Theoretische Informatik

Logik

Wahrheitstafeln

Logik

Wahrheitstafeln

- Definition BOOLEsche Werte
  - Die Menge {wahr, falsch} wird auch als BOOLEsche Menge bezeichnet und als B notiert.
  - Statt »wahr« wird oft auch True oder auch nur T oder 1 geschrieben.
  - Statt »falsch« wird oft auch False oder auch nur F oder 0 geschrieben.

Logik

Wahrheitstafeln – Wahrheitswerte der Operatoren

$\neg$

A	$\neg A$
0	1
1	0

$\wedge$

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\vee$

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

xor

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$\rightarrow$

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$\leftrightarrow$

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

- Worin besteht das Geheimnis Ihres langen Lebens?”, wurde ein 100 Jähriger gefragt.
- Ich halte mich streng an die Diätregeln:
  - » Wenn ich kein Bier zu einer Mahlzeit trinke, dann habe ich immer Fisch.
  - » Immer wenn ich Fisch und Bier zur selben Mahlzeit habe, verzichte ich auf Eiscreme.
  - » Wenn ich Eiscreme habe oder Bier meide, dann rühre ich Fisch nicht an.

- Fragen:
  - » Wie sind die logischen Formeln
  - » Bestimme anhand von Wahrheitstafeln, welche Menüs die Diätregel erfüllen

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

- Ich halte mich streng an die Diätregeln:
  - Wenn ich kein Bier zu einer Mahlzeit trinke, dann habe ich immer Fisch. → $\neg B \to F$
  - Immer wenn ich Fisch und Bier zur selben Mahlzeit habe, verzichte ich auf Eiscreme. $F \wedge B \to \neg E$
  - Wenn ich Eiscreme habe oder Bier meide, dann rühre ich Fisch nicht an. → $E \vee \neg B \to \neg F$
- Wie sind die logischen Formeln

$$\neg B \to F$$

$$F \wedge B \to \neg E$$

$$E \vee \neg B \to \neg F$$

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

$$\neg B \rightarrow F$$

$$F \wedge B \rightarrow \neg E$$

$$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$$

- Bestimme anhand von Wahrheitstafeln, welche Menüs die Diätregel erfüllen

B	F	E	$F \wedge B$	$E \vee \neg B$	$\neg B \rightarrow F$	$F \wedge B \rightarrow \neg E$	$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

- Bestimme anhand von Wahrheitstafeln, welche Menüs die Diätregel erfüllen

$\neg B \rightarrow F$

$F \wedge B \rightarrow \neg E$

$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$

B	F	E	$F \wedge B$	$E \vee \neg B$	$\neg B \rightarrow F$	$F \wedge B \rightarrow \neg E$	$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$
0	0	0	0				
0	0	1	0				
0	1	0	0				
0	1	1	0				
1	0	0	0				
1	0	1	0				
1	1	0	1				
1	1	1	1				

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

$$\neg B \rightarrow F$$

$$F \wedge B \rightarrow \neg E$$

$$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$$

- Bestimme anhand von Wahrheitstafeln, welche Menüs die Diätregel erfüllen

B	F	E	$F \wedge B$	$\mathrm{E} \vee \neg B$	$\neg B \rightarrow \mathrm{F}$	$F \wedge B \rightarrow \neg \mathrm{E}$	$\mathrm{E} \vee \neg B \rightarrow \neg \mathrm{F}$
0	0	0	0	1			
0	0	1	0	1			
0	1	0	0	1			
0	1	1	0	1			
1	0	0	0	0			
1	0	1	0	1			
1	1	0	1	0			
1	1	1	1	1			

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

- Bestimme anhand von Wahrheitstafeln, welche Menüs die Diätregel erfüllen

$\neg B \rightarrow F$

$F \wedge B \rightarrow \neg E$

$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$

B	F	E	$F \wedge B$	$E \vee \neg B$	$\neg B \rightarrow F$	$F \wedge B \rightarrow \neg E$	$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$
0	0	0	0	1	0		
0	0	1	0	1	0		
0	1	0	0	1	1		
0	1	1	0	1	1		
1	0	0	0	0	1		
1	0	1	0	1	1		
1	1	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

