

目次

1	テンプレート	2
2	グラフ	2
3	フロー	2
3.1	dinic	2
3.2	最小費用流	3
4	数学	4
4.1	modint	4
4.2	FFT	5
5	データ構造	6
5.1	セグメント木	6
5.2	遅延評価セグメント木	8

1 テンプレート

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 using ll = long long;
5 using P = pair<int, int>;
6 constexpr ll MOD = 1000000007;
7 constexpr int INF = 1 << 30;
8 #define REP(i, n) for (int i = 0, i_len = (n); i < i_len; i++)
9 #define ALL(v) (v).begin(), (v).end()

```

2 グラフ

3 フロー

3.1 dinic

最大流問題を解くアルゴリズム。計算量は $O(VE^2)$ だが実用上かなり高速なことが多い。

- Dinic flow(V): 構造体の宣言。V は頂点数。
- flow.add_edge(u, v, c): $u \rightarrow v$ に容量 c の辺を追加する
- flow.max_flow(s, t): $s \rightarrow t$ の最大流を返す

```

1 //Dinic法  $O(V^2E)$ 
2 struct Dinic {
3     int V; // 頂点数
4     vector<vector<vector<long long>>> graph; // グラフ
5     vector<int> dis; // 始点からの距離
6     vector<int> next; // 次に処理する頂点のメモ
7     Dinic(int v) : V(v) { graph.resize(V); }
8     void add_edge(int from, int to, long long capacity) {
9         graph[from].push_back({to, capacity, (int)graph[to].size()});
10        graph[to].push_back({from, 0, (int)graph[from].size() - 1});
11    }
12    void bfs(int s) {
13        dis.assign(V, -1);
14        dis[s] = 0;
15        deque<int> pos = {s};
16        while (pos.size()) {
17            int now = pos[0];
18            pos.pop_front();
19            for (auto& to : graph[now]) {
20                if (dis[to[0]] < 0 and to[1] > 0) {
21                    dis[to[0]] = dis[now] + 1;
22                    pos.emplace_back(to[0]);
23                }
24            }
25        }
26    }
27    long long dfs(int v, int t, long long f) {
28        if (v == t) return f;
29        for (int& i = next[v]; i < graph[v].size(); i++) {
30            int to = graph[v][i][0];
31            long long& cap = graph[v][i][1];
32            int rev = graph[v][i][2];
33            if (cap > 0 and dis[v] < dis[to]) {
34                long long d = dfs(to, t, min(f, cap));
35                if (d > 0) {
36                    cap -= d;
37                    graph[to][rev][1] += d;
38                    return d;
39                }
40            }
41            next[v] = i + 1;
42        }
43        return 0;
44    }
45    long long max_flow(int s, int t) {
46        long long flow = 0;
47        while (bfs(s)) {
48            flow += dfs(s, t, INF);
49        }
50        return flow;
51    }
52 };

```

```

39         }
40     }
41 }
42 return 0;
43 }
44 long long max_flow(int s, int t) {
45     long long flow = 0;
46     while (1) {
47         bfs(s);
48         if (dis[t] < 0) return flow;
49         next.assign(V, 0);
50         long long f;
51         while ((f = dfs(s, t, LLONG_MAX)) > 0) flow += f;
52     }
53 }
54 };

```

3.2 最小費用流

最小費用流問題を解くアルゴリズム。計算量は $O(FE \log V)$

- MinCostFlow flow(V): 構造体の宣言。V は頂点数。
- flow.add_edge(u, v, c, d): $u \rightarrow v$ に容量 c , コスト d の辺を追加する
- flow.min_cost_flow(s, t, F): $s \rightarrow t$ に流量 F を流すときの最小コストを返す。流せない場合は-1 を返す。

```

1  // 最小費用流  $O(FE \log V)$ 
2  struct MinCostFlow {
3      int V;
4      vector<vector<vector<long long>>> g; // g[from] = {{to, 容量, コスト, 逆辺のindex} ... }
5      vector<long long> h, dis;           // ポテンシャル, 最短距離
6      vector<int> prevv, preve;           // 直前の頂点, 辺
7
8      MinCostFlow(int v) : V(v), g(v), dis(v), prevv(v), preve(v) {
9      }
10
11     void add_edge(int u, int v, long long c, long long d) {
12         g[u].push_back({v, c, d, (int)g[v].size()});
13         g[v].push_back({u, 0, -d, (int)g[u].size() - 1});
14     }
15
16     long long min_cost_flow(int s, int t, long long f) {
17         long long res = 0;
18         h.assign(V, 0);
19         using Q = pair<long long, int>;
20         while (f > 0) {
21             priority_queue<Q, vector<Q>, greater<Q>> que;
22             dis.assign(V, LLONG_MAX);
23             dis[s] = 0;
24             que.push({0, s});
25             while (que.size()) {
26                 Q q = que.top();
27                 int v = q.second;
28                 que.pop();
29                 if (dis[v] < q.first) continue;
30                 for (int i = 0; i < g[v].size(); i++) {
31                     auto edge = g[v][i];
32                     int to = edge[0];
33                     long long cap = edge[1], cost = edge[2];
34                     if (cap > 0 and dis[to] > dis[v] + cost + h[v] - h[to]) {
35                         dis[to] = dis[v] + cost + h[v] - h[to];
36                         prevv[to] = v;
37                         preve[to] = i;
38                         que.push({dis[to], to});
39                     }
40                 }

```

