



# Дослідження і проектування інтелектуальних систем

Лекція 1: Вступ

Кочура Юрій Петрович  
[iuriy.kochura@gmail.com](mailto:iuriy.kochura@gmail.com)  
[@y\\_kochura](https://twitter.com/y_kochura)

# Сьогодні

- Інтелект vs штучний інтелект
- Визначення штучного інтелекту та парадигма
- Типи машинного навчання
- Концепція глибинного навчання
- Приклади застосування глибинного навчання
- Перцептрон: пряме та зворотне поширення
- Загальні функції активації

# Штучний інтелект

# Чи може машина думати?

## I.—COMPUTING MACHINERY AND INTELLIGENCE

BY A. M. TURING

### 1. *The Imitation Game.*

I PROPOSE to consider the question, ‘Can machines think?’

— Alan Turing, 1950



Image source: [biography](#)

*In the process of trying to imitate an adult human mind we are bound to think a good deal about the process which has brought it to the state that it is in. We may notice three components,*

- a. The initial state of the mind, say at birth,*
- b. The education to which it has been subjected,*
- c. Other experience, not to be described as education, to which it has been subjected.*

*Instead of trying to produce a programme to simulate the adult mind, why not rather try to produce one which simulates the child's? If this were then subjected to an appropriate course of education one would obtain the adult brain. Presumably the child-brain is something like a note-book as one buys it from the stationers. Rather little mechanism, and lots of blank sheets. (Mechanism and writing are from our point of view almost synonymous.) Our hope is that there is so little mechanism in the child-brain that something like it can be easily programmed.*

— Alan Turing, 1950

# Що таке інтелект?

- Інтелект – це про здатність  
навчатися приймати рішення для досягнення цілей
- Навчання, прийняття рішення, та цілі є ключовими

# Що таке штучний інтелект?

- У широкому сенсі

Будь-яка техніка, яка дозволяє комп'ютерам імітувати поведінку людини

# Що таке штучний інтелект?

- У вузькому сенсі

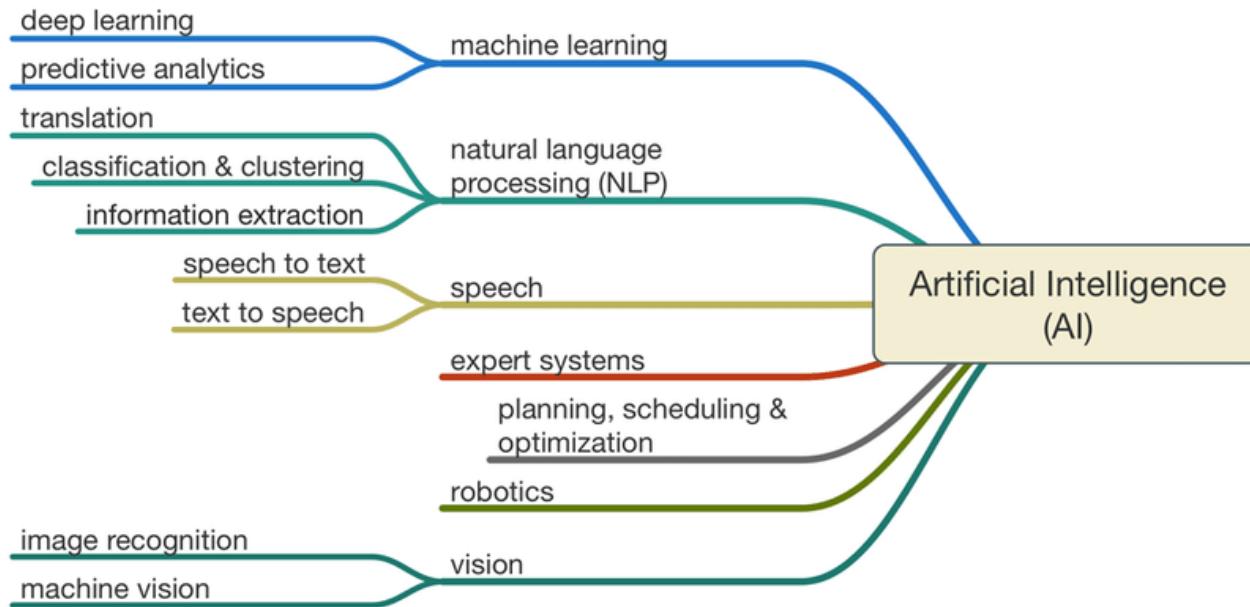
Штучний інтелект — здатність інженерної системи обробляти, застосовувати та вдосконалювати здобуті знання та вміння.

- **Знання** — це факти, інформація та навички, набуті через досвід або навчання.

# Коротка історія

- 1940–1952: Early days
  - 1943: McCulloch & Pitts: Boolean circuit model of brain
  - 1950: Turing's "Computing Machinery and Intelligence"
- 1952–1956: The birth of AI
  - 1950s: Early AI programs, including Samuel's checkers program, Newell & Simon's Logic Theorist, Gelernter's Geometry Engine
  - 1956: Dartmouth meeting: "Artificial Intelligence" adopted
- 1956–1974: The golden years
  - 1958: Frank Rosenblatt invented [perceptron](#) (simple neural network)
  - 1964: [Bobrow's program](#) that solves algebra word problems
  - 1965: Robinson's complete algorithm for logical reasoning
- 1974–1980: The first AI winter
- 1980–1987: Expert systems industry boom
- 1987–1993: Expert systems industry busts: the second AI winter
- 1993–2011: Statistical approaches
  - Resurgence of probability, focus on uncertainty
  - General increase in technical depth
  - Intelligent agents
- 2011–present: Deep Learning, Big Data and AI
  - Big data, big compute, neural networks
  - AI used in many industries

# AI – багата галузь



# SUMMARY OF ML/AI CAPABILITIES

## USE CASES

### CAPABILITIES

PERCEPTION (interpreting the world)	VISION understanding images	AUDIO audio recognition	SPEECH • text-to-speech • speech-to-text conversions	NATURAL LANGUAGE understanding & generating text
COGNITION (reasoning on top of data)	REGRESSION • predicting a numerical value	CLASSIFICATION • predicting a category for a data point	PATTERN RECOGNITION • identifying relevant insights on data	
LEARNING (types of ML/AI)	PLANNING • determining the best sequence of steps for a goal	OPTIMISATION • identifying the most optimal parameters.	RECOMMENDATION • predicting user's preferences	
	SUPERVISED • learning on labelled data pairs: (input, output)	UNSUPERVISED • inferring hidden structures in an unlabelled data	REINFORCEMENT LEARNING • learning by experimenting • maximizing reward	



"Just as electricity transformed almost everything 100 years ago, today I actually have a hard time thinking of an industry that I don't think AI will transform in the next several years."

— Andrew Ng

# Машинне навчання

# Що таке машинне навчання?

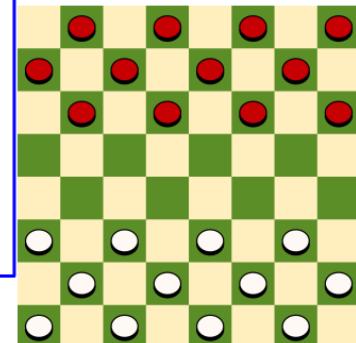
# Визначення за Артур Семюель

Артур Семюель (1959): Машинне навчання - це область навчання, яка надає комп'ютеру можливість вчитися не будучи явно запrogramованим.



A. L. Samuel\*

**Some Studies in Machine Learning  
Using the Game of Checkers. II—Recent Progress**



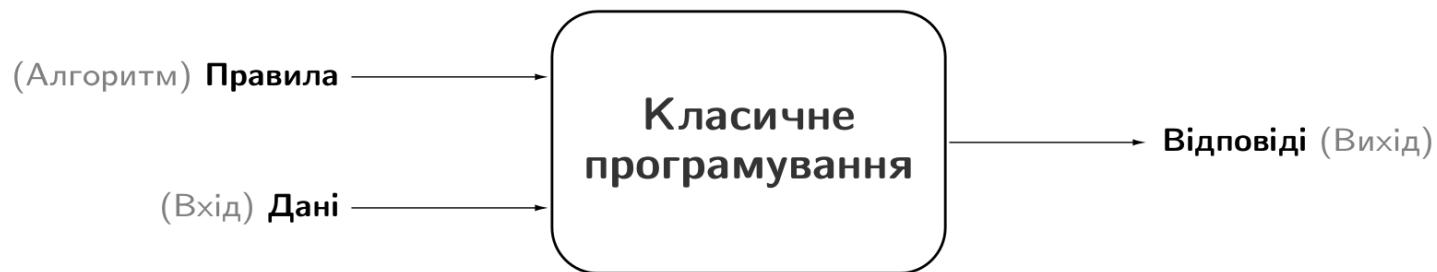
# Визначення за Том Мітчелл

Том Мітчелл (1998): Комп'ютерна програма, яка учається з досвіду  $E$  по відношенню до деякого класу задач  $T$  та міри продуктивності  $P$  називається машинним навчанням, якщо її продуктивність у задачах з  $T$ , що вимірюється за допомогою  $P$ , покращується з досвідом  $E$ .

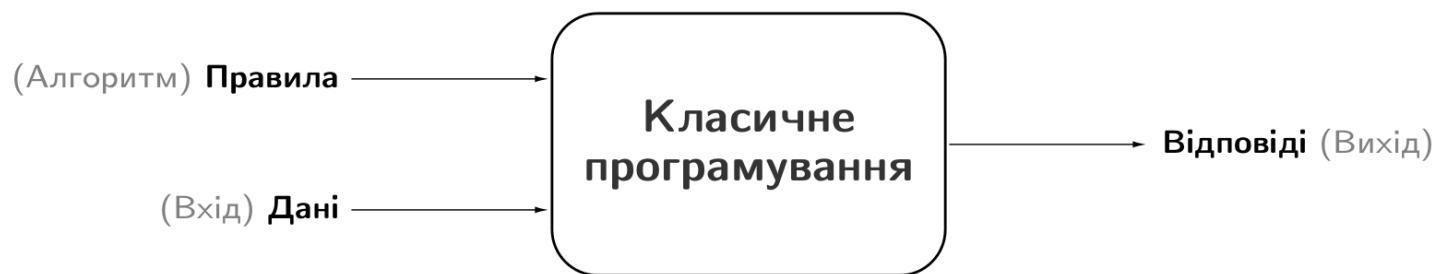


- Досвід (дані): ігри в які грає програма сама з собою
- Вимір продуктивності: коефіцієнт виграшу

# Класичне програмування vs машинне навчання



# Класичне програмування vs машинне навчання



# Типи навчання

За характером навчальних даних (**досвіду**) машинне навчання поділяють на чотири типи: контролльоване (з учителем), напівконтрольоване, неконтрольоване (без учителя) та з підкріпленням.

Контрольоване навчання <b>Supervised learning</b>	Напівконтрольоване навчання <b>Semi-supervised learning</b>	Неконтрольоване навчання <b>Unsupervised learning</b>	Навчання з підкріплення <b>Reinforcement learning</b>
Дани: $(x, y)$ $x$ – приклад, $y$ – мітка			
Мета – знайти функцію відображення $x \rightarrow y$			
Приклад  Це є яблуко.			

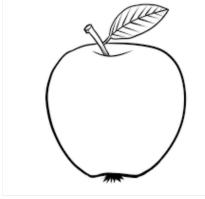
# Типи навчання

Контрольоване навчання Supervised learning	Напівконтрольоване навчання Semi-supervised learning	Неконтрольоване навчання Unsupervised learning	Навчання з підкріплення Reinforcement learning
Дани: $(x, y)$ $x$ – приклад, $y$ – мітка	Дани: $(x, y)$ та $x,  (x, y)  <  x $ $x$ – приклад, $y$ – мітка		
Мета – знайти функцію відображення $x \rightarrow y$	Мета – знайти функцію відображення або категорію $x \rightarrow y$		
Приклад  Це є яблуко.	Приклад  Це є яблуко.		

# Типи навчання

Контрольоване навчання Supervised learning	Напівконтрольоване навчання Semi-supervised learning	Неконтрольоване навчання Unsupervised learning	Навчання з підкріплення Reinforcement learning
<p>Дани: <math>(x, y)</math> <math>x</math> – приклад, <math>y</math> – мітка</p>	<p>Дани: <math>(x, y)</math> та <math>x,  (x, y)  &lt;  x </math> <math>x</math> – приклад, <math>y</math> – мітка</p>	<p>Дани: <math>x</math> <math>x</math> – приклад, немає міток!</p>	
<p>Мета – знайти функцію відображення <math>x \rightarrow y</math></p>	<p>Мета – знайти функцію відображення або категорію <math>x \rightarrow y</math></p>	<p>Мета – знайти правильну категорію.</p>	
<p>Приклад</p>  <p>Це є яблуко.</p>	<p>Приклад</p>  <p>Це є яблуко.</p>	<p>Приклад</p>  <p>Цей об'єкт схожий на інший.</p>	

# Типи навчання

Контрольоване навчання <b>Supervised learning</b>	Напівконтрольоване навчання <b>Semi-supervised learning</b>	Неконтрольоване навчання <b>Unsupervised learning</b>	Навчання з підкріплення <b>Reinforcement learning</b>
<b>Дани:</b> $(x, y)$ $x$ – приклад, $y$ – мітка	<b>Дани:</b> $(x, y)$ та $x,  (x, y)  <  x $ $x$ – приклад, $y$ – мітка	<b>Дани:</b> $x$ $x$ – приклад, немає міток!	<b>Дани:</b> пари стан-дія
Мета – знайти функцію відображення $x \rightarrow y$	Мета – знайти функцію відображення або категорію $x \rightarrow y$	Мета – знайти правильну категорію.	Мета – максимізація загальної винагороди, отриманої агентом при взаємодії з навколошнім середовищем.
<b>Приклад</b>  Це є яблуко.	<b>Приклад</b>  Це є яблуко.	<b>Приклад</b>  Цей об'єкт схожий на інший.	<b>Приклад</b>  Їжте це, бо це зробить вас сильнішим.

