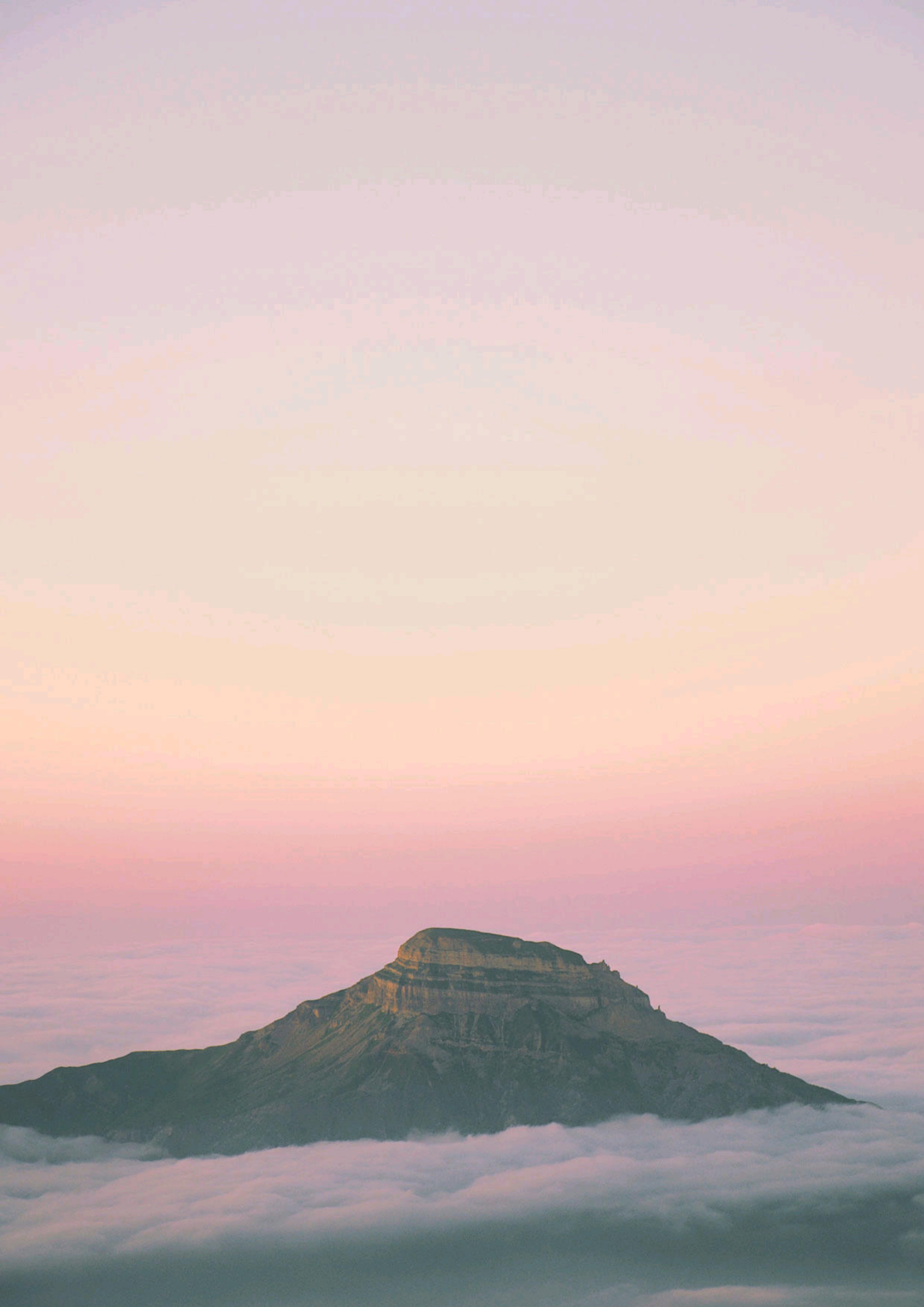
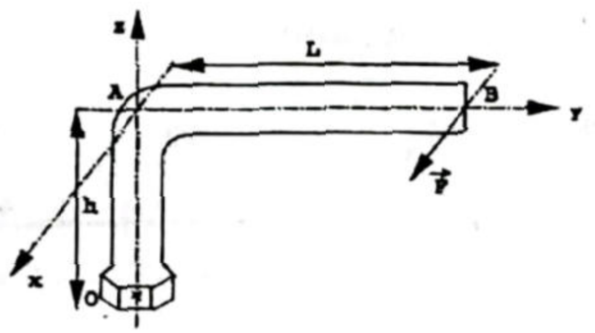


Date: /

Exercice 1 :



our serrer un écrou, on utilise une clef à pipe (S1). On applique à son extrém

1. Exprimer en 0 le torseur de l'action mécanique F.
2. Que représente la composante selon z du moment M(F⟶S1,0) ?
3. Que représente la composante selon y ? Comment la réduire ?

