再回顾一下单纯形表:

	0	$c_N^T - c_B^T A_B^{-1} A_N$	$-c_B^T A_B^{-1} b$
x_B	I	$A_B^{-1} A_N$	$A_B^{-1} b$

① 保证可行

② Local Search
使得 $\sigma \le 0$
逐步满足

$\Updownarrow$

最优: $\begin{cases} \text{可行} \\ \text{检验数 } \sigma \le 0 \end{cases}$ $\Longleftrightarrow$ 对偶可行

那么，反过来呢？

① 保证对偶可行 $\boxed{\sigma \le 0}$

② 逐步迭代使得 （原始）可行 $\boxed{A_B^{-1} b \ge 0}$ $\Longrightarrow$ 对偶单纯形法

先看一个例子:

$$\max z = -x_2 - 2x_3$$

$$\text{s.t.}\quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ -4x_2 - 6x_3 + x_5 = -9 \end{cases}$$

$$x_i \geq 0,\quad i = 1, 2, \cdots, 5$$

	0	-1	-2	0	0		
x_1	1	1	1	0	0	5	
x_4	0	2	1	1	0	5	
x_5	0	-4	-6	0	1	-9	出
		入					

	0	0	$-1/2$	0	$-1/4$	$9/4$
x_1	1	0	$-1/2$	0	$1/4$	$11/4$
x_4	0	0	-2	1	$1/2$	$1/2$
x_2	0	1	$3/2$	0	$-1/4$	$9/4$

$$x^* = \left(11/4,\ 9/4,\ 0,\ 1/2,\ 0\right)^T$$

对偶单纯形法:

(1) 初始单纯形表,

保证对偶可行

$(\sigma \leq 0)$

(2) 检查可行性

$A_B^{-1} b \geq 0$?

Yes, done

(3) 基变换 $A_B^{-1} = (\tilde{A}_1, \cdots \tilde{A}_m)^T$

⭐ $\exists\, i,\ \underline{\tilde{A}_i^T b < 0} \Rightarrow$ 出基

$i = \arg\min_k \tilde{A}_k^T b$

⭐ $j = \arg\min_{\bar{a}_{ij} < 0} \dfrac{\sigma_j}{\bar{a}_{ij}} \Rightarrow$ 入基

⭐ 以 $\bar{a}_{ij}$ 为主元变换