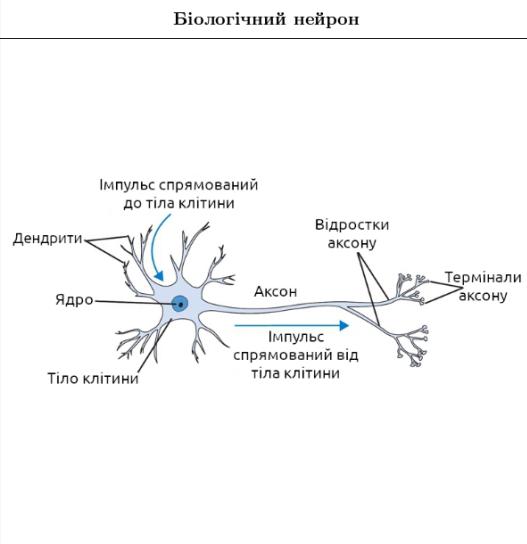
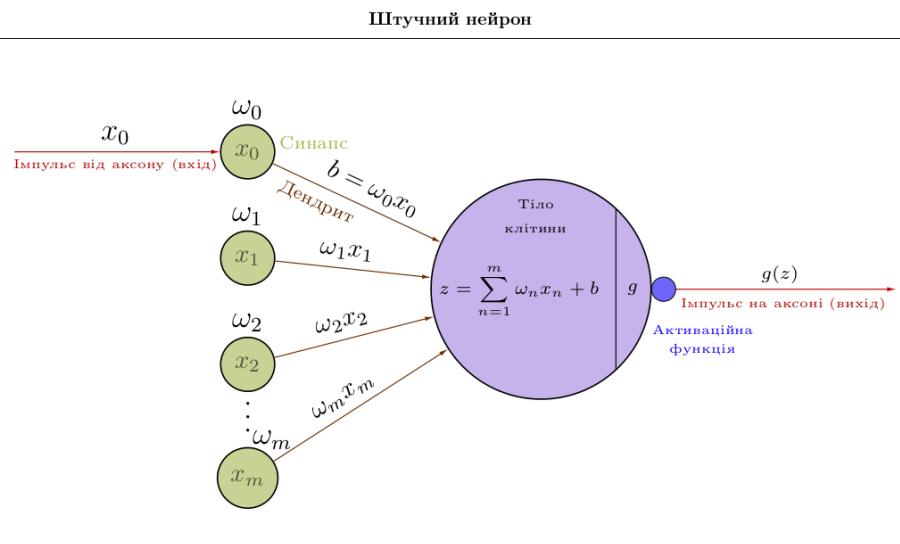
# Як вчиться людина?

- Ми та інші розумні істоти, вчимось завдяки **взаємодії** із своїм оточенням
- Взаємодії часто бувають **послідовними** - майбутні взаємодії можуть залежати від попередніх
- Ми направлені на **результат**
- Ми можемо вчитися **не маючи прикладів** оптимальної поведінки

# Мозок людини

Базовою обчислювальною одиницею мозку є нейрон. Мозок дорослої людини складається з 86 мільярдів нейронів, які з'єднані між собою приблизно  $10^{14}$  –  $10^{15}$  синапсами.

# Біологічний та штучний нейрон

Біологічний нейрон	Штучний нейрон
 <p>Дендрити Ядро Тіло клітини Аксон Відростки аксону Термінали аксону Імпульс спрямований до тіла клітини Імпульс спрямований від тіла клітини</p>	 <p><math>x_0</math> <math>x_1</math> <math>x_2</math> <math>\vdots</math> <math>x_m</math> <math>\omega_0</math> <math>\omega_1</math> <math>\omega_2</math> <math>\vdots</math> <math>\omega_m</math> <math>b = \omega_0 x_0</math> <math>\omega_1 x_1</math> <math>\omega_2 x_2</math> <math>\vdots</math> <math>\omega_m x_m</math> <math>z = \sum_{n=1}^m \omega_n x_n + b</math> <math>g</math> <math>g(z)</math> Синапс Дендрит Тіло клітини Активаційна функція Імпульс від аксону (вхід) Імпульс на аксоні (вихід)</p>

# Деякі функції активації

Sigmoid	Tanh	ReLU	Leaky ReLU
$g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$	$g(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$	$g(z) = \max(0, z)$	$g(z) = \max(\epsilon z, z)$ $\epsilon \ll 1$

Людина добре сприймати  
візуальну інформацію



Що Ви бачите?



Собака-вівця чи швабра?

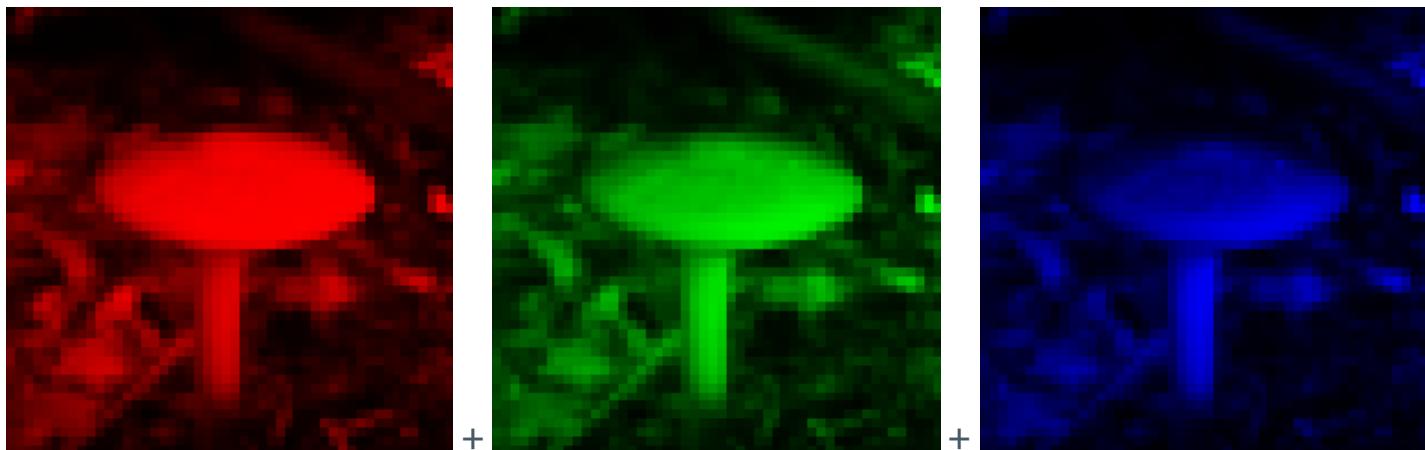
Людський мозок настільки добре інтерпретує візуальну інформацію, що **розврив** між зображенням та його семантичною інтерпретацією (пікселями) важко оцінити інтуїтивно:



Це мухомор.



Це мухомор.



Це мухомор.

```
array([[[0.03921569, 0.03529412, 0.02352941, 1.          ],
       [0.2509804 , 0.1882353 , 0.20392157, 1.          ],
       [0.4117647 , 0.34117648, 0.37254903, 1.          ],
       ...,
       [0.20392157, 0.23529412, 0.17254902, 1.          ],
       [0.16470589, 0.18039216, 0.12156863, 1.          ],
       [0.18039216, 0.18039216, 0.14117648, 1.          ]],

      [[0.1254902 , 0.11372549, 0.09411765, 1.          ],
       [0.2901961 , 0.2509804 , 0.24705882, 1.          ],
       [0.21176471, 0.2        , 0.20392157, 1.          ],
       ...,
       [0.1764706 , 0.24705882, 0.12156863, 1.          ],
       [0.10980392, 0.15686275, 0.07843138, 1.          ],
       [0.16470589, 0.20784314, 0.11764706, 1.          ]],

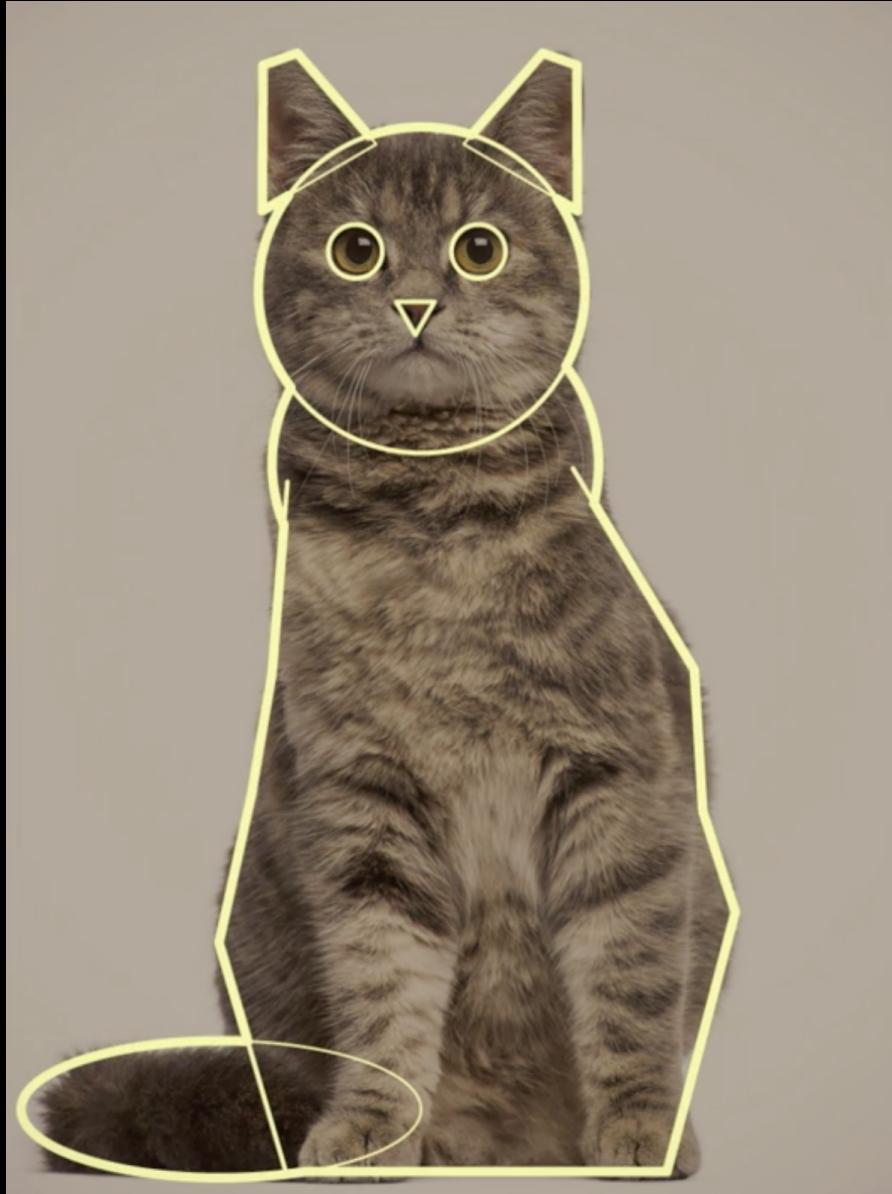
      [[0.14117648, 0.12941177, 0.10980392, 1.          ],
       [0.21176471, 0.1882353 , 0.16862746, 1.          ],
       [0.14117648, 0.13725491, 0.12941177, 1.          ],
       ...,
       [0.10980392, 0.15686275, 0.08627451, 1.          ],
       [0.0627451 , 0.08235294, 0.05098039, 1.          ],
       [0.14117648, 0.2        , 0.09803922, 1.          ]],

      ...]
```