$\neg B \rightarrow F$

$F \wedge B \rightarrow \neg E$

$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$

- Bestimme anhand von Wahrheitstafeln, welche Menüs die Diätregel erfüllen

B	F	E	$F \wedge B$	$E \vee \neg B$	$\neg B \rightarrow F$	$F \wedge B \rightarrow \neg E$	$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$
0	0	0	0	1	0	1	
0	0	1	0	1	0	1	
0	1	0	0	1	1	1	
0	1	1	0	1	1	1	
1	0	0	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	1	0	
1	1	0	1	0	1	1	
1	1	1	1	1	1	0	

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

$\neg B \rightarrow F$

$F \wedge B \rightarrow \neg E$

$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$

- Bestimme anhand von Wahrheitstafeln, welche Menüs die Diätregel erfüllen

B	F	E	$F \wedge B$	$E \vee \neg B$	$\neg B \rightarrow F$	$F \wedge B \rightarrow \neg E$	$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0

Logik

Wahrheitstafeln – Beispiel

$\neg B \rightarrow F$

$F \wedge B \rightarrow \neg E$

$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$

- Bestimme anhand von Wahrheitstafeln, welche Menüs die Diätregel erfüllen

B	F	E	$F \wedge B$	$E \vee \neg B$	$\neg B \rightarrow F$	$F \wedge B \rightarrow \neg E$	$E \vee \neg B \rightarrow \neg F$
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0

Logik

Rechenregeln zum Umformen von Formeln – Vereinfachungen

(1)	a	$\leftrightarrow$	$\neg \neg a$	Idempotenz
(2)	$a \wedge a$	$\leftrightarrow$	a	
(3)	$a \vee a$	$\leftrightarrow$	a	
(4)	$a \wedge b$	$\leftrightarrow$	$b \wedge a$	Kommutativität
(5)	$a \vee b$	$\leftrightarrow$	$b \vee a$	
(6)	$(a \wedge b) \wedge c$	$\leftrightarrow$	$a \wedge (b \wedge c)$	Assoziativität
(7)	$(a \vee b) \vee c$	$\leftrightarrow$	$a \vee (b \vee c)$	
(8)	$(a \vee b) \wedge c$	$\leftrightarrow$	$(a \wedge c) \vee (b \wedge c)$	Distributivität
(9)	$(a \wedge b) \vee c$	$\leftrightarrow$	$(a \vee c) \wedge (b \vee c)$	
(10)	$\neg (a \wedge b)$	$\leftrightarrow$	$\neg a \vee \neg b$	De Morgan
(11)	$\neg (a \vee b)$	$\leftrightarrow$	$\neg a \wedge \neg b$	
(12)	$a \rightarrow b$	$\leftrightarrow$	$\neg a \vee b$	Implikation
(13)	$(a \leftrightarrow b)$	$\leftrightarrow$	$(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$	Äquivalenz

Logik

Rechenregeln zum Umformen von Formeln – Vereinfachungen

(14)	$(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)$	$\rightarrow$	$(a \rightarrow c)$	Transitivität
(15)	$a \wedge 0$	$\leftrightarrow$	0	
(16)	$a \wedge 1$	$\leftrightarrow$	a	neutrales Element
(17)	$a \vee 0$	$\leftrightarrow$	a	neutrales Element
(18)	$a \vee 1$	$\leftrightarrow$	1	
(19)	$a \wedge \neg a$	$\leftrightarrow$	0	
(20)	$a \vee \neg a$	$\leftrightarrow$	1	
(21)	$a \wedge (a \vee b)$	$\leftrightarrow$	a	b ist überflüssige Aussage
(22)	$a \vee (a \wedge b)$	$\leftrightarrow$	a	b ist überflüssige Aussage
(23)	$(a \wedge b \leftrightarrow 1)$	$\leftrightarrow$	$a \wedge b$	
(24)	$(a \wedge b \leftrightarrow 1)$	$\leftrightarrow$	$(a \leftrightarrow 1) \wedge (b \leftrightarrow 1)$	