1.
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_o(\vec{F})} = \overrightarrow{M_B(\vec{F})} + \overrightarrow{OB} \wedge (\vec{F})$$
$$= \vec{0} + (h.\vec{z} + c.\vec{y}) \wedge F\vec{x}$$
$$= F(h.\vec{y} - c.\vec{z})$$

$$Mo(\vec{F}) = M_B(\vec{F}) + \overrightarrow{OB} \wedge (\vec{F})$$
$$? = \vec{0} + (h.\vec{z} + c\cdot\vec{y}) \wedge F\cdot\vec{x}$$
$$= F(c\cdot h\cdot\vec{y} - c\cdot\vec{z})$$

soit $$\tau_{(F,1/0)} = \begin{Bmatrix} F & 0 \\ 0 & h.F \\ 0 & -cF \end{Bmatrix}$$

2. soit $-c.F$ la composante en z.

3. soit $h.F$ la composante en y.

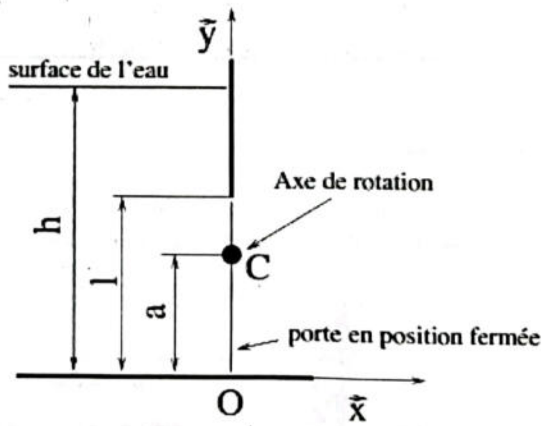
Date: /

Exercice 2 :

On étudie l'action mécanique exercée sur la porte du barrage ci dessous :

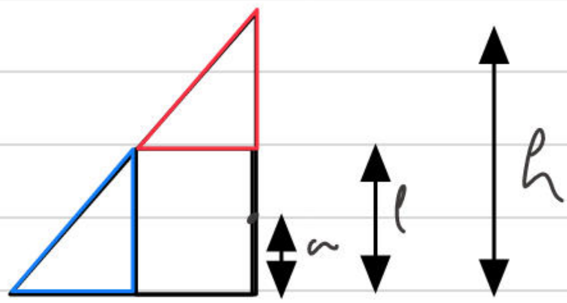
Déterminer le torseur des actions de l'eau en C,

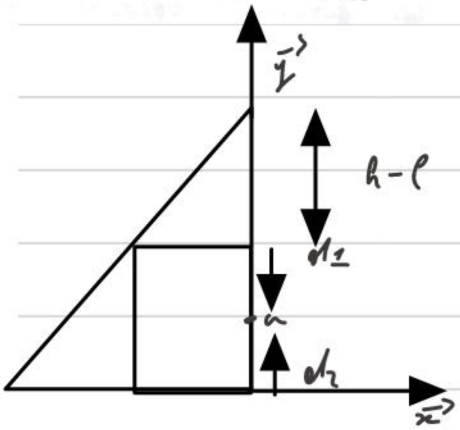
Existe t-il une longueur a pour laquelle la porte reste fermée sans autre action ?



Methode 1 :

$\Leftrightarrow$





$\rho \cdot g \cdot h - [\rho \cdot g (h-l)]$ $\rightarrow$ $\rho \cdot g \cdot (h-l)$

$$R_1 = \rho \cdot g \cdot (h - l) \cdot l$$

$$R_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot l}{2} \cdot l$$

$$\vec{R} = \left(\rho \cdot g \cdot h \cdot l - \rho \cdot g \cdot l^2 + \rho . g \cdot \frac{l^2}{2}\right) \cdot \vec{x} = \left(\rho \cdot g \cdot h \cdot l - \frac{\rho \cdot g \cdot l^2}{2}\right) \cdot \vec{x}$$

$$\overrightarrow{M_{a,c}} = (-R_1 d_1 + R_2 d_2)\vec{z}$$

$$d_1 = \frac{l}{2} - a$$

$$d_2 = a - \frac{l}{3}$$

$$\overrightarrow{M_{a,c}} = -\rho \cdot g(h - l) \cdot l\left(\frac{l}{2} - a\right) + \rho \cdot g - \frac{l^2}{2} \cdot \left(a - \frac{l}{3}\right)$$