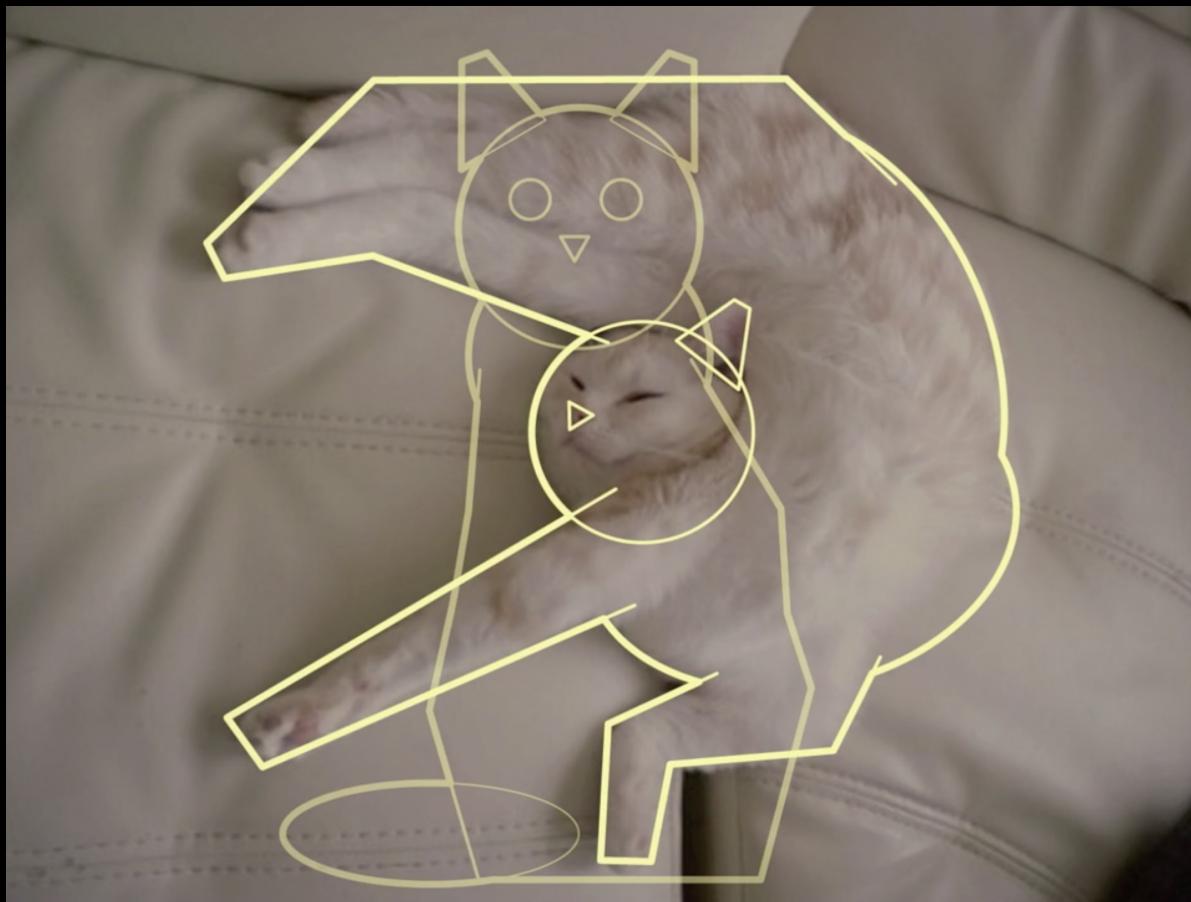
Це мухомор.

Як навчити машин бачити?



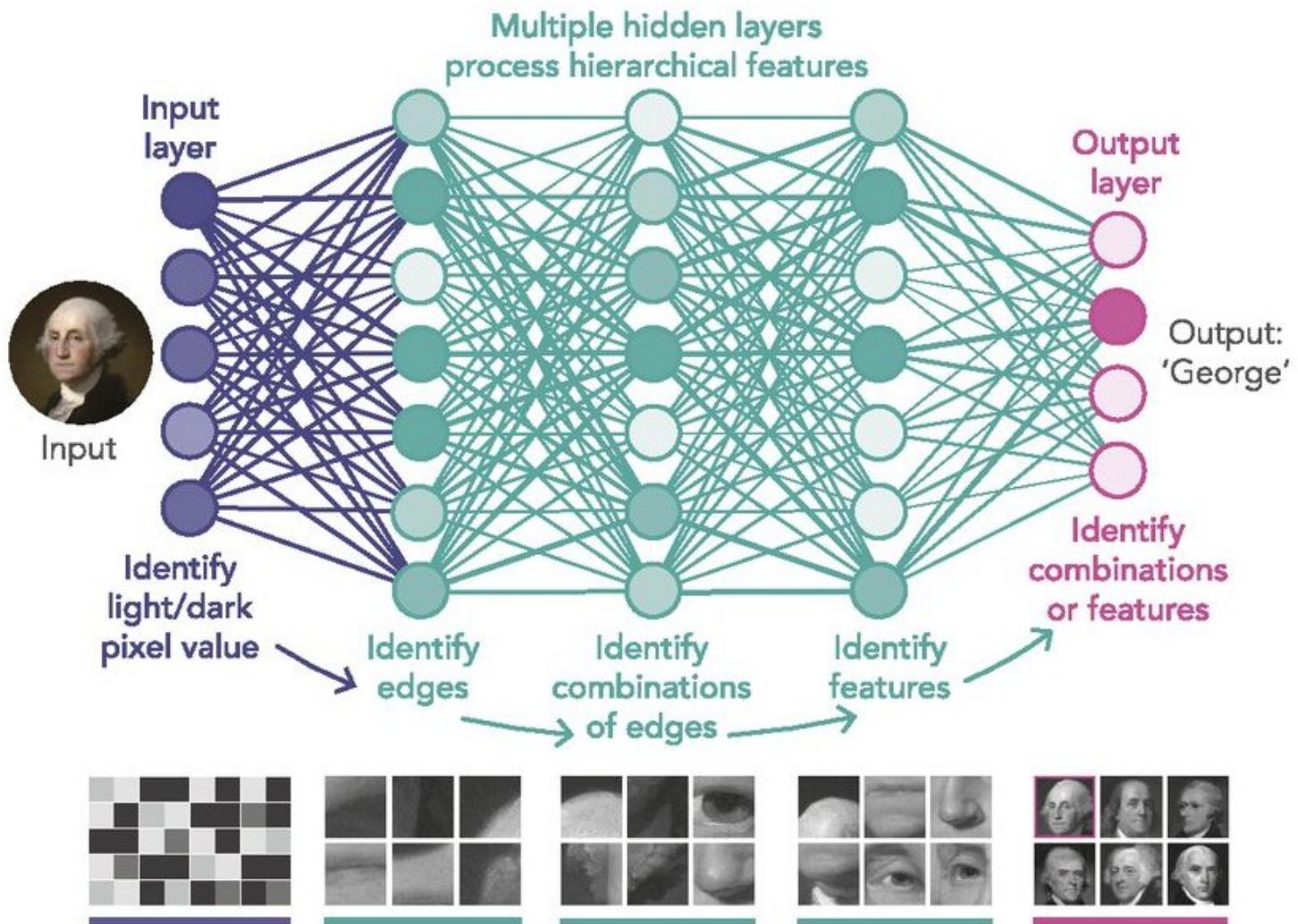






Для пошуку шаблону в даних (витягування семантичної інформації, ознак) потрібна побудова **складних моделей**, які б отримати вручну було б дуже складно.

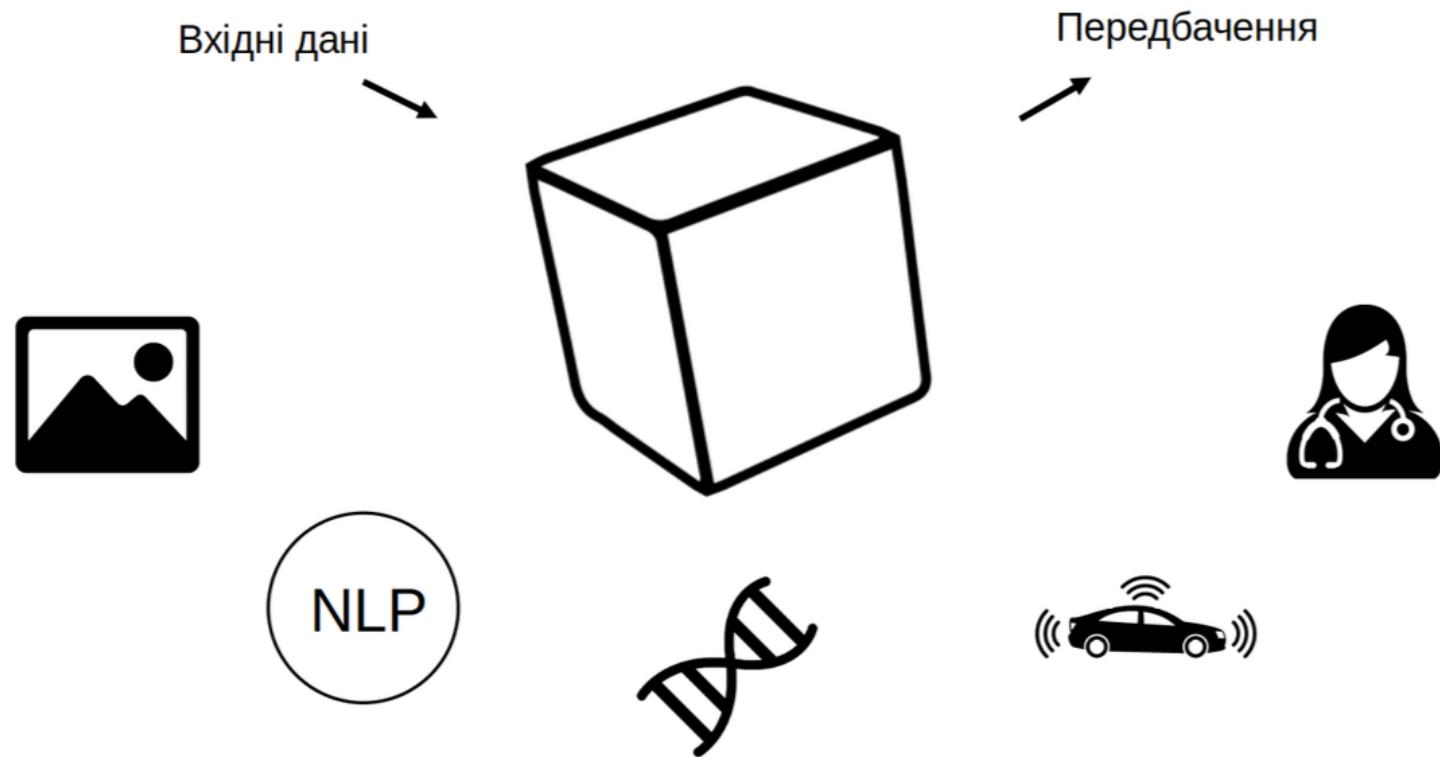
Однак, можна написати програму, яка буде **вчитись** знаходити шаблон в даних самостійно.



# Що входить до задачі машинного навчання?

- Постановка проблеми + дані
- Навчання моделі
- Визначення функції втрат
- Вибір алгоритму оптимізації

# Які дані використовуються?



# Ознаки у машинному навчанні

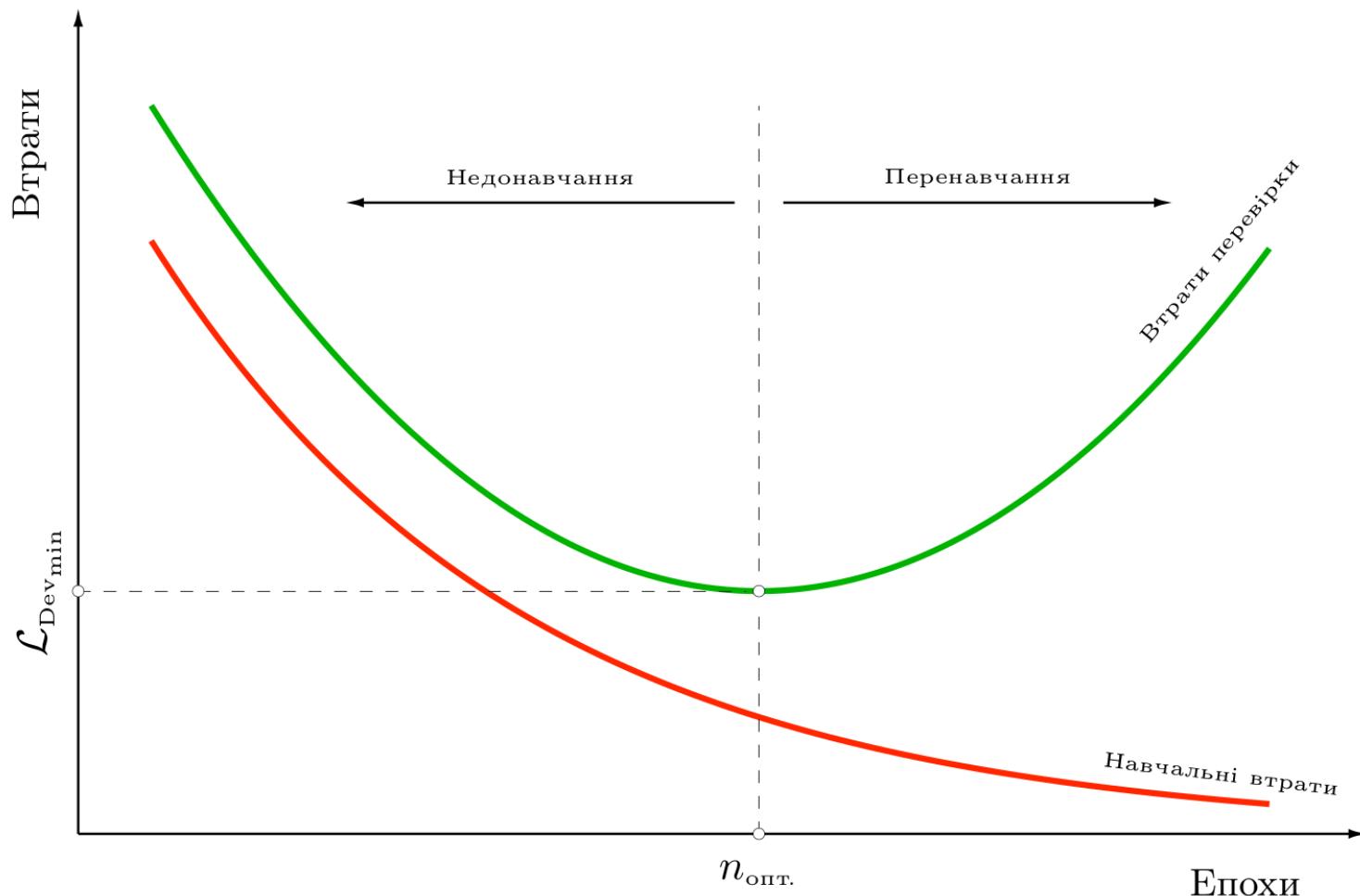
Ознаки - це спостереження, які використовуються для прийняття рішень моделлю.