Logik

Wahrheitstafeln – Nachweis der Regeln

- Beispiel der Regel 8: $(a \vee b) \wedge c \leftrightarrow (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$

a	b	c	a∨b	(a∨b)∧c	(a∧c)	(b∧c)	{(a∧c)∨(b∧c)}	(8)
0	0	0						
0	0	1						
0	1	0						
0	1	1						
1	0	0						
1	0	1						
1	1	0						
1	1	1						

- Wahrheitswert jeder Regel ist immer 1 (unabhängig von den Wahrheitswerten von a, b, c).
- → (8) ist eine allgemeingültige Formel oder Tautologie

Logik

Wahrheitstafeln – Nachweis der Regeln

- Beispiel der Regel 8: $(a \vee b) \wedge c \leftrightarrow (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$

a	b	c	a∨b	(a∨b)∧c	(a∧c)	(b∧c)	(a∧c)∨(b∧c)	(8)
0	0	0	0	0				
0	0	1	0	0				
0	1	0	1	0				
0	1	1	1	1				
1	0	0	1	0				
1	0	1	1	1				
1	1	0	1	0				
1	1	1	1	1				

- Wahrheitswert jeder Regel ist immer 1 (unabhängig von den Wahrheitswerten von a, b, c).
- → (8) ist eine allgemeingültige Formel oder Tautologie

Logik

Wahrheitstafeln – Nachweis der Regeln

- Beispiel der Regel 8: $(a \vee b) \wedge c \leftrightarrow (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$

a	b	c	a∨b	(a∨b)∧c	(a∧c)	(b∧c)	(a∧c)∨(b∧c)	(8)
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

- Wahrheitswert jeder Regel ist immer 1 (unabhängig von den Wahrheitswerten von a, b, c).
- → (8) ist eine allgemeingültige Formel oder Tautologie

Logik

Wahrheitstafeln Beispiel zur Umformulierung

- Was bedeutet die Formel
  $\neg F \wedge \neg G \wedge \neg (\neg A \wedge \neg (F \vee G))$

(10)	$\neg F \wedge \neg G \wedge (\neg\neg A \vee \neg\neg (F \vee G))$
(1)	$\neg F \wedge \neg G \wedge (A \vee F \vee G)$
(8)	$\neg F \wedge ((\neg G \wedge A) \vee (\neg G \wedge F) \vee (\neg G \wedge G))$
(19)	$\neg F \wedge ((\neg G \wedge A) \vee (\neg G \wedge F) \vee 0)$
(17)	$\neg F \wedge ((\neg G \wedge A) \vee (\neg G \wedge F))$
(8)	$(\neg F \wedge \neg G \wedge A) \vee (\neg F \wedge \neg G \wedge F)$
(4)	$(\neg F \wedge \neg G \wedge A) \vee (\neg F \wedge F \wedge \neg G)$
(19)	$(\neg F \wedge \neg G \wedge A) \vee (0 \wedge \neg G)$
(15)	$(\neg F \wedge \neg G \wedge A) \vee 0$
(17)	$\neg F \wedge \neg G \wedge A$

Logik

Wahrheitstafeln – unser Beispiel

1. Wenn ich genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Auto.
2. Wenn ich nicht genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Fahrrad.
3. Wenn ich ein Auto kaufe, fahre ich nach Spanien in Urlaub.
4. Wenn ich ein Fahrrad kaufe, bleibe ich im Urlaub in Karlsruhe.
5. Ich habe im Vorjahr kein gespartes Geld verbraucht.
6. In diesem Jahr habe ich keine anderen Ausgaben.
7. Es stimmt nicht, daß ich nicht genug Geld gespart habe und weder im Vorjahr gespartes Geld verbraucht habe noch in diesem Jahr andere Ausgaben habe.

