《电磁场与电磁波》测验（2021.4.14）

学号：______________________　　姓名：___________________

一、选择题：

1. 以下关于时变电磁场的描述中，不正确的是（　D　）

A. 电场是有旋场　B. 电场和磁场可以相互激发　C. 电荷可以激发电场　D. 磁场是有源场

2. 两个同频同方向传播的极化方向相互垂直的线极化波，如果（　D　），则合成的波一定是椭圆极化波。

A．两者的相位差不为 0 和 π　　B．两者振幅不同

C．两者的相位差不为±π/2　　D．同时满足 A 和 B　　E. 同时满足 B 和 C

3. 在各向异性介质中，描述正确的是（　C　）

A.　**E**、**H** 和 **k** 的方向相互垂直　　B.　**S** 的方向与 **k** 的一致

C.　**D**、**B** 和 **k** 的方向相互垂直　　D.　**D** 的方向与 **E** 的方向一致

4. **E(r)**和 **H(r)**分别是电场和磁场的复矢量形式，则时间平均坡印廷矢量为：(　B　)

A. $\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{H}(\mathbf{r})\right]$　B. $\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{H}^*(\mathbf{r})\right]$　C. $\mathrm{Re}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{H}(\mathbf{r})\right]$　D. $\mathrm{Re}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{H}^*(\mathbf{r})\right]$

5. 线性物质是指（　A　）

A.　ε、μ、σ 与 **E**、**B** 的强度无关　　B.　ε、μ、σ 与 **E**、**B** 的强度有关

C.　**E** 和 **B** 呈线性关系　　D. ε、μ、σ 与 **E**、**B** 呈线性关系

6. 各向同性介质是指（　A　）

A. ε、μ、σ 与电磁波在空间传播的方向性无关　B. ε、μ、σ 与电磁波在空间传播的方向性有关

C. 不同方向的 E、H 相同　　D. 不同传播方向的能量相同

7. 下列描述正确的是（　B　）

A. 色散介质不一定有损耗，有损耗介质不一定色散　B. 色散介质一定有损耗，有损耗介质一定色散

C. 色散介质不一定有损耗，有损耗介质一定色散　D. 色散介质一定有损耗，有损耗介质不一定色散

8．下列是右旋圆极化波的是（　B　）

A. $E_x = 10\cos(\omega t - kz + \phi)$，$E_y = -10\sin(\omega t - kz + \phi)$　　B. $E_x = 10\cos(\omega t + kz + \phi)$，$E_y = -10\sin(\omega t + kz + \phi)$

C. $E_x = 10\cos(\omega t - kz + \phi)$，$E_y = -5\sin(\omega t - kz + \phi)$　　D. $E_x = 5\cos(\omega t + kz + \phi)$，$E_y = -10\sin(\omega t + kz + \phi)$

9. 下面对于趋肤效应的说法错误的是（　B　）

A. 趋肤深度是指波进入到导体内，幅度衰减为导体表面幅度的 1/*e* 处的深度；

B. 媒质导电性越好，波在媒质中的衰减越慢；　C. 频率越高，趋肤深度越小

D. 媒质导电性越好，趋肤深度越小

10. 区域 *V* 全部用非导电媒质填充，当此区域中的电磁场能量减少时，一定是（　A　）

A. 能量流出了区域　B. 能量在区域中被损耗　C. 能量流进了区域　D. 同时选择 A 和 B

一、（**10** 分）矢量 $\mathbf{A}=xy^2z^3\hat{\mathbf{x}}+x^3z\hat{\mathbf{y}}+x^2y^2\hat{\mathbf{z}}$，求 $\nabla\cdot\mathrm{A}$ 和 $\nabla\times\mathrm{A}$。

解： $\nabla\cdot\mathbf{A}=y^2z^3+0+0=y^2z^3$

$$\nabla\times\mathbf{A}=\begin{vmatrix}\hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}}\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ xy^2z^3 & x^3z & x^2y^2\end{vmatrix}$$

$$=(2x^2y-x^3)\hat{\mathbf{x}}-(2xy^2-3xy^2z^2)\hat{\mathbf{y}}+(3x^2z-2xyz^3)\hat{\mathbf{z}}$$

二、（**20** 分）已知正弦电磁场的磁场强度复振幅 $\mathbf{H}(\mathbf{r})=\hat{\boldsymbol{\varphi}}\dfrac{H_{\mathrm{m}}}{r}\sin\theta e^{-jkr}$，式中 H_{m}、k 为实常数，并且场域中无源。求坡印廷矢量的瞬时值和平均值。

