

# Tipos

**Linguagens de Programação  
2018.2019**

*Teresa Gonçalves*  
[tcg@uevora.pt](mailto:tcg@uevora.pt)

Departamento de Informática, ECT-UÉ

# Sumário

**Tipos**

**Inferência de tipos**

**Polimorfismo**

**Declaração de Tipos**

# Tipos

# Tipo

## O que é?

Uma coleção de valores computáveis que partilham propriedades estruturais

## Exemplos

inteiro

string

$\text{int} \rightarrow \text{bool}$

$(\text{int} \rightarrow \text{int}) \rightarrow \text{bool}$

# Para que serve?

## **Organizar e documentar programas**

Definir tipos distintos para conceitos distintos

Objectivo: representar conceitos do domínio

Indicar utilização para identificadores declarados

Objectivo: verificação

## **Identificar e prevenir erros**

Prevenir cálculos sem significado

## **Servir de suporte à otimização**

Exemplos

Requisitos de memória diferentes para tipos diferentes

Aceder à componente dum registo pelo seu “offset”

# Verificação de tipos

**Garantir que  $f(x)$  é uma função**

**Tempo de execução (verificação dinâmica)**

Verifica que  $f$  é função antes de a chamar

Linguagens

Lisp e JavaScript

**Tempo de compilação (verificação estática)**

Verifica que  $f:A \rightarrow B$  e que  $x:A$

Linguagens

ML e Haskell

# Vantagens e desvantagens

**Ambos previnem erros de tipos...**

## **Tempo de execução**

Penaliza velocidade de execução do programa

## **Tempo de compilação**

Elimina testes em tempo de execução

Encontra erros antes da execução e dos testes

Restringe a flexibilidade do programa

Lisp: cada elemento de uma lista pode ser de tipo diferente

ML: todos os elementos de uma lista são do mesmo tipo

**Maioria das LP utilizam uma combinação...**

# Expressividade

## Verificação dinâmica

Algumas execuções podem produzir erros, outras não!

Exemplo: JavaScript

```
function f(x) {return x<10 ? x : x();}
```

## Verificação estática

É sempre conservadora!

não é possível decidir em tempo de compilação se um erro de execução vai acontecer!

Exemplo

```
if (funcao_bool_complicada)
then f(5);
else f(15);
```



# Segurança de tipos

## Linguagem não segura

C, C++

“cast” e aritmética de apontadores

## Linguagem quase segura

Algol, Pascal, Ada

Apontadores pendentes

Nenhuma linguagem com libertação de memória explícita é segura!

## Linguagem segura

Lisp, ML, Haskell, SmallTalk, Java

Verificação estática: ML, Haskell, Java

Verificação dinâmica: Lisp, SmallTalk

# Ferramentas de análise

## Linguagem não segura

Se diz que está correcto, pode não estar

Se diz que está incorrecto então existe erro!

## Linguagem segura

Se diz que está correcto então está mesmo

Se diz que não está correcto, pode estar!

# Inferência de tipos

# Porquê a inferência de tipos?

## Sistema de Tipos

Tem melhorado consistentemente desde o Algol 60

Importante para a modularidade, segurança, compilação,...

