

# 선형 파라미터 변형 시스템에 대한 이벤트-트리거 외란 관측기 기반 강인 제어

## Event-triggered Disturbance Observer-based Robust Control for Linear Parameter Varying Systems

정 영 호<sup>ID</sup>, 반 재 필<sup>\*</sup><sup>ID</sup>  
 (Yeongho Jeong<sup>1</sup> and Jaepil Ban<sup>1,\*</sup>)

<sup>1</sup>School of Electronics Engineering, Kumoh National Institute of Technology

**Abstract:** In this paper, an event-triggered disturbance observer-based robust control strategy is proposed for linear parameter-varying systems. In the proposed control strategy, the disturbance observer estimates the plant's states and external disturbances, and the robust tracking controller uses the estimated values to compensate for the external disturbance. The scenario of the transmission of the estimated values from the disturbance observer through shared networks was considered. An event-triggered observer scheme was proposed to reduce communication resources while ensuring the stability of the closed-loop system. A stability analysis was performed by considering external disturbances. The simulation results demonstrated that the output follows the desired value, compensating for external disturbances.

**Keywords:** disturbance observer-based control, event-triggered control, LPV systems, linear matrix inequalities, robust control

### I. 서론

네트워크 제어 시스템은 유무선 네트워크를 통한 효율적인 제어 및 측정 신호 전달을 할 수 있다는 점으로 인해 많은 관심을 받고 있으며 다방면으로 사용되고 있다[1-3]. 하지만, 기존의 샘플치 기반 제어 시스템의 경우 주기적으로 데이터를 전송하며, 이는 통신 자원 및 전력 자원을 효과적으로 활용하지 못한다는 단점이 있다. 이를 해결하기 위해, 최근 ETC(Event-Triggered Control) 시스템이 제안되었다[4-6]. 이벤트-트리거 제어 시스템은 네트워크 제어 시스템의 한 종류로서 특정 조건을 만족할 경우에만 신호를 송신함으로써 통신 및 전력 자원을 효과적으로 활용할 수 있다는 장점이 있다.

최근 여러 ETC 연구들이 진행되어 왔다[7-9]. [7]에서는 주기적으로 제어 및 측정 신호를 확인하고 트리거링하는 PETC(Periodic ETC)을 제안하고 이에 대한 안정성 분석을 진행하였다. [8]에서는 인공 신경망 기반의 ETC에 관한 연구를 진행한 바 있다. [9]에서는 입력 포화를 고려한 ETC에 대한 안정성 연구를 진행하였다. 하지만, 상기 연구를 포함한 많은 연구에서 모든 상태를 측정할 수 있다고 가정하고, 상태 케환 ETC에 대한 연구를 진행하였다. 실제 시스템에서 비용 등의 문제로 인해 모든 상태를 측정하는 것이 어려운 경우가 많다는 것은 익히 알려진 사실이다. 이를 해결하기 위해 출력 케환 ETC에 관한 연구도 다수 이루어졌다[10-12]. [10]에서는 멀티-에이전트(multi-agent) 시스템에서 관측기 기반 출력 케환 ETC가 제안되었고, [11]에서는 비선형 스위칭 시스템에서

적응 퍼지(adaptive fuzzy) 출력 케환 ETC에 관한 연구가 진행되었다. 그리고 [12]에서는 네트워크 제어 시스템에서의 동적 출력 케환 ETC의 설계에 관한 연구가 진행된 바 있다.

하지만, 기존의 관측기 기반의 이벤트-트리거 제어 시스템 연구들은 외란이 인가되지 않은 이상적인 경우에 대해서 주로 연구되어왔다[13-14]. 실제 시스템에서 외란은 제어 정확도에 영향을 주므로 이를 고려해 주는 것은 매우 중요하다. 외란 관측기를 통한 외란 보상 제어 방법은 외란의 효과를 줄이기 위한 방법 중 하나로서, 외란 관측기를 통해 외란을 추정 후 추정한 외란을 외란 보상에 활용한다[15-17]. 한편, 많은 실제 시스템이 시스템의 파라미터가 시간에 따라 변화하는 특성을 지니는 LPV(Linear Parameter Varying) 시스템으로 모델링될 수 있다는 점에서 LPV시스템에 대한 많은 연구들이 진행되어 왔다[18-20]. [18]에서는 LPV시스템에 대해 관측기 기반 출력 케환 제어기 설계에 대해 연구를 진행하였다. [19]에서는 시간 지연 LPV 시스템에서 안정화 조건에 대한 연구를 진행하였다. 또한, [20]에서는 LPV 시스템의 알려지지 않은 입력을 추정하는 관측기를 제안한 바 있다. 최근엔 선형 파라미터 변형 시스템에 대한 ETC 시스템 연구 또한 많이 이루어지고 있다[21-23]. [21]에서는 LPV 시스템에 대한 이벤트-트리거 출력 케환 제어 방안에 대한 연구가 진행되었다. [22]에서는 스위칭 LPV 시스템에 대한 ETC 방법이 제안되었으며, [23]에서는 이산 시간 불확실 LPV 시스템에 ETC 방안이 제안된 바 있다. 하지만 기존의 LPV시스템에 대한 연구에서 외란 관측기 기반 이벤트-트리거 제어 방안에 대해서는 연구된 바가 없다.