- Для класифікації зображень  **кожен** піксель є ознакою
- Для розпізнавання голосу, **частота** та **гучність** є ознаками
- Для безпілотних автомобілів дані з **камер, радарів і GPS** є ознаками

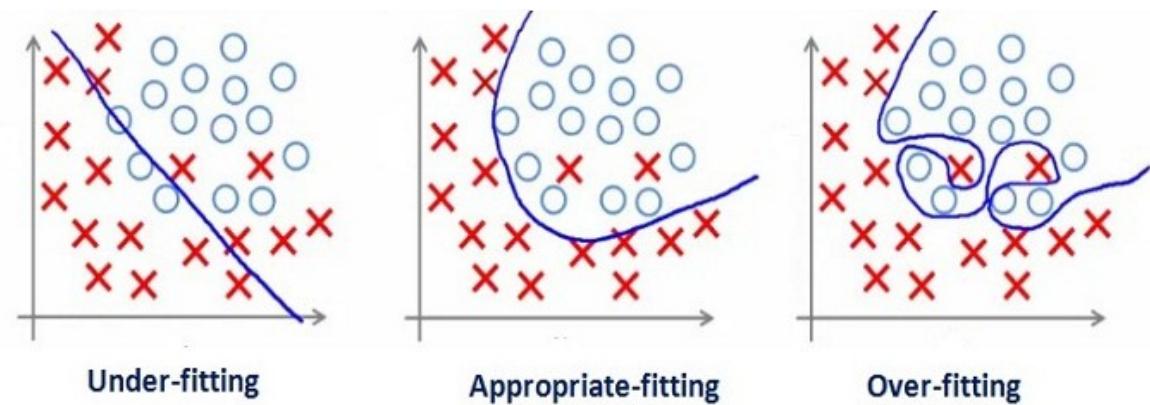
# Типи ознак у робототехніці

- Пікселі (RGB дані)
- Глибина (сонар, лазерні далекоміри)
- Орієнтація або прискорення (гіроскоп, акселерометр, компас)

# Недонавчання vs перенавчання

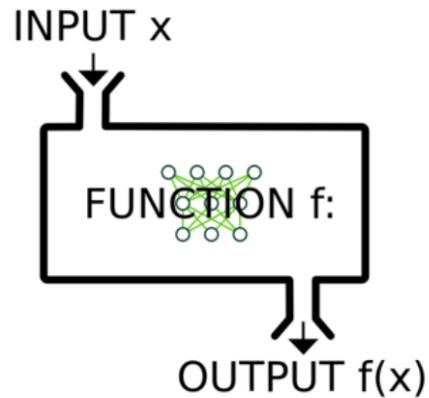


# Недонавчання vs перенавчання



# Що таке модель?

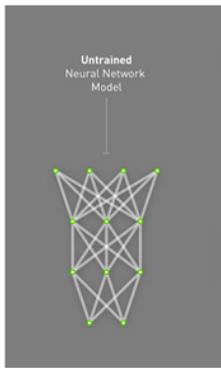
Хоча те, що знаходиться всередині глибинної нейронної мережі, може бути складним, за своєю суттю це просто функції. Вони беруть певні вхідні дані: **INPUT x** і генерують деякі вихідні дані: **OUTPUT f(x)**



# З чого складається модель?

## Компоненти моделі

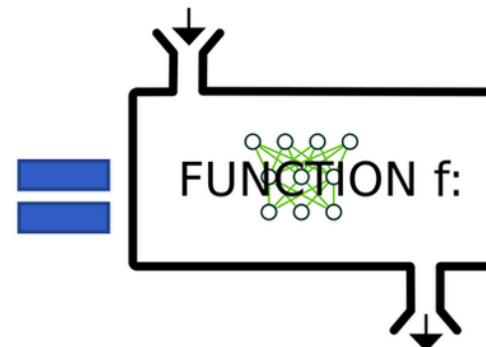
Архітектура мережі = [deploy.prototxt](#)



Навчені ваги = \*\*\*.caffemodel



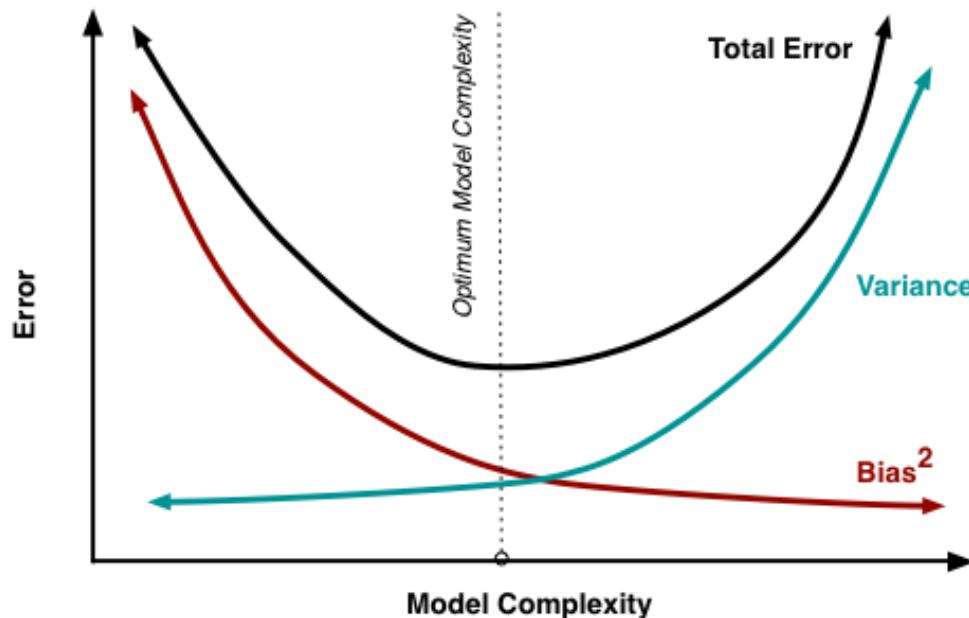
Модель



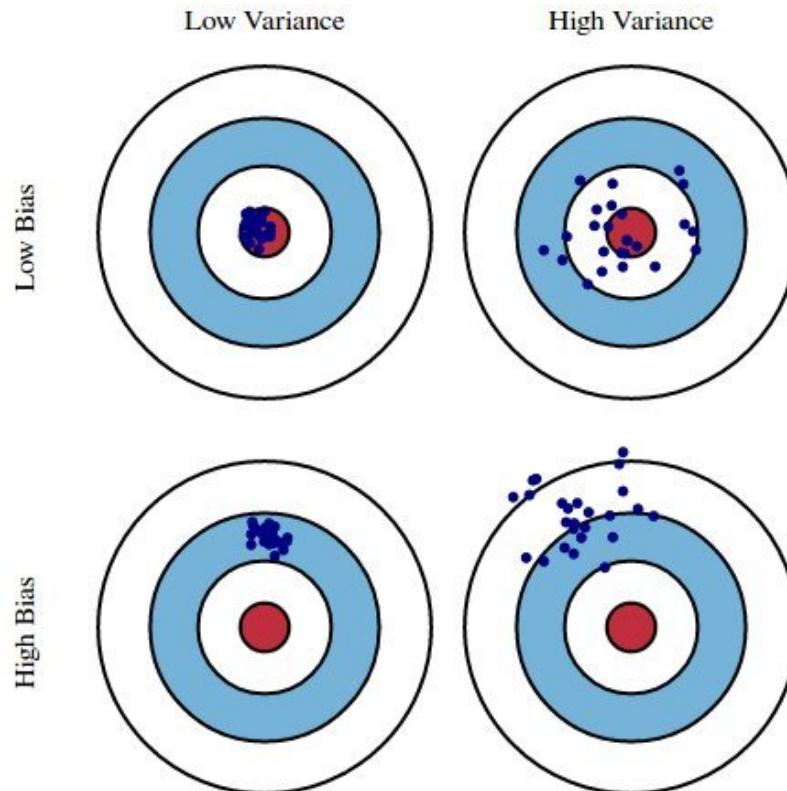
# Джерела помилок моделі

- Зсув (Bias)
- Розкид (Variance)
- Шум (Irreducible error)

$$Err = Bias^2 + Variance + Irreducible\ error$$



# Інтуїція



# Області застосування та успіхи ШІ



Detectron2: A PyTorch-based modular object detection li...



Share



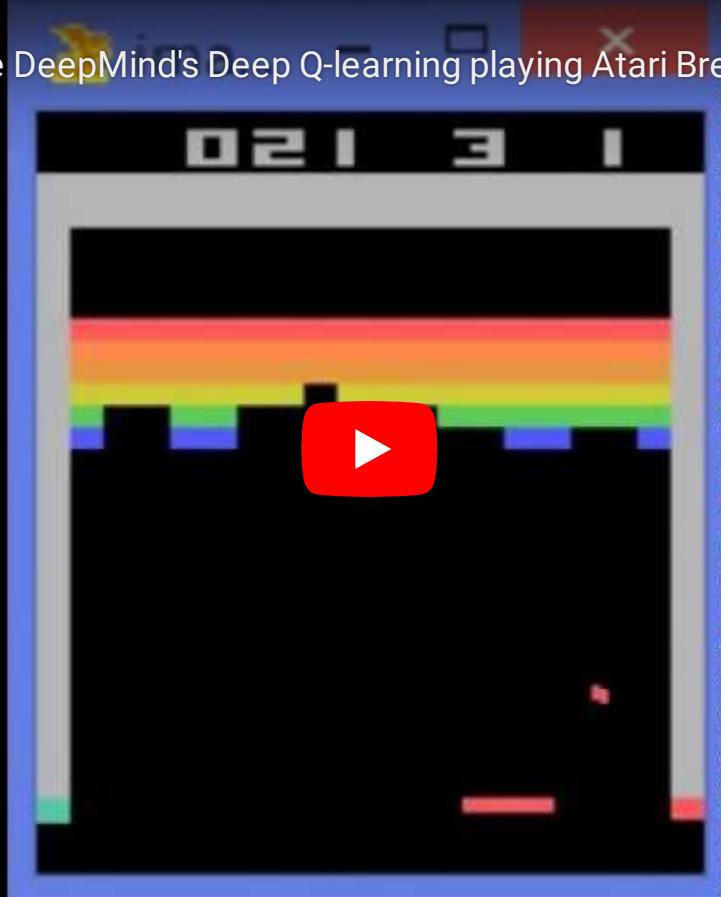
Object detection, pose estimation, segmentation (2019)



Google DeepMind's Deep Q-learning playing Atari Break...