```

41     }
42     if (dis[t] == LLONG_MAX) return -1;
43     for (int i = 0; i < V; i++) h[i] += dis[i];
44     long long d = f;
45     for (int i = t; i != s; i = prevv[i]) d = min(d, g[prevv[i]][preve[i]][1]);
46     f -= d;
47     res += d * h[t];
48     for (int i = t; i != s; i = prevv[i]) {
49         auto& edge = g[prevv[i]][preve[i]];
50         edge[1] -= d;
51         g[i][edge[3]][1] += d;
52     }
53 }
54 return res;
55 }
56 };

```

4 数学

4.1 modint

自動的に mod をとる構造体。mod が問題で固定かつ素数であるとき使用できる。

using mint = modint<1000000007>; 等のように定義して使用するのが推奨。

```

1  template <int64_t Modulus>
2  struct Modint {
3      using mint = Modint;
4      long long v;
5      Modint() : v(0) {}
6      Modint(long long x) {
7          x %= Modulus;
8          if (x < 0) x += Modulus;
9          v = x;
10     }
11     const long long& val() const { return v; }
12     // 代入演算子
13     mint& operator+=(const mint rhs) {
14         v += rhs.v;
15         if (v >= Modulus) v -= Modulus;
16         return *this;
17     }
18     mint& operator-=(const mint rhs) {
19         if (v < rhs.v) v += Modulus;
20         v -= rhs.v;
21         return *this;
22     }
23     mint& operator*=(const mint rhs) {
24         v = v * rhs.v % Modulus;
25         return *this;
26     }
27     mint& operator/=(mint rhs) { return *this = *this * rhs.inv(); }
28     // 累乗, 逆元
29     mint pow(long long n) const {
30         mint x = *this, res = 1;
31         while (n) {
32             if (n & 1) res *= x;
33             x *= x;
34             n >>= 1;
35         }
36         return res;
37     }
38     mint inv() const { return pow(Modulus - 2); }
39     // 算術演算子
40     mint operator+(const mint rhs) const { return mint(*this) += rhs; }
41     mint operator-(const mint rhs) const { return mint(*this) -= rhs; }
42     mint operator*(const mint rhs) const { return mint(*this) *= rhs; }

```

```

43     mint operator/(const mint rhs) const { return mint(*this) /= rhs; }
44     mint operator-() const { return mint() - *this; } // 単項
45 };

```

入出力ストリームの実装

```

1  using mint = Modint<MOD>;
2
3  // 入出力ストリーム
4  istream& operator>>(istream& is, mint& x) {
5      long long a;
6      is >> a;
7      x = a;
8      return is;
9  }
10 ostream& operator<<(ostream& os, mint& x) {
11     return os << x.val();
12 }

```

4.2 FFT

- encode(a): 整数型の配列 a を `std::complex` 型に変換。
- decode(a): `std::complex` 型の配列 a を 64bit 整数型に変換。配列の要素毎に実部を丸めて整数に変換している。
- FFT(a): `std::complex` 型で長さ n の配列 a をフーリエ変換する。整数型の配列は引数にとれないため、`encode(a)`, `decode(a)` 等で適宜変換を行うこと。
- convolution(a,b): 長さ n の整数列 a , 長さ m の整数列 b の畳み込みを $O((n+m)\log(n+m))$ で計算する。畳み込み後の配列の要素がすべて `double` に収まる必要がある。

