第四周作业参考答案 P.378-379 习题八：8-2(3); 8-5; 8-6; 8-8; 8-10

8-2 ①确定下列系统是否完全能观；②是否完全能控；③求出系统的传递函数；④确定每个系统分别有多少个能观与能控的状态变量；⑤判别系统是否稳定？

（3）$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 1\\ 0 & -2 & -1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 1\end{bmatrix}u$；$y=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$；

解：（3）①不能观； ②不能控； ②$\boldsymbol{G(s)}=\dfrac{s+1}{s(s-1)}$

④2 个能观，2 个能控；⑤系统不稳定。

8-5 已知系统状态空间表达式：

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}\lambda & 1 & 0\\ 0 & \lambda & 0\\ 0 & 0 & \lambda\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}a\\ b\\ c\end{bmatrix}u;\quad y=\begin{bmatrix}a & b & c\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$$

试判定：（1）能否适当地选择常数 a、b 和 c，使系统具有能控性？

（2）能否适当地选择常数 a、b 和 c，使系统具有能观性？

解：(1)可控性判别矩阵：$Q_C=\begin{bmatrix}B & AB & A^2B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & a\lambda+b & a\lambda^2+2b\lambda\\ b & b\lambda & b\lambda^2\\ c & c\lambda & c\lambda^2\end{bmatrix}$

因为：$\det Q_c=0$，故无论如何选择 a、b 和 c，系统都不具有能控性。

(2)可观性判别矩阵：$Q_0=\begin{bmatrix}a & b & c\\ a\lambda & a+b\lambda & c\lambda\\ a\lambda^2 & b\lambda^2+2a\lambda & c\lambda^2\end{bmatrix}$

又因为 $\det Q_o=0$，故无论如何选择 a、b 和 c，系统都不具有能观性。

8-6 设系统的传递函数为：$G(s)=\dfrac{s+a}{s^3+7s^2+14s+8}$，欲使系统的状态全部能控且能观，试求 a 的取值范围。

解：当 $a\neq 1,2,4$ 时，系统的状态全部能控且能观。

8-8 串联组合系统的结构图如图 8-17 所示，试：

（1）写出系统的状态空间表达式；

（2）讨论系统的能控性与能观性。

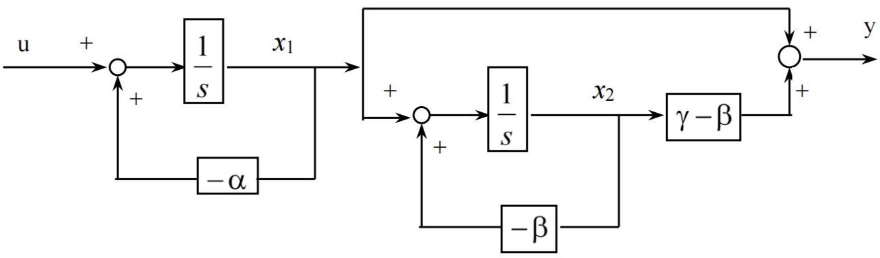

图 8-17　题 8-8 图

解：（1）$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}-a & 0\\ 1 & -\beta\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u$；　$y=\begin{bmatrix}1 & \gamma-\beta\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$；

（2）系统能控，当$\gamma=\alpha$时，系统能控不能观。

$$Q_o=\begin{pmatrix}1 & \gamma-\beta\\ -\alpha+\gamma-\beta & -\beta(\gamma-\beta)\end{pmatrix}\text{所以}\det(Q_o)=-(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)$$

所以当$\gamma=\alpha$或$\gamma=\beta$时，系统不能观。

8-10 已知系统状态方程为$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -4 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}u$，试求与其相应的离散化系统为不能控时的采样周期 T 值。

解：

$$G_{(T)}=\begin{pmatrix}\cos(2T) & \frac{1}{2}\sin(2T)\\ -2\sin(2T) & \cos(2T)\end{pmatrix}\qquad H_{(T)}=\begin{pmatrix}\dfrac{1-\cos(2T)}{2}\\ \sin(2T)\end{pmatrix}$$

$$Q_c=\begin{pmatrix}\dfrac{1-\cos(2T)}{2} & \dfrac{\sin^2(2T)-\cos^2(2T)+\cos(2T)}{2}\\ \sin(2T) & 2\sin(2T)\cos(2T)-\sin(2T)\end{pmatrix}\qquad \det(Q_c)=-4\cos(T)\sin^3(T)$$

所以当$T=\dfrac{n\pi}{2}$（n为正整数），与其相应的离散化系统为不能控。