\* Corresponding Author

Manuscript received September 13, 2022; revised November 6, 2022; accepted January 31, 2023

정영호: 금오공과대학교 전자공학부 학부생(green4338@kumoh.ac.kr, ORCID<sup>ID</sup> 0000-0002-2676-2535)

반재필: 금오공과대학교 전자공학부 교수(jpbar@kumoh.ac.kr, ORCID<sup>ID</sup> 0000-0002-2019-9809)

※ 본 연구는 금오공과대학교 대학 연구과제비로 지원되었음(2022).

따라서, 본 논문에서는 통신 자원을 효율적으로 활용함과 동시에, 외란을 효과적으로 보상하기 위해 LPV시스템에 대한 이벤트-트리거 외란 관측기 기반 제어 방안을 제안한다. 외란 관측기를 통해 상태 변수 및 외란을 추정하고 이벤트-트리거링 알고리즘을 통해 추정된 상태 변수 및 외란을 제어기의 입력으로 이벤트 발생 시에만 송신함과 동시에, 추정한 외란을 활용해 외란을 보상을 해주어 보다 정확한 제어가 가능하도록 한다. 그리고 LMI(Linear Matrix Inequality) 기반의 안정성 판별을 통해 제안한 외란 관측기 기반 ETC시스템의 안정성 분석을 제공한다. 마지막으로 모의 실험을 통해 제어기의 성능을 입증하였다.

## II. 이벤트-트리거 시스템 모델

다음과 같은 선형 파라미터 변형 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\theta(t))x(t) + B(u(t) + d(t)), \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x$ 는 상태 변수,  $d$ 는 인가 외란,  $u$ 는 제어 입력,  $y$ 는 출력,  $\theta(t) = [\theta_1(t) \ \theta_2(t) \ \dots \ \theta_N(t)]^T$ 의 시간 파라미터 벡터를 나타낸다. 시스템 (1)은 제어 및 관측 가능한 시스템으로 구성한다. 시간 파라미터 벡터  $\theta(t)$ 는 다음을 만족한다.

$$0 \leq \theta_i(t) \leq 1, \sum_{i=1}^N \theta_i(t) = 1. \quad (2)$$

$\theta(t)$ 에 의존하는 시변 행렬  $A(\theta(t))$ 는 다음과 같다.

$$A(\theta(t)) = \sum_{i=1}^N \theta_i(t)A_i. \quad (3)$$

여기서  $A_i$ 는 주어진 상수로 구성된 상태 행렬이다.

시스템 (1)에 대해 외란 관측기 기반 출력 케환제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A(\theta)\hat{x}(t) + B(u(t) + \hat{d}(t)) + K_o(\theta)\tilde{e}(t), \\ \dot{\hat{d}}(t) &= K_d(\theta)\tilde{e}(t), \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t), \\ u(t) &= K_c(\theta)\hat{x}(t) + K_r(\theta)r - \hat{d}(t). \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서  $r$ 은 지령치,  $\tilde{e}(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ 이고,  $K_o(\theta)$ 와  $K_d(\theta)$ 는 관측기 이득,  $K_c(\theta)$ 는 제어기 이득,  $K_r(\theta)$ 는 지령치 이득이며 아래와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} K_o(\theta) &= \sum_{i=1}^N \theta_i K_{o,i}, \\ K_d(\theta) &= \sum_{i=1}^N \theta_i K_{d,i}, \\ K_c(\theta) &= \sum_{i=1}^N \theta_i K_{c,i}, \\ K_r(\theta) &= \sum_{i=1}^N \theta_i K_{r,i}. \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $K_{o,i}$ 는 관측기 상태 이득 행렬,  $K_{d,i}$ 는 관측기 외란 이득 행렬, 그리고  $K_{c,i}$ 는 제어기 이득 행렬,  $K_{r,i}$ 는 지령치 이득이다. 또한, 외란 변화는 관측기의 동역학과 비교하여 매우 느리다고 가정한다( $\dot{d}(t) \approx 0$ )[24-27]. 그리고 식 (4)로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A(\theta) + BK_c(\theta))\hat{x}(t) + BK_r(\theta)r + K_o(\theta)\tilde{e}(t). \quad (6)$$

식 (4)과 (6)를 통해  $\hat{x}(t)$ 의 평형점(equilibrium point)인  $\hat{x}_{eq}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

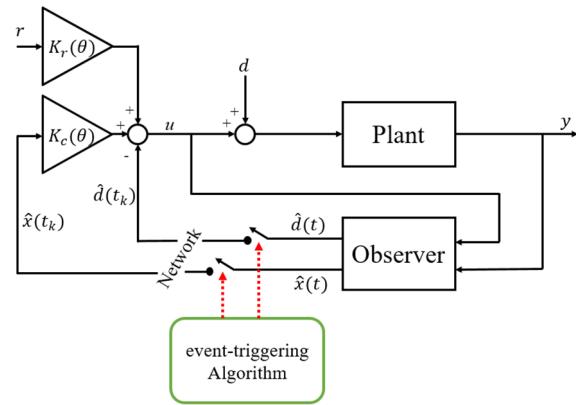


그림 1. 외란 관측기 기반 이벤트-트리거 시스템의 구조.