```

1  // 整数配列を複素数へ
2
3  vector<complex<double>> encode(vector<long long> &a){
4      int N = a.size();
5      vector<complex<double>> ret(N);
6      for(int i = 0; i < N; i++){
7          ret[i] = complex<double>(a[i], 0);
8      }
9      return ret;
10 }
11
12 // 複素数配列を整数へ
13 vector<long long> decode(vector<complex<double>> &a){
14     int N = a.size();
15     vector<long long> ret(N);
16     for(int i = 0; i < N; i++){
17         ret[i] = (long long)round(a[i].real());
18     }
19     return ret;
20 }
21
22 // 非再帰
23 void FFT(vector<complex<double>> &a, int reverse = false) {
24     int n = a.size();
25     int h = 0;
26     for (int i = 0; 1 << i < n; i++) h++;
27     for (int i = 0; i < n; i++) {
28         int j = 0;
29         for (int k = 0; k < h; k++) j |= (i >> k & 1) << (h - 1 - k);
30         if (i < j) swap(a[i], a[j]);
31     }
32     for (int b = 1; b < n; b *= 2) {
33         for (int j = 0; j < b; j++) {
34             double p2 = 2*acos(-1);
35             if(reverse)p2 *= -1;

```

```

36         complex<double> w = exp(complex<double>(0,p2*j/(double)(2*b)));
37         for (int k = 0; k < n; k += b * 2) {
38             complex<double> s = a[j+k];
39             complex<double> t = a[j+k+b]*w;
40             a[j+k] = s+t;
41             a[j+k+b] = s-t;
42         }
43     }
44 }
45 if (reverse)for (int i = 0; i < n; i++) a[i] /= (double)n;
46 return;
47 }
48
49 vector<long long> convolution(vector<long long> &a,vector<long long> &b){
50     vector<complex<double>> A = encode(a),B = encode(b);
51     int s = (int)a.size()+(int)b.size()-1;
52     int t = 1;
53     while(t < s)t *= 2;
54     A.resize(t);B.resize(t);
55     FFT(A,0);FFT(B,0);
56     for(int i = 0;i < t;i++){
57         A[i] *= B[i];
58     }
59     FFT(A,1);
60     A.resize(s);
61     return decode(A);
62 }

```

5 データ構造

5.1 セグメント木

モノイドを満たすデータ S に対し使用できるデータ構造。

長さ N の S の配列に対し、要素の 1 点更新、区間クエリを $O(\log N)$ で行える。モノイド S 同士の演算の計算量が $O(f(n))$ とき、すべての計算量が $O(f(n))$ 倍になる。

```

1  template <class S, S (*op)(S, S), S (*e)()>
2  struct SegmentTree {
3      private:
4          int _n, size, log;
5          vector<S> dat;
6          void update(int k) { dat[k] = op(dat[2 * k], dat[2 * k + 1]); }
7
8      public:
9          SegmentTree() : SegmentTree(0) {}
10         SegmentTree(int n) : SegmentTree(vector<S>(n, e())) {}
11         SegmentTree(const vector<S>& v) : _n(int(v.size())) {
12             log = 0;
13             while ((1 << log) < _n) log++;
14             size = 1 << log;
15             dat = vector<S>(2 * size, e());
16             for (int i = 0; i < _n; i++) dat[size + i] = v[i];
17             for (int i = size - 1; i >= 1; i--) {
18                 update(i);
19             }
20         }
21         // a[p] = x
22         void set(int p, S x) {
23             p += size;
24             dat[p] = x;
25             for (int i = 1; i <= log; i++) update(p >> i);
26         }
27         // return a[p]
28         S get(int p) const {
29             return dat[p + size];

```

```

30 }
31 // return op(a[l], ..., a[r-1])
32 S prod(int l, int r) const {
33     S sm1 = e(), smr = e();
34     l += size;
35     r += size;
36     while (l < r) {
37         if (l & 1) sm1 = op(sm1, dat[l++]);
38         if (r & 1) smr = op(dat[--r], smr);
39         l >>= 1;
40         r >>= 1;
41     }
42     return op(sm1, smr);
43 }
44 S all_prod() const { return dat[1]; }
45
46 // SegmentTree上の二分探索 (必要な場合)
47 // return r, f(op(a[l], ..., a[r-1])) == true
48 template <bool (*f)(S)>
49 int max_right(int l) const {
50     return max_right(l, [](S x) { return f(x); });
51 }
52 template <class F>
53 int max_right(int l, F f) const {
54     assert(f(e()));
55     if (l == _n) return _n;
56     l += size;
57     S sm = e();
58     do {
59         while (l % 2 == 0) l >>= 1;
60         if (!f(op(sm, dat[l]))) {
61             while (l < size) {
62                 l = (2 * l);
63                 if (f(op(sm, dat[l]))) {
64                     sm = op(sm, dat[l]);
65                     l++;
66                 }
67             }
68             return l - size;
69         }
70         sm = op(sm, dat[l]);
71         l++;
72     } while ((l & -l) != l);
73     return _n;
74 }
75 // return l, f(op(a[l], ..., a[r-1])) == true
76 template <bool (*f)(S)>
77 int min_left(int r) const {
78     return min_left(r, [](S x) { return f(x); });
79 }
80 template <class F>
81 int min_left(int r, F f) const {
82     assert(f(e()));
83     if (r == 0) return 0;
84     r += size;
85     S sm = e();
86     do {
87         r--;
88         while (r > 1 && (r % 2)) r >>= 1;
89         if (!f(op(dat[r], sm))) {
90             while (r < size) {
91                 r = (2 * r + 1);
92                 if (f(op(dat[r], sm))) {
93                     sm = op(dat[r], sm);
94                     r--;
95                 }
96             }
97             return r + 1 - size;

```

