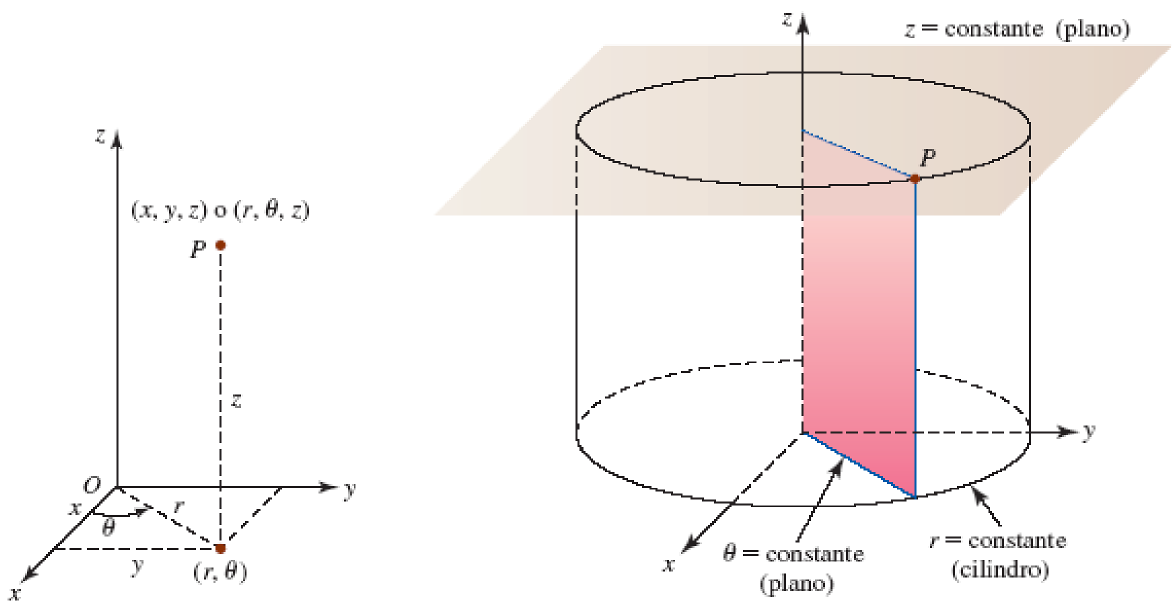
Sistemas de coordenadas 🎉

Jesus Eduardo Avila Mancilla

Cilindrico



> Se utiliza en la resolucion de problemas que tienen incluidas las simetrias de tipo cilindro o acimutal, es una convinacion de coordenadas polares de la geometria analitaca plana, pero esta en **3** dimensiones.

un punto ${p}$ se representa por ($\rho, φ, z$)

Simbolo	Descripcion
ρ	Coordenada radial, la distancia del punto p al eje z o la longitud de la proyeccion del radio vector sobre el plano **XY**
φ	Coordanada acimital como el angulo que forma con el eje **X** la proyeccion del radiovector sobre el plano **XY**.
z	La coordenada *Vertical*, definida como la distancia, con el signo, desde el punto P al plano **XY**.

los Rangos de variacion entre las tres coordenadas son

$$0 \leq \rho < \infty \qquad 0 \leq \varphi < 2\pi \qquad -\infty < z < \infty$$

convertir medidas cartesianas a polares

$$x^2 + y^2 = r^2 \ , \tan\theta = \frac{y}{x}, z = z$$

convertir medidas polares a cartesianas

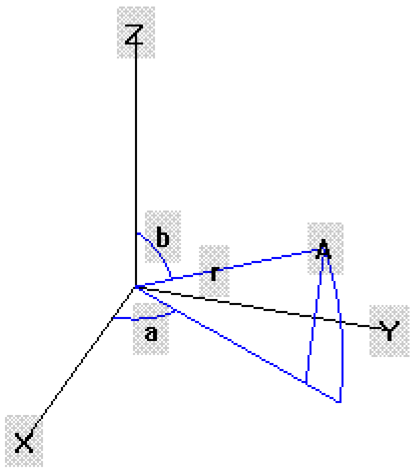
coordenada cilíndrico (r,a,z) su equivalente cartesiano (x,y,z) vendría dado por la relación:

