第二周作业参考答案

7-9、7-10(a)(c)、7-12(a)、7-15、7-17

题号	7-9	7-10(a)	7-10(c)	7-12(a)	7-15	7-17	总计
分值	2	1	2	2	2	1	10

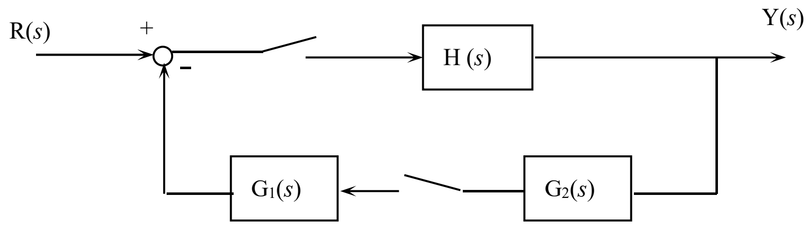
7-9 设一离散系统脉冲传递函数为 $G(z)=\dfrac{Y(z)}{U(z)}=\dfrac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}$，其中输入为单位阶跃函数，求 $y(\infty)$。

解：因为 $G(z)=\dfrac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}=\dfrac{z+1}{(z-0.6)(z-0.8)}$， $U(z)=\dfrac{1}{1-z^{-1}}$

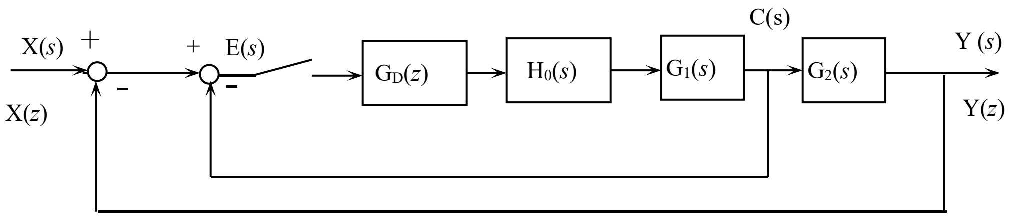
$$(1-z^{-1})Y(z)=(1-z^{-1})U(z)\frac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}=(1-z^{-1})\frac{1}{1-z^{-1}}\frac{z+1}{(z-0.6)(z-0.8)}$$

极点均小于 1，故可以用终值定理： $y(\infty)=\lim\limits_{z\to1}(1-z^{-1})Y(z)=\dfrac{2}{1-1.4+0.48}=25$

7-10 求下列系统的脉冲传递函数。



(a)



(c)

图 7-53 题 7-10 的离散系统图

解：(a) 根据采样开关的位置得： $\Phi(z)=\dfrac{H(z)}{1+G_1(z)\cdot G_2H(z)}$

(c) $Y(z)=G_2G_1H_0(z)G_D(z)E(z)$ (1)

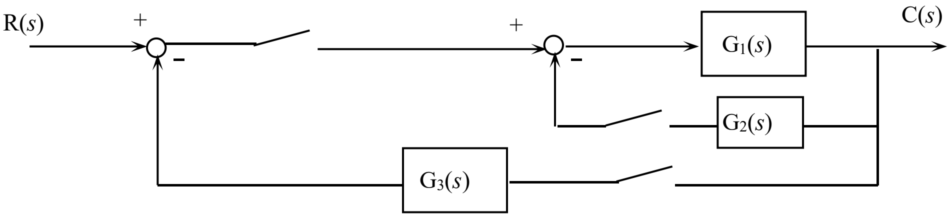
$$E(z)=X(z)-G_2G_1H_0(z)G_D(z)E(z)-G_1H_0(z)G_D(z)E(z)$$

$$E(z)=\frac{X(z)}{1+G_D(z)H_0G_1(z)+G_D(z)H_0G_1G_2(z)}$$

代入(1)式：

$$\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{G_D(z)H_0G_1G_2(z)}{1+G_D(z)H_0G_1(z)+G_D(z)H_0G_1G_2(z)}$$

7-12　试求如图 7-55 所示闭环离散系统的脉冲传递函数或输出 z 变换。



（a）

解：图（a）先内环，再外环。$G(z)=\dfrac{G_1(z)}{1+G_1G_2(z)+G_1(z)\cdot G_3(z)}$

7-15　已知连续状态方程如下，采样周期为 T 秒，求其离散状态方程。

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\,, \qquad y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}\text{。}$$

解：$G(T)=e^{AT}=L^{-1}[(sI-A)^{-1}]_T=L^{-1}\{\begin{bmatrix}s & -1\\ 0 & s\end{bmatrix}^{-1}\}_T=L^{-1}[\dfrac{1}{s^2}\cdot\begin{bmatrix}s & 1\\ 0 & s\end{bmatrix}\}_T=\begin{bmatrix}1 & T\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$$H(T)=\int_0^T e^{At}\cdot B\cdot dt=\int_0^T\begin{bmatrix}1 & t\\ 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}dt=\int_0^T\begin{bmatrix}t\\ 1\end{bmatrix}dt=\begin{bmatrix}T^2/2\\ T\end{bmatrix}$$

故，所求的离散状态方程为：$\mathbf{x}(k+1)=\begin{bmatrix}1 & T\\ 0 & 1\end{bmatrix}\mathbf{x}(k)+\begin{bmatrix}T^2/2\\ T\end{bmatrix}\mathbf{u}(k)$

7-17　已知离散状态方程如下，求脉冲传递函数 $G(z)=\dfrac{Y(z)}{U(z)}$。

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}(k)+\begin{bmatrix}1/2\\ 1\end{bmatrix}u(k)\,, \qquad y(k)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}(k)\text{。}$$

解：

$$G(z)=C(zI-A)^{-1}\cdot B=[1\quad 0]\cdot\begin{bmatrix}z-1 & -1\\ 0 & z-1\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}1/2\\ 1\end{bmatrix}$$

$$=[1\quad 0]\cdot\frac{1}{(z-1)^2}\begin{bmatrix}z-1 & 1\\ 0 & z-1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1/2\\ 1\end{bmatrix}=\frac{z+1}{2(z-1)^2}=\frac{z+1}{2(z^2-2z+1)}$$