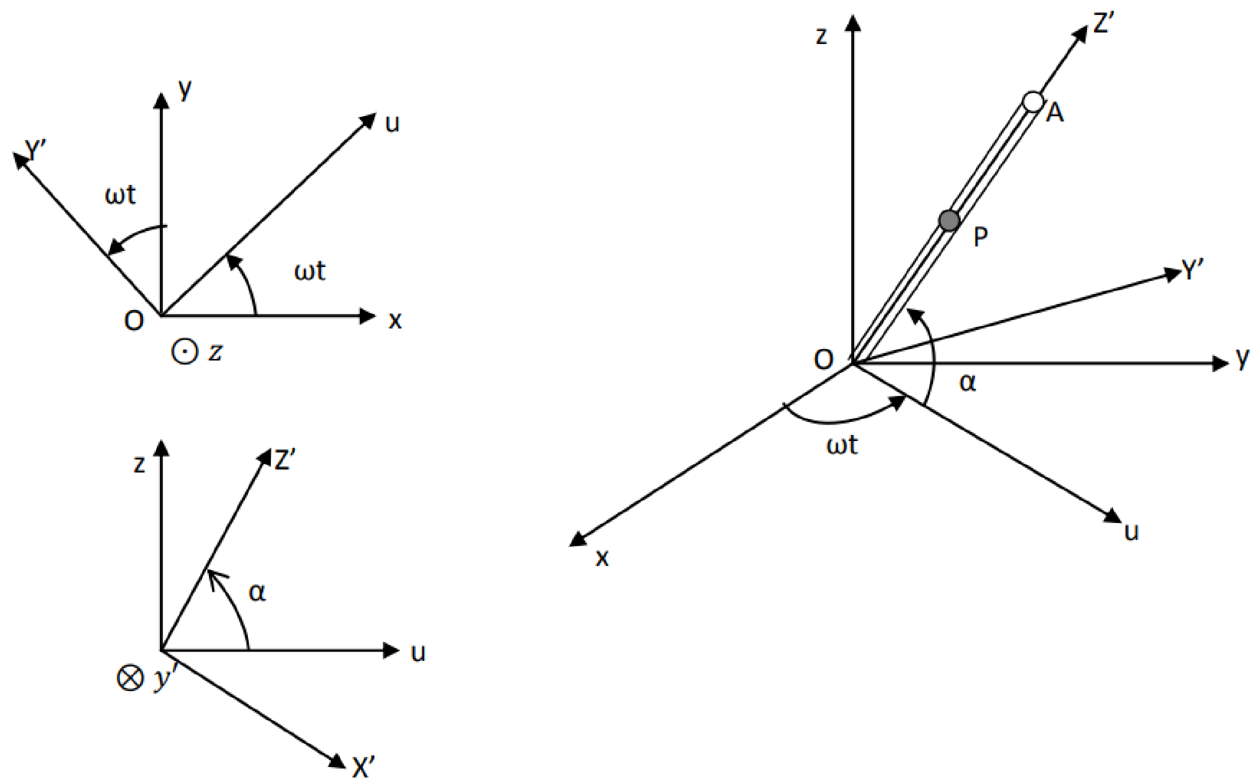
MECANIQUE : TD1C

Exercice 1 :

Un tube cylindrique mince OA, incliné par rapport à l'horizontale d'un angle α, tourne autour de la verticale à une vitesse angulaire constante ω. Un point matériel P de masse m, assujetti à se déplacer dans ce tube, est initialement au repos à la distance a de O, intersection de l'axe vertical de rotation avec le tube. Soient les repères d'espace R (O, i, j, k) constitué de l'axe vertical de rotation Oz et du plan horizontal xoy, R' (O, i', j', k') lié au tube cylindrique d'axe Oz' portant OA, Oy' dans le plan xOy et Ox' complète le trièdre direct.