## Inferência de Tipos

Reduz a sobrecarga sintática

Garante a produção do tipo mais geral

Inovação importante no desenho de LP

Exemplo ilustrativo de um algoritmo de análise estática independente do fluxo

# Inferência de tipos no ML

## Exemplo

```
- fun f(x) = 2 + x;  
> val it = fn : int → int
```

## Qual o tipo de f?

+ tem 2 tipos possíveis

`int → int → int`

`real → real → real`

2 tem um único tipo: `int`

Isto implica que `+:int → int → int`

Logo, `x:int`

Então `f(x:int)=2+x` tem tipo `int → int`

# Algoritmo

## Exemplo

- fun f(x) = 2 + x;  
> val f = fn : int → int

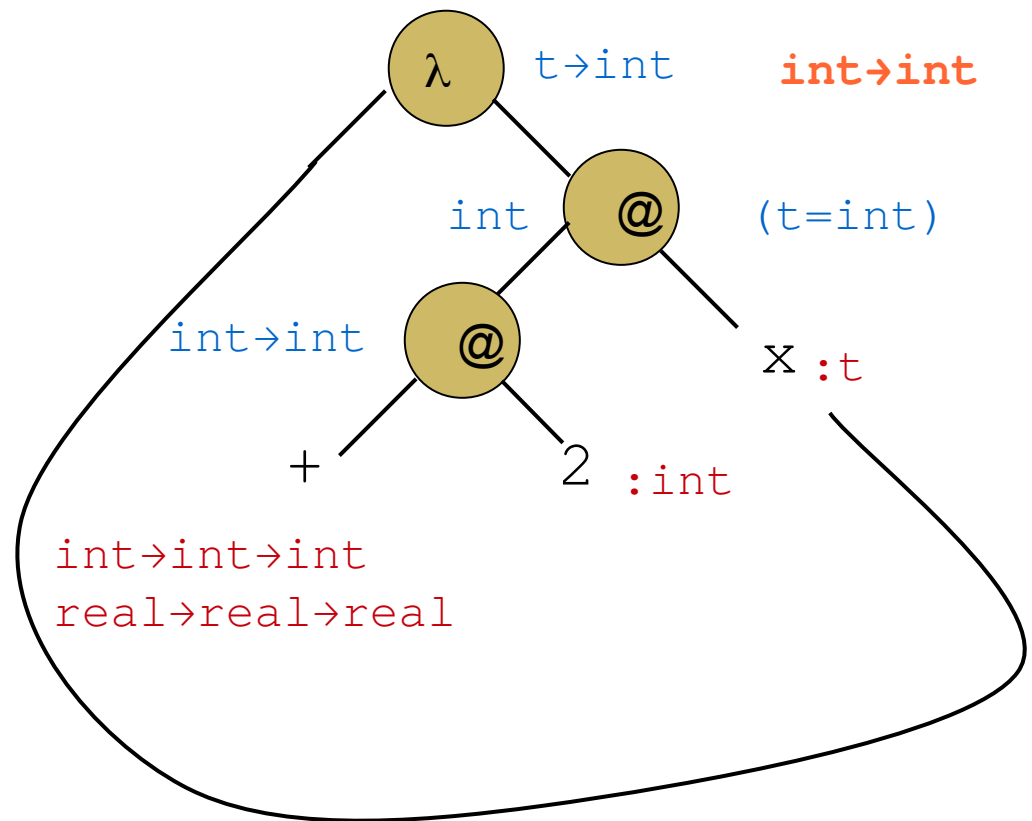
## Qual o tipo de f?

Definir o tipo das folhas

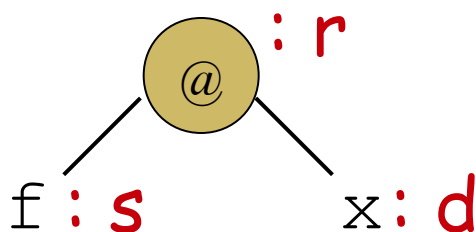
Propagar aos nós internos e  
gerar restrições

Resolver por substituição

$\lambda x. (+\ 2)\ x$



# Aplicação



$s$ : domínio  $\rightarrow$  contradomínio

domínio =  $d$

contradomínio =  $r$

## Aplicação da função $f$ ao argumento $x$

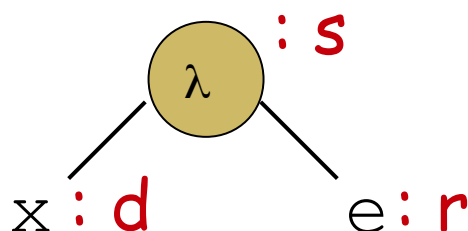
O tipo de  $f : s$  tem de ser uma função do tipo domínio  $\rightarrow$  contradomínio

O domínio de  $f$  é o tipo do argumento  $x : d$

O contradomínio de  $f$  é o tipo do resultado de  $f : r$

Então, tem-se  $s = d \rightarrow r$ .

