

第十届蓝桥杯大赛软件类省赛

Java 研究生组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

注意：不要使用 `package` 语句。

注意：选手代码的主类名必须为：**Main**，否则会被判为无效代码。

试题 A：立方和

本题总分：5 分

【问题描述】

小明对数位中含有 2、0、1、9 的数字很感兴趣，在 1 到 40 中这样的数包括 1、2、9、10 至 32、39 和 40，共 28 个，他们的和是 574，平方和是 14362，立方和是 400816。

请问，在 1 到 2019 中，所有这样的数的立方和是多少？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 字符串数字

本题总分：5 分

【问题描述】

小明用字母 A 对应数字 1，B 对应 2，以此类推，用 Z 对应 26。对于 27 以上的数字，小明用两位或更长位的字符串来对应，例如 AA 对应 27，AB 对应 28，AZ 对应 52，LQ 对应 329。

请问 LANQIAO 对应的数字是多少？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 质数

本题总分：10 分

【问题描述】

我们知道第一个质数是 2、第二个质数是 3、第三个质数是 5……请你计算第 2019 个质数是多少？

【答案提交】

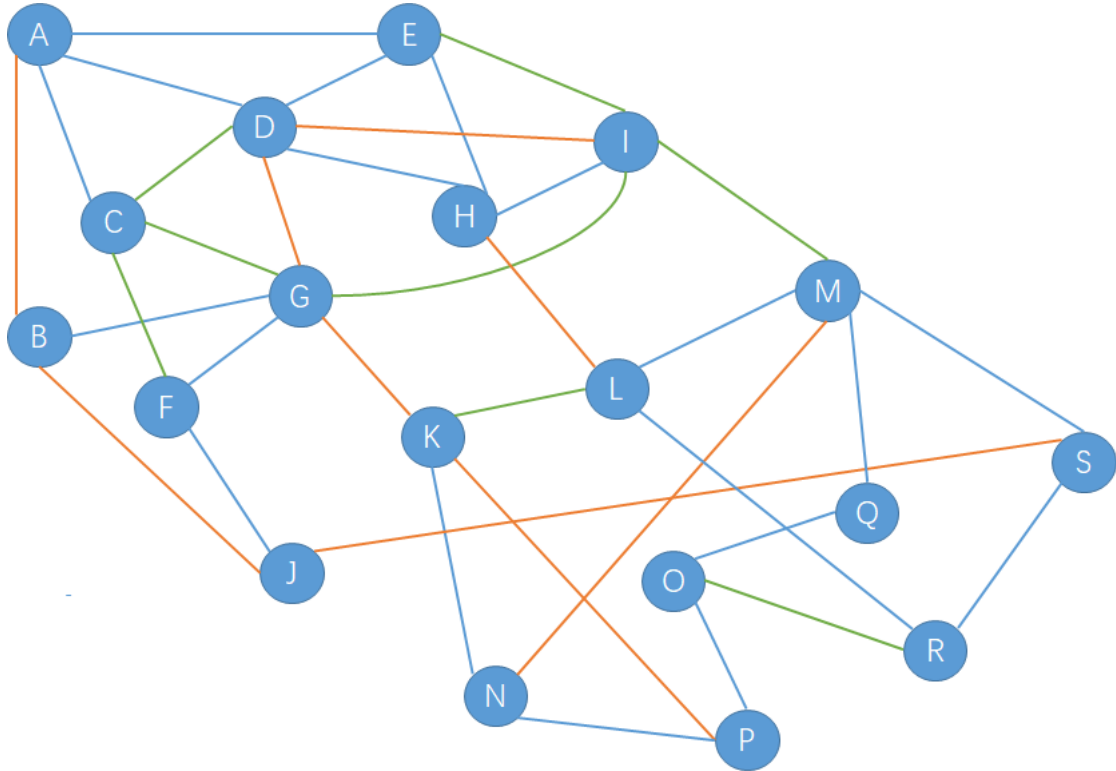
这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 D: 最短路

本题总分：10 分

【问题描述】

如下图所示，G 是一个无向图，其中蓝色边的长度是 1、橘色边的长度是 2、绿色边的长度是 3。



则从 A 到 S 的最短距离是多少？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 E: RSA 解密

本题总分：15 分

【问题描述】

RSA 是一种经典的加密算法。它的基本加密过程如下。

首先生成两个质数 p, q ，令 $n = p \cdot q$ ，设 d 与 $(p-1) \cdot (q-1)$ 互质，则可找到 e 使得 $d \cdot e$ 除 $(p-1) \cdot (q-1)$ 的余数为 1。

n, d, e 组成了私钥， n, d 组成了公钥。

当使用公钥加密一个整数 X 时（小于 n ），计算 $C = X^d \bmod n$ ，则 C 是加密后的密文。

当收到密文 C 时，可使用私钥解开，计算公式为 $X = C^e \bmod n$ 。

例如，当 $p = 5, q = 11, d = 3$ 时， $n = 55, e = 27$ 。

若加密数字 24，得 $24^3 \bmod 55 = 19$ 。

解密数字 19，得 $19^{27} \bmod 55 = 24$ 。

现在你知道公钥中 $n = 1001733993063167141, d = 212353$ ，同时你截获了别人发送的密文 $C = 20190324$ ，请问，原文是多少？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 F: Fibonacci 数列与黄金分割