解：由 $\nabla\times\mathbf{H}=\mathrm{j}\omega\varepsilon_0\mathbf{E}$ 有

$$\mathbf{E}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\nabla\times\mathbf{H}$$

$$=-\hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0 r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rH_{\varphi}\right)=\hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{k}{\omega\varepsilon_0}\frac{H_{\mathrm{m}}}{r}\sin\theta e^{-jkr}$$

其瞬时值

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\mathrm{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{\mathrm{j}\omega t}]=\hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{k}{\omega\varepsilon_0}\frac{H_{\mathrm{m}}}{r}\sin\theta\cos(\omega t-kr)$$

类似地有

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t)=\mathrm{Re}[\mathbf{H}(\mathbf{r})e^{\mathrm{j}\omega t}]=\hat{\boldsymbol{\varphi}}\frac{H_{\mathrm{m}}}{r}\sin\theta\cos(\omega t-kr)$$

坡印廷矢量的瞬时值

$$\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\times\mathbf{H}(\mathbf{r},t)=\hat{\mathbf{r}}\frac{k}{\omega\varepsilon_0}\frac{H_{\mathrm{m}}^2}{r^2}\sin^2\theta\cos^2(\omega t-kr)$$

坡印廷矢量的平均值

$$\mathbf{S}_{\mathrm{av}}(\mathbf{r})=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{H}^*(\mathbf{r})]=\hat{\mathbf{r}}\frac{k}{2\omega\varepsilon_0}\frac{H_{\mathrm{m}}^2}{r^2}\sin^2\theta$$

三、无耗均匀传输线，长度为 25m，线间填充相对介电常数为 4、相对磁导率为 1的媒质，传输线的特性阻抗为 300 Ω，电源电压为 U=100V，频率为 3MHz，内阻为 200Ω，终端接负载后测得驻波比为 1.5，且终端为电压波节点。试求：

（1） 该传输线上电磁波的相速和波长；

（2） 负载的值及其所吸收的功率；

（3） 波腹点的电压幅度。

解：（1）该信号在自由空间的波长为

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{3\times10^6} = 100\text{m}$$

传输线上的波长为

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 50\text{m}$$

传输线上的相速为

$$\upsilon_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 1.5\times10^8\ \text{m/s}$$

（2）由于终端为电压波节点，所以负载为纯电阻，其值为

$$\text{R}_\text{L} = \frac{Z_0}{\rho} = \frac{300}{1.5} = 200\Omega$$

由于传输线的长度 $l = \dfrac{\lambda}{2}$，根据传输线 $\lambda/2$ 的重复性，可得输入端的阻抗也是纯电阻，且等于负载电阻，即 $Z_{\text{in}} = 200\Omega$。此时输入端电压的幅度为

$$\text{U}_\text{in} = \frac{200}{200+200}100 = 50\text{V}$$

因此，负载所吸收的功率为

$$\text{P}_\text{L} = \frac{\text{U}_\text{L}^2}{2\text{R}_\text{L}} = \frac{\text{U}_\text{in}^2}{2\text{Z}_\text{in}} = \frac{25}{4}\text{W}$$

可见，始端功率等于负载所吸收的功率，这正是传输线本身无耗的结果。

（4） 由驻波比和反射系数的关系的

$$|\Gamma| = \frac{\rho-1}{\rho+1} = 0.2$$

由（2）可知电压波节点电压为 50V，根据 $|\text{U}|_{\max} = |\text{A}_1|(1+|\Gamma|)$ 得 $|\text{A}_1| = \dfrac{50}{0.8}$，因此，波腹点电压为 $|\text{U}|_{\max} = |\text{A}_1|(1+|\Gamma|) = \dfrac{50}{0.8}\times1.2 = 75\text{V}$

四、（**15** 分）某特性阻抗为 $Z_0 = 300\Omega$ 的双线传输线，终端接负载为 Z_L=200+j50Ω，为了达到负载阻抗匹配，采用串联电容的方法，设信号频率为 5kHz，求：串联电容的大小及其离终端负载的距离。

解： 设串联电容位于离终端负载 l 处，根据传输线的阻抗变换特性，距终端 l 处的输入阻抗为

$$Z_{in}(l) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)} = 300 \frac{200 + j50 + j300\tan(\beta l)}{300 + j(200 + j50)\tan(\beta l)} = 300 \frac{4 + j[1+6]\tan(\beta l)}{6 - \tan(\beta l) + j4\tan(\beta l)}$$

