

# 自动控制理论（甲）第二周作业

## 作业题目

说明：若由于教材版本问题导致题目编号和手中教材不一样，请以本文件里的题目为准

### 2.2

试列写图 2-78 所示 RC 电路系统的微分方程式，并求其传递函数。并用方块图建模的方法验证你所得到的模型。

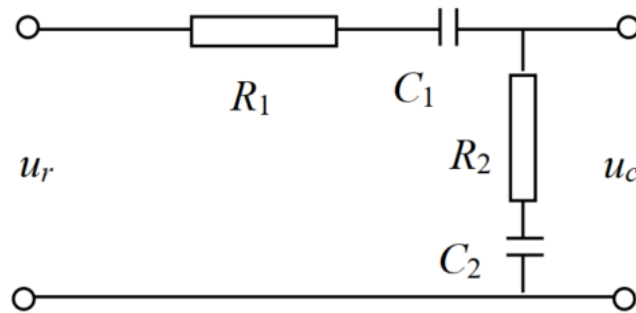


图2-78 RC电路系统

### 答案与解析——

微分方程式

$$R_1 i + \frac{i}{C_1 D} + R_2 i + \frac{i}{C_2 D} = u_r$$

$$R_2 i + \frac{i}{C_2 D} = u_e$$

$$C_1 C_2 (R_1 + R_2) \frac{du_c(t)}{dt} + (C_1 + C_2) u_c(t) = C_1 C_2 R_2 \frac{du_r(t)}{dt} + C_1 u_r(t)$$

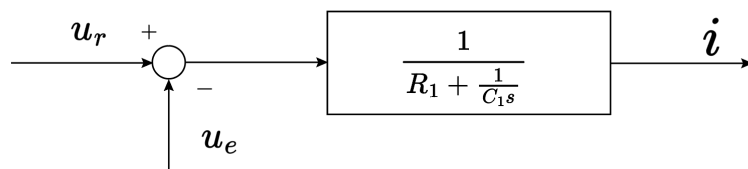
$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{C_1 (C_2 R_2 s + 1)}{C_1 C_2 (R_1 + R_2) s + C_1 + C_2}$$

方块图建模验证

首先有——

$$(u_r - u_e) \times \frac{1}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = i$$

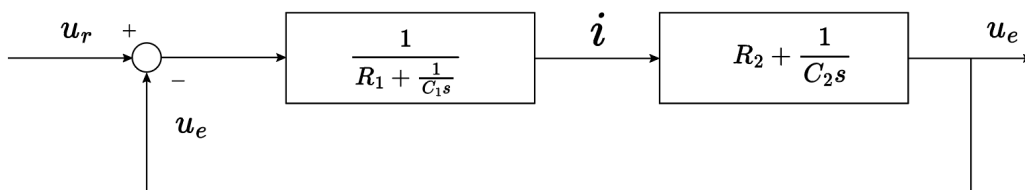
这一式子转化为方块图为



继而有——

$$i \times (R_2 + \frac{1}{C_2 s}) = u_e$$

因此方块图建模如下，验证后与传递函数一致



(30分, 方法不止一种, 传递函数25分, 方块图验证5分)

## 2.5

如图2-81所示电路。请列写当开关S闭合后的电路：①回路方程；②节点方程；③状态方程，设 $u = e$ ,  $y_1 = v_c$ ,  $y_2 = v_{R2}$ ；④确定传递函数 $y_1/e = G_1$ ,  $y_2/u = G_2$ 。(提示：令 $R = R_2 + R_3$ ;  $R' = \frac{R_1}{R_2 + R_3}$ )

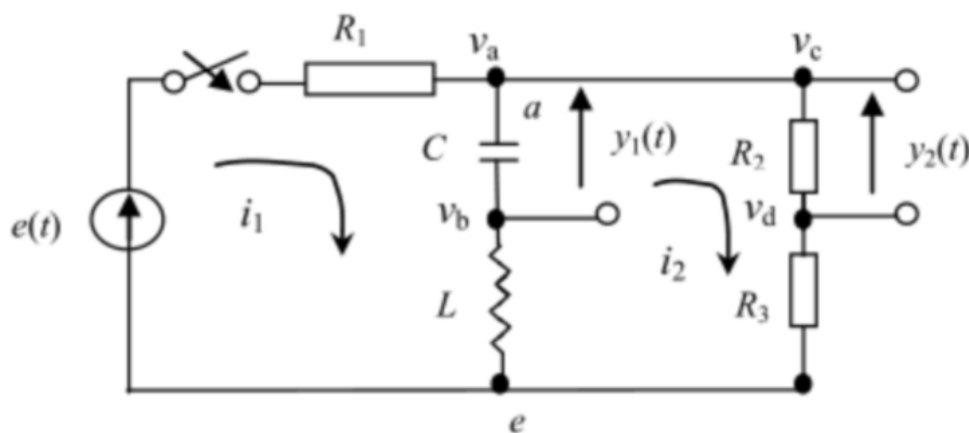


图2-81 题2-5电路

**答案与解析——**

①回路方程：(10分, 每个5分)