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

Fibonacci 数列是非常著名的数列:

$$F[1] = 1,$$

$$F[2] = 1,$$

$$\text{对于 } i > 3, F[i] = F[i-1] + F[i-2]$$

Fibonacci 数列有一个特殊的性质, 前一项与后一项的比值, $F[i]/F[i+1]$, 会趋近于黄金分割。

为了验证这一性质, 给定正整数 N , 请你计算 $F[N]/F[N+1]$, 并保留 8 位小数。

【输入格式】

一个正整数 N 。($1 \leq N \leq 2000000000$)

【输出格式】

$F[N]/F[N+1]$ 。答案保留 8 位小数。

【样例输入】

2

【样例输出】

0.50000000

试题 G: 扫地机器人

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小明公司的办公区有一条长长的走廊，由 N 个方格区域组成，如下图所示。

	R			R					R
--	---	--	--	---	--	--	--	--	---

走廊内部署了 K 台扫地机器人，其中第 i 台在第 A_i 个方格区域中。

已知扫地机器人每分钟可以移动到左右相邻的方格中，并将该区域清扫干净。

请你编写一个程序，计算每台机器人的清扫路线，使得

1. 它们最终都返回出发方格，
2. 每个方格区域都至少被清扫一遍，
3. 从机器人开始行动到最后一台机器人归位花费的时间最少。

注意多台机器人可以同时清扫同一方块区域，它们不会互相影响。

输出最少花费的时间。

在上图所示的例子中，最少花费时间是 6。第一台路线：2-1-2-3-4-3-2，清扫了 1、2、3、4 号区域。第二台路线 5-6-7-6-5，清扫了 5、6、7。第三台路线 10-9-8-9-10，清扫了 8、9 和 10。

【输入格式】

第一行包含两个整数 N 和 K 。

接下来 K 行，每行一个整数 A_i 。

【输出格式】

输出一个整数表示答案。

【样例输入】

10 3

5

2

10

【样例输出】

6

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq K < N \leq 10$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq K < N \leq 1000$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq K < N \leq 100000$ ， $1 \leq A_i \leq N$ 。

试题 H: 修改数组

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

给定一个长度为 N 的数组 $A = [A_1, A_2, \dots, A_N]$, 数组中有可能有重复出现的整数。

现在小明要按以下方法将其修改为没有重复整数的数组。小明会依次修改 A_2, A_3, \dots, A_N 。

当修改 A_i 时, 小明会检查 A_i 是否在 $A_1 \sim A_{i-1}$ 中出现过。如果出现过, 则小明会给 A_i 加上 1; 如果新的 A_i 仍在之前出现过, 小明会持续给 A_i 加 1, 直到 A_i 没有在 $A_1 \sim A_{i-1}$ 中出现过。

当 A_N 也经过上述修改之后, 显然 A 数组中就没有重复的整数了。

现在给定初始的 A 数组, 请你计算出最终的 A 数组。

【输入格式】

第一行包含一个整数 N 。

第二行包含 N 个整数 A_1, A_2, \dots, A_N 。

【输出格式】

输出 N 个整数, 依次是最终的 A_1, A_2, \dots, A_N 。

【样例输入】

```
5
2 1 1 3 4
```

【样例输出】

```
2 1 3 4 5
```

【评测用例规模与约定】

对于 80% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10000$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 100000$ ， $1 \leq A_i \leq 1000000$ 。

试题 I: 组合数问题

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给 n, m, k , 求有多少对 (i, j) 满足 $1 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq \min(i, m)$ 且 $C_i^j \equiv 0 \pmod k$, k 是质数。其中 C_i^j 是组合数, 表示从 i 个不同的数中选出 j 个组成一个集合的方案数。

【输入格式】

第一行两个数 t, k , 其中 t 代表该测试点包含 t 组询问, k 的意思与上文中相同。

接下来 t 行每行两个整数 n, m , 表示一组询问。

【输出格式】

输出 t 行, 每行一个整数表示对应的答案。由于答案可能很大, 请输出答案除以 $10^9 + 7$ 的余数。

【样例输入】

```
1 2
3 3
```

【样例输出】

```
1
```

【样例说明】

在所有可能的情况中, 只有 $C_2^1 = 2$ 是 2 的倍数。

【样例输入】

```
2 5
```

4 5
6 7

【样例输出】

0
7

【样例输入】

3 23
23333333 23333333
23333333 23333333
23333333 23333333

【样例输出】

851883128
959557926
680723120

【数据规模和约定】

对于所有评测用例， $1 \leq k \leq 10^8, 1 \leq t \leq 10^5, 1 \leq n, m \leq 10^{18}$ ，且 k 是质数。
评测时将使用 10 个评测用例测试你的程序，每个评测用例的限制如下：