# Abstração



$s$ : domínio  $\rightarrow$  contradomínio

domínio =  $d$

contradomínio =  $r$

## Expressão funcional $\lambda x. e$

O tipo da abstração-lambda :  $s$  tem de ser uma função do tipo  
domínio  $\rightarrow$  contradomínio

O domínio é o tipo da variável  $x : d$

O contradomínio é o tipo do corpo da função  $e : r$

Então, tem-se  $s = d \rightarrow r$



# Tipos com variáveis de tipo

## Exemplo

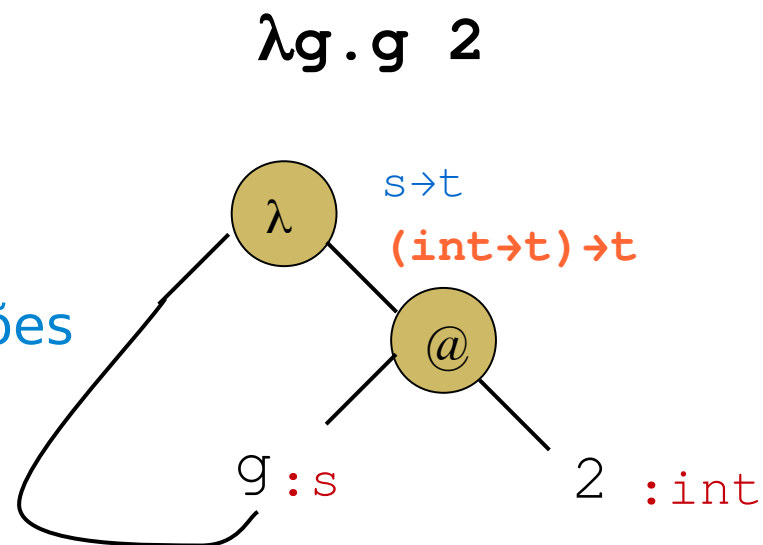
```
- fun f(g) = g(2);  
> val it=fn : (int → t) → t
```

## Qual o tipo de f?

Definir o tipo das folhas

Propagar aos nós internos e gerar restrições

Resolver por substituição



# Funções polimórficas

## Função

```
- fun f(g) = g(2);  
> val f : (int → t) → t
```

## Aplicações possíveis

```
- fun add(x) = 2+x;  
> val it = fn : int → int  
  
- f(add);  
> val it = 4 : int  
  
- fun isEven(x) = ...;  
> val it = fn : int → bool  
  
- f(isEven);  
> val it = true : bool
```

# Deteção de erros de tipo

## Função

```
- fun f(g) = g(2);  
> val it = fn : (int → t) → t
```

## Utilização incorreta

```
- fun not(x) = if x then false else true;  
> val it = fn : bool → bool
```

```
- f(not);
```

Error: operator and operand don't agree

operator domain: int -> 'Z

operand: bool -> bool

## Erro de tipos

Impossível ter  $\text{bool} \rightarrow \text{bool} = \text{int} \rightarrow t$

# Outro exemplo de inferência de tipos

## Definição de função

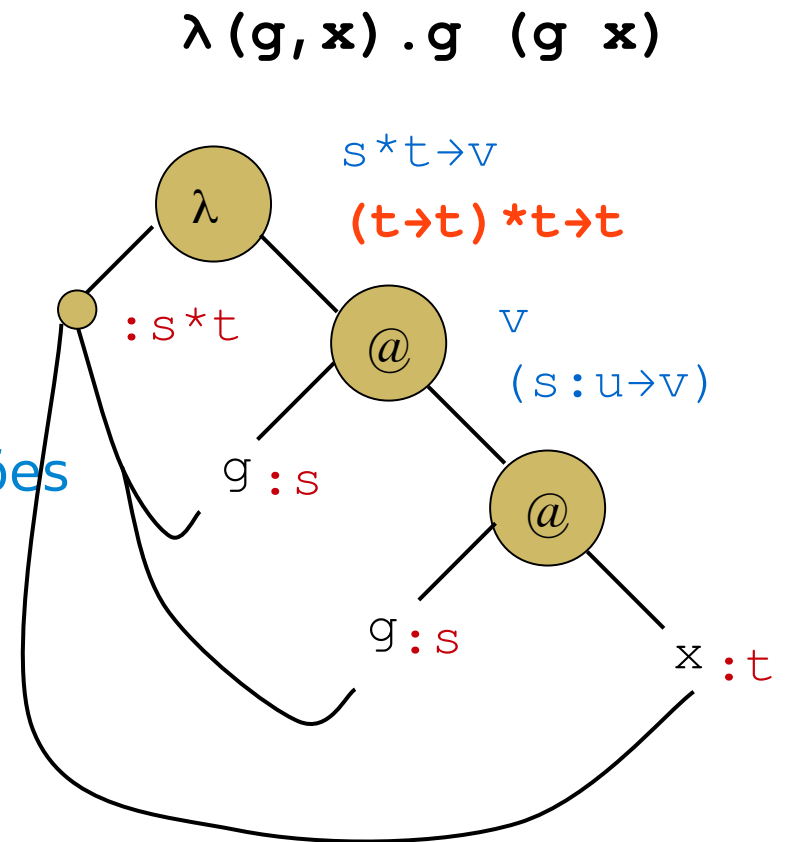
```
- fun f(g, x) = g(g(x));  
> val f = fn : (t → t) * t → t
```

