

自动控制理论（甲）第七周作业答案与评分标准

作业题目

3-10

已知二阶系统的单位阶跃响应为： $h(t) = 10 - 12.5e^{-1.2t} \sin(1.6t + 53.1^\circ)$ 。请求出该系统的百分比超调量 $\sigma\%$ ，峰值时间 T_p 以及调节时间 T_s 。（30分）

参考答案：

从已知的系统单位阶跃响应 $h(t)$ 易知

$$\frac{10}{\sqrt{1-\zeta^2}} = 12.5; \quad \sqrt{1-\zeta^2} = 0.8; \quad \text{故 } \zeta = 0.6$$

$$\text{又, } -\zeta\omega_n = 1.2; \quad \text{代入 } \zeta = 0.6, \quad \text{得 } \omega_n = 2; \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = 1.6$$

以下即可直接求得系统的超调量 $\sigma\%$ 、峰值时间 t_p 和调节时间 t_s 。

$$(1) \text{ 因为: 超调量 } \sigma\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100\%$$

$$\text{而 } \zeta = \cos \beta = \cos 53.1^\circ = 0.6$$

$$\text{故: } \sigma\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100\% = 9.48\% \quad (10 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 因为: } t_p = \frac{\pi}{\omega_d}; \quad \text{从已知的 } h(t) \text{ 中 } \sin(1.6t + 53.1) \text{ 可知: } \omega_d = 1.6$$

$$\text{故: 其 } t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{3.14}{1.6} = 1.9625 \text{ s} \quad (10 \text{ 分})$$

$$(3) \text{ 因为: } t_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n}; \quad \text{从已知的 } \omega_d = 1.6 = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \text{ 中可知: } \omega_n = 2$$

$$\text{故: } t_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n} = \frac{3.5}{0.6 \cdot 2} = 2.917 \quad (10 \text{ 分})$$

3-12

已知某一系统的广义对象传递函数是 $G(s) = \frac{4}{(2s+1)^2}$ ，控制器是比例作用，比例系数为 K_c ，

求：（40 分）

(1) 使衰减比达到 4: 1 时的 K_c 值；（20 分）

(2) 如果采用 $K_c=0.75$ ，问衰减比和振荡频率是多少？（20 分）

参考答案：

(1) 系统的开环传递函数： $G_{open}(s) = \frac{4K_c}{(2s+1)^2}$

系统的特征方程： $\Delta = s^2 + s + 0.25 + K_c = 0$

写成标准形式： $\Delta = s^2 + s + 0.25 + K_c = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$

当系统产生 4: 1 衰减振荡时，因为 $n = e^{\frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 4 \Rightarrow \frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \ln 4 \Rightarrow \zeta = 0.2156$

当 $\zeta = 0.216 \Rightarrow \omega_n = \frac{1}{2\zeta} = 2.32$

$0.25 + K_c = \omega_n^2 = 5.38 \Rightarrow K_c = 5.128$

(2) 如果采用 $K_c=0.75$ ，则 $\omega_n^2 = 0.25 + K_c = 1 \Rightarrow \omega_n = 1 \Rightarrow \zeta = 0.5$

$n = e^{\frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{3.63} = 37.6$ ， $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = 0.866$

3-13

设图 3-36 是简化的飞行控制系统结构图，试选择参数 K_1 和 K_t ，使系统的 $\omega_n = 6$ ， $\zeta = 1$ 。

（30 分）

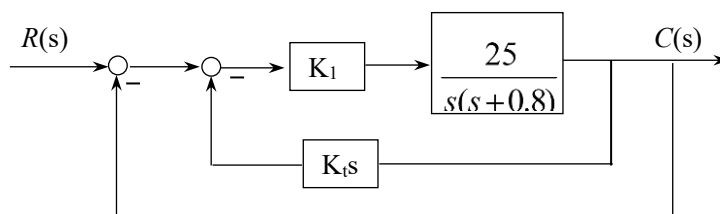


图 3-36 简化的飞行控制系统结构图

参考答案：

系统的内环传递函数为：

$$G(s) = \frac{25K_1}{s(s+0.8) + 25K_1K_t s}$$

系统的闭环传递函数为

$$G(s) = \frac{25K_1}{s(s+0.8) + 25K_1K_t s + 25K_1} = \frac{25K_1}{s^2 + s(0.8 + 25K_1K_t) + 25K_1}$$

比较得： $\begin{cases} 25K_1 = \omega_n^2 = 6^2 = 36 \\ 0.8 + 25K_1K_t = 2\xi\omega_n = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 1.44 \\ K_t = 0.31 \end{cases}$