- x=r cos a
- y=r sen a
- z=z

de manera inversa

- z=z
- $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
- $a = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$

Esferico



> Dicese que la forma de identificar un punto en el espacio tridimensional colocado en la superficie de una esfera con centro en el origen y radio determinado mediante tres magnitudes:

Simbolo	Descripcion
r	radio de la esfera
a	la longitud y la latitud
b	los dos anteriores expresados en radianes de forma similar a como se realiza en las coordenadas terrestres

Todo punto A en el espacio tridimensional puede definirse mediante ($rφ,\phi$) o (r,a,b)

una distancia y dos angulos o (r,a,b) o (r,a,b)

1. la distancia radial r donde 0 ${<}{=}$ r < ∞ Let $\text{S}*1(N)* = *sum*{p=1}^N \text{E}(p)$
2. Longitud θ (a en la imagen) la amplitud de los radianes del angulo XOA_a, en sentido antihorario, donde A_x, es la proyeccion del vector $\Overrightarrow{A}$ en el plano XOY
3. Latitud θ (b en la imagen) la amplitud de los radianes del angulo ZOA, $0{<}\phi{<}\pi$

A todo lo anterior de le llama **Coordenadas esfericas de A**.

> A las circunferencias definidas de fijar el radio y la latitud se les conoce como paralelos, cuyos planos son paralelos a XOY y a las circunferencias verticales definidas al dejar constantes las magnitudes del radio y la longitud se les llama meridianos.

A coordenadas cartesianas

Las fórmulas de conversión entre los sistemas esféricos y cartesianos son simples. Dada la coordenada esférica (r,a,b) su equivalente cartesiano $(x,y,z) $ vendría dado por la relación:

