Kapitel 2 Diskrete Mathematik - Mengen / Mengenalgebra

Rolf Felder

January 4, 2023

1. 2.1 Mengen
2. 2.2 Mengenalgebra
3. 2.3 Mächtigkeit von Mengen bestimmen - Siebformeln
4. 2.4 Potenz- und Produktmenge
5. 2.5 Einsatzgebiete Mengen in der Informatik
6. 2.6 Was ist mitzunehmen
7. 2.7 Literatur
8. 2.8 Übungsaufgaben

2.1 Definition Menge - Teilmengen

Definition einer Menge : (nach Georg Cantor (1845-1918)

> Unter einer ‚Menge' verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten m unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die ‚Elemente' von M genannt werden) zu einem Ganzen."

Schreibweise

Konventionen:

- Mengen werden mit Großbuchstaben bezeichnet, zum Beispiel A, B, C, …
- Objekte a,b,c… einer Menge werden als Elemente bezeichnet.
- „x ist Element der Menge A", formal: $x \in A$

  „x ist nicht Element der Menge A", formal: $x \notin A$

Beschreibung von Mengen

- Aufzählend: $A := \{a, b, \ldots, z\}$
  - Mengenklammer { } fasst Buchstaben zur Menge zusammen
  - Menge ist durch die Aufzählung ihrer Elemente beschrieben
  - Nicht alle Elemente müssen hingeschrieben werden, Verwendung von …
- Charakteristische / definierte Eigenschaft als Schreibweise: $M := \{\omega : \omega \text{ hat die Eigenschaft} \ldots\}$

  „M ist die Menge aller Objekte ω mit den Eigenschaften …"

2.1 Definition Menge

Teilmengenbeziehung und Gleichheit

Definitionen

Es seien X und Y Mengen.

1. Falls jedes Element von X auch Element von Y ist, so heißt X eine Teilmenge von Y.
   <u>Schreibweise:</u> $X \subseteq Y$ (**Mengeninklusion**)

2. Gilt $X \subseteq Y$ und $Y \subseteq X$, so sind beide Mengen **gleich**.
   <u>Schreibweise:</u> $X = Y$
   Also ist jedes Element aus X auch Element von Y und umgekehrt.

3. Gilt $X \subseteq Y \wedge X \neq Y$, so sagt man „X ist eine **echte Teilmenge** von Y".
   <u>Schreibweise:</u> $X \subset Y$

2.1 Definition Menge - Teilmengen

Teilmengenbeziehung und Gleichheit (Beispiele)

1. Teilmenge: $\{x \mid x \text{ ist eine Primzahl}\}$

$\{x \mid x \in \mathbb{N} \ \land \ x = \sqrt{4}\}$

$\{2\}$

2. Gleichheit:

- {1,2,2,2} = {1,2}
- {Karlsruhe, Frankfurt, Stuttgart, Karlsruhe} = {Karlsruhe, Frankfurt, Stuttgart}
- Gegeben seien

$$C := \{a, c, e, f, g, h\}$$
$$D := \{a, c, a, a, e, f, g, g, g, g, g, h, h\}$$
$$E := \{h, g, f, a, c, e\}$$

Es folgt C = D = E

2.1 Definition Menge - Mächtigkeit von endlichen Mengen

Mächtigkeit von endlichen Mengen :

Definition: Die Mächtigkeit bzw. Kardinalität einer Menge ist die Anzahl der Elemente dieser Menge.

Schreibweise: |A| für die Mächtigkeit von der Menge A

Endliche vs. unendliche Mengen:

- Mächtigkeit einer endlichen Menge ist eine Zahl
- Mächtigkeit einer unendlichen Menge U lautet $|U| = \infty$

Beispiele:

- Für $A := \{a, b, \ldots, z\}$ gilt $|A| = 26$
- $|C| = |D| = |E| = 6$ für $C := \{a, c, e, f, g, h\}$

$$D := \{a, c, a, a, e, f, g, g, g, g, g, h, h\}$$
$$E := \{h, g, f, a, c, e\}$$

Zur Beachtung : Mengen mit unendlich vielen Elementen haben die Mächtigkeit unendlich ($= \infty$) ($\rightarrow$ **Kapitel 3)**.

Leere Menge :

- **Definition :** Eine Menge, die kein Element besitzt, heisst **leere Menge**.
- **Schreibweise :** $\{\} = \emptyset$
- **Es gilt :** $\emptyset \subset M$ für alle Mengen M.
- **Mächtigkeit :** $|\{\}| = |\emptyset| = 0$.