Share



Reinforcement learning (Mnih et al, 2014)



NVIDIA Autonomous Car



Share



Autonomous cars (NVIDIA, 2016)



Full Self-Driving



Share



Autopilot (Tesla, 2019)



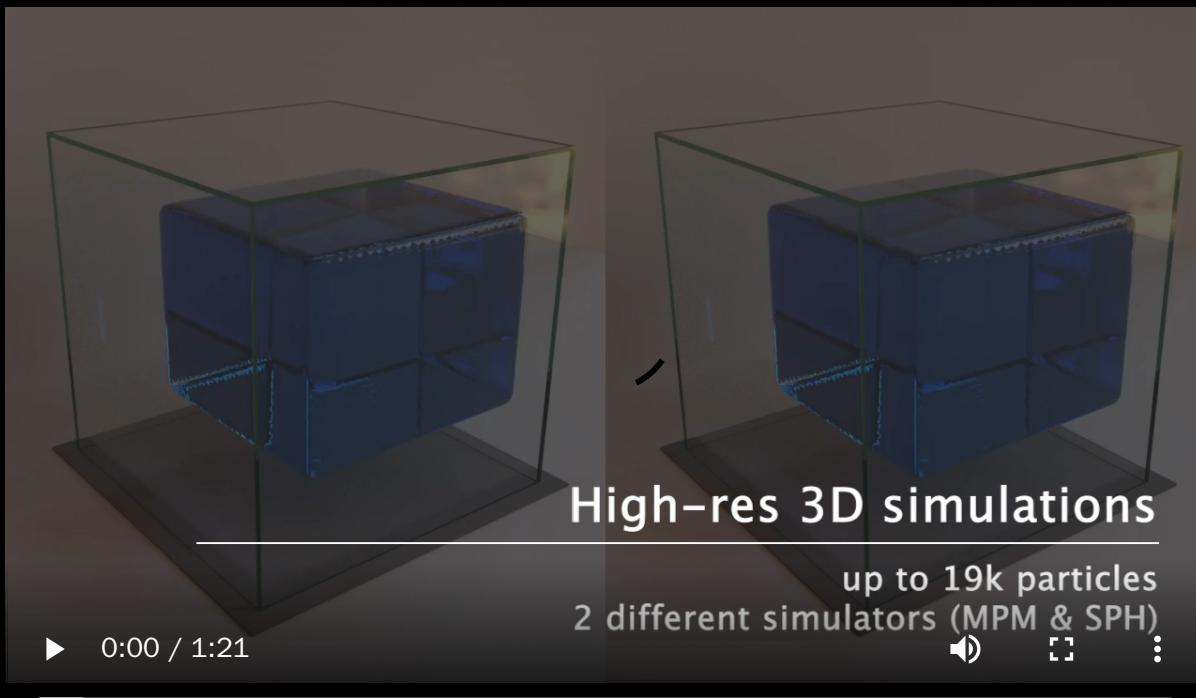
## Sense, Solve, and Go: The Magic of the Waymo Driver



Share



Autonomous cars (Waymo, 2022)



Physics simulation (Sanchez-Gonzalez et al, 2020)



## AlphaFold: The making of a scientific breakthrough



Share



AI for Science (Deepmind, AlphaFold, 2020)



Google Assistant will soon be able to call restaurants an...



Share



Speech synthesis and question answering (Google, 2018)

T

## A Style-Based Generator Architecture for Generative Ad...

Share

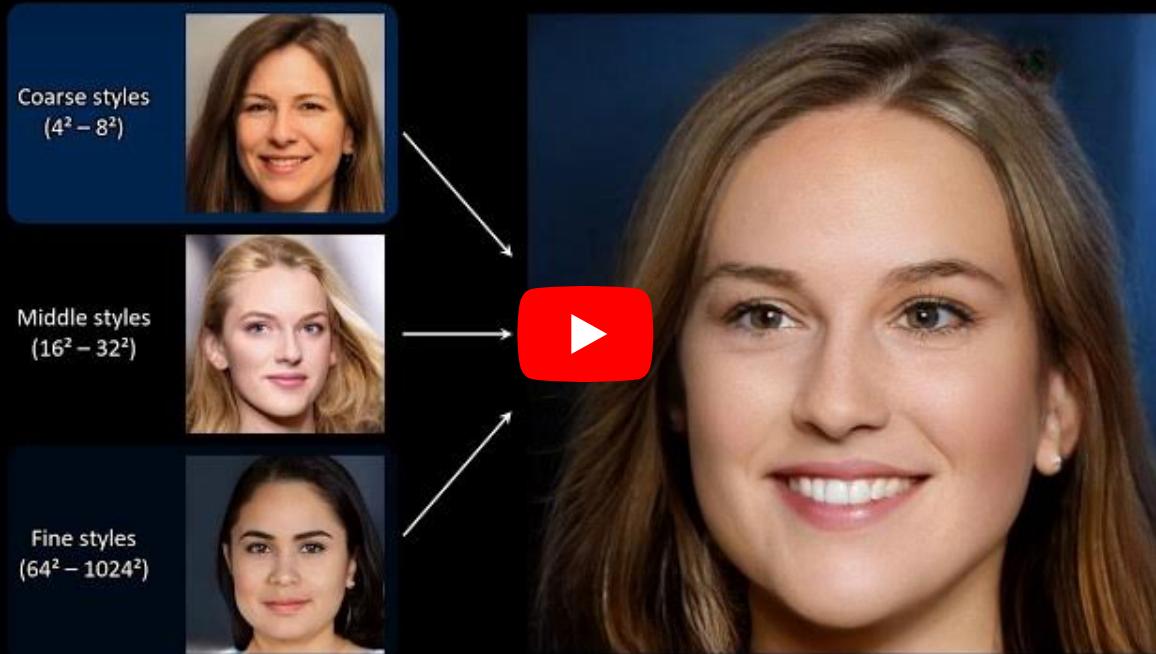


Image generation (Karras et al, 2018)



## DALL-E 2 Explained



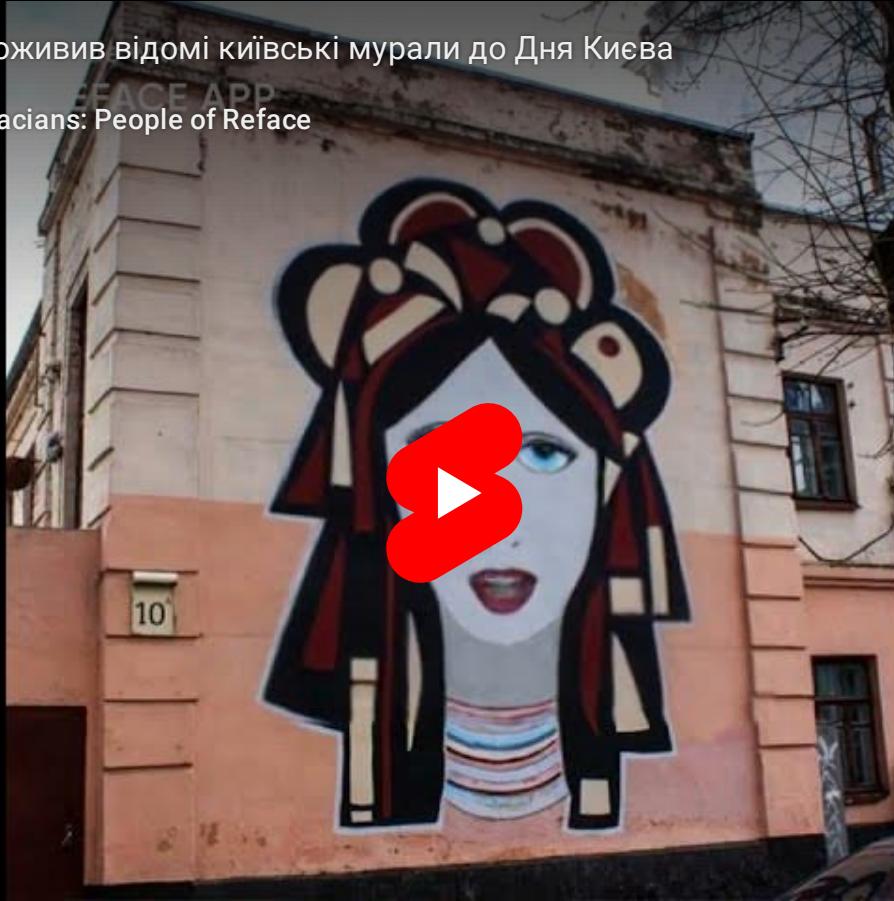
Share



Image generation and AI art (OpenAI, 2022)

Reface оживив відомі київські мурали до Дня Києва

⊕ Refacians: People of Reface



Reface оживив відомі київські мурали до Дня Києва (2021)



## Creating a Space Game with OpenAI Codex



Share



Make it be the size of the rocketship times 0.75



```
text.style.left =  
rocketship.offsetLeft + 'px';  
text.style.top =  
rocketship.offsetTop + 'px';  
  
document.body.appendChild(text);  
xSpeed = 20;  
setInterval(function() {  
    xSpeed = 5;  
  
    document.body.removeChild(text);  
}, 250);  
};  
  
/* Now add an image of an  
asteroid:  
https://d.newsweek.com/en/full/1721338/asteroid.jpg?w=1600&h=1600&q=88&f=9d82d35c9de96a82b3fcacf7705eb325b */  
var asteroid =  
document.createElement('img');  
asteroid.src =  
https://d.newsweek.com/en/full/1721338/asteroid.jpg?w=1600&h=1600&q=88&f=9d82d35c9de96a82b3fcacf7705eb325b;  
document.body.appendChild(asteroid);
```



Write computer code (OpenAI, 2021)

+ New Thread

# ChatGPT

Examples	Capabilities	Limitations
"Explain quantum computing in simple terms" →	Remembers what user said earlier in the conversation	May occasionally generate incorrect information
"Got any creative ideas for a 10 year old's birthday?" →	Allows user to provide follow-up corrections	May occasionally produce harmful instructions or biased content
"How do I make an HTTP request in Javascript?" →	Trained to decline inappropriate requests	Limited knowledge of world and events after 2021

Light Mode

OpenAI Discord

Updates & FAQ

Log out

Free Research Preview: ChatGPT is optimized for dialogue. Our goal is to make AI systems more natural to interact with, and your feedback will help us improve our systems and make them safer.

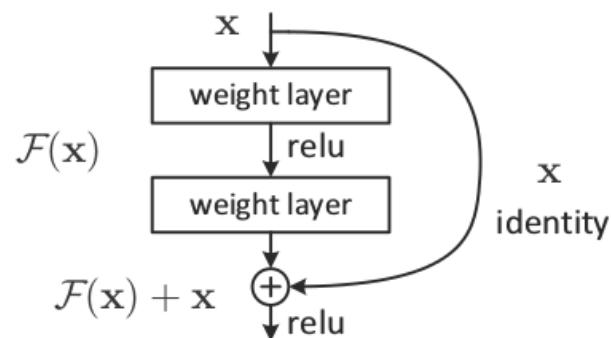
Відповісти на всі ваші запитання (OpenAI, 2022)



*Асоціацією обчислювальної техніки (ACM) нагороджено в 2018 році премією Тюрінга таких науковців: **Yann LeCun, Geoffrey Hinton, Yoshua Bengio** за концептуальні та інженерні прориви, які зробили в глибинних нейронних мережах.*

# Чому DL працює?

Алгоритми (старі та нові)



Зростає кількість даних



Програмне забезпечення



theano



PYTORCH

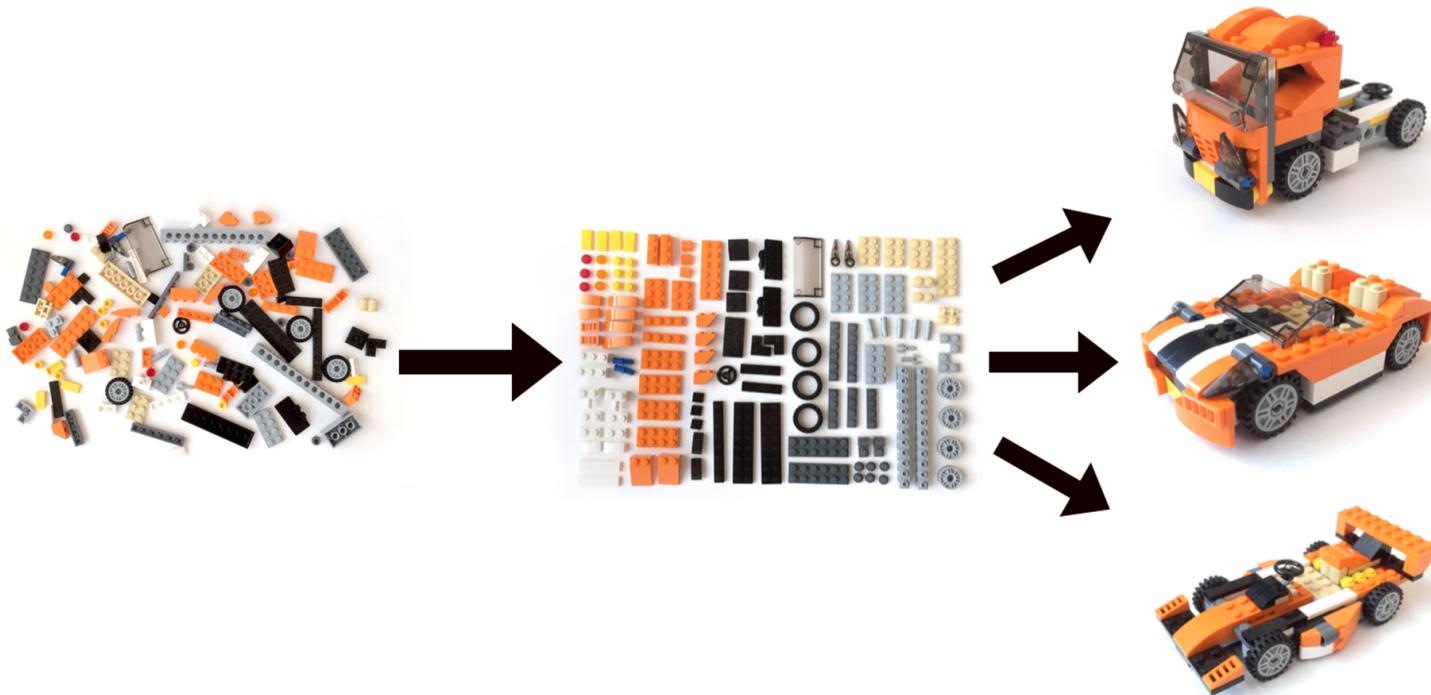
dmlc  
mxnet



Більш швидкі обчислювальні машини



## DL як архітектурна мова





*"For the last forty years we have programmed computers; for the next forty years we will train them."*

Chris Bishop, 2020.

