第七周作业 P.381-382 习题八：8-21; 8-24; 8-25; 8-26.

8-21 已知某系统如图 8-18 所示，期望采用状态反馈后满足下述要求：

（1）对单位阶跃输入为零稳态偏差；

（2）闭环控制系统的主导极点为$-2\pm 3j$；

（3）系统在 A＞0 时是稳定的；

（4）附加一个串接环节 $G_c(s)$（假设 $G_c(s)=1/(s+1)$，并且第 3 个闭环极点为-25）。

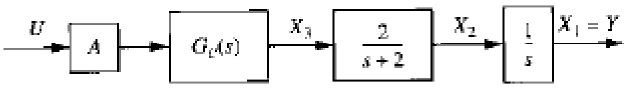

图 8-18 某系统结构图

具体要求：

（a） 画出带状态反馈的状态变量图；

（b） 如果将设计的状态反馈控制器加到系统之后，将系统等效为单回路闭环控制系统，试确定反馈回路的等效传递函数 $H_{eq}(s)$；

（c） 求出含有状态变量反馈系数的闭环传递函数 Y(s)/R(s)；

（d） 确定期望的闭环传递函数；

（e） 求出状态反馈矩阵 K；

（f） 假设如（2），试确定前向通道的等效传递函数 $G_{eq}(s)$和放大倍数 K_1；

（g） 确定系统阶跃响应的最大峰值 Mp，峰值时间 T_p 和整定时间 T_s。

8-21 参考答案：

（1）略

（2）$H_{eq}(s)=\dfrac{k_3s^2+2(k_3+k_2)s+2k_1}{2}$；

（3）略

（4）若第三个根是－25，则 $\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{2A}{(s+25)(s+2\pm j3)}=\dfrac{2A}{s^3+29s^2+113s+325}$；

（5）A＝162.5；$K=[1\quad 0.18\quad 0.16]$。

（7）$\boldsymbol{M}_p=1.1255$；$\boldsymbol{T_P}=1.046\boldsymbol{s}$；$\boldsymbol{T_s}=2$

解：（1）略

（2）前向通道传递函数为 $G(s)=\dfrac{2AG_c(s)}{s(s+2)}=\dfrac{2A}{s(s+1)(s+2)}$

$$H_{eq}(s)=\frac{k_3s^2+2(k_3+k_2)s+2k_1}{2}$$

（3）闭环传递函数：

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H_{eq}(s)}=\frac{2A}{s^3+(2+p+Ak_3)s^2+[2p+2A(k_3+k_2)]s+2Ak_1}$$

$$=\frac{2A}{s^3+(3+Ak_3)s^2+[2+2A(k_3+k_2)]s+2Ak_1}$$

根据稳态误差要求：

$$y(t)_{ss}=\lim_{t\to\infty}y(t)=\lim_{s\to0}sY(s)=\lim_{s\to0}s\cdot\frac{R_0}{s}\cdot\frac{2A}{s^3+(2+p+Ak_3)s^2+[2p+2A(k_3+k_2)]s+2Ak_1}=R_0$$

若： $y(t)_{ss}=R_0\cdot\frac{10A}{10Ak_1}=R_0$；则： $k_1=1$

(d) 若指定第三个期望闭环极点 s=-25.

期望的闭环传递函数为：

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{2A}{(s+25)(s+2+j3)(s+2-j3)}=\frac{2A}{s^3+29s^2+113s+325}$$

(e) 根据状态反馈得到的闭环特征多项式和期望的特征多项式对应项系数相等可得：

$$\begin{aligned}(3+Ak_3)&=29\\2+2A(k_3+k_2)&=113\\2Ak_1&=325\end{aligned}\qquad\begin{aligned}k_3&=0.16\\k_2&=0.181\\A&=162.5\end{aligned}$$

(f) 单位负反馈的等效传递函数

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=M=\frac{2A}{(s+25)(s+2+j3)(s+2-j3)}=\frac{2A}{s^3+29s^2+113s+325}$$

$$G_{eq}(s)=\frac{M}{1-M}=\frac{325}{s^3+29s^2+113s}$$ (----type 1 system)

$$K_1=\lim_{s\to0}[sG_{eq}(s)]=\frac{325}{113}=2.876$$

(g) 对主导极点 -2±j3

$$t_p=\frac{\pi}{\omega_d}=\frac{3.14}{3}=1.046s$$

$$\xi=\cos\eta=\cos(tg^{-1}\frac{3}{2})=0.55$$

$$M_p=1+\exp(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}})=1+\exp(-\frac{0.55\times3.14}{0.832})=1.1255$$