G := XY hat genug Geld gespart
A := XY kauft ein Auto
F := XY kauft ein Fahrrad
S := XY fährt nach Spanien in Urlaub
K := XY bleibt im Urlaub in Karlsruhe
V := XY hat im Vorjahr gespartes Geld verbraucht
D := XY hat in diesem Jahr andere Ausgaben

B1	wenn G, dann A	$G \Rightarrow A$
B2	wenn (nicht G), dann F	$\neg G \Rightarrow F$
B3	wenn A, dann S	$A \Rightarrow S$
B4	wenn F, dann K	$F \Rightarrow K$
B5	nicht V	$\neg V$
B6	nicht D	$\neg D$
B7	nicht ((nicht G) und (nicht V und nicht D))	$\neg(\neg G \wedge (\neg V \wedge \neg D))$

Logik

Wahrheitstafeln – unser Beispiel

1. Wenn ich genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Auto.
2. Wenn ich nicht genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Fahrrad.
3. Wenn ich ein Auto kaufe, fahre ich nach Spanien in Urlaub.
4. Wenn ich ein Fahrrad kaufe, bleibe ich im Urlaub in Karlsruhe.
5. Ich habe im Vorjahr kein gespartes Geld verbraucht.
6. In diesem Jahr habe ich keine anderen Ausgaben.
7. Es stimmt nicht, daß ich nicht genug Geld gespart habe und weder im Vorjahr gespartes Geld verbraucht habe noch in diesem Jahr andere Ausgaben habe.

G := Max hat genug Geld gespart
A := Max kauft ein Auto
F := Max kauft ein Fahrrad
S := Max fährt nach Spanien in Urlaub
K := Max bleibt im Urlaub in Karlsruhe
V := Max hat im Vorjahr gespartes Geld verbraucht
D := Max hat in diesem Jahr andere Ausgaben

B1	wenn G, dann A	$G \Rightarrow A$
B2	wenn (nicht G), dann F	$\neg G \Rightarrow F$
B3	wenn A, dann S	$A \Rightarrow S$
B4	wenn F, dann K	$F \Rightarrow K$
B5	nicht V	$\neg V$
B6	nicht D	$\neg D$
B7	nicht ((nicht G) und (nicht V und nicht D))	$\neg(\neg G \wedge (\neg V \wedge \neg D))$

Dann wäre folgende Belegungsfunktionen

- $\alpha_1 = G \mapsto 1; A \mapsto 1; F \mapsto 0; S \mapsto 1; K \mapsto 0; V \mapsto 0; D \mapsto 0$

oder

- $\alpha_2 = G \mapsto 0; A \mapsto 0; F \mapsto 1; S \mapsto 0; K \mapsto 1; V \mapsto 0; D \mapsto 0$

$\alpha_1(S) = 1$, d. h. Max fährt nach Spanien und
$\alpha_2(K) = 1$, d. h. Max bleibt in Karlsruhe.
Welche der beiden Belegungsfunktionen ist »richtig«?

Wahrheitstafeln

- Satz: Anzahl Belegungsfunktionen (Interpretationen)
  - Enthält eine Aussage a die Aussagenvariablen $A_1, A_2, \ldots A_n$, dann gibt es 2^n verschiedene Belegungsfunktionen α_i.
    D. h. die Wahrheitstabelle hat 2^n viele Zeilen.

Logik

Wahrheitstafeln

- Belegungsfunktionen (Interpretationen)
  - In der Aussagenlogik ist eine Belegung definiert als eine Abbildung der Menge der Aussagevariablen auf die Menge {0, 1}
  - $\alpha(A_1, A_2, \ldots A_n)$ hat den Wert 0 oder 1
    Je nach Belegung von $A_1, A_2, \ldots A_n$
- Zum Beispiel: A ^ B hat vier Belegungsfunktionen
  - $\alpha(0, 0) = 0$
  - $\alpha(0, 1) = 0$
  - $\alpha(1, 0) = 0$
  - $\alpha(1, 1) = 1$