2.2 Mengenalgebra - Operationen mit Mengen

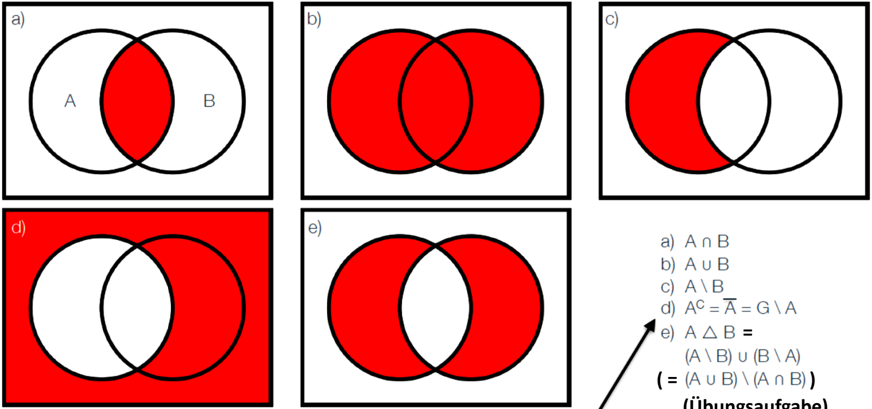
Schnitt, Vereinigung, Differenz

Definitionen:

1. Die **Schnittmenge** $X \cap Y$ ist die Menge der Elemente, die in X und Y liegen.
   Schreibweise: $X \cap Y := \{ a : a \in X \text{ und } a \in Y \}$
2. Die **Vereinigungsmenge** $X \cup Y$ von X und Y ist die Menge der Elemente, die in X oder Y liegen. [Achtung: „Oder" bedeutet hier nicht „entweder oder".]
   Schreibweise: $X \cup Y := \{ a : a \in X \text{ oder } a \in Y \}$
3. Die **Mengendifferenz** $Y \setminus X$ ist die Menge aller Objekte, die in Y, aber nicht in X liegen.
   Schreibweise: $Y \setminus X := \{ a : a \in Y \text{ und } a \notin X \}$
4. Die **symmetrische Differenz** $X \Delta Y$ von Y und Y ist die Menge der Elemente, die in X oder in Y, aber nicht gleichzeitig in X und Y liegen.
   Schreibweise: $X \Delta Y := (X \cup Y) \setminus (X \cap Y)$

2.2 Mengenalgebra - Bildliche Darstellung der Verknüpfungen

Bildliche Darstellung der Verknüpfungen :



a) $A \cap B$

b) $A \cup B$

c) $A \setminus B$

d) $A^C = \overline{A} = G \setminus A$

e) $A \triangle B$ **=**

$(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

(= $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ **)**

(Übungsaufgabe)

bei d): „Komplementärmenge“

2.2 Mengenalgebra - Gesetze der Mengenalgebra

Verknüpfung von Mengen

Lemma
Sind A und B Mengen, so gelten stehts

$$A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$$
$$A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B$$

Ist speziell A eine Teilmenge von B, so gelten ferner

$$A \cap B = A$$
$$A \cup B = B$$

Definition
Sind X und Y Mengen mit $X \cap Y = \{\}$
so nennt man X und Y **disjunkt** (elementfremd).

Verknüpfung von Mengen - Komplement

Definition
Es existiert eine Grundmenge M. Ist X ⊆ M, so heißt die Menge $X^C := M \backslash X$
das **Komplement** von X in M. Andere Schreibweise: $X^C = \overline{X}$

2.2 Mengenalgebra - Gesetze der Mengenalgebra

Seien A, B, C Teilmengen einer Grundmenge M. Dann gelten folgende Gesetze

1. $A \cup B = B \cup A$ (Kommutativgesetz)
2. $A \cap B = B \cap A$ (Kommutativgesetz)
3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (Assoziativgesetz)
4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (Assoziativgesetz)
5. $A \cap (A \cup B) = A$ (Verschmelzungsgesetz / Absorptionsgesetz)
6. $A \cup (A \cap B) = A$ (Verschmelzungsgesetz / Absorptionsgesetz)
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (Distributivgesetz)
8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (Distributivgesetz)
9. $A \cap M = A$ und $A \cup \emptyset = A$ (neutrale Elemente bezgl. $\cap$ und $\cup$)
10. $A \cap \overline{A} = \emptyset$ und $A \cup \overline{A} = M$ (inverse Elemente bezgl. $\cap$ und $\cup$)

Analog der Definition (s. Seite 11, Kapitel 1) in der Logik sprechen wir auch bei der Menge der Teilmengen einer Obermenge M versehen mit den beiden Operationen $\cup, \cap$ von einem **Mengenverband**(Gesetzmäßigkeiten 1 -6), einem **distributiven Mengenverband**(ergänzt um Punkte 7,8) sowie einem **Boolschen Mengenverband** (ergänzt um Punkte 9,10).

