


$$9)c) \quad y[m] + y[m-1] - 4y[m-2] - 4y[m-3] = 3x[m]$$

$$y[-1] = 1$$

$$y[-2] = y[-3] = 0$$

$$x[m] = \delta[m]$$

$$Y(z) + z^{-1}Y(z) + \overbrace{y[-1]}^1 - 4 \left(z^{-2}Y(z) + z^{-1}\overbrace{y[-1]}^1 + \overbrace{y[-2]}^0 \right) - 4 \left(\overbrace{y[-1]}^1 z^{-3} + z^{-2}\overbrace{y[-1]}^1 + z^{-1}\overbrace{y[-2]}^0 + \overbrace{y[-3]}^0 \right) = 3X(z)$$

↳ Application de la translation dans le temps  transp. 278

les transp. 278 & 279 sont cruciaux pour la résolution d'équations aux diff. avec conditions initiales !!

$$(1 + z^{-1} - 4z^{-2} - 4z^{-3})Y(z) + \underbrace{y[-1]}_1 (1 - 4z^{-1} - 4z^{-2}) = 3X(z)$$

$$Y(z) = \underbrace{\frac{3X(z)}{1 + z^{-1} - 4z^{-2} - 4z^{-3}}}_{\text{réponse forcée}} + \underbrace{\frac{-1 + 4z^{-1} + 4z^{-2}}{1 + z^{-1} - 4z^{-2} - 4z^{-3}}}_{\text{réponse libre}}$$

$$1 + z^{-1} - 4z^{-2} - 4z^{-3}$$

$$z^{-1} = -1 \quad \text{est une racine}$$

$$= (1 + z^{-1})(1 - 4z^{-2}) = (1 + z^{-1})(1 - 2z^{-1})(1 + 2z^{-1})$$

$$X(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

$$Y(z) = \frac{3}{(1 + z^{-1})(1 - 2z^{-1})(1 - 2z^{-1})(1 + 2z^{-1})} + \frac{-1 + 4z^{-1} + 4z^{-2}}{(1 + z^{-1})(1 - 2z^{-1})(1 + 2z^{-1})}$$

$$Y(z) = \frac{3 - 1 + 4z^{-1} + 4z^{-2} + z^{-1} - 4z^{-2} - 4z^{-3}}{(1 + z^{-1})(1 - 2z^{-1})(1 - 2z^{-1})(1 + 2z^{-1})}$$

$$Y(z) = \frac{2 + 5z^{-1} - 4z^{-3}}{(1 - 2z^{-1})(1 + z^{-1})(1 - 2z^{-1})(1 + 2z^{-1})}$$

$$Y(z) = \frac{A}{1-z^{-1}} + \frac{B}{1+z^{-1}} + \frac{C}{1+2z^{-1}} + \frac{D}{1-2z^{-1}}$$

$$A = \frac{2+5z^{-1}-4z^{-3}}{(1+z^{-1})(1+2z^{-1})(1-2z^{-1})} \Big|_{z^{-1}=1} = \frac{2+5-4}{2(3)(-1)} = -\frac{3}{6}$$

$$B = \frac{2+5z^{-1}-4z^{-3}}{(1-z^{-1})(1+2z^{-1})(1-2z^{-1})} \Big|_{z^{-1}=-1} = \frac{2-5+4}{2(-1)(3)} = -1/6$$

$$C = \frac{2+5z^{-1}-4z^{-3}}{(1-z^{-1})(1+z^{-1})(1-2z^{-1})} \Big|_{z^{-1}=-1/2} = \frac{2-5/2-4(-1/8)}{(1)(3/2)} = 0$$

$$D = \frac{2+5z^{-1}-4z^{-3}}{(1-z^{-1})(1+z^{-1})(1+2z^{-1})} \Big|_{z^{-1}=1/2} = \frac{2+5/2-4(1/8)}{(1/2)(3/2)2} = \frac{4}{3/2} = 8/3$$

$$Y(z) = -1/2 \frac{1}{1-z^{-1}} - 1/6 \frac{1}{1+z^{-1}} + 8/3 \frac{1}{1-2z^{-1}}$$

$$Y[m] = \left[-1/2 - 1/6 (-1)^m + 8/3 (2)^m \right] u[m]$$