Fig. 1. Disturbance Observer-based Event-Triggering System.

$$\hat{x}_{eq} = -(A(\theta) + BK_c(\theta))^{-1}BK_r(\theta)r \quad (7)$$

여기서  $K_r(\theta) = -\left(C(A(\theta) + BK_c(\theta))^{-1}B\right)^{-1}$  으로 설계하면 다음과 같다.

$$y_{eq} = r \quad (8)$$

여기서  $y_{eq} = C\hat{x}_{eq}$ 이다. 시스템 (1)에 대하여 본 연구에서 제안하는 외란 관측기 기반 ETC 구조는 그림 1과 같다. 플랜트의 입력과 출력, 그리고 적절한 관측기 이득을 통해 상태 변수 및 외란을 추정한다. 그리고 이벤트가 발생할 경우 네트워크를 통해 추정한 상태 변수와 외란을 송신하며, 이를 이용해 주어진 지령치에 출력 값이 도달하도록 제어 입력을 도출한다. 따라서 외란 관측기 기반 ETC는 식 (4)로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}(t) &= [A(\theta) \ B] \hat{z}(t) + [B] u(t) + [K_o(\theta) \ K_d(\theta)] \tilde{e}(t), \\ \hat{y}(t) &= [C \ 0] \hat{z}(t), \\ u(t) &= K_c(\theta)\hat{x}(t_k) + K_r(\theta)r - \hat{d}(t_k), (t_k \leq t < t_{k+1}) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $\hat{z}(t) = [\hat{x}^T(t) \ \hat{d}(t)]^T$  이고,  $t_k, (k = 1, 2, \dots)$ 은 이벤트 시점이다.

## III. 제어기 및 외란 관측기 설계

$z(t) = [x^T(t) \ d(t)]^T, \hat{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t)$  으로 정의하면 식 (1)과 (9)로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}(t) &= (\bar{A}(\theta) - \bar{K}_o(\theta)\bar{C})\hat{z}(t), \\ \tilde{e}(t) &= \bar{C}\hat{z}(t). \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\bar{A}(\theta) = \begin{bmatrix} A(\theta) & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = [C \ 0], \bar{K}_o(\theta) = \begin{bmatrix} K_o(\theta) \\ K_d(\theta) \end{bmatrix}.$$

한편,  $\bar{x}(t) = \hat{x}(t) - \hat{x}_{eq}$  으로 정의하면, (7)과 (9)로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= (A(\theta) + BK_c(\theta))\bar{x}(t) + BK_c(\theta)\epsilon(t) \\ &\quad - B\delta(t) + K_o(\theta)\tilde{e}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

여기에서  $\epsilon(t) = \hat{x}(t_k) - \hat{x}(t), \delta(t) = \hat{d}(t_k) - \hat{d}(t)$  이다.

본 연구의 목적은 상태 및 외란 추정 오차 시스템 (10)과

지령치 추종 오차 시스템 (11)을 안정화하는 동시에 통신 자원을 효과적으로 줄일 수 있는 외란 관측기 기반 ETC제어 알고리즘을 제안하는 것이다.

#### IV. 이벤트-트리거 제어 알고리즘

식 (11)과 같이 정의된 상태공간 방정식에 대해, 다음과 같은 벡터와 행렬을 정의한다.

$$\begin{aligned}\xi(t) &= [\bar{x}^T(t) \quad \epsilon^T(t) \quad \delta(t)]^T \\ \mathcal{M} &= \begin{bmatrix} -Q_c & 0 & 0 \\ 0 & Q_\epsilon & 0 \\ 0 & 0 & Q_\delta \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (12)$$

여기에서  $Q_c > 0, Q_\epsilon > 0, Q_\delta > 0$  이다. 이벤트-트리거 제어에서 추정된 상태 및 외란 신호를 이용해 구성된 제어 입력  $u(t)$ 는 다음과 같은 알고리즘을 통해 샘플링 및 전달된다.

**알고리즘 1:**  $\xi^T(t)\mathcal{M}\xi(t) > 0$  을 만족하면 아래와 같이 네트워크를 통해 상태와 외란 신호를 네트워크를 통해 송신한다.

$$\begin{aligned}t_{k+1} &= t_k, \\ k &\leftarrow k + 1, \\ u(t) &= K_c(\theta)\hat{x}(t) + K_r(\theta)r - \hat{d}(t).\end{aligned}$$

그 외의 경우인  $\xi^T(t)\mathcal{M}\xi(t) \leq 0$  을 만족하면 제어 입력을 영차 유지(Zero-order hold)한다. 즉, 다음 관계를 만족한다.

$$u(t) = K_c(\theta)\hat{x}(t_k) + K_r(\theta)r - \hat{d}(t_k).$$

위의 알고리즘 1에서 송신이 이루어지는 조건은, 최근 송신된 추정 상태  $\hat{x}(t_k)$  와 현재 추정된 (송신되지 않은) 상태  $\hat{x}(t)$  간의 오차인  $\epsilon(t)$  ( $= \hat{x}(t_k) - \hat{x}(t)$ ), 그리고 최근 송신된 추정 외란  $\hat{d}(t_k)$  와 현재 추정된 (송신되지 않은) 외란  $\hat{d}(t)$  간의 오차인  $\delta(t)$  ( $= \hat{d}(t_k) - \hat{d}(t)$ ) 가 특정 문턱 값 ( $\bar{x}^T(t)Q_c\bar{x}(t)$ )을 초과하는 경우 송신이 이루어진다. 즉, 송신된 값과 송신되지 않은 값 사이의 오차가 클 경우 추정 상태가 업데이트 되게 되어, 이에 따라 제어 입력 또한 업데이트 된다.

#### V. 안정성 해석

**정리 1.** 시스템 (10)–(11), 그리고 알고리즘 1을 고려하자. 주어진 행렬  $Q_e > 0, \bar{Q}_o > 0, Q_c > 0, Q_\epsilon > 0, Q_\delta > 0$ 에 대하여 선형 행렬 부등식 (13)–(14)를 만족하는 행렬  $P_c = P_c^T > 0, \bar{P}_o = \bar{P}_o^T > 0$ 이 존재한다고 하자.

$$He\{\bar{P}_o(\bar{A}(\theta) - \bar{K}_o(\theta)\bar{C})\} + \bar{Q}_{oe} < 0. \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} He\{P_c(A(\theta) + BK_c(\theta))\} + Q_c & * \\ K_c^T(\theta)B^TP_c & -Q_\epsilon \\ -B^TP_c & 0 \\ K_o^T(\theta)P_c & 0 \\ * & * \\ * & * \\ -Q_\delta & * \\ 0 & -Q_\epsilon \end{bmatrix} < 0. \quad (14)$$

여기서  $He\{A\} = A + A^T$ ,  $\bar{Q}_{oe} = \bar{Q}_o + \bar{C}^TQ_e\bar{C}$ , \*은 행렬의 대칭 요소를 나타낸다. 그러면, 알고리즘 1을 따르는 시스템

(10)–(11)은 점근적으로 안정하다.(즉,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{z}(t) = 0$ )이다.

**증명:** 함수  $V_1 = \bar{z}^T\bar{P}_o\bar{z}$ 를 고려하자. 이때, 시스템 (10)로부터  $V_1$ 의 시간 미분은 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 = \bar{z}^THe\{\bar{P}_o(A(\theta) - \bar{K}_o(\theta)\bar{C})\}\bar{z}. \quad (15)$$

조건 (13)과 식 (15)를 통해 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V}_1 < -\bar{z}^T\bar{Q}_{oe}\bar{z}. \quad (16)$$

여기서  $\bar{Q}_{oe} = \bar{Q}_o + \bar{C}^TQ_e\bar{C}$ . 또한, 함수  $V_2 = \bar{x}^TP_c\bar{x}$ 에 대한 시간 미분은 시스템 (11)으로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \bar{x}^THe\{P_c(A(\theta) + BK_c(\theta))\}\bar{x} + \bar{x}^TP_cBK_c(\theta)\epsilon \\ &\quad - \bar{x}^TP_cB\delta + \bar{x}^TP_cK_o(\theta)\tilde{e} + \epsilon^TK_c^T(\theta)B^TP_c\bar{x} \\ &\quad - \delta^TB^TP_c\bar{x} + \tilde{e}^TK_o^T(\theta)P_c\bar{x}\end{aligned}\quad (17)$$

조건 (14)과 식 (17)를 통해 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V}_2 < -\bar{x}^TQ_c\bar{x} + \epsilon^TQ_\epsilon\epsilon + \delta^TQ_\delta\delta + \tilde{e}^TQ_e\tilde{e}. \quad (18)$$

시스템 (10)과 (11)의 리아푸노프 함수  $V = V_1 + V_2$ 와 알고리즘 1을 고려하자. 알고리즘 1을 통해  $\xi^T(t)\mathcal{M}\xi(t) = -\bar{x}^TQ_c\bar{x} + \epsilon^TQ_\epsilon\epsilon + \delta^TQ_\delta\delta \geq 0$  인 시점마다 추정된 상태 및 외란 신호를 네트워크를 통해 송신하므로  $-\bar{x}^TQ_c\bar{x} + \epsilon^TQ_\epsilon\epsilon + \delta^TQ_\delta\delta < 0$ 이 만족하게 된다. 따라서, 앞서 전개한 식 (16)과 (18)로부터 다음 식이 만족하게 된다.

$$\dot{V} < -\bar{z}^T\bar{Q}_o\bar{z} - \bar{x}^TQ_c\bar{x} + \epsilon^TQ_\epsilon\epsilon + \delta^TQ_\delta\delta < 0. \quad (19)$$

따라서, 시스템 (10)–(11)은 점근적으로 안정하다.  $\square$

위의 정리 1은 제어 입력 신호가 연속적으로 주어진 경우에 대해 시스템 (10)–(11)의 안정성 조건을 제공한다. 하지만  $\theta$  가 시간에 따라 변하므로, 정리 1에서 주어진 조건 (13)–(14)를 통해 안정성을 판단하기 어렵다. 따라서 수치적 판단이 가능하도록 아래 정리 2를 제안한다.

**정리 2.** 시스템 (10)–(11), 그리고 알고리즘 1을 고려하자. 주어진 행렬  $Q_e > 0, Q_c > 0, \bar{Q}_o > 0, Q_\epsilon > 0, Q_\delta > 0, i = 1, 2, \dots, N$ 에 대하여 선형 행렬 부등식 (13)–(14)를 만족하는 행렬  $P_c > 0, \bar{P}_o > 0$ 이 존재한다고 하자.

$$He\{\bar{P}_o(\bar{A}_i - \bar{K}_{o,i}\bar{C})\} + \bar{Q}_{oe} < 0, \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} He\{P_c(A_i + BK_{c,i})\} + Q_c & * \\ K_{c,i}^T B^T P_c & -Q_\epsilon \\ -B^T P_c & 0 \\ K_{o,i}^T P_c & 0 \\ * & * \\ * & * \\ -Q_\delta & * \\ 0 & -Q_\epsilon \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

여기서  $He\{A\} = A + A^T$ ,  $\bar{Q}_{oe} = \bar{Q}_o + \bar{C}^TQ_e\bar{C}$ , \*은 행렬의 대칭 요소를 나타낸다. 그러면, 알고리즘 1을 따르는 시스템 (10)–(11)은 점근적으로 안정하다.

( $\Leftrightarrow, \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{z}(t) = 0$  이다.)

**증명:** 식 (2), (3) 그리고 (20)을 통해 다음 부등식이 성립한다.

$$\sum_{i=1}^N \theta_i H e \{\bar{P}_o(\bar{A}_i - \bar{K}_{o,i} \bar{C})\} + \bar{Q}_{oe} < 0. \quad (22)$$

식 (22)을 전개하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$H e \{\bar{P}_o(\sum_{i=1}^N \theta_i \bar{A}_i - \sum_{i=1}^N \theta_i \bar{K}_{o,i} \bar{C})\} + \bar{Q}_{oe} < 0. \quad (23)$$

따라서,  $\sum_{i=1}^N \theta_i \bar{A}_i = \bar{A}(\theta)$ ,  $\sum_{i=1}^N \theta_i \bar{K}_{o,i} = \bar{K}_o(\theta)$ 이므로, (23)로부터 (13)가 성립한다. 또한, 식 (2), (3) 그리고 (21)를 통해 다음 부등식이 성립한다.

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \theta_i H e \{P_c(A_i + BK_{c,i})\} + Q_c & * \\ \sum_{i=1}^N \theta_i K_{c,i}^T B^T P_c & -Q_\epsilon \\ -B^T P_c & 0 \\ \sum_{i=1}^N \theta_i K_{o,i}^T P_c & 0 \\ * & * \\ * & * \\ -Q_\delta & * \\ 0 & -Q_e \end{bmatrix} < 0. \quad (24)$$

비슷하게, 식 (24)를 전개하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} H e \{P_c(\sum_{i=1}^N \theta_i A_i + B \sum_{i=1}^N \theta_i K_{c,i})\} + Q_c & * \\ \sum_{i=1}^N \theta_i K_{c,i}^T B^T P_c & -Q_\epsilon \\ -B^T P_c & 0 \\ \sum_{i=1}^N \theta_i K_{o,i}^T P_c & 0 \\ * & * \\ * & * \\ -Q_\delta & * \\ 0 & -Q_e \end{bmatrix} < 0. \quad (25)$$

따라서,  $\sum_{i=1}^N \theta_i \bar{A}_i = \bar{A}(\theta)$ ,  $\sum_{i=1}^N \theta_i K_{c,i} = K_c(\theta)$ ,  $\sum_{i=1}^N \theta_i K_{o,i} = K_o(\theta)$ 이므로 식 (14)가 성립한다. 그러므로, 정리 1로부터, 시스템 (10)–(11)는 점근적으로 안정하다.  $\square$

## VI. 수치적 예제

선형 파라미터 변형 시스템 (1)에서 다음과 같은 행렬을 고려하자.