- x = $r$$\cos(a)$ $\cos(b)$
- r = $\sin(a)\cos(b)$
- z = $\cos(b)$

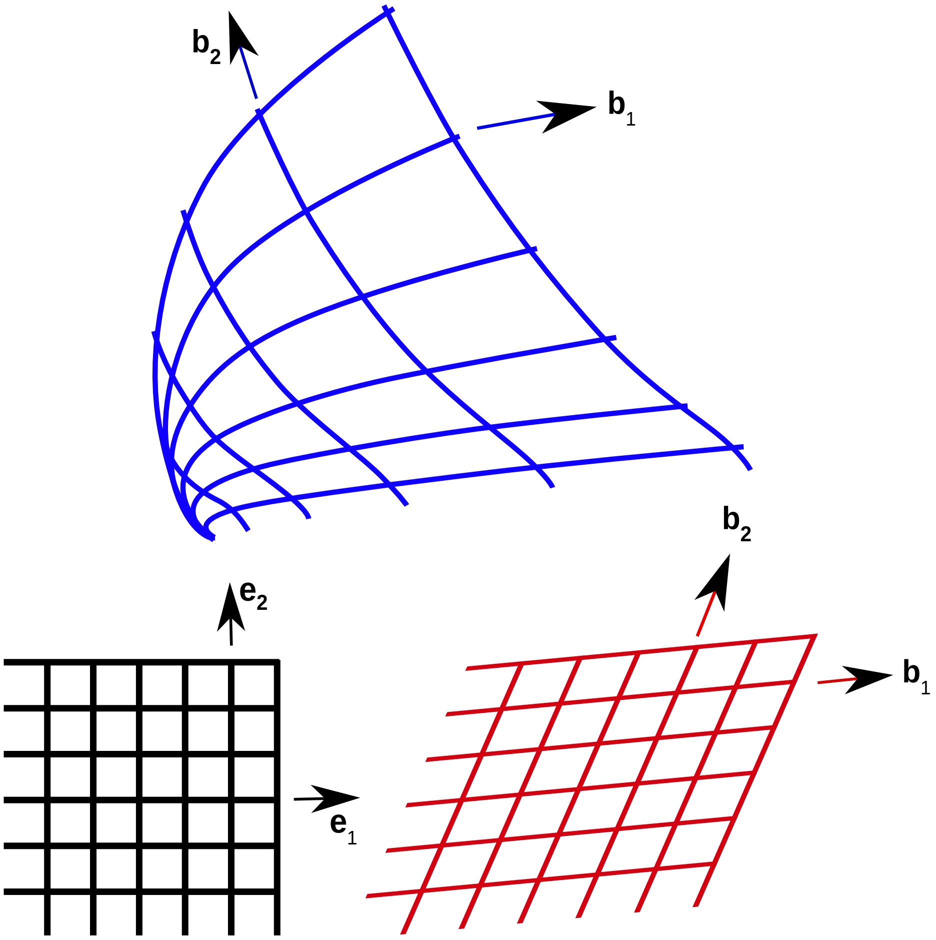
Esfericas y cilindricas

> Si bien las coordenadas esféricas (r,a,b) y cilíndricas (a,R,z) tiene como elemento común el ángulo longitudinal a conformado entre el eje X el origen de coordenadas y la proyección del vector A sobre el plano XOY; aunque difiere en el hecho de que el radio R de la base del cilindro es el módulo del vector proyectado y no como en el sistema esférico, donde el radio r era la distanciaOA.

Por ende, las coordenadas esféricas y las cilíndricas se relacionan mediante las fórmulas:

- r2=z2+R2
- $b = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{z}{R}$

  # Curvilineas



> Un sistema de coordenadas curvilíneos es la forma más general de parametrizar o etiquetar los puntos de un espacio localmente euclídeo o variedad diferenciable (globalmente el espacio puede ser euclídeo pero no necesariamente). Si tenemos un espacio localmente euclídeo M de dimensión m, podemos construir un sistema de coordenadas curvilíneo local en torno a un punto p siempre a partir de cualquier difeomorfismo que cumpla:

Dada una variedad de (pseudo)riemanniana ${\mathcal {M}}$, un conjunto abierto {O} O del mismo y un punto dentro de dicho conjunto abierto $m\in O\subset {\mathcal {M}}$ $m\in O\subset\mathcal{M}$, una carta local o "sistema de coordenadas" local puede representarse por una función:

$$\phi : O \subset \mathcal{M} \to \mathbb{R}^d \qquad p \in O \wedge \phi(p) = (x^1, x^2, \ldots, x^d) \in \mathbb{R}^d$$

Donde d es la dimensión del espacio donde se define el sistema de coordenadas local. Las d curvas coordenadas Ci(t) y sus vectores tangentes vienen definidas por las ecuaciones:

$$\phi(C_i(t)) = (x^1(0), \ldots, x^i(t), \ldots, x^n(0)) \qquad \mathbf{v}_i = C_i'(t) = \frac{\partial}{\partial x^i}$$

> El cálculo diferencial en variedades permite generalizar el concepto de coordenadas cartesianas, cilíndricas o esféricas a variedades diferenciables, es decir, espacios globalmente no euclídeos que sin embargo son localmente euclídeos. Los sistemas de coordenadas totalmente generales son difíciles y en general no tienen propiedades que los hagan interesantes. Una clase especial de estos son las coordenadas ortogonales. Un sistema de coordenadas será ortogonal si los vectores tangentes a las curvas coordenadas xi son ortogonales, es decir, si:

$$g(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) = 0 \ (i \neq j), \qquad g(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_i) = h_i^2(x^1, x^2, \ldots, x^d)$$