评测用例编号	t	n, m	k
1, 2	≤ 1	≤ 2000	≤ 100
3, 4	$\leq 10^5$	≤ 2000	≤ 100
5, 6, 7	≤ 100	$\leq 10^{18}$	≤ 100
8, 9, 10	$\leq 10^5$	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^8$

试题 J：空间跳跃

时间限制：5.0s 内存限制：512.0MB 本题总分：25 分

【题目背景】

在游戏《星际争霸 II》中，战列巡航舰作为人类的终极作战武器，在后期以及一些中期战术中发挥着空中堡垒的作用，其“战术跳跃”技能能让其在游戏中期在敌军基地上空造成打击之后在血量较低时撤离，进行无战损骚扰，在人类 vs 异虫对抗中经常用来压制异虫中期的发展。

【问题描述】

你在玩一个游戏，游戏中有 n 个地点和 m 条单向时空航道。每条时空航道形如 (u, v, w, x) ，其中 u, v 表示这条时空航道的起点终点， w 表示通过这条航道需要的时间（注意这个时间是现实当中游戏者的时间也是游戏内的时间）， x 表示这条航道使用的频繁程度。时空航道不会成环，但可能会有两条航道的起点相同同时终点也相同。游戏开始的时候，你的战列巡航舰到达了地点 1，每当你到达一个地点的时候，战舰的电脑会按照每个起点为该地点的时空航道的频繁程度随机选择一个航道并花费 w 单位时间到达该航道的终点。具体来说，对于一个时间点 u ，假如有 k 个起点为该地点的时空航道，他们的频繁程度分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ ，那么选择第 i 个航道的概率就是 $\frac{x_i}{\sum_{j=1}^k x_j}$ 。你的目的是在 L 单位游戏时间内到达一个没有任何以该地点为起点的时空航道的地点。当然你可以在到达某一个地点时重新开始游戏，如果你重新开始这个游戏，你就能回到游戏开始的那一刻（即 1 号地点）并重置游戏内的时间（即你又可以有 L 单位的时间去跳跃了），你也可以在没有任何以该地点为起点的地点重新开始，且无次数限制。你需要最小化你在现实中花费的时间。当然在你运气足够好的情况下，你一定可以达成游戏目标。

保证一定有至少一条以 1 号地点为起点的航道。

请阅读样例以更清晰地理解题意。

【输入格式】

第一行三个正整数 n , m , L 。

接下来 m 行, 每行四个正整数 u , v , w , x 。

【输出格式】

一行一个浮点数表示答案, 令你的答案为 a , 标准答案为 b , 如果满足 $\frac{|a-b|}{\max(1,b)} \leq 10^{-9}$ (即绝对误差或者相对误差不超过 10^{-9}) 即为正确。

【样例输入】

```
3 2 3
1 2 2 1
1 2 4 1
```

【样例输出】

```
6
```

【样例解释】

设答案为 Ans 。

则 $Ans = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times (Ans + 4)$ 。

即有一半的可能性你可以直接完成游戏, 否则你需要重新开始并再来一次。

解得 $Ans = 6$ 。

【样例输入】

```
4 4 7
1 2 2 7
1 3 4 6
2 4 6 3
3 4 3 2
```

【样例输出】

9.3333333333

【样例输入】

5 7 12
1 3 5 5
4 5 7 9
2 5 8 1
3 5 4 4
1 2 3 3
3 4 3 1
2 4 2 5

【样例输出】

11.3571428571

【样例输入】

见文件jump4.in。

【样例输出】

见文件jump4.ans。

【数据规模与约定】

对于所有评测用例， $2 \leq n \leq 100$ ， $1 \leq m \leq 200$ ， $w, x \leq 100$ ， $0 \leq L \leq 10^9$ ，保证输入的图无环，答案不超过 10^9 。

评测时将使用 25 个评测用例测试你的程序，每个评测用例的限制如下：

评测用例编号	n	m	w	特殊性质
1	≤ 3	≤ 3	≤ 3	所有的时空航道起点都为 1 号地点
2	≤ 3	≤ 3	≤ 100	无
3,4	≤ 5	≤ 4	$= 1$	无
5	≤ 5	≤ 8	$= 1$	无
6	≤ 5	≤ 8	≤ 100	无
7,8,9,10	≤ 20	$= n - 1$	≤ 100	对于地点 u ($2 \leq u \leq n$) 有一条时空航道 (v, u) 满足 $1 \leq v \leq u - 1$
11,12,13	≤ 100	$= n - 1$	≤ 100	对于地点 u ($2 \leq u \leq n$) 有一条时空航道 (v, u) 满足 $1 \leq v \leq u - 1$
14,15	≤ 100	$= n - 1$	≤ 100	所有的时空航道起点都为 1 号地点
16,17	$= 2$	≤ 200	≤ 5	所有的时空航道起点都为 1 号地点
18	$= 2$	≤ 200	≤ 100	所有的时空航道起点都为 1 号地点
19,20,21	≤ 20	≤ 200	≤ 100	无
22,23,24,25	≤ 20	≤ 200	≤ 100	无