题…… $X \geq 4$ 的那一列， $(n\hat{p}_i)$ 的理论频数 3, ≤ 5, 不符合规则

所以应该把 3、4、5、6 都合并在一起

个人算出来的结果：

X	0	1	2	≥ 3
(n_i) 频数	32	41	16	11
(p_i)	0.3	0.36	0.22	0.12
$(n\hat{p}_i)$ 的理论频数	30	36	22	12

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{n_i^2}{np_i} - n \approx 2.547 \text{ 而 } \chi^2_{0.05} = 5.99$$

因此 H_0 成立