Bei der Komplementbildung von Mengen gelten weiter folgende Gesetzmäßigkeiten (auch hier wieder analog zu den Gesetzmäßigkeiten der Logik (s. Seite 11, Kapitel 1))

1. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ (De Morgansches Gesetz für $\cap$)
2. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ (De Morgansches Gesetz für $\cup$)
3. $\overline{\overline{A}} = A$ (Gesetz der doppelten Negation)

Zusätzlich gilt folgende Festlegung : Differenzmenge $A \setminus B = A \cap \overline{B}$.

2.2 Mengenalgebra - Üben und Verstehen

Aufgabe 1 : Gegeben sind die Mengen

- $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- $B = \{1, 2, 3, 4\}$

Bestimmen Sie die Mengen :
$A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$

Aufgabe 2 : Geben Sie die Menge in der gewünschten Form an

a) $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 < 5.5\}$ in aufzählender Form

b) $B = \{0, 3, 6, 9, 12, ...\}$ in beschreibender Form

Aufgabe 3 : Beweisen Sie das 1. De Morgan'sche Gesetz $\overline{X \cap Y} = \overline{X} \cup \overline{Y}$ mittels Wahrheitstafel.

Aufgabe 4 : Beweisen Sie mittels der Gesetze der Mengenalgebra, dass für die symmetrische Differenz $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ gilt

$$A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

2.2 Mengenalgebra - Aussagenlogik und Mengenalgebra

Es gelten die folgenden Analogien zwischen Logik und Mengenalgebra

$$\left\{\begin{array}{cc}
\textbf{Logik} & \textbf{Mengenalgebra} \\
 & \\
\text{Negation } \overline{A} \text{ oder } \neg A & \text{Komplementmenge } \overline{A} \\
\text{Logisches UND } A \wedge B & \text{Durchschnitt } A \cap B \\
\text{Logisches ODER } A \vee B & \text{Vereinigung } A \cup B \\
\text{Wahrheitswert= WAHR} & \text{Obermenge } \Omega \\
\text{Wahrheitswert= FALSCH} & \text{Leere Menge } \emptyset
\end{array}\right\}$$

Hiermit lassen Sich alle Grundrechenregeln der Logik (s. Seite 11, Kapitel 1) den Rechenregeln der Mengenalgebra (Seite 10, Kapitel 2) eindeutig zuordnen und in Beziehung setzen.
In der Welt der Logik sind die Ergebnisse der jeweiligen Operationen $\wedge, \vee, \neg$ wiederum Elemente der Menge {**WAHR, FALSCH** } sowie in Welt der Teilmengen einer gegebenen Obermenge Ω die Ergebnisse der jeweiligen Operationen $\cap, \cup, \overline{\text{Menge}}$ wiederum Teilmengen von Ω.
Die Analogien lassen sich noch bezgl. Implikation und Äquivalenz fortsetzen

Logik	**Mengenalgebra**
$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$	$(A \subseteq B) \Leftrightarrow (\forall x \in \Omega : x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow \overline{A} \cup B = \Omega$
$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$	$(A = B) \Leftrightarrow (\forall x \in \Omega : x \in A \Leftrightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\forall x \in \Omega : x \in (\overline{A} \cup B) \cap (\overline{B} \cup A)) \Leftrightarrow (\overline{A} \cup B) \cap (\overline{B} \cup A) = \Omega$

2.2 Mengenalgebra - Nachweis von Teilmengenbeziehung

Frage : Wie beweist man eine Teilmengenbeziehung $A \subseteq B$ oder $A \subset B$?

Antwort 1 : Indem man zeigt : $\overline{A} \cup B = \Omega$ (Ω sei die Gesamtmenge).