为了达到负载阻抗匹配，上述输入阻抗的实部应等于 300Ω， 即

$$\mathrm{Re}[Z_{in}(l)] = 300$$

因此计算得到

$$l = 0.098\lambda$$

即串联电容应位于离终端 0.098λ 处。

将 $l = 0.098\lambda$ 代入输入阻抗的表达式得到

$$Z_{in} = 300 + j136.9\Omega$$

为了达到匹配，要满足方程 $jX_c + Z_{in} = 300$， 即 $X_c = -136.9$， 因此， 电容值为

$$C = \frac{1}{136.9 \times 2\pi \times 5000} = 2.3 \times 10^{-6} F$$

工程实践中，这种使用集中参数实现阻抗匹配的方法在频率较低时常常使用，比如在中短波波段，当天线的输入阻抗与信号馈线不匹配时，往往采用串/并联电容/电感的方法来完成匹配。

五、将下列场矢量的瞬时值与复数值相互表示：

（1） $\mathbf{H}(t)=\hat{\mathbf{x}}H_0 k\left(\dfrac{a}{\pi}\right)\sin\left(\dfrac{\pi x}{a}\right)\sin(kz-\omega t)+\hat{\mathbf{z}}H_0\cos\left(\dfrac{\pi x}{a}\right)\cos(kz-\omega t)$

（2） $E_{xm}=2jE_0\sin(\theta)\cos(k_x x\cos\theta)e^{-jkz\sin\theta}$

解：

（1） 因为

$$\mathbf{H}(x,y,z,t)=\mathrm{Re}[\hat{\mathbf{x}}H_0 k(\frac{a}{\pi})\sin(\frac{\pi x}{a})\,je^{j(\omega t-kz)}+\hat{\mathbf{z}}H_0\cos(\frac{\pi x}{a})e^{j(\omega t-kz)}]$$
$$=\mathrm{Re}[\hat{\mathbf{x}}H_0 k(\frac{a}{\pi})\sin(\frac{\pi x}{a})e^{j(\omega t+\frac{\pi}{2}-kz)}+\hat{\mathbf{z}}H_0\cos(\frac{\pi x}{a})e^{j(\omega t-kz)}]$$

所以

$$\mathbf{H}(x,y,z)=\hat{\mathbf{x}}H_0 k(\frac{a}{\pi})\sin(\frac{\pi x}{a})e^{j(\frac{\pi}{2}-kz)}+\hat{\mathbf{z}}H_0\cos(\frac{\pi x}{a})e^{-jkz}$$

（2）

$$\mathbf{E}(x,y,z,t)=\mathrm{Re}[\hat{\mathbf{x}}2jE_0\sin(\theta)\cos(k_x x\cos\theta)e^{-jkz\sin\theta}e^{j\omega t}]$$
$$=\hat{\mathbf{x}}2E_0\sin(\theta)\cos(k_x x\cos\theta)\sin(kz\sin\theta-\omega t)$$

六、已知真空中传播的均匀平面电磁波的电磁场强度矢量

$$\mathbf{H}(\mathbf{r})=\frac{1}{377}(\hat{\mathbf{x}}+j0.8\hat{\mathbf{y}}+j0.6\hat{\mathbf{z}})e^{-j\pi(3y-4z)}(\mathrm{A/m})$$

试求：

（1） 电磁场传播方向的单位矢量 $\mathbf{n}$；

（2） 电磁场的电场强度矢量 $\mathbf{E(r)}$；

（3） 电磁场的角频率 ω。

解： （1）由 $e^{-j\pi(3y-4z)}$ 以及 $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}=k_x x+k_y y+k_z z=\pi(3y-4z)$ 可知

$$\mathbf{k}=3\pi\hat{\mathbf{y}}-4\pi\hat{\mathbf{z}}=k\mathbf{n}$$

$$k=\sqrt{(3\pi)^2+(4\pi)^2}=5\pi$$

电磁场传播方向的单位矢量

$$\mathbf{n}=\frac{\mathbf{k}}{k}=\frac{3}{5}\hat{\mathbf{y}}-\frac{4}{5}\hat{\mathbf{z}}$$

（2）电磁波的电场强度矢量

$$\mathbf{E(r)}=-\eta_0\mathbf{n}\times\mathbf{H(r)}$$
$$=-377\times(\frac{3}{5}\hat{\mathbf{y}}-\frac{4}{5}\hat{\mathbf{z}})\times\frac{1}{377}(\hat{\mathbf{x}}+j0.8\hat{\mathbf{y}}+j0.6\hat{\mathbf{z}})e^{-j\pi(3y-4z)}$$
$$=(-j\hat{\mathbf{x}}+\frac{4}{5}\hat{\mathbf{y}}+\frac{3}{5}\hat{\mathbf{z}})e^{-j\pi(3y-4z)}$$

（3） $\lambda=\dfrac{2\pi}{k}=\dfrac{2\pi}{5\pi}\quad 0.4$， $f=\dfrac{c}{\lambda}$

$$\omega=2\pi f=2\pi\frac{3\times10^8}{0.4}=15\pi\times10^8(\mathrm{rad/s})$$