

Neural Network Basic Assignment 1

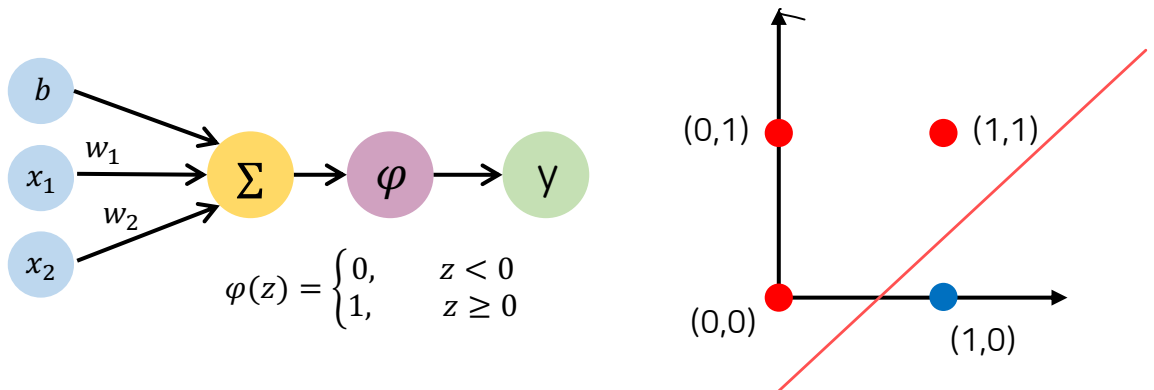
이름: 안민준

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

so) $\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ 일 때,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial z} &= \frac{-1}{(1+e^{-z})^2} \times (e^{-z}) \times (-1) & \sigma(z) &= \frac{1}{1+e^{-z}} \\ &= \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} \\ &= \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})} \cdot \frac{1}{(1+e^{-z})} = (1-\sigma(z)) \sigma(z) \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ●(=1), ●(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

순입력함수 $\phi(z) = \begin{cases} 0, & z < 0 \\ 1, & z \geq 0 \end{cases}$ 일 때, $W = [-0.6 \ 0.7], b = 0.2$

주어진 퍼셉트론의 출력 값 (순입력 함수)은 $w_1x_1 + w_2x_2 + b$ 이다.

- ① $(x_1, x_2) = (0, 0)$ 일 때 $\phi(0.2) = 1$. ② $(x_1, x_2) = (0, 1)$ 일 때, $\phi(0.9) = 1$
 ③ $(x_1, x_2) = (1, 0)$ 일 때 $\phi(-0.4) = 0$ ④ $(x_1, x_2) = (1, 1)$ 일 때, $\phi(0.3) = 1$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

학습률을 0.1로 잡고 Update 한다. 학습을 위해 $W = [0.5 \ 0.1]$ $b = -0.4$ 로 설정한다.