Beispiel 1 - Behauptung : Es gilt $(A \cup B) \cap \overline{C} = \emptyset \Rightarrow A \cup B \subseteq C$.

$$A \cup B \subseteq C \Leftrightarrow \overline{(A \cup B)} \cup C = \Omega \Leftrightarrow (A \cup B) \cap \overline{C} = \emptyset, \text{ was vorausges. war.}$$

Beispiel 2 - Behauptung : Es gilt $\overline{A} \cup (B \cap C) = \Omega \Rightarrow A \subseteq B \cap C$ $(A, B, C \subseteq \Omega)$

Antwort 2 : Indem man zeigt : $x \in A \Rightarrow x \in B$.

Beispiel 1 - Behauptung : Es gilt $(A \cup B) \cap \overline{C} = \emptyset \Rightarrow A \cup B \subseteq C$.

Beispiel 2 - Behauptung : Es gilt $\overline{A} \cup (B \cap C) = \Omega \Rightarrow A \subseteq B \cap C$ $(A, B, C \subseteq \Omega)$

Beispiel 3 : Es sei vorausgesetzt für Mengen M, O, P, Q, die Teilmengen einer Obermenge E sein mögen

1. $M \subseteq P$
2. $O \subseteq Q$
3. $P \cap Q = \emptyset$

Zeigen Sie, dass $O \subseteq \overline{M}$ folgt.

2.3 Mächtigkeit von Mengen bestimmen

Summenregel : Für zwei endliche und disjunkte Mengen A und B ist die Anzahl der Elemente ihrer Vereinigungsmenge gleich $|A \cup B| = |A| + |B|$.

Summenregel (Verallgemeinerung) : Für n endliche und disjunkte Mengen $A_1, A_2, .., A_n$ ist die Anzahl der Elemente ihrer Vereinigungsmenge gleich $|A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + ... + |A_n|$.

Zerlegung einer Menge in disjunkte Teilmengen : Sei E eine gegebene endliche Menge. Dann lässt sich E als Vereinigungsmenge disjunkter Mengen darstellen

- mit einer Menge $A \subseteq E$ gilt : $E = A \cup \overline{A}$
- mit zwei Mengen $A, B \subseteq E$ gilt : $E = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$
- mit drei Mengen $A, B, C \subseteq E$ gilt :

$$E = (A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) \cup (A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup$$
$$(\overline{A} \cap B \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$$

- ... usw. .....

Inklusions-/Exklusionsprinzip oder Siebformel für zwei Mengen : Für zwei beliebige endliche Mengen A und B ist die Anzahl der Elemente ihrer Vereinigungsmenge gleich $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$, weil $A \cup B = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$.

Siebformel für drei Mengen : Für drei beliebige endliche Mengen A, B und C ist die Anzahl der Elemente ihrer Vereinigungsmenge gleich $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$.

2.3 Mächtigkeit von Mengen bestimmen

Beispiele :

Beispiel-1 : $A = \{a, b, c, d\}, B = \{c, e, f, g\}$. Dann gilt
$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}, A \cap B = \{c\}$ und damit
$|A \cup B| = 7 = 4 + 4 - 1 = |A| + |B| - |A \cap B|$

Beispiel-2 : A=Menge aller durch 3 teilbaren Zahlen von 1 bis 21, B= Menge aller durch 5 teilbaren Zahlen von 1 bis 21, C = Menge aller durch 7 teilbaren Zahlen von 1 bis 21. Welche Mächtigkeit hat die Menge $A \cup B \cup C$ der Zahlen, die durch 3, 5 oder 7 teilbar sind ?

Es gilt: $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}, B = \{5, 10, 15, 20\}, C = \{7, 14, 21\}$. Und weiter
$A \cap B = \{15\}, A \cap C = \{21\}, B \cap C = \{\}, A \cap B \cap C = \{\}$. Hieraus ergibt sich :

$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| =$
$7 + 4 + 3 - 1 - 1 - 0 + 0 = 12$, was stimmt, da gilt
$A \cup B \cup C = \{3, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 14, 15, 18, 20, 21\}$.

Beispiel-3 : Gegeben seien 2 Mengen A, B. Es gelte

- $|A| = 10$
- $|A \cap \overline{B}| = 6$

Wieviele Elemente sind **sowohl in** A **als auch in** B ? **Hinweis :** Betrachten Sie die Gleichung $A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$. Warum gilt diese Gleichung ?