1- Ecrire le vecteur vitesse angulaire de rotation dans la base du repère mobile R'. On fera par la suite tous les calculs dans cette base.
2- Calculer la vitesse relative et d'entraînement du point matériel P. En déduire sa vitesse absolue.
3- Calculer l'accélération de P par rapport au repère fixe par composition de mouvement.
4- Retrouver les résultats des questions 2 et 3 par calcul direct.
5- AN : déterminer à partir de quelle vitesse de rotation angulaire la masse quitte le tube sachant que OA = 50cm, a = 20cm, m =100g.



Exercice 2 : Boule sur piste circulaire

On se propose d'étudier les mouvements d'une boule B de centre C, de rayon r, de masse m et de moment principal d'inertie I, assujétie à rouler sur une piste circulaire de centre O et de rayon R avec $R \geq r$ (c.f. figure). On suppose que le référentiel lié à la piste est galiléen. On note $(\underline{x}_0, \underline{y}_0, \underline{z})$ la base liée à la piste avec $\underline{x}_0$ vertical descendant. La position de la boule, liée à la base $(\underline{x}_2, \underline{y}_2, \underline{z})$ est repérée au moyen des angles θ et ϕ et de la base intermédiaire $(\underline{x}_1, \underline{y}_1, \underline{z})$ tels que $\theta = (\underline{x}_0, \underline{x}_1)$ et $\phi = (\underline{x}_0, \underline{x}_2)$ mesurés tous deux autour de $\underline{z}$.

1. Calculer la vitesse et l'accélération du point C.
2. Calculer $\dot{\phi}$ en fonction de $\dot{\theta}$ lorsqu'il y a roulement sans glissement en K, point de contact entre la boule et la piste.
3. Donner la matrice d'inertie $I(C)$ de la boule au centre C en fonction du moment d'inertie I.
4. Faire le bilan des efforts appliqués à la boule.
5. Calculer le moment dynamique $\underline{\delta}(K, 2/0)$ de la boule en K par rapport au repère lié à la piste.
6. Donner la définition des équations du mouvement d'un solide puis celle(s) de la boule.
7. Donner en fonction de θ et de ses dérivées temporelles la valeur des efforts de réaction en K.

Théorème de l'énergie cinétique.

8. Calculer l'énergie cinétique galiléenne $T_g(2/0)$ de la boule par rapport au repère lié à la piste.
9. Calculer la puissance galiléenne des efforts extérieurs notée $P_g(ext \rightarrow 2)$ dans le repère lié à la piste. On montrera en particulier que les efforts de réaction de la piste ne « travaillent » pas.
10. Ecrire l'équation de mouvement au moyen du théorème de l'énergie cinétique.
11. L'intégrer une fois par rapport au temps et retrouver le théorème de l'énergie mécanique.

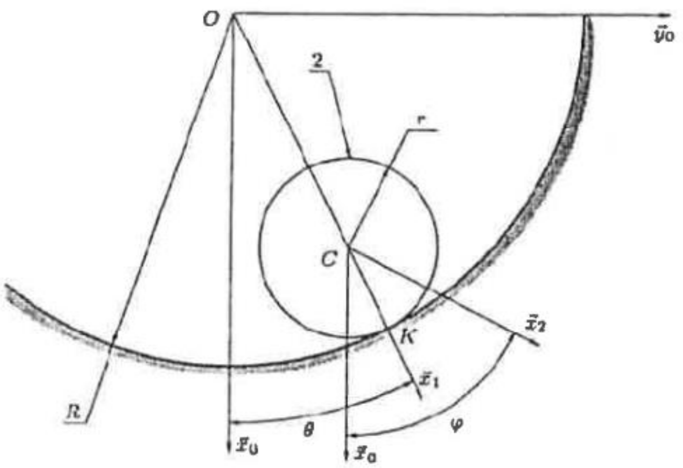


FIG. 1 – Schéma de la boule sur une piste circulaire