```

98         }
99         sm = op(dat[r], sm);
100     } while ((r & -r) != r);
101     return 0;
102 }
103 };

```

使用例

Range Minimum Query (RMQ)

```

1 int op(int a, int b) { return min(a, b); }
2 int e() { return INT32_MAX; }
3
4 int n;
5 SegmentTree<int, op, e> seg(n);

```

5.2 遅延評価セグメント木

モノイド S と、 S に対する作用素 $f : S \rightarrow S$ に対し利用できるデータ構造。

長さ N の S の配列に対し、

- 区間 $[l, r)$ の要素に一括で f を作用 ($a_i \leftarrow f(a_i), l \leq i < r$)
- 区間 $[l, r)$ の要素の総積の取得

を $O(\log N)$ で行うことができる。

```

1 template <class S,
2         S (*op)(S, S),
3         S (*e)(),
4         class F,
5         S (*mapping)(F, S),
6         F (*composition)(F, F),
7         F (*id)()>
8 struct LazySegmentTree {
9     private:
10         int _n, size, log;
11         vector<S> dat;
12         vector<F> lz;
13         void update(int k) { dat[k] = op(dat[2 * k], dat[2 * k + 1]); }
14         void all_apply(int k, F f) {
15             dat[k] = mapping(f, dat[k]);
16             if (k < size) lz[k] = composition(f, lz[k]);
17         }
18         void push(int k) {
19             all_apply(2 * k, lz[k]);
20             all_apply(2 * k + 1, lz[k]);
21             lz[k] = id();
22         }
23         int lower_bits(int x, int k) { return x & ((1 << k) - 1); }
24
25     public:
26         LazySegmentTree() : LazySegmentTree(0) {}
27         LazySegmentTree(int n) : LazySegmentTree(vector<S>(n, e())) {}
28         LazySegmentTree(const vector<S>& v) : _n(int(v.size())) {
29             log = 0;
30             while ((1 << log) < _n) log++;
31             size = 1 << log;
32             dat = vector<S>(2 * size, e());
33             lz = vector<F>(size, id());
34             for (int i = 0; i < _n; i++) dat[size + i] = v[i];
35             for (int i = size - 1; i >= 1; i--) update(i);
36         }
37         // a[p] = x
38         void set(int p, S x) {

```



```

39     p += size;
40     for (int i = log; i >= 1; i--) push(p >> i);
41     dat[p] = x;
42     for (int i = 1; i <= log; i++) update(p >> i);
43 }
44 // return a[p]
45 S get(int p) {
46     p += size;
47     for (int i = log; i >= 1; i--) push(p >> i);
48     return dat[p];
49 }
50 // return op(a[l], ..., a[r-1])
51 S prod(int l, int r) {
52     if (l == r) return e();
53     l += size;
54     r += size;
55     for (int i = log; i >= 1; i--) {
56         if (lower_bits(l, i) > 0) push(l >> i);
57         if (lower_bits(r, i) > 0) push((r - 1) >> i);
58     }
59     S sml = e(), smr = e();
60     while (l < r) {
61         if (l & 1) sml = op(sml, dat[l++]);
62         if (r & 1) smr = op(dat[--r], smr);
63         l >>= 1;
64         r >>= 1;
65     }
66     return op(sml, smr);
67 }
68 S all_prod() { return dat[1]; }
69 // a[p] = f(a[p])
70 void apply(int p, F f) {
71     p += size;
72     for (int i = log; i >= 1; i--) push(p >> i);
73     dat[p] = mapping(f, dat[p]);
74     for (int i = 1; i <= log; i++) update(p >> i);
75 }
76 // i = l...r-1 について a[i] = f(a[i])
77 void apply(int l, int r, F f) {
78     if (l == r) return;
79     l += size;
80     r += size;
81     for (int i = log; i >= 1; i--) {
82         if (lower_bits(l, i) > 0) push(l >> i);
83         if (lower_bits(r, i) > 0) push((r - 1) >> i);
84     }
85     int l2 = l, r2 = r;
86     while (l < r) {
87         if (l & 1) all_apply(l++, f);
88         if (r & 1) all_apply(--r, f);
89         l >>= 1;
90         r >>= 1;
91     }
92     l = l2;
93     r = r2;
94     for (int i = 1; i <= log; i++) {
95         if (lower_bits(l, i) > 0) update(l >> i);
96         if (lower_bits(r, i) > 0) update((r - 1) >> i);
97     }
98 }
99 // SegmentTree上の二分探索 (必要な場合)
100 // return r, f(op(a[l], ..., a[r-1])) == true
101 template <bool (*g)(S)>
102 int max_right(int l) {
103     return max_right(l, [](S x) { return g(x); });
104 }
105 template <class G>
106 int max_right(int l, G g) {

```