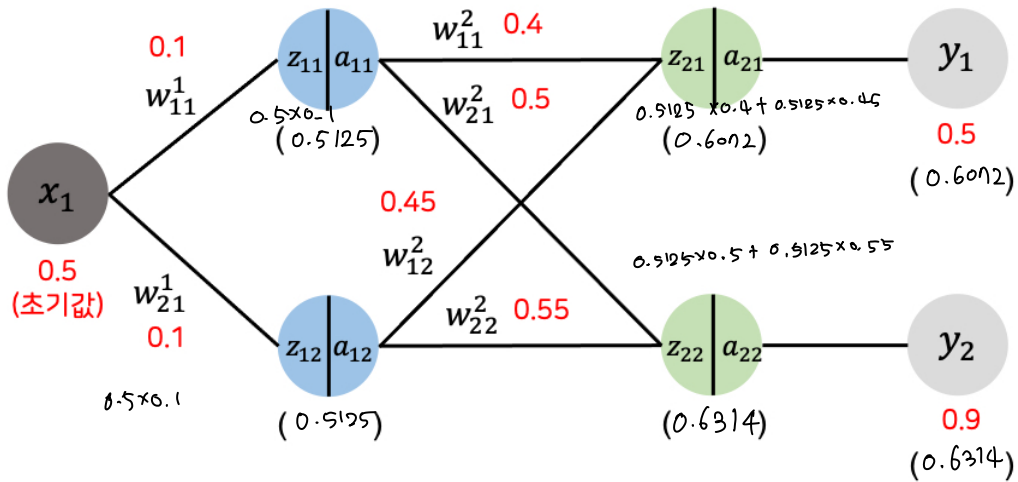
① $(0, 0)$ 에서 $w_1 \leftarrow w_1 + 0.1(1-0) \times 0 = 0.5$
 $w_2 \leftarrow w_2 + 0.1(1-0) \times 0 = 0.1$
 $b \leftarrow b + 0.1(1-0) \times 1 = -0.3$ ② $(0, 1)$ 에서 $w_1 \leftarrow w_1 + 0.1(1-0) \times 0 = 0.5$
 $w_2 \leftarrow w_2 + 0.1(1-0) \times 1 = 0.2$
 $b \leftarrow b + 0.1(1-0) \times 1 = -0.2$ ③ $(1, 0)$ 에서 $w_1 \leftarrow w_1 + 0.1(0-1) \times 1 = 0.4$
 $w_2 \leftarrow w_2 + 0.1(0-1) \times 0 = 0.2$
 $b \leftarrow b + 0.1(0-1) \times 1 = -0.3$ ⇒

④ $(1, 1)$ 에서 $w_1 \leftarrow w_1 + 0.1(1-1) \times 1 = 0.4$
 $w_2 \leftarrow w_2 + 0.1(1-1) \times 1 = 0.2$
 $b \leftarrow b + 0.1(1-1) \times 1 = -0.3$

★ 1회 학습 후 파라미터값은 다음과 같다.
 $[W = [0.4 \ 0.2] \ b = -0.3]$

이것은 원래의 $W = [-0.6, 0.7], b = 0.2$ 에 소폭 가까워진 것을 볼 수 있다.

3. 다음과 같은 구조와 초기값을 가진 Multilayer Perceptron이 있습니다.



3-1. Forward Propagation이 일어날 때, 각 노드는 어떤 값을 갖게 되는지 빈 칸을 채워주세요. (Sigmoid Function 사용)

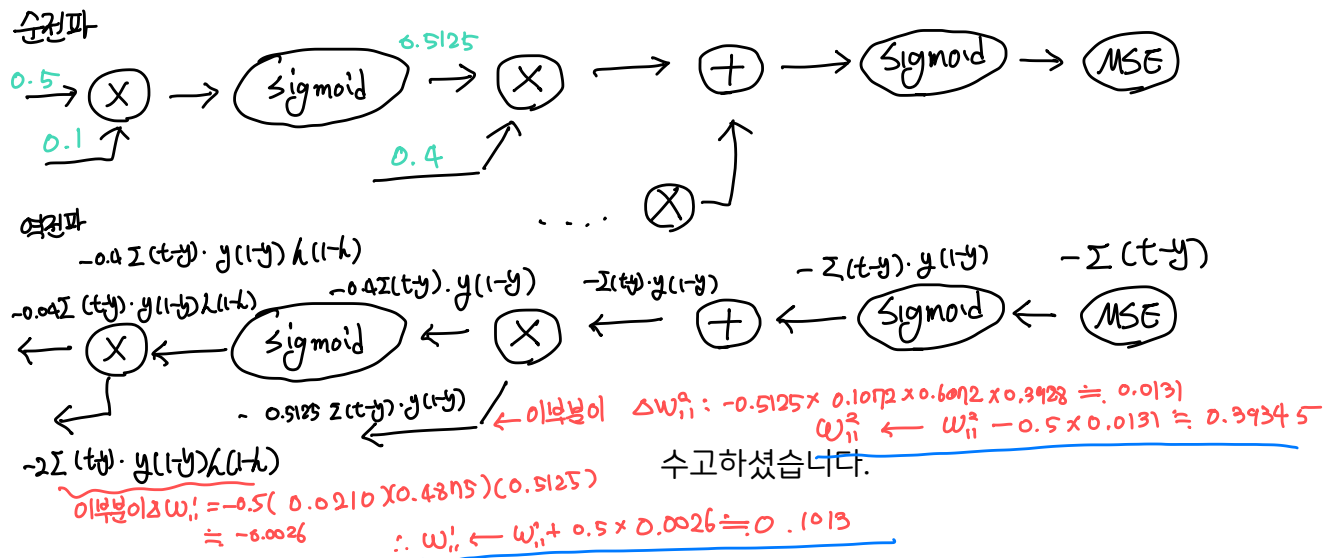
3-2. output layer에 있는 노드들의 Mean Squared Error를 구해주세요.