## Qual o tipo de f?

Definir o tipo das folhas

Propagar aos nós internos e gerar restrições

Resolver por substituição



# Tipos polimórficos

## Tipo de dados com variável de tipo

```
datatype 'a list = nil
  | cons of 'a * ('a list)

> nil    : 'a list
> cons : 'a * ('a list) → 'a list
```

'a é a sintaxe para “variável de tipo a”

## Função polimórfica

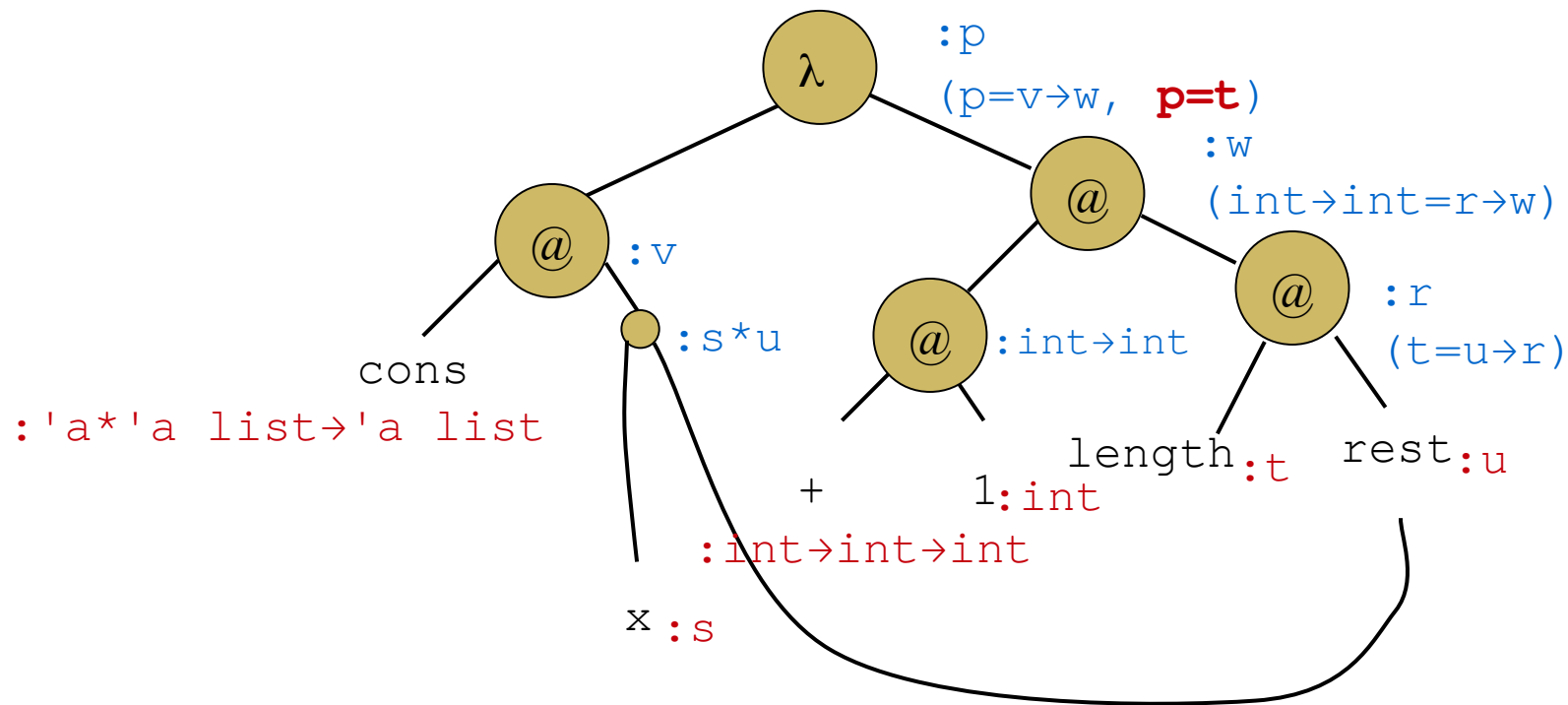
```
- fun length nil = 0
  | length (cons (x, rest)) = 1 + length (rest)

> val length = fn : 'a list → int
```