# Виклики ШІ

Основним викликом штучного інтелекту та машинного навчання є прийняття правильних рішень в умовах **невизначеності**

# Перцептрон

Одношарова нейронна мережа

Перцептрон vs Логістична регресія

# Перцептрон

Перцептрон (Rosenblatt, 1958)

$$g(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z = \sum_i w_i x_i + b \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Ця модель спочатку була мотивована біологією, де  $w_i$  — це синаптичні ваги для вхідних сигналів  $x_i$  та  $g$  активації.

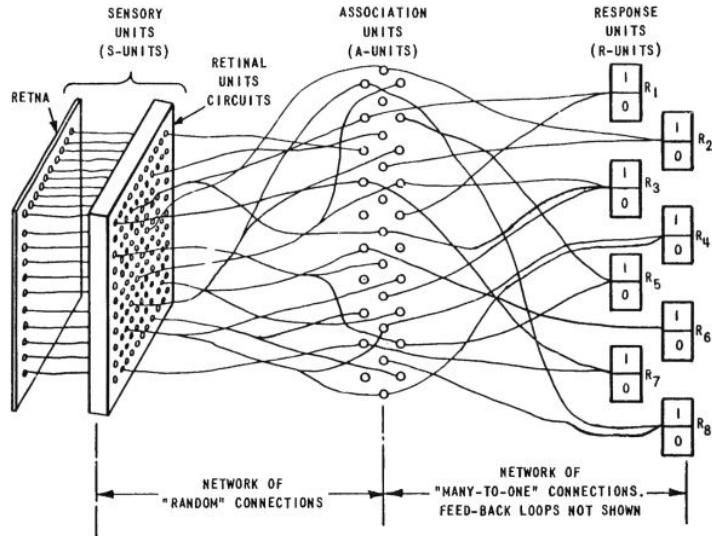
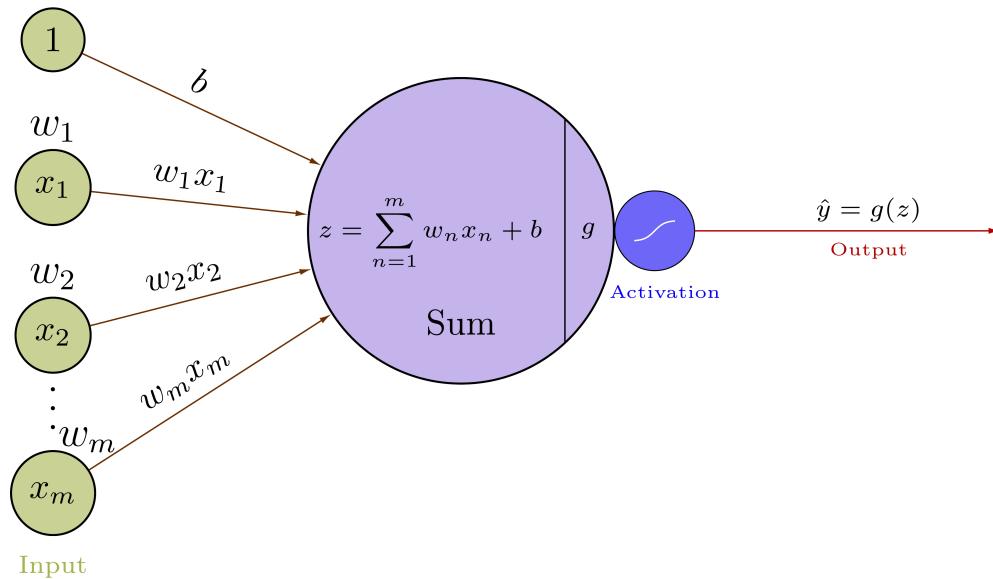


Figure 1 ORGANIZATION OF THE MARK I PERCEPTRON

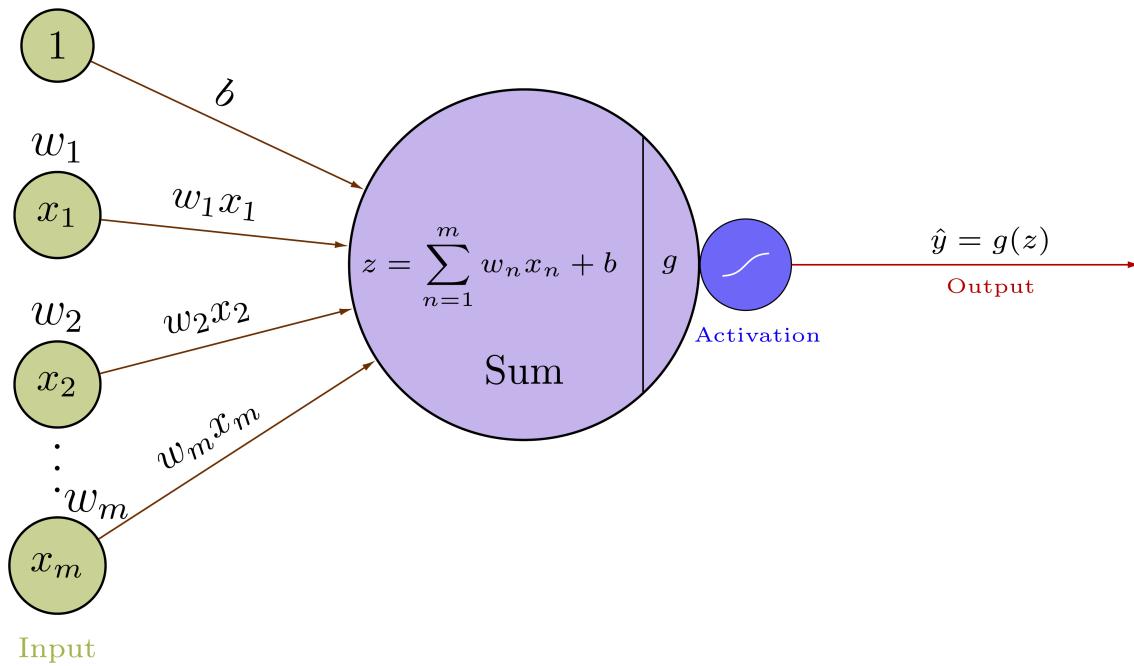


$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}^T = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_m]$$

$$z = \sum_{n=1}^m w_n x_n + b = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{W} + b = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{X} + b$$

$$\hat{y} = g(z)$$

$$\mathcal{L}(\hat{y}, y) = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y^{(i)} \log(\hat{y}^{(i)}) + (1 - y^{(i)}) \log(1 - \hat{y}^{(i)}))$$



### Пряме поширення

$$z = \sum_{n=1}^m w_n x_n + b = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{W} + b = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{X} + b$$

$$\hat{y} = g(z)$$

$$\mathcal{L}(\hat{y}, y) = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y^{(i)} \log(\hat{y}^{(i)}) + (1 - y^{(i)}) \log(1 - \hat{y}^{(i)}))$$

## Приклад

Припустимо  $m = 3$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.7 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad b = 0.8$$

$$\begin{aligned} z &= \sum_{n=1}^3 w_n x_n + b = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + b = \\ &= 1 \cdot -0.1 + -2 \cdot 0.7 + 2 \cdot 0.5 + 0.8 = 0.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{W} + b = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + b = \\ &= w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + b = 0.3 \end{aligned}$$

$$\hat{y} = g(z) = g(\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{W} + b) = \frac{1}{1 + \exp(-z)} = \frac{1}{1 + \exp(-0.3)} \approx 0.57$$

# Одновимірний градієнтний спуск

## Одновимірний градієнтний спуск

Розглянемо деяку неперервну, диференційовану функцію  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Розкладши в ряд Тейлора, ми отримуємо:

$$f(x + \varepsilon) = f(x) + \varepsilon f'(x) + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$$

Для простоти давайте виберемо фіксований розмір кроку  $\alpha > 0$  та оберемо  $\varepsilon = -\alpha f'(x)$ . Підставивши це у попередній вираз:

$$f(x - \alpha f'(x)) = f(x) - \alpha f'^2(x) + \mathcal{O}(\alpha^2 f'^2(x))$$

Якщо похідна  $f'(x) \neq 0$  не зникає, ми робимо прогрес, оскільки  $\alpha f'^2(x) > 0$ . Крім того, ми завжди можемо вибрати  $\alpha$  досить малим, щоб вирази вищого порядку занулити. Тому ми приходимо до

$$f(x - \alpha f'(x)) \lesssim f(x)$$

Це означає, що якщо ми використовуємо:

$$x \leftarrow x - \alpha f'(x)$$

для ітерації по  $x$ , значення функції  $f(x)$  може зменшитись.

```

import numpy as np

def f(x):  # Objective function
    return x**2

def f_grad(x):  # Gradient (derivative) of the objective function
    return 2 * x

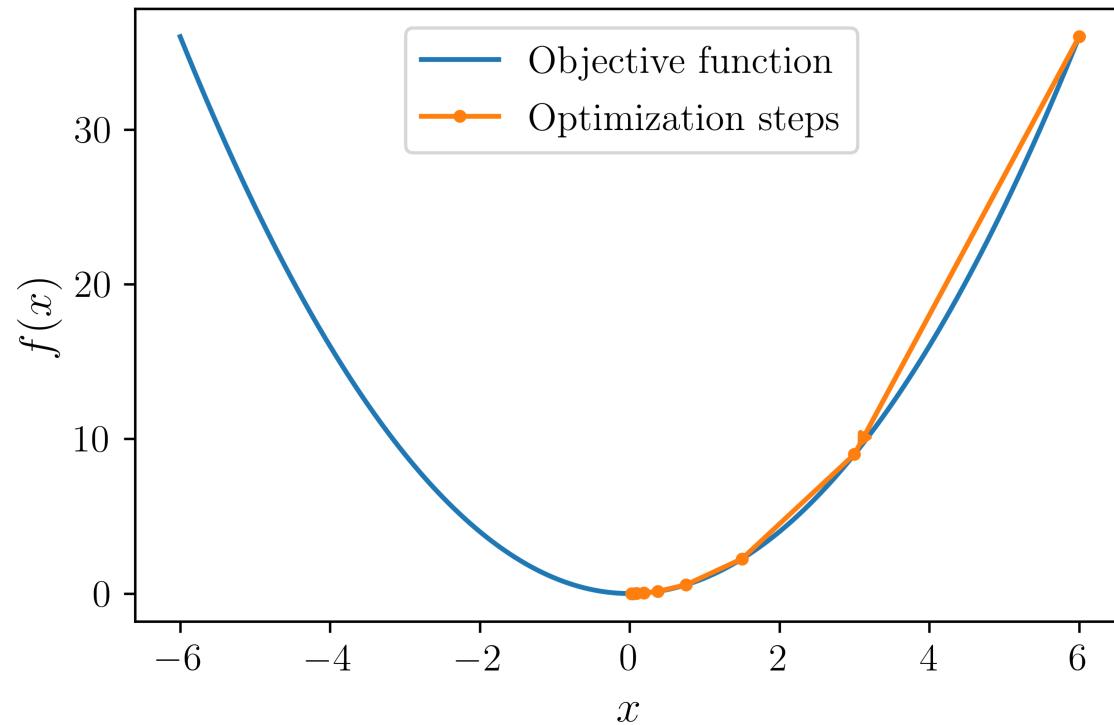
def bgd(alpha, f_grad):
    x = 6.0          # Initial value of x
    results = [x]
    epoch = 8         # Number of iterations
    for i in range(epoch):
        x -= alpha * f_grad(x)
        results.append(float("%.6f" % x))
    print(f'epoch {epoch}, x: {x:.6f}')
    return results

results = bgd(0.25, f_grad)
print(results)

```

epoch 8, x: 0.023438  
[6.0, 3.0, 1.5, 0.75, 0.375, 0.1875, 0.09375, 0.046875, 0.023438]