$$MSE = \left\{ (0.5 - 0.6012)^2 + (0.9 - 0.6314)^2 \right\} \times \frac{1}{2}$$

$$= (0.0114 + 0.0721) \times \frac{1}{2} = 0.0835 \times \frac{1}{2} = 0.0209$$

3-3. 3-2에서 구한 답을 토대로, Back Propagation이 일어날 때 가중치 w_{11}^1 과 w_{11}^2 의 조정된 값을 구해주세요. (학습률 $\eta = 0.5$)

방법 1. 계산 그래프로 푸는 방법



☆ 편미분으로 푸는 방법 (방법 2)

$$E_{(y, \varphi)} = \frac{1}{2} \sum (y - \varphi)^2 \text{ 에서}$$

$$\varphi(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}, \quad z(\omega_2, 1) = \sum (\omega_{2,h}) \quad \text{이다.} \quad \omega_2 \text{의 partial 을 구해야 하므로}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_2} = \frac{\partial E}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial E}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \omega_2} \text{ 로 들 수 있다}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi} = -(y - \varphi), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \varphi(1 - \varphi), \quad \frac{\partial z}{\partial \omega_2} = 1$$

$$\therefore \frac{\partial E}{\partial \omega_2} = -(y - \varphi) \varphi(1 - \varphi) \quad \text{이므로}$$

ω_{11}^2 을 구하기 위해서

$$-(y_1 - \varphi_1) \varphi_1 (1 - \varphi_1) \quad \text{의 값을 구하면} \quad \begin{aligned} & -(0.5 - 0.6072)(0.6072)(1 - 0.6072)(0.5125) \\ & = -(0.1072)(0.6072)(0.3928)(0.5125) \\ & = 0.0130 \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{11}^2 & \leftarrow \omega_{11}^2 + (0.5) \times (0.0130 \dots) \\ & = 0.4 - 0.0065 \dots \\ & \boxed{= 0.3935} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \omega_1} & = \frac{\partial E}{\partial \varphi_1} \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_1} \cdot \frac{\partial z_1}{\partial \omega_1} \cdot \frac{\partial \omega_1}{\partial \varphi_2} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_2} \cdot \frac{\partial z_2}{\partial \omega_2} \quad \text{이므로 } \omega_{11}^1 \text{의 값을 구하기 위해} \\ & = -\sum (y_1 - \varphi_1) \varphi_1 (1 - \varphi_1) \omega_1 \cdot (1 - \varphi_2) \varphi_2 \quad \text{의 값을 구하면} \end{aligned}$$

① \sum 풀이

$$\begin{aligned} & : - \{ (0.5 - 0.6072)(0.6072)(1 - 0.6072)(0.4) + (0.4 - 0.6314)(0.6314)(1 - 0.6314)(0.5) \} \\ & = - \{ (-0.1072)(0.6072)(0.3928)(0.4) + (0.2686)(0.6314)(0.3686)(0.5) \} \\ & = -0.0210 \dots \end{aligned}$$

② 남은 부분 풀이

$$(1 - 0.5125)(0.5125)0.5 = 0.1249 \dots$$

$$\therefore \text{Gradient: } -0.0026229$$

$$\therefore \omega_{11}^1 \leftarrow \omega_{11}^1 - 0.5 \times (-0.0026229)$$

$$\boxed{= 0.1013}$$