# Função recursiva

## Exemplo

`length(cons(x, rest)) = 1 + length(rest)`



## Restrições

$p = t$

$p = v \rightarrow w$

$\text{int} \rightarrow \text{int} = r \rightarrow w$

$t = u \rightarrow r$

$'a * 'a \text{ list} \rightarrow 'a \text{ list} = s * u \rightarrow v$

## Solução

$s = 'a$

$u = v = 'a \text{ list}$

$r = w = \text{int}$

$p = t = 'a \text{ list} \rightarrow \text{int}$

# Função com múltiplas cláusulas

## Função

```
- fun append(nil,l) = l  
  | append(x::xs,l) = x :: append(xs,l)  
  
> val append=fn : 'a list * 'a list → 'a list
```

## Qual o tipo de append?

Inferir o tipo de cada cláusula

1ª - `append = fn : 'a list * 'b → 'b`

2ª - `append = fn : 'a list * 'b → 'a list`

Se necessário, combinar tornando os dois tipos iguais

`fn : 'a list * 'a list → 'a list`



# Tipo mais geral

## A inferência de tipos garante a produção do tipo mais geral

```
fun map(f, nil) = nil
  | map(f, x::xs) = (f x) :: map(f, xs)

> val map=fn : ('a → 'b) * 'a list → 'b list
```

## A função pode ter outros tipos, menos gerais

```
map : ('a → int) * 'a list → int list
map : (bool → 'b) * bool list → 'b list
map : (char → int) * char list → int list
```

## Os tipos menos gerais são instâncias do tipo mais geral, também designado tipo principal

# Inferência e erros no programa

## Função

```
fun reverse (nil) = nil  
  | reverse (x::xs) = reverse (xs);
```

## Tipo principal

```
> val reverse = fn : 'a list → 'b list
```

## O que significa?

Inverter uma lista não muda o seu tipo,

Tem de existir um **erro** na definição da função reverse!

# Algoritmo de inferência de tipos

## Algoritmo Hindley - Milner

Hindley, 1969 (extensão de Curry e Feys, 1958)

Milner, 1978 (algoritmo W)

## Complexidade

Quando foi desenvolvido era desconhecida

em 1989 Kanellakis, Mairson e Mitchell [1] provaram ser um problema de complexidade exponencial...

...no entanto, na prática é linear

*[1] Unification and ML Type Reconstruction. Computational Logic: Essays in Honor of Alan Robinson, ed. J.-L. Lassez and G.D. Plotkin, MIT Press, 1991, pages 444-478*

# Pontos chave

## Calcula o tipo de expressões

não requer a declaração do tipo das variáveis

determina o tipo mais geral por resolução das restrições

conduz ao **polimorfismo**

## Pode originar melhor deteção de erros que a verificação de tipos

O tipo pode indicar um erro de programação mesmo sem erro de tipos!