Date: /

$$\Leftrightarrow (h-l)\cdot\left(\frac{l}{2}-a\right)+\frac{l}{2}\cdot\left(a-\frac{l}{3}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(h-l+\frac{l}{2}\right)a=(h-l)\cdot\frac{l}{2}+\frac{l^2}{6}$$

$$a=\frac{\frac{h-l}{2}-\frac{l^2}{3}}{h-\frac{l}{2}} \quad \text{si} \quad h=l \Rightarrow a = h \times \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{h}{3}$$

Méthode Integrale :

$$d\vec{F} = \rho . g (h-y).\vec{x}$$

$$\vec{F} = \int_a^{l-a} g(h-y).\vec{x} + \rho.g(h-l)$$

$$= \left[\rho . g\left(h - \frac{y^2}{2}\right)\right]_a^{l-a}$$

$$= \rho.g\left(h-\frac{(l-a)^2}{2}\right) - \rho.g\left(h-\frac{a^2}{2}\right)$$

$$\vec{R} = \int_0^l \rho.g(h-y)\,dy.\vec{x}$$

$$= \left[\rho.g.h.y - \rho.g.\frac{y^2}{2}\right]_0^l$$

$$= \left(\rho.g.h.l - \rho.g.\frac{l^2}{2}\right)\vec{x}$$

$$\vec{M}_{e,c} = \int_0^l (\vec{R} \wedge d\vec{F})\,dy$$

$$= \int_0^l (-a.\vec{y} + y.\vec{y}) \wedge \rho.g(h-y).\vec{x}\,dy$$

$$= -\rho.g \int_0^l (-a.h + a.y + y.h - y^2)\,dy.\vec{z}$$

$$= -\rho.g\left[-a.h + a.\frac{y^2}{2} + \frac{y^2.h}{2} - \frac{y^3}{3}\right]_0^l \vec{z}$$

Équilibre en rot si $\vec{M}_{ec} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow a\left(\frac{l}{2}-h\right) + l\left(\frac{a}{2}-\frac{l}{3}\right)=0$$

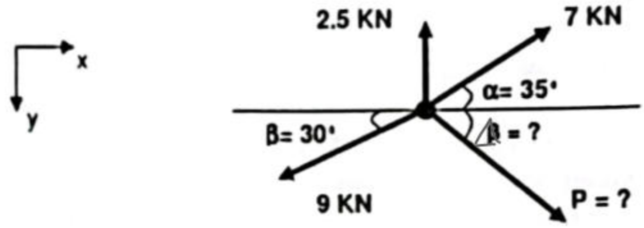
✓

Date: /

Exercice 3 :

Exercice 3 : Equilibre d'un nœud

Déterminez l'équilibre du nœud suivant en calculant la valeur de la force P et son inclinaison par rapport à l'horizontale ß :



$P = f(\Delta)$? $\Delta = ?$

$$\begin{cases} -(2{,}5 + \sin(\alpha).7 - \sin(\beta).9 - \sin(\Delta)P) = 0 \\ (7.\cos(\alpha) + P.\cos(\Delta) - 9.\cos(\beta) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(-\sin(\Delta)P = \sin(\beta).9 - 2{,}5 - 7.\sin(\alpha) \\ P.\cos(\Delta) = 9.\cos(\beta) - 7\cos(\alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan(\Delta) = \frac{\sin(\beta).9 - 2{,}5 - 7.\sin(\alpha)}{9.\cos(\beta) - 7.\cos(\alpha)}$$

$\Delta = \arctan(\tan(\Delta)) = 44°$

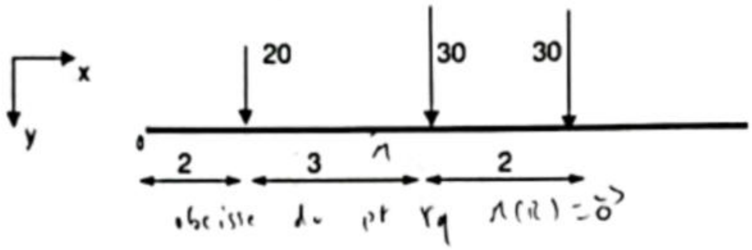
$P = 2{,}8\ kN$

Date: /

Exercice 4 :

Exercice 4 : Résultante d'un système de forces

Calculer la résultante des forces



$\vec{R} = 80\,\vec{y}$

$M_O(\vec{R}) = 20\cdot 2 + 5\cdot 30 + 7\cdot 30 = a \times R$
$= 400$ kN.m

$\tau_{(R\to O)} = \begin{Bmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 400 \end{Bmatrix}$

cherchons le centre d'inertie :

$\Leftrightarrow \quad a \times R = 400$

(bras de levier)

$\Rightarrow \quad a = \dfrac{400}{80} = 5 \text{ m}$

Date: /