2.3 Mächtigkeit von Mengen bestimmen - Üben und Verstehen

Aufgabe 1 :

Bei einer Umfrage einer Kaugummifabrik ergab sich, dass

1. 70% der Befragten Pfefferminzaroma
2. 50% der Befragten Fruchtgeschmack
3. 40% der Befragten sowohl Pfefferminz- als auch Fruchtgeschmack
4. 30% der Befragten sowohl Frucht- als auch Anisgeschmack
5. 30% der Befragten sowohl Pfefferminz- als auch Anisgeschmack
6. 20% der Befragten alle drei Geschmacksrichtungen

mögen.

Wie hoch ist der Prozentsatz der Anis-Liebhaber, wenn sich jeder der Befragten für mindestens eine der drei Geschmacksrichtungen entschieden hat ?

Aufgabe 2 : Unter den 80 Hörern einer Vorlesung sind 55 Studentinnen sowie 60 Studierende im ersten Semester. Können Sie eine Angabe über die Mindestanzahl der Studentinnen im ersten Semester machen, die die Vorlesung besuchen ?

2.3 Mächtigkeit von Mengen bestimmen

Siebformel für vier Mengen : Für vier beliebige endliche Mengen A, B, C und D ist die Anzahl der Elemente ihrer Vereinigungsmenge gleich

$$|A \cup B \cup C \cup D| = |A| + |B| + |C| + |D|$$

$$-|A \cap B| - |A \cap C| - |A \cap D| - |B \cap C| - |B \cap D| - |C \cap D|$$

$$+|A \cap B \cap C| + |A \cap B \cap D| + |A \cap C \cap D| + |B \cap C \cap D|$$

$$-|A \cap B \cap C \cap D|.$$

Damit keimt eine Vorstellung, wie es weitergeht. Eine weitere Vertiefung an dieser Stelle soll nicht erfolgen.

2.4 Produkt- und Potenzmenge

Definition

Als Produktmenge A $\times$ B zweier nichtleerer Mengen A und B bezeichnet man die Menge aller geordneten Paare, deren erste Koordinate Element aus A und deren zweite Koordinate Element aus B ist. Es gilt also : A $\times$ B $:=\{(x_1, x_2) | x_1 \in A, x_2 \in B\}$.

A $\times$ B wird auch als **kartesisches Produkt** bezeichnet. Ist A=B, so schreibt man :

$$A \times B = A^2.$$

Beispiel :
Für A=$\{a, b\}$ und B=$\{a, d\}$ ist A $\times$ B $= \{(a, a), (a, d), (b, a), (b, d)\}$, dagegen B $\times$ A $= \{(a, a), (a, b), (d, a), (d, b)\}$

Der Begriff der **Produktmenge** läßt sich verallgemeinern auf beliebige **Dimensionen**.

Definition

Als Produktmenge $A_1 \times A_2 \times ... \times A_n$ von n nichtleeren Mengen $A_1, A_2, .., A_n$ bezeichnet man die Menge aller geordneten Tupel, deren i-te Koordinate jeweils Element aus A_i ist. Es gilt also :
$A_1 \times A_2 \times ... \times A_n := \{(x_1, x_2, ..., x_n) | x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, ..., x_n \in A_n\}$.

Ein bekanntes Beispiel einer solchen höherdimensionalen Produktmenge ist der aus der Schule bekannte reelle 3-dimensionale Raum $\mathbb{R}^3$.

2.4 Produkt- und Potenzmenge

Definition
Ist M eine Menge, so ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ von M als die Menge aller Teilmengen von M definiert: $\mathcal{P}(M) := \{U \ : \ U \subseteq M\}$

Zur Beachtung : Die leere Menge $\emptyset$ ist Teilmenge jeder Menge und damit immer auch Element der Potenzmenge jeder Menge.

Beispiele : Es gilt :

- $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$ und damit $|P(\emptyset)| = 1 = 2^0$
- $P(\{a\}) = \{\emptyset, \{a\}\}$ und damit $|P(\{a\})| = 2 = 2^1$
- $P(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ und damit $|P(\{a, b\})| = 4 = 2^2$
- $P(\{a, b, c\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{c\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$ und damit $|P(\{a, b, c\})| = 8 = 2^3$
- $P(\{a, b, c, d\}) =$
$$\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{c\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\} \cup$$
$$\{\{d\}, \{a, d\}, \{b, d\}, \{a, b, d\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$$
und damit $|P(\{a, b, c, d\})| = 16 = 2^4$

Die Beispiele plausibilisieren die Erkenