

# 선형 시스템에 대한 이벤트-트리거드 외란 관측기 기반 제어

## Event-triggered disturbance observer-based robust control for linear systems

○정영호<sup>1</sup>, 반재필<sup>2\*</sup>

<sup>1)</sup> 금오공과대학교 전자공학부 (TEL: 054-478-7459; E-mail: green4338@kumoh.ac.kr)

<sup>2)</sup> 금오공과대학교 전자공학부 (TEL: 054-478-7459; E-mail: jpb@kumoh.ac.kr)

**Abstract** This paper addresses event-triggered disturbance observer-based robust control for linear systems. Proposed disturbance observer estimates unknown disturbances and transmits the estimated disturbance to a controller, enabling the external disturbance to be compensated. An event-triggered observer scheme is proposed to reduce communication resources. The simulation results show the output follows desired value compensating the disturbance applied to systems.

**Keywords** disturbance observer-based control, event-triggered control, linear matrix inequality, robust control

### 1. 서론

네트워크 제어 시스템은 유무선 네트워크를 통한 효율적인 제어 및 측정 신호 전달을 할 수 있다는 점으로 인해 많은 관심을 받고 있다 [1]. 이벤트-트리거드 제어 시스템은 네트워크 제어 시스템의 한 종류로서 특정 조건을 만족할 경우에만 제어 입력을 송신함으로써 통신량을 효과적으로 감소해준다 [2].

한편, 기존의 관측기 기반의 이벤트-트리거드 제어 시스템 연구들은 외란이 인가되지 않은 이상적인 경우에 대해 주로 연구되었다 [3]. 하지만, 실제 시스템에서 외란은 제어 시스템의 정확도에 큰 영향을 주므로 이를 고려해 주는 것은 중요하다. 외란 관측기를 통한 외란 강인 제어 방법은 외란을 보상하는 효과적인 방법 중 하나로서, 외란 관측기를 통해 외란을 추정하고 추정한 외란을 외란 보상에 활용한다 [4]. 하지만, 기존의 이벤트-트리거드 시스템 관련 연구에서 외란 관측기 기반 제어 방법은 연구된 바가 없다.

따라서, 본 논문에서는 통신 자원을 효율적으로 활용함과 동시에, 외란을 효과적으로 보상하기 위한 이벤트-트리거드 외란 관측기 기반 강인 제어 방안을 제안한다. 선형 행렬 부등식 기반의 안정성 판별을 통해 시스템의 안정성 판별법을 제안하였고, 외란 관측기의 트리거링 조건 및 알고리즘을 제안하였다. 모의 실험을 통해 제어기의 성능을 입증하였다.

### 2. 이벤트-트리거드 시스템 모델

다음과 같은 선형 시스템이 있다고 가정한다.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = [A & B] z(t) + [B] u(t) \\ y(t) = [C & 0] z(t) \end{cases} \quad (1)$$

여기에서  $x$ 는 상태변수,  $d$ 는 외란,  $z = [x' \ d]^T$ ,  $u$ 는 제어 입력,  $y$ 는 출력을 나타낸다. 본 연구에서 제안하는 이벤트-트리거드 외란 관측기 기반 제어 구조는 그림 1과 같다.

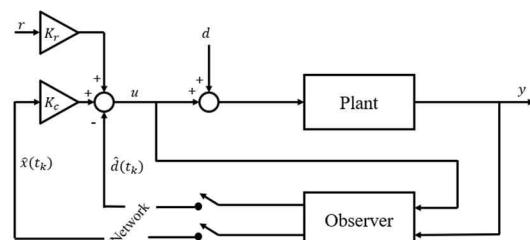


그림 1. 이벤트-트리거드 외란 관측기 구조

이벤트-트리거드 외란 관측기 기반 제어기는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = [A & B] \hat{z}(t) + [B] u(t) + \begin{bmatrix} K_o \\ K_d \end{bmatrix} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = [C & 0] \hat{z}(t) \\ u(t_k) = K_c \hat{x}(t_k) + K_r r - \hat{d}(t_k), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}) \end{cases} \quad (2)$$

여기에서 샘플링 간격은  $[t_k, t_{k+1})$ ,  $K_o$  와  $K_d$ 는 관측기 이득이다.

### 3. 안정성 해석

식 (1), (2)의 선형 시스템에서,  $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ,  $\tilde{d}(t) = d(t) - \hat{d}(t)$ ,  $\tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t)$  으로 정의하면, 아래 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\tilde{z}}(t) = (\bar{A} - \bar{K}_o \bar{C}) \tilde{z}(t) \quad (3)$$

$$\tilde{e}(t) = \bar{C} \tilde{z}(t) \quad (4)$$

여기에서  $\bar{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{C} = [C \ 0]$ ,  $\bar{K}_o = \begin{bmatrix} K_o \\ K_d \end{bmatrix}$  이다. 또한 식 (2)로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.  $\hat{x}$ 의 평형점(equilibrium point)  $\hat{x}_{eq}$  에서 다음 식을 만족하는 것을 알 수 있다.

$$\begin{cases} \hat{x}_{eq} = -(A + BK_c)^{-1} BK_r r \\ u_{eq} = K_c \hat{x}_{eq} + K_r r - \hat{d}_{eq} \end{cases} \quad (5)$$

식 (2), (4) 및 (5)로부터 아래 식을 유도할 수 있다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A + BK_c) \tilde{x}(t) + K_o C \tilde{z}(t) \quad (6)$$

여기에서  $\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - \hat{x}_{eq}$  이다. 다음 정리는 제안한 이벤트-트리거드 외란 관측기의 안정성 조건을 제안한다.

**정리 1.** 시스템 (3), (4) 및 (6)을 고려하자. 만약 다음 주어진 선형행렬부등식 (7), (8)을 만족하는 정부호대칭행렬(positive definite symmetric matrixes)  $P_c$ ,  $P_o$ ,  $Q_c$ ,  $Q_o$ ,  $Q_e$ ,  $\bar{Q}_o$ ,  $\bar{Q}_e$  이 존재한다면, 제시한 시스템 (3), (4) 및 (6)은 안정하다.

$$He\{P_o(\bar{A} - \bar{K}_o \bar{C})\} + \bar{Q}_{oe} < 0 \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} He\{P_c(A + BK_c)\} + Q_c & P_c K_o \\ K_o' P_c & -Q_e \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

여기에서  $He\{A\} = A + A'$ ,  $\bar{Q}_{oe} = \bar{Q}_o + \bar{C}' \bar{Q}_e \bar{C}$  이다.

### 4. 이벤트-트리거드 제어 알고리즘

$\bar{u}_s(t) = u(t_k) - u_{eq}$  일 때, 다음과 같은 벡터와 행렬을 정의한다.

$$\xi(t) = [\tilde{x}'(t) \ \bar{u}_s(t) \ \tilde{e}(t)]' \quad (9)$$

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} P_c A + A' P_c + Q_c & P_c B & P_c K_o \\ B' P_c & 0 & 0 \\ K_o' P_c & 0 & -Q_e \end{bmatrix} \quad (10)$$

시스템 (3), (4) 및 (6)에 대하여 제안하는 이벤트-트리거드 제어 알고리즘은 다음과 같다.

**알고리즘 1:**  $\xi'(t)\mathcal{M}\xi(t) > 0$  의 이벤트가 발생할 경우, 다음과 같이 제어 입력을 샘플링한다.

$$\begin{aligned} t_{k+1} &= t \\ k &\leftarrow k + 1 \\ \bar{u}_s(t) &= u(t) - u_{eq} \end{aligned} \quad (11)$$

그 외의 경우, 다음과 같이 제어 입력을 영차 유지(zero-order hold)한다.

$$\bar{u}_s(t) = u(t_k) - u_{eq} \quad (12)$$

### 5. 모의 실험

다음과 같은 (1)의 시스템 행렬을 고려하자.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0] \quad (13)$$

시스템을 안정화하는 제어기 및 관측기 이득은 다음과 같이 주어진다.

$$K_c = [-1 \ 2], K_o = [1 \ 1]', K_d = 3 \quad (14)$$

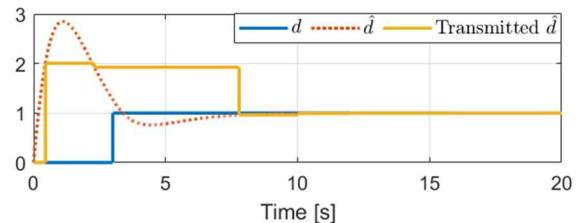


그림 2. 외란과 추정한 외란의 궤적

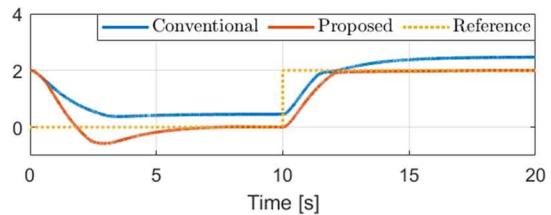


그림 3. 모의실험 결과

제안한 외란 관측기로 추정된 외란이 실제 외란을 잘 추종하는 것을 알 수 있다 (그림 2). 그림 3에서 기존의 제어기는 출력 값이 기준치를 추종하지 못하는 반면, 제안한 제어기의 경우 출력  $y$ 가  $r$ 을 정확히 추종하는 것을 확인하였다.

### 6. 결론

본 논문에서는 외란 관측기를 이용하여 외란을 추종하고 보상해주는 이벤트-트리거드 외란 관측기 기반 제어 방안을 제안하였다. 선형 행렬 부등식을 통한 제어 시스템의 안정성을 판별하였고, 특정 조건이 만족하는 경우에만 관측기에서 추정신호를 보내는 이벤트 트리거링 알고리즘을 제안하였다. 모의 실험을 통하여 제안한 이벤트-트리거드 외란 관측기 기반 장인 제어의 효과를 확인하였다.

### 참고문헌

- [1] 김용수, “실시간 지능형 홈 네트워크 제어 시스템”, 한국산학기술학회논문지, 2009
- [2] D. Sbarbaro, S. Tarbouriech and J. M. Gomes da Silva Jr., “An event-triggered observer-based control strategy for SISO systems”, 53rd IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2789-2894, December 15-17, 2014.
- [3] 양정균, “단일입력 단일출력 이벤트 트리거 시스템의 주파수 응답”
- [4] 조경훈, “영구자석 DC 모터의 토크 리플 저감을 위한 모델 기반 외란관측기 설계”, 정보 및 제어 학술대회, 2012