Logik

Wahrheitstafeln

- Beweis: Anzahl Belegungsfunktionen (Interpretationen)
  - Für $n = 1$ gibt es genau zwei Funktionen $\alpha_1(A_1) \mapsto 0$ und $\alpha_2(A_1) \mapsto 1$.
  - Wenn es für eine Formel mit n Variablen 2^n viele Belegungsfunktionen $\alpha_1, \ldots \alpha_{2^n}$ gibt und man der Formel eine weitere Aussagenvariablen A_{n+1} »hinzufügt«, dann gibt es die für die neue Variable A_{n+1} die beiden Fälle $\alpha' : A_{n+1} \mapsto 0$ und $\alpha'' : A_{n+1} \mapsto 1$.
    Es werden nun Funktion $\alpha_i'(x) = \alpha_i(x)$ und $\alpha_i''(x) = \alpha_i(x)$ (mit $x \in \{A_1, \ldots, A_n\}$ und $1 \leq i \leq 2^n$) definiert.
    Zusätzlich wird $\alpha_i'(A_{n+1}) \mapsto 0$ und $\alpha_i''(A_{n+1}) \mapsto 1$ definiert.
    Somit ist die Zahl der Belegungsfunktion verdoppelt. D. h. die Zahl der Belegungsfunktionen beträgt nun 2^{n+1}. $\square$

Logik

Wahrheitstafeln

- Definition Erfüllbarkeit
  - Eine aussagenlogische Aussage a heißt erfüllbar, wenn es eine Belegungsfunktion α der in der Aussage a enthaltenen Aussagenvariablen (A, B, …) gibt, so dass $\alpha(a) \to 1$,
  - d. h. es gibt mindestens eine Zeile in der Wahrheitstafel, so dass a wahr ist.
- Definition Tautologie
  - Eine Tautologie ist in der Logik eine Aussage a, die allgemeingültig, also **immer** wahr ist.
  - Eine Aussage a ist immer wahr, wenn für alle Belegungsfunktion α_i der in der Aussage a enthaltenen Aussagenvariablen (A, B, …) stets gilt, dass $\alpha_i(a) \to 1$
    d. h. wenn die Wahrheitstafel für alle Belegungen »wahr« ist.

Logik

Wahrheitstafeln

- Beispiele für Tautologie

a	$a \vee \neg a$	$(a \wedge \neg a)$	$\Leftrightarrow$	0
0	1	0	1	
1	1	0	1	

Logik

Wahrheitstafeln – unser Beispiel

1. Wenn ich genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Auto.
2. Wenn ich nicht genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Fahrrad.
3. Wenn ich ein Auto kaufe, fahre ich nach Spanien in Urlaub.
4. Wenn ich ein Fahrrad kaufe, bleibe ich im Urlaub in Karlsruhe.
5. Ich habe im Vorjahr kein gespartes Geld verbraucht.
6. In diesem Jahr habe ich keine anderen Ausgaben.
7. Es stimmt nicht, daß ich nicht genug Geld gespart habe und weder im Vorjahr gespartes Geld verbraucht habe noch in diesem Jahr andere Ausgaben habe.

G := Max hat genug Geld gespart
A := Max kauft ein Auto
F := Max kauft ein Fahrrad
S := Max fährt nach Spanien in Urlaub
K := Max bleibt im Urlaub in Karlsruhe
V := Max hat im Vorjahr gespartes Geld verbraucht
D := Max hat in diesem Jahr andere Ausgaben

B1	wenn G, dann A	$G \Rightarrow A$
B2	wenn (nicht G), dann F	$\neg G \Rightarrow F$
B3	wenn A, dann S	$A \Rightarrow S$
B4	wenn F, dann K	$F \Rightarrow K$
B5	nicht V	$\neg V$
B6	nicht D	$\neg D$
B7	nicht ((nicht G) und (nicht V und nicht D))	$\neg(\neg G \wedge (\neg V \wedge \neg D))$

Logik

Wahrheitstafeln – unser Beispiel

1. Wenn ich genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Auto.
2. Wenn ich nicht genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Fahrrad.
3. Wenn ich ein Auto kaufe, fahre ich nach Spanien in Urlaub.
4. Wenn ich ein Fahrrad kaufe, bleibe ich im Urlaub in Karlsruhe.
5. Ich habe im Vorjahr kein gespartes Geld verbraucht.
6. In diesem Jahr habe ich keine anderen Ausgaben.
7. Es stimmt nicht, daß ich nicht genug Geld gespart habe und weder im Vorjahr gespartes Geld verbraucht habe noch in diesem Jahr andere Ausgaben habe.