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 - 4\theta(t) & -4 - 4\theta(t) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0].$$

여기서  $\theta(t) = 0.5 + 0.5\cos(t)$  이다. 시스템을 안정화하는 제어기 및 관측기 이득은 다음과 같이 주어진다.

$$K_{c,1} = [-22 \ -6], K_{c,2} = [-18 \ -2],$$

$$K_{o,1} = \begin{bmatrix} 41 \\ 484 \end{bmatrix}, K_{o,2} = \begin{bmatrix} 37 \\ 348 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$K_{d,1} = 3000, K_{d,2} = 3000.$$

$Q_c, Q_\epsilon, Q_\delta, Q_e$  행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$Q_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_\epsilon = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, Q_\delta = 10, Q_e = 10^5. \quad (28)$$

안정성 해석에서 주어진 LMI 조건을 풀기 위하여 MATLAB Toolbox YALMIP [28]을 활용하였다. (20)–(21)의 LMI 조건을 이용하여 풀면 다음 행렬들을 얻을 수 있다.

$$P_c = \begin{bmatrix} 4.7338 & 0.2046 \\ 0.2046 & 0.2061 \end{bmatrix},$$

$$\bar{P}_o = \begin{bmatrix} 1.4565 & -0.0590 & -0.0077 \\ -0.0590 & 0.0158 & -0.0009 \\ -0.0077 & -0.0009 & 0.0002 \end{bmatrix} \times 10^4. \quad (29)$$

그림 2에서는 시스템의 상태 변수, 추정된 상태 변수, 그리고 이벤트-트리거 알고리즘을 통해 샘플링된 상태 변수를 나타낸다. 시스템의 상태 변수가 관측기를 통해 잘 추정되는 것을 확인할 수 있으며, 이벤트-트리거 알고리즘을 통해 비주기적으로 추정된 상태 변수가 샘플링됨을 확인할 수 있다.

그림 3에서는 인가 외란, 외란 관측기를 통한 추종 외란, 이벤트-트리거 알고리즘을 통해 영차 유지 샘플링된 외란 추정 신호이다. 그림 3을 통해 외란 관측기가 실제 외란을 잘 추정하며, 이벤트-트리거 알고리즘을 통해 비주기적으로 추정된 상태가 샘플링됨을 확인할 수 있다.

제안한 제어 방안의 효과를 시연하기 위해 시간 영역 시뮬레이션을 수행하였다. 시간 영역 시뮬레이션에서 시스템의 초기값  $x(0) = 0$ 으로 설정하였고, 5초 이후 단위 계단 외란을 인가하였다. 지령치는 10초 이후 단위 계단 입력을 인가하였다.

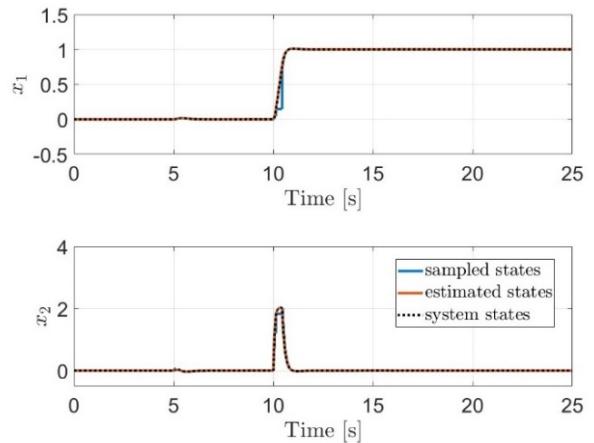


그림 2. 이벤트-트리거 관측기의 상태 추정 결과.

Fig. 2. Estimated states result.

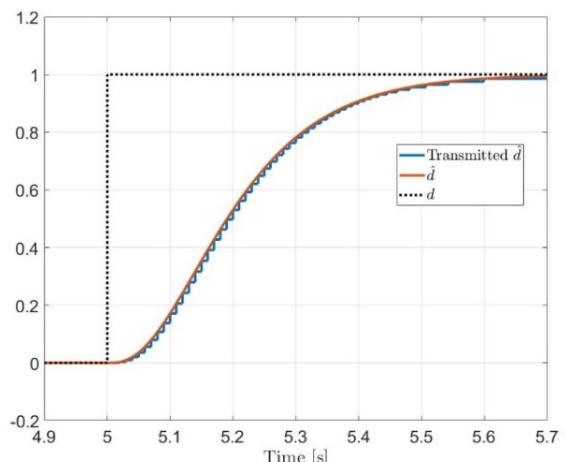


그림 3. 외란과 추정 외란의 궤적.

Fig. 3. Trajectories of disturbance and estimated disturbance.