# Custos

**É mais difícil identificar a linha do programa que causa o erro**

**O ML requer sintaxe diferente para inteiros e reais**

**A implementação natural requer tamanhos de representação uniformes**

**Complicações relacionadas com a atribuição demoraram anos a resolver!**

# Polimorfismo

# Polimorfismo

**“ter múltiplas formas”**

**O que significa?**

Construções que podem ser utilizadas com múltiplos tipos

**Exemplo**

Função para calcular o tamanho de uma lista

```
length: 'a list → int
```

**Tipos de polimorfismo**

Subtipo

Paramétrico

Ad-hoc (sobrecarga)

# Polimorfismo de subtipo

## O que é?

A relação de subtipo entre tipos permite que uma expressão possa ter vários tipos possíveis

**Relacionado com programação orientada-a-objectos!**



# Polimorfismo paramétrico

## O que é?

O tipo associado a uma função ou expressão é dado por uma expressão de tipos que contém variáveis de tipo

## Característica

A função pode ter um número infinito de tipos

# Exemplo

## Função para ordenar listas

`sort: ('a*'a→bool)*'a list →'a list`

Pode ser aplicada a qualquer par `(função*lista)`;

a função deve ter o tipo `'a*'a→bool`

os elementos da lista são do tipo `'a`

A função argumento é uma operação “menor-que” utilizada para determinar a ordem dos elementos na lista ordenada

## A função `sort` pode ser utilizada para ordenar

listas de inteiros

listas de listas de inteiros

...

# Variações

## Polimorfismo paramétrico implícito

O texto do programa não contém tipos

O algoritmo de inferência de tipos calcula quando uma função é polimórfica e a instanciação de variáveis de tipo quando necessário

Exemplo

ML

## Polimorfismo explícito

O texto do programa tem variáveis de tipo

determina a forma como a função ou outro valor é tratado polimorficamente

Muitas vezes envolve instanciação explícita

indicando como as variáveis de tipo são substituídas por tipos específicos

Exemplo

Templates C++

# ML vs C++

## Função polimórfica no ML

As declarações não necessitam informação de tipo

A inferência de tipos utiliza variáveis de tipo para “tipificar” as expressões

A inferência de tipos substitui as variáveis conforme necessário para instanciar código polimórfico

## Funções template no C++

O programador tem de declarar os tipos dos argumento e resultado da função

O programador tem de usar explicitamente parâmetros de tipo para expressar polimorfismo

O verificador de tipos faz a instanciação de tipos

# Exemplo

## Trocar 2 valores

### ML

```
fun swap(x,y) =  
  let val z = !x in x := !y; y := z end;  
val swap = fn : 'a ref * 'a ref -> unit
```

### C++

```
template <typename T>  
void swap(T& x, T& y){  
    T z = x;  x=y;  y=z;  
}
```

T: parâmetro de tipo

Quando aplicada a um tipo específico, o resultado é uma versão da função `swap` para esse tipo

# Implementação

## ML

swap é compilado numa única função

O verificador de tipos instancia a função a utilizar

## C++

swap é compilado num formato “ligador”

O ligador (linker) duplica o código para cada tipo utilizado

# Porquê as diferenças

## ML

a célula ref é passada por referência

os parâmetros são apontadores para valores na heap sendo o seu tamanho constante

## C++

os argumentos são passados por referência

os parâmetros estão na stack; o seu tamanho depende do tipo

# Outro exemplo

## Função sort polimórfica em C++

```
template <typename T>
void sort(int count, T * A[count]) {
    for (int i=0; i<count-1; i++)
        for (int j=i+1; j<count-1; j++)
            if (A[j]<A[i]) swap(A[i],A[j]);
}
```

## Que partes do código dependem do tipo?

A indexação do array

O significado e implementação do operador menor (<)



# Polimorfismo ad-hoc

## O que é?

Duas ou mais implementações com diferentes tipos são referidas pelo mesmo nome

## Também designado por sobrecarga

## Exemplo

O algoritmo para implementar “<” depende do tipo envolvido

# Diferenças

## Polimorfismo paramétrico

Um único algoritmo para muitos tipos

Variável de tipo pode ser substituída por qualquer tipo

Se  $f:t \rightarrow t$  então  $f:\text{int} \rightarrow \text{int}$ ,  $f:\text{bool} \rightarrow \text{bool}$ , etc

## Sobrecarga

Um único símbolo pode referir mais que um algoritmo

Cada algoritmo utiliza tipos diferentes

A escolha do algoritmo é determinada pelo contexto

Os tipos podem ser arbitrariamente diferentes

+ tem tipos  $\text{int} * \text{int} \rightarrow \text{int}$ ,  $\text{real} * \text{real} \rightarrow \text{real}$

# Porquê a sobrecarga?

## Muitas funções não são paramétricas!

### Exemplos

#### Função member

`member: [w] → w → bool`

Apenas para tipos que suportam igualdade

#### Função sort

`sort: [w] → [w]`

Para tipos que suportam ordenação

### Função serialize

`serialize: w → String`

Para tipos que suportam serialização

### Função sumOfSquares

`sumOfSquares: [w] → w`

Para tipos que suportam operações numéricas

# Sobrecarga aritmética - 1ª aproximação

**Permitir que funções com sobrecarga de símbolos definam múltiplas funções**

`square x = x * x`

Define duas funções: `int→int` e `real→real`

**Mas**

`squares(x, y, z) = (square x, square y, square z)`

Define 8 possíveis versões!