G := Max hat genug Geld gespart
A := Max kauft ein Auto
F := Max kauft ein Fahrrad
S := Max fährt nach Spanien in Urlaub
K := Max bleibt im Urlaub in Karlsruhe
V := Max hat im Vorjahr gespartes Geld verbraucht
D := Max hat in diesem Jahr andere Ausgaben

Formal:

B1	$G \Rightarrow A$
B2	$\neg G \Rightarrow F$
B3	$A \Rightarrow S$
B4	$F \Rightarrow K$
B5	$\neg V$
B6	$\neg D$
B7	$\neg(\neg G \wedge (\neg V \wedge \neg D))$

- Wie herausfinden, wohin Max reist?
- Prüfen der Erfüllbarkeit von B1^B2^B3^B4^B5^B6^B7

G	A	F	S	K	V	D	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	$\bigwedge_{i=1}^{7} B_i$
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
								...						
1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

- Max fährt nach Spanien!

Logik

Wahrheitstafeln – unser Beispiel

1. Wenn ich genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Auto.
2. Wenn ich nicht genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Fahrrad.
3. Wenn ich ein Auto kaufe, fahre ich nach Spanien in Urlaub.
4. Wenn ich ein Fahrrad kaufe, bleibe ich im Urlaub in Karlsruhe.
5. Ich habe im Vorjahr kein gespartes Geld verbraucht.
6. In diesem Jahr habe ich keine anderen Ausgaben.
7. Es stimmt nicht, daß ich nicht genug Geld gespart habe und weder im Vorjahr gespartes Geld verbraucht habe noch in diesem Jahr andere Ausgaben habe.

G := Max hat genug Geld gespart
A := Max kauft ein Auto
F := Max kauft ein Fahrrad
S := Max fährt nach Spanien in Urlaub
K := Max bleibt im Urlaub in Karlsruhe
V := Max hat im Vorjahr gespartes Geld verbraucht
D := Max hat in diesem Jahr andere Ausgaben

Formal:

B1	$G \Rightarrow A$
B2	$\neg G \Rightarrow F$
B3	$A \Rightarrow S$
B4	$F \Rightarrow K$
B5	$\neg V$
B6	$\neg D$
B7	$\neg(\neg G \wedge (\neg V \wedge \neg D))$

- Gibt es in diesem Beispiel weitere „Lösungen, d. weitere Zeilen mit B1^B2^B3^B4^B5^B6^B7 = 1

	G	A	F	S	K	V	D
Ja:	1	1	0	1	0	0	0
	1	1	0	1	1	0	0
	1	1	1	1	1	0	0

- D.h. Max macht beides

Logik

Wahrheitstafeln - Übung

- **Formalisieren Sie folgende Behauptungen** und stellen Sie über die Wahrheitstafel die Lösung fest.
- Ein Fall von Inspektor Craig (nach Smullyan):

1. Wenn A schuldig und B unschuldig ist, so ist C schuldig.
2. C arbeitet niemals allein.
3. A arbeitet niemals mit C.
4. Niemand außer A, B und C war beteiligt, und mindestens einer von Ihnen ist schuldig.

Logik

Wahrheitstafeln

- Satz: **Aufwand** Nachweis Tautologie bzw. Erfüllbarkeit
- Für den Nachweis der Erfüllbarkeit, nicht-Erfüllbarkeit, Tautologie, keine Tautologie einer Aussage müssen untersucht werden:

Was	günstigster Fall	ungünstigster Fall
Erfüllbarkeit	eine Zeile	alle Zeilen
nicht Erfüllbar	alle Zeilen	alle Zeilen
Tautologie	alle Zeilen	alle Zeilen
keine Tautologie	eine Zeile	alle Zeilen

Logik

Wahrheitstafeln

- Bemerkungen
  - » Das Beweisen mittels Wahrheitstabellen ist ein semantisches Verfahren, da der Wahrheitsgehalt der Aussagenvariablen untersucht wird.
  - » Es hat oft exponentielle Laufzeit.
  - » Geht es auch anders?