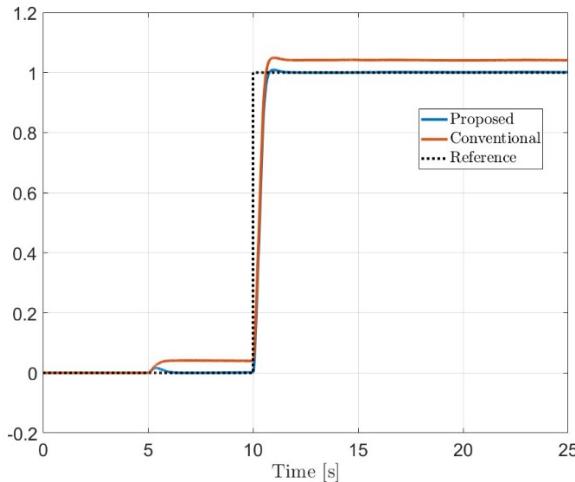


그림 4. 계단 지령 입력에 대한 응답 비교.

Fig. 4. Response to step function reference input.

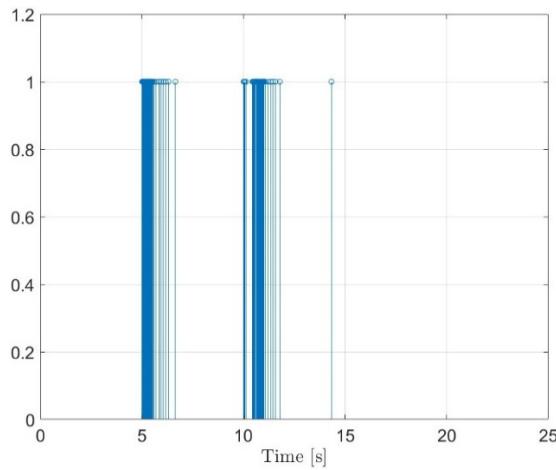


그림 5. 이벤트 발생 시점.

Fig. 5. Event occurred time.

그림 4는 계단 지령 입력에 대한 기존 및 제안한 제어 방법의 응답을 보여준다. 여기서 기존 방법은 외란 보상을 고려하지 않은 관측기 기반 ETC방법을 LPV시스템에 대해 동작하도록 수정한 제어기이다. 지령치는 1로서 10초가 지난 시점부터 인가되었으며, 출력 값이 지령치를 잘 추종하는지를 확인하고자 하였다. 기존의 관측기 기반 제어 방안의 경우, 외란을 보상하지 않으므로, 출력 값이 지령치와 큰 차이를 보이는 것에 비해, 제안한 제어 방안의 경우 외란을 추정하고 보상하므로 출력 값이 지령치를 잘 추종하는 것을 볼 수 있다.

그림 5는 이벤트 발생 시점을 표시한 것이다. 제안한 이벤트-트리거 알고리즘을 통해 필요시에만 데이터 송신함으로써 효율적으로 통신 자원을 활용함과 동시에 만족스러운 제어 성능을 보임을 확인하였다.

## VII. 결론

본 연구에서는 선형 파라미터 변형 시스템에 대한 외란 관측기 기반 이벤트-트리거 제어 방안을 제안하였다. 제안한

제어 방안에서는 외란 관측기를 이용하여 상태 변수 및 외란을 추정한다. 그리고 제안한 이벤트-트리거 알고리즘을 통해 이벤트가 발생할 경우에만 추정 상태 변수 및 외란을 샘플링하여 네트워크를 통해 제어 입력을 인가한다. 이로써 기존의 주기적으로 데이터를 전송하는 샘플치 데이터 제어방식에 비해 더욱 효과적으로 통신 자원 활용을 활용하는 것이 가능해졌다. 또한, 추정한 외란을 보상 입력하여 외란인가되는 경우에도 시스템의 제어 정확도를 높이는 것이 가능해졌다. 제안한 외란 관측기 기반 ETC 방안에 대해 LMI를 통한 안정성 해석을 제공하였다. 후속 연구로서 최적 제어기 이득 및 관측기 이득의 설계 방안에 대한 연구가 진행되고 있으며, 제안된 제어 방안의 비선형 시스템에 대한 확장 또한 흥미로운 연구주제가 될 것이다.