**Não é muito utilizada devido ao crescimento exponencial do nº de versões**

# Sobrecarga aritmética - 2ª aproximação

**Operações básicas podem ter sobrecarga, mas não as funções definidas em termos destas**

`square x = x * x`

Escolhe uma implementação: `int→int`

## **Pouco ortogonal**

A linguagem pode definir sobrecarga de operadores mas o programador não!

**SML utiliza esta aproximação!**

# Sobrecarga da igualdade - 1ª aproximação

## Igualdade definida apenas para tipos que admitem igualdade

tipos abstratos ou tipos que não contêm funções

`3*3==9, 'a'=='b'`

~~`\x->x == \y->y+1`~~

**No SML é idêntica à dos operadores `+` e `*`**

**Não é possível definir funções com “`==`”**

```
member [] y = False
```

```
member (x:xs) y = (x==y) || member xs y
```



Igualdade não está definida para qualquer tipo!

# Sobrecarga da igualdade - 2ª aproximação

## Tornar a igualdade totalmente polimórfica

$(==) : a \rightarrow a \rightarrow \text{Bool}$

## Tipo da função member

`member` :  $[a] \rightarrow a \rightarrow \text{Bool}$

## A linguagem Miranda utiliza esta aproximação

A igualdade aplicada a uma função gera um **erro de execução**

A igualdade aplicada a um tipo abstrato compara as suas representações

viola os princípios da abstração!

# Sobrecarga da igualdade - 3ª aproximação

**Tornar a igualdade polimórfica de forma limitada**

$$(==) : a_{(==)} \rightarrow a_{(==)} \rightarrow \text{Bool}$$

**onde  $a_{(==)}$  é uma variável de tipo apenas para tipos que admitem igualdade**

**Tipo da função member**

$$\text{member} : [a_{(==)}] \rightarrow a_{(==)} \rightarrow \text{Bool}$$

**A versão actual do SML usa esta aproximação**

O tipo  $a_{(==)}$  é designado **eqtype** e escrito como `' 'a`



# Classes de tipos

## Resolvem estes problemas

Permite aos utilizadores definir funções que utilizam operadores com sobrecarga

```
squares
```

```
member
```

## Características

Generaliza os *eqtypes* do ML para tipos arbitrários

Fornece tipos para descrever sobrecarga de funções

Permite aos utilizadores declarar novas coleções de funções com sobrecarga

Operadores de igualdade e aritmética não são privilegiados

Pode ser utilizado na inferência de tipos

Implementado como uma tradução fonte-para-fonte

# Declaração de tipos

# Classes de tipos

## Transparente

Dá um nome alternativo a um tipo que também pode ser referido por outro nome

## Opaca

É introduzido um novo tipo que não é igual a nenhum outro tipo

# Declaração de tipos em ML

## Declaração de tipos transparente

```
type <identificador> = <expressão_tipo>
```

### Exemplo

```
type Celsius=real;  
type Fahrenheit=real;
```

## Declaração de tipos opaca

```
datatype <identificador>=  
<clausula_cons> | ... | <clausula_cons>  
<clausula_cons>::=<cons> | <cons> of <tipo_args>
```

### Exemplo

```
datatype A = C of int;  
datatype B = C of int;
```

# Declaração de tipos em C

## Construção typedef

Geralmente é transparente

Se estiverem envolvidadas struct isso já não acontece!

## Exemplo

```
typedef int A;
```

```
typedef int B;
```

```
A x; B y;
```

```
x=y ← OK
```

```
typedef struct{int m;} A;
```

```
typedef struct{int m;} B;
```

```
A x; B y;
```

```
x=y ← erro de tipos
```