```

107     assert(g(e()));
108     if (l == _n) return _n;
109     l += size;
110     for (int i = log; i >= 1; i--) push(l >> i);
111     S sm = e();
112     do {
113         while (l % 2 == 0) l >>= 1;
114         if (!g(op(sm, dat[l]))) {
115             while (l < size) {
116                 push(l);
117                 l = (2 * l);
118                 if (g(op(sm, dat[l]))) {
119                     sm = op(sm, dat[l]);
120                     l++;
121                 }
122             }
123             return l - size;
124         }
125         sm = op(sm, dat[l]);
126         l++;
127     } while ((l & -l) != l);
128     return _n;
129 }
130 // return l, f(op(a[l], ..., a[r-1])) == true
131 template <bool (*g)(S)>
132 int min_left(int r) {
133     return min_left(r, [](S x) { return g(x); });
134 }
135 template <class G>
136 int min_left(int r, G g) {
137     assert(g(e()));
138     if (r == 0) return 0;
139     r += size;
140     for (int i = log; i >= 1; i--) push((r - 1) >> i);
141     S sm = e();
142     do {
143         r--;
144         while (r > 1 && (r % 2)) r >>= 1;
145         if (!g(op(dat[r], sm))) {
146             while (r < size) {
147                 push(r);
148                 r = (2 * r + 1);
149                 if (g(op(dat[r], sm))) {
150                     sm = op(dat[r], sm);
151                     r--;
152                 }
153             }
154             return r + 1 - size;
155         }
156         sm = op(dat[r], sm);
157     } while ((r & -r) != r);
158     return 0;
159 }
160 };

```

5.2.1 使用例

Range Update & Range Minimum Query

```

1 constexpr int INF = INT32_MAX;
2 constexpr int ID = INT32_MAX;
3
4 int op(int a, int b) { return min(a, b); }
5 int e() { return INF; }
6 int mapping(int f, int a) { return (f == ID ? a : f); }
7 int composition(int f, int g) { return (f == ID ? g : f); }
8 int id() { return ID; }
9

```

```
10 int n;  
11 LazySegmentTree<int, op, e, int, mapping, composition, id> seg(n);
```

Range Add & Range Sum Query

```
1 using S = pair<ll, ll>;  
2  
3 S op(S a, S b) { return S(a.first + b.first, a.second + b.second); }  
4 S e() { return P(0, 0); }  
5 S mapping(ll f, S x) { return S(x.first + f * x.second, x.second); }  
6 ll composition(ll f, ll g) { return f + g; }  
7 ll id() { return 0; }  
8  
9 int n;  
10 vector<S> a(n, S(0, 1));  
11 LazySegmentTree<S, op, e, ll, mapping, composition, id> seg(a);
```

Range Add & Range Minimum Query

```
1 int op(int a, int b) { return min(a, b); }  
2 int e() { return INT32_MAX; }  
3 int mapping(int f, int x) { return x + f; }  
4 int composition(int f, int g) { return f + g; }  
5 int id() { return 0; }  
6  
7 vector<int> a(n, 0);  
8 LazySegmentTree<int, op, e, int, mapping, composition, id> seg(a);
```

Range Update & Range Sum Query

```
1 using S = pair<ll, ll>;  
2 constexpr int ID = INT32_MAX;  
3  
4 S op(S a, S b) { return S(a.first + b.first, a.second + b.second); }  
5 S e() { return S(0, 0); }  
6 S mapping(int f, S x) { return (f == ID ? x : S(f * x.second, x.second)); }  
7 int composition(int f, int g) { return (f == ID ? g : f); }  
8 int id() { return ID; }  
9  
10 int n;  
11 vector<S> a(n, S(0, 1));  
12 LazySegmentTree<S, op, e, int, mapping, composition, id> seg(a);
```