## Хід оптимізації за значеннями $x$

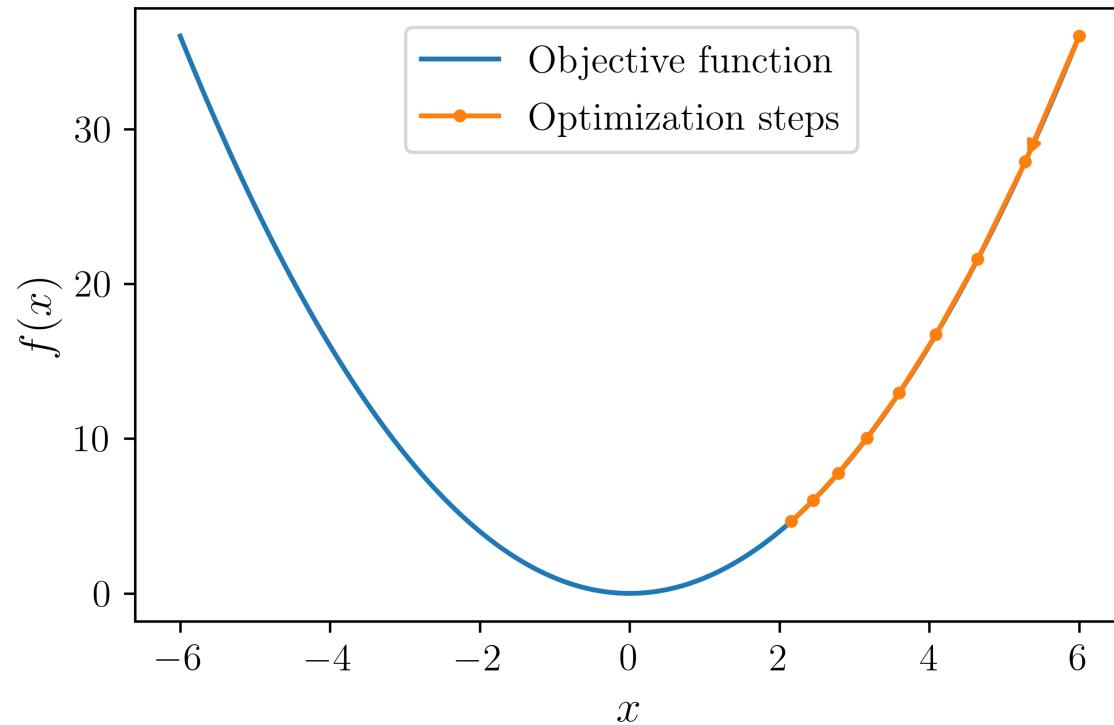


One-Dimensional Gradient Descent ( $\alpha = 0.25$ )

## Хід оптимізації за значеннями $x$

```
results = bgd(0.06, f_grad)
```

```
epoch 8, x: 2.157807
```

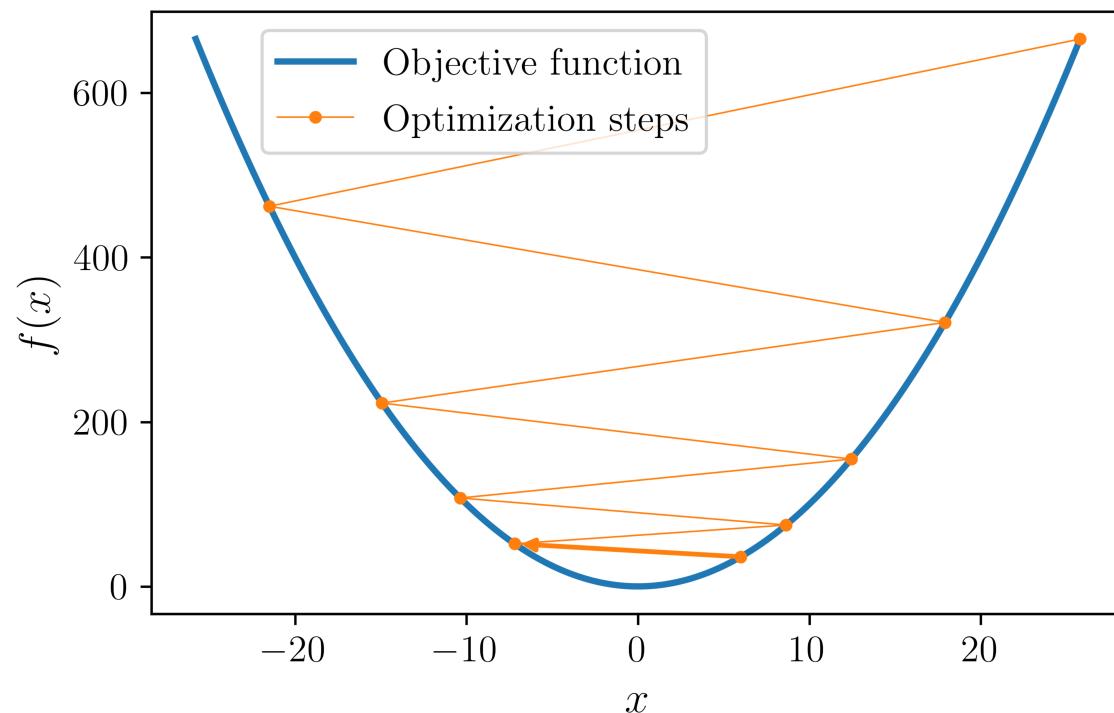


One-Dimensional Gradient Descent ( $\alpha = 0.06$ )

## Хід оптимізації за значеннями $x$

```
results = bgd(1.1, f_grad)
```

```
epoch 8, x: 25.798902
```



One-Dimensional Gradient Descent ( $\alpha = 1.1$ )

# Перцептрон: Зворотне поширення

У позначеннях Лейбніца **правило ланцюжка** стверджує, що

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta_i} = \sum_{k \in \text{parents}(\ell)} \frac{\partial \ell}{\partial u_k} \underbrace{\frac{\partial u_k}{\partial \theta_i}}_{\text{recursive case}}$$

## Зворотне поширення

- Оскільки нейронна мережа є **композицією диференційованих функцій**, загальні похідні втрат можна оцінити зворотно, застосовуючи рекурсивно правило ланцюжка до її обчислювального графу.
- Реалізація цієї процедури називається зворотним **автоматичним диференціюванням** або **зворотним поширенням**.

## Пряме поширення

$$z = \sum_{n=1}^m w_n x_n + b = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{W} + b = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{X} + b$$

$$\hat{y} = g(z) = \sigma(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)}$$

$$\mathcal{L}(\hat{y}, y) = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y^{(i)} \log(\hat{y}^{(i)}) + (1 - y^{(i)}) \log(1 - \hat{y}^{(i)}))$$

## Зворотне поширення

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial \hat{y}} = -\frac{y}{\hat{y}} + \frac{1-y}{1-\hat{y}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial z} = \frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial z} = \hat{y} - y$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial \mathbf{W}} = \frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{W}} = \mathbf{X}^T \cdot (\hat{y} - y)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial b} = \frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial b} = \hat{y} - y$$

## Оновлення параметрів

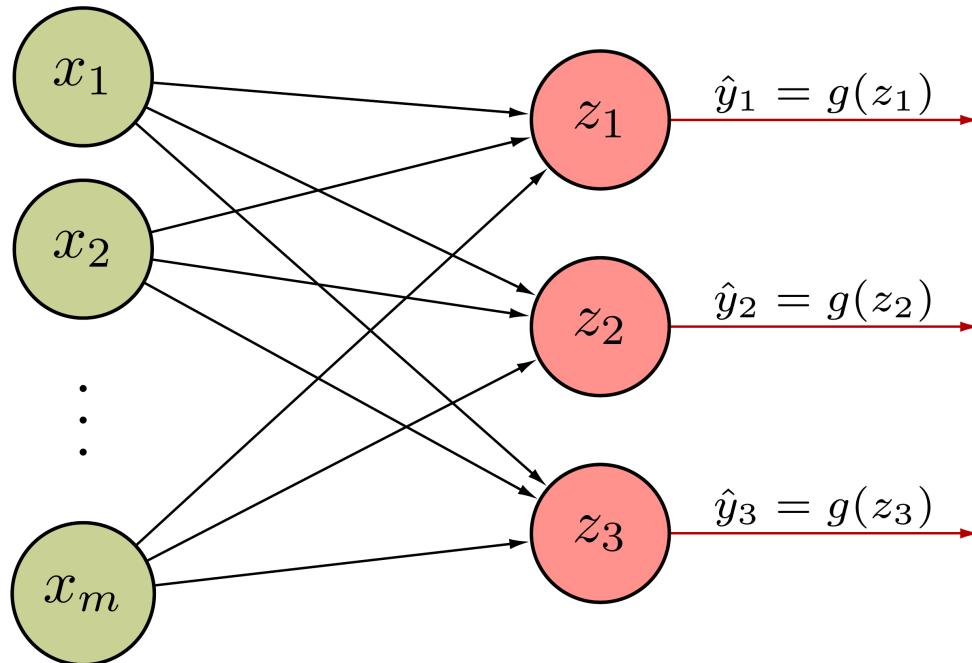
$$\mathbf{W} = \mathbf{W} - \alpha \frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial \mathbf{W}}$$

$$b = b - \alpha \frac{\partial \mathcal{L}(\hat{y}, y)}{\partial b}$$

# Персептрон з багатьма виходами

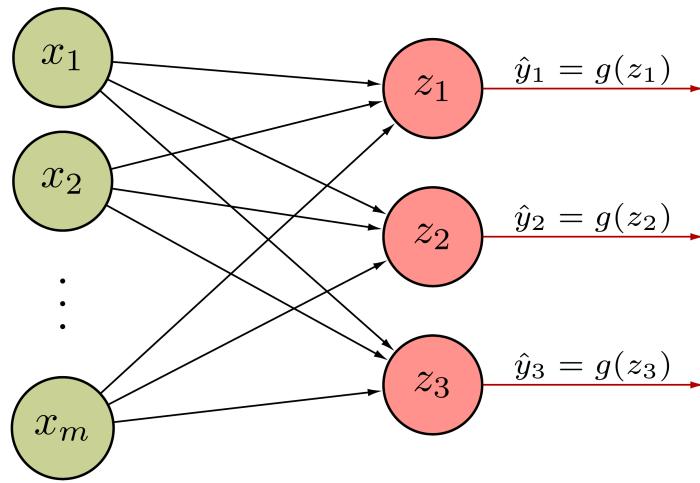
# Multi Output Perceptron

Оскільки всі входи щільно з'єднані з усіма виходами, ці шари називаються Dense



$$z_j = \sum_{n=1}^m w_{j,n} x_n + b_j$$

## Example



$$\mathbf{X}^{m \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{W}^{3 \times m} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1m} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2m} \\ w_{31} & w_{32} & \cdots & w_{3m} \end{bmatrix} \quad \mathbf{b}^{3 \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1m} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2m} \\ w_{31} & w_{32} & \cdots & w_{3m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + \cdots + w_{1m}x_m + b_1 \\ w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + \cdots + w_{2m}x_m + b_2 \\ w_{31}x_1 + w_{32}x_2 + \cdots + w_{3m}x_m + b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$



# Dense layer from scratch

```
class MyDenseLayer(tf.keras.layers.Layer):
    def __init__(self, input_dim, output_dim):
        super(MyDenseLayer, self).__init__()

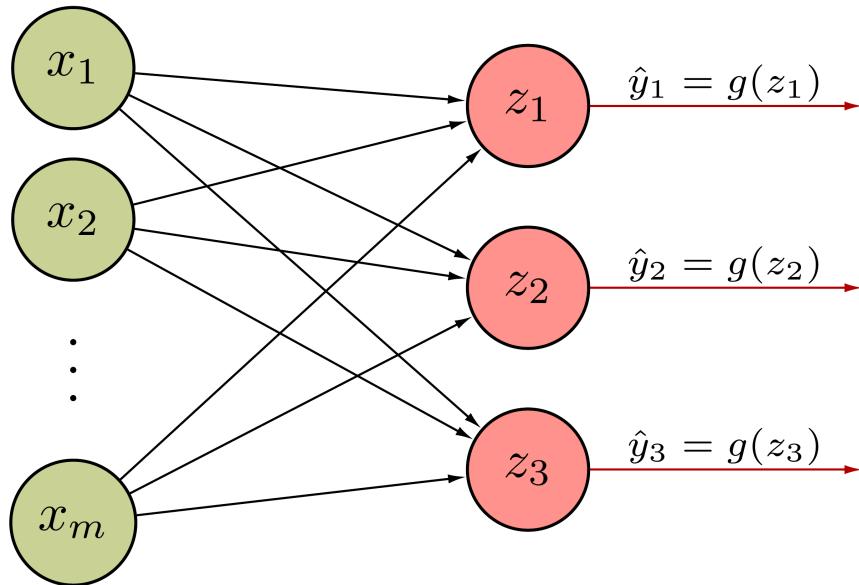
        # Initialize weights and bias
        self.W = self.add_weight([input_dim, output_dim])
        self.b = self.add_weight([1, output_dim])

    def call(self, inputs):
        # Forward propagate the inputs
        z = tf.matmul(inputs, self.W) + self.b

        # Feed through a non-linear activation
        output = tf.math.sigmoid(z)

    return output
```

Оскільки всі входи щільно з'єднані з усіма виходами, ці шари називаються **Dense**