$$\text{左侧回路} \quad \left(R_1 + \frac{1}{CD} + LD\right)i_1 - \left(LD + \frac{1}{cD}\right)i_2 = e(t)$$

$$\text{右侧回路} \quad \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{CD} + LD\right)i_2 - \left(LD + \frac{1}{CD}\right)i_1 = 0$$

②节点方程：(15分, 每个5分)

$$\text{节点a} \quad \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + CD\right)v_a - CDv_b - \frac{1}{R_2}v_d = \frac{e(t)}{R_1}$$

$$\text{节点b} \quad \left(\frac{1}{LD} + CD\right)v_b - CDv_a = 0$$

$$\text{节点d} \quad \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)v_d - \frac{1}{R_2}v_c = 0$$

③状态方程：(10分, 每个5分)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R_1}{(1+R')L} \end{bmatrix} \quad \text{where} \quad R' = \frac{R_1}{R_2 + R_3} = \frac{R_1}{R}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{(1+R')L} \end{bmatrix}$$

④确定传递函数：(10分, 每个5分)

$$G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U(s)} = \frac{R}{(LCs^2 + 1)(R_1 + R) + sCRR_1} = \frac{1}{(LCs^2 + 1)(R' + 1) + sCR_1}$$

$$G_2(s) = \frac{Y_2(s)}{U(s)} = \frac{(LCs^2 + 1)R_2}{(LCs^2 + 1)(R_1 + R) + sCRR_1}, \text{其中: } R = R_2 + R_3$$

## 2.11

图 2-87 所示电路网络系统中，假设电源内阻为零，外接负载为无穷大，试列写输出  $u_2$  与输入  $u_1$  之间的微分方程式。

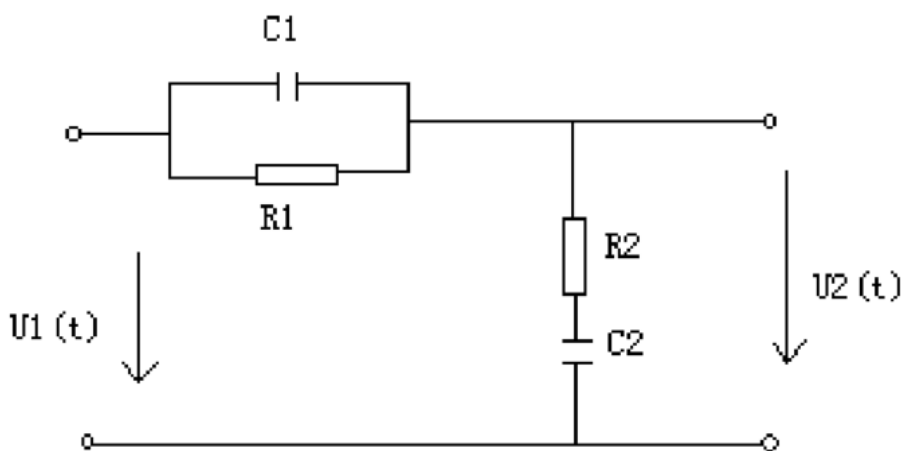


图2-87 电路网络系统

答案与解析——

上面  $R_1$  与  $C_1$  并联的等效阻抗为  $\frac{R_1}{1 + C_1 s}$ ，右面  $R_2$  与  $C_2$  串联的等效阻抗为  $R_2 + \frac{1}{C_2 s}$

因此有——

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{C_2 s}}{\frac{R_1}{1 + C_1 s} + R_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) + R_1 C_2 s}, \text{其中 } T_1 = R_1 C_1, T_2 = R_2 C_2$$

微分方程式——

$$T_1 T_2 \frac{d^2}{dt^2} U_2(t) + (T_1 + T_2 + R_1 C_2) \frac{d}{dt} U_2(t) + U_2(t) = T_1 T_2 \frac{d^2}{dt^2} U_1(t) + (T_1 + T_2) \frac{d}{dt} U_1(t) + U_1(t)$$

(25分，方法不止一种)