$$t_s=\frac{4}{|\sigma|}=\frac{4}{2}=2$$

8-23　已知系统状态空间表达式为

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}0 & 472.5\\ -0.82 & -43.48\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}0\\ 246\end{bmatrix}u$$

$$\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x$$

试设计一全维状态观测器，使观测器极点为：$-1\pm j$。

解：判断系统能观性：计算能观性矩阵秩为 2，系统完全能观。

期望的观测器特征多项式为：

$$\Delta=(s+1+j)(s+1-j)=s^2+2s+2$$

设　L＝$[l_1 \quad l_2]^T$，观测器的特征多项式为

$$\tilde{\Delta}(\boldsymbol{s})=|\boldsymbol{sI}-(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC})|=\begin{vmatrix}\boldsymbol{s}+\boldsymbol{l}_1 & -472.5\\ 0.82+\boldsymbol{l}_2 & \boldsymbol{s}+43.48\end{vmatrix}$$

$$=\boldsymbol{s}^2+\boldsymbol{s}(\boldsymbol{l}_1+43.48)+43.48\boldsymbol{l}_1+472.5\boldsymbol{l}_2+387.45$$

对比两个特征多项式对应项系数，可得

$$L=\begin{bmatrix}-41.48\\ 3\end{bmatrix}$$

8-24　设受控对象传递函数为$\frac{y(s)}{u(s)}=\frac{2}{(s+1)(s+2)}$，试用直接法与化为能观标准型的两种方法设计全维状态观测器，将极点配置在-10，-10。

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$$

试用两种方法设计全维状态观测器，使观测器极点为：-10,-10。

解：（1）判能观性

因 $rankQ_0=2$　系统完全可观。

下面用两种方法设计观测器。

第一种方法：直接法

（1）期望观测器的特征方程

$$\Delta^*(s)=(s+10)^2=s^2+20s+100$$

（2）闭环观测器的特征方程，此处设 L＝[l_1 l_2]$^{\mathrm{T}}$

$$\tilde{\Delta}(\boldsymbol{s})=\left|\boldsymbol{sI}-(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC})\right|=\begin{vmatrix}\boldsymbol{s}+2\boldsymbol{l}_1 & -1\\ 2+2\boldsymbol{l}_2 & \boldsymbol{s}+3\end{vmatrix}$$

$$=\boldsymbol{s}^2+\boldsymbol{s}(2\boldsymbol{l}_1+3)+6\boldsymbol{l}_1+2\boldsymbol{l}_2+2$$

（3）比较上两式，求 L

$$L=\begin{bmatrix}8.5\\ 23.5\end{bmatrix}$$

第二种方法：标准型法

（1）$\Delta(s)=\left|sI-A\right|=\begin{vmatrix}s & -1\\ 2 & s+3\end{vmatrix}=s^2+3s+2$， $a_1=3$； $a_2=2$

能观标准形：$A_o=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 1 & -3\end{bmatrix}$； 设 $L_o=\begin{bmatrix}l_{o1}\\ l_{o2}\end{bmatrix}$

变换阵：$T^{-1}{}_o=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 2\\ 2 & 0\end{bmatrix}$； $T_o=\begin{bmatrix}6 & 2\\ 2 & 0\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 0.05\\ 0.5 & -1.5\end{bmatrix}$

（2）期望观测器的特征方程与上同

（3）闭环观测器的特征方程，此处设 L＝[l_1 l_2]$^{\mathrm{T}}$

$$\tilde{\Delta}_o(s)=s^2+(l_{o1}+3)s+l_{o2}+2$$

（4）比较：$L_o=\begin{bmatrix}\beta_2-\alpha_2\\ \beta_1-\alpha_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}98\\ 17\end{bmatrix}$

（5）求原来的 L

$$L=T_oL_o=\begin{bmatrix}0 & 0.5\\ 0.5 & -1.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}98\\ 17\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8.5\\ 23.5\end{bmatrix}$$

故：两种方法结果都一样

（6）写出观测器

$$\dot{\hat{x}}=(A-LC)\hat{x}+bu+Ly=\begin{bmatrix}-17 & 1\\ -49 & -3\end{bmatrix}\hat{x}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u+\begin{bmatrix}8.5\\ 23.5\end{bmatrix}y$$

8-26 请用化为能观标准形的方法设计全维状态观测器。已知线性定常系统的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}$$

$$y = [1 \quad 1 \quad 0] \boldsymbol{x}$$

要求：设计状态观测器，使其极点为－3，－4，－5。

解答： 详细过程此略。

$$H_O = [64 \quad 39 \quad 17]^T \text{；} H_P = [120 \quad -103 \quad 210]^T$$