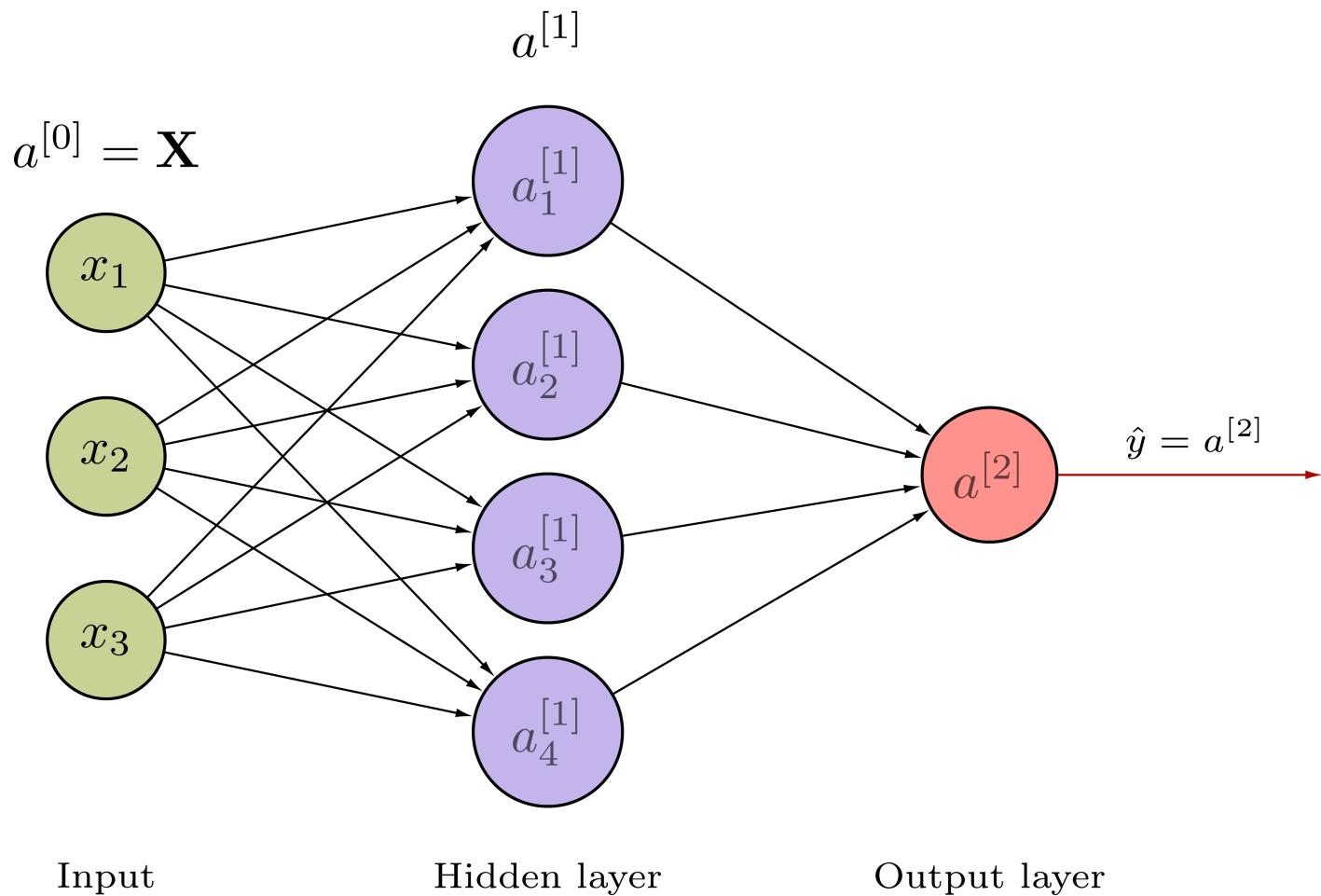


```
import tensorflow as tf  
  
layer = tf.keras.layers.Dense(  
    units=3)
```

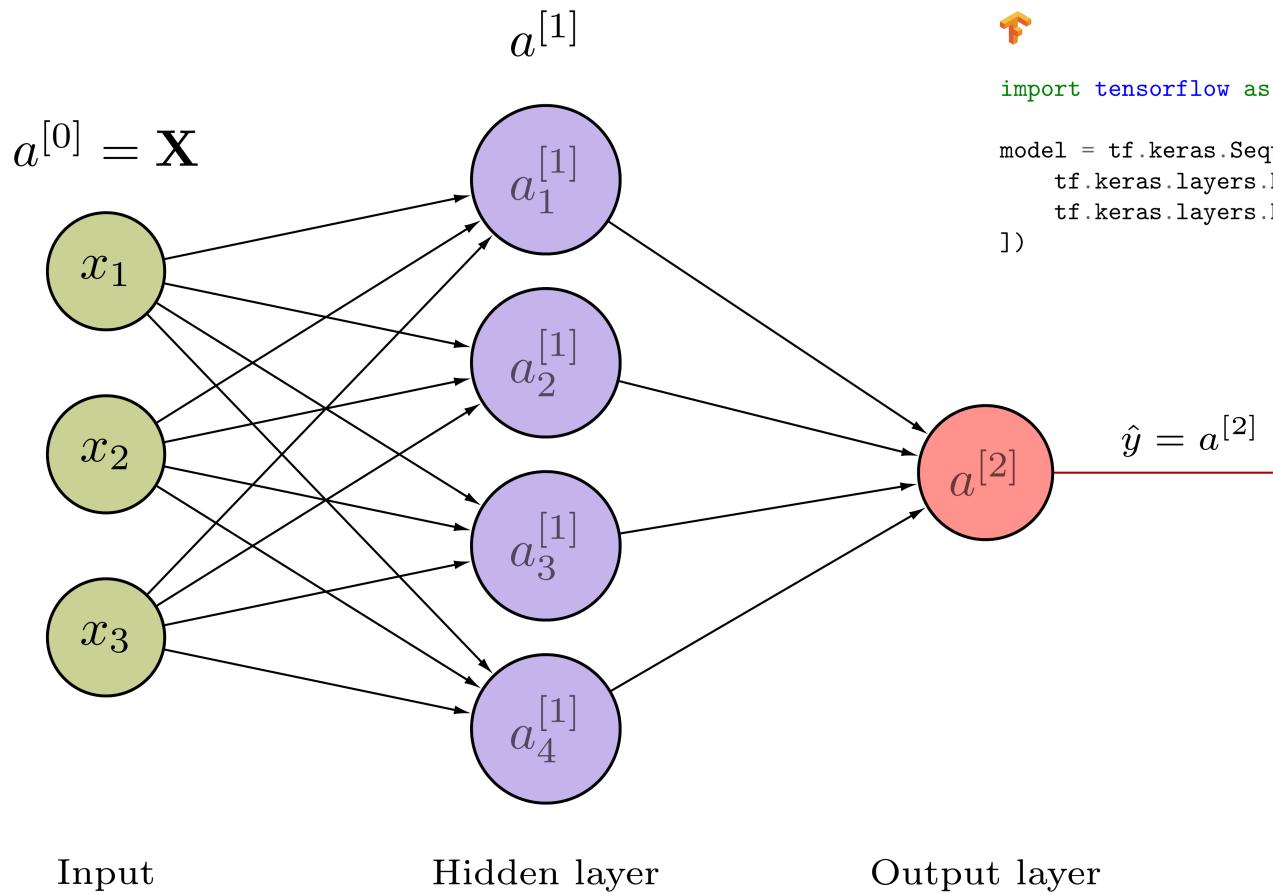
$$z_j = \sum_{n=1}^m w_{j,n} x_n + b_j$$

# Багатошаровий перцептрон

# Багатошаровий перцептрон



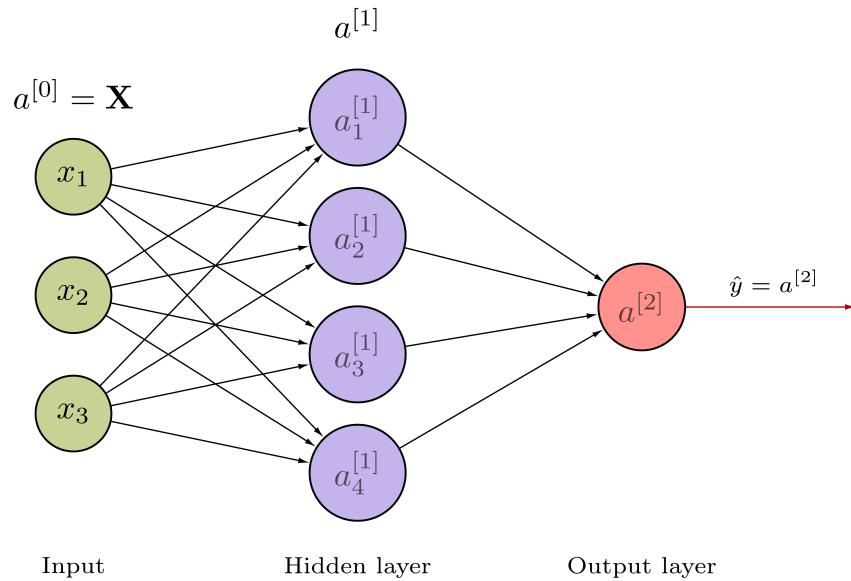
# Мережа з одним прихованим шаром



```
import tensorflow as tf
```

```
model = tf.keras.Sequential([  
    tf.keras.layers.Dense(4),  
    tf.keras.layers.Dense(1)  
])
```

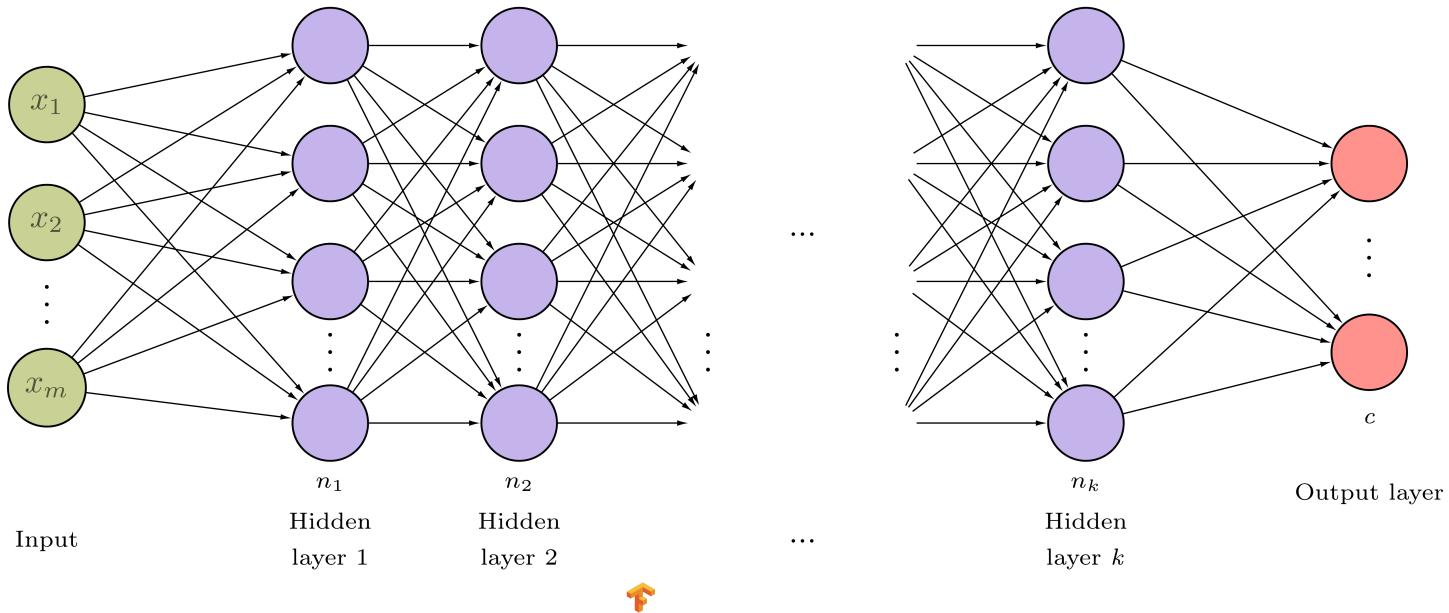
## Мережа з одним прихованним шаром



$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{W}^{[1]} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} \end{bmatrix} \quad \mathbf{b}^{[1]} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{W}^{[2]} = [w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4] \quad b^{[2]} = b$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^{[1]} &= \mathbf{W}^{[1]} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{b}^{[1]} \\ \mathbf{a}^{[1]} &= g^{[1]}(\mathbf{z}^{[1]}) \\ z^{[2]} &= \mathbf{W}^{[2]} \cdot \mathbf{a}^{[1]} + b^{[2]} \\ \hat{y} &= a^{[2]} = g^{[2]}(z^{[2]}) \end{aligned}$$

# Глибинна нейронна мережа



```
import tensorflow as tf

model = tf.keras.Sequential([
    tf.keras.layers.Dense(n1),
    tf.keras.layers.Dense(n2),
    .
    .
    .
    tf.keras.layers.Dense(nk),
    tf.keras.layers.Dense(c)
])
```

# Кінець

# Література

- LeCun, Y., Bengio, Y., & Hinton, G. (2015). Deep learning. *nature*, 521(7553), 436-444.