## REFERENCES

- [1] T. W. Lee, C. S. Son, and W. J. Kim, "The implement of intelligent home network system on smart phone," *Korea Institute of Electronic Communication Science (in Korean)*, Aug. 2008.
- [2] Y. D. Lee, "Implementation of greenhouse environment monitoring system based on wireless sensor networks," *Journal of the Korea Institute of Information and Communication Engineering (in Korean)*, Nov. 2013.
- [3] J. I. Lee and D. S. Kim, "Dynamic scheduling method of wireless control system in factory environment," *The Institute of Electronics and Information Engineers (in Korean)*, 2008.
- [4] D. Liu and G. H. Yang, "Robust event-triggered control for networked control systems," *Information Sciences*, 2018.
- [5] F. L. Qu, Z. H. Guan, D. X. He, and M. Chi, "Event-triggered control for networked control systems with quantization and packet losses," *Journal of the Franklin Institute*, 2015.
- [6] S. R. Lee, "Event-triggered high gain control for nonlinear systems," *Journal of Institute of Control, Robotics, and Systems (in Korean)*, 2021.
- [7] W.P.M.H. Heemels, M.C.F. Donkers, and A.R. Teel, "Periodic event-triggered control based on state feedback," *50<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Dec. 2011.
- [8] A. S. H. Xu and S. Jagannathan, "Neural network-based event-triggered state feedback control of nonlinear continuous-time systems," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, Mar. 2016.
- [9] L. G. Moreira, L. B. Groff, and J. M. Gomes da Silva Jr., "Event-triggered state-feedback control for continuous-time plants subject to input saturation," *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 2016.
- [10] H. Zhang, G. Feng, H. Yan, and Q. Chen, "Observer-based output feedback event-triggered control for consensus of multi-agent systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Sep. 2014.
- [11] J. Zhang, S. Li, and Z. Xiang, "Adaptive fuzzy output feedback event-triggered control for a class of switched nonlinear systems with sensor failures," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Dec. 2020.
- [12] X. M. Zhang and Q. L. Han, "Event-triggered dynamic output feedback control for networked control systems," *IET Control Theory and Applications*, 2013.

- [13] J. G. Yang, and J. H. Kim, "Frequency response of SISO Event-triggered systems", *Conference on Information and Control Systems (in Korean)*, 2020.
- [14] D. Sbarbaro, S. Tarbouriech, and J. M. Gomes da Silva Jr., "An event-triggered observer based control strategy for SISO systems" *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, Los Angeles, California, USA, Dec. 2014.
- [15] K. H. Cho, I. H. Kim, J. C. Oh, Y. I. Son, and P. J. Kim, "Design of model based disturbance observer for torque ripple reduction of permanent magnet DC motor," *Conference on Information and Control Systems (in Korean)*, 2012.
- [16] S. M. Suh, H. Y. Kim, and K. H. Kim, "All stabilizing disturbance observer design for precise position control," *The Korean Society for Noise and Vibration Engineering (in Korean)*, 2010.
- [17] G. Y. Kwak, and S. K. Park, "State space disturbance observer considering sliding Mode and robustness improvement for mismatched disturbance," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, 2021.
- [18] M. Abbasghorbani and M. H. Asemani, "Induced  $L_2$ -norm observer-based controller design for continuous-time polytopic LPV systems," *5th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCLA)*, 2017.
- [19] C. K. Jeong, B. H. Kang, J. W. Ko, and P. G. Park, "Stability conditions for Time-delayed LPV systems," *Conference on Information and Control Systems (in Korean)*, 2007.
- [20] B. Marx, D. Ichalal, J. Ragot, D. Maquin, and S. Mammar, "Unknown input observer for LPV systems," *Automatica*, 2019.
- [21] M. F. Braga, C. F. Morais, E. S. Tognetti, R. C.L.F. Oliveria, and P. L.D. Peres, "Discretization and event triggered digital output feedback control of LPV systems," *System & Control Letters*, 2015.
- [22] K. Zhu, D. Ma, and J. Zhao, "Event triggered control for a switched LPV system with applications to aircraft engines," *Journal of Institution of Engineering and Technology Control Theory & Applications*, 2018.
- [23] L. Shanbin and X. Bugong, "Event-triggered control for discrete-time uncertain linear parameter-varying systems," *32nd Chinese Control Conference*, July 26-28, 2013.
- [24] S. Komada, N. Machii, and T. Hori, "Control of redundant manipulators considering order of disturbance observer," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 47, no. 2, pp. 413-420, 2000.
- [25] Y. Huang and W. Messner, "A novel disturbance observer design for magnetic hard drive system with a rotary actuator," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 4, 1998.
- [26] A. Tesfaye, H. S. Lee, and M. Tomizuka, "A sensitivity optimization approach to design of a disturbance observer in digital motion control systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 5, no. 1, 2000.
- [27] A. Kawamura, H. Itoh, and K. Sakamoto, "Chattering reduction of disturbance observer based sliding mode control," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 30, no. 2, 1994.
- [28] J. Lofberg, "YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB", *2004 IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design*, Taipei, Taiwan, Sep. 2004.

**정영호**

2021년~현재 금오공과대학교 전자공학부 재학 중. 관심분야는 강인제어, 이벤트-트리거 제어 시스템.

**반재필**

2012년 아주대학교 전자공학부(공학사). 2020년 포항공과대학교 전기전자공학과(공학박사). 2020년~2021년 포항공과대학교 전기전자공학과 박사후연구원. 2021년~현재 금오공과대학교 전자공학부 조교수. 관심분야는 강인제어, 네트워크제어시스템, 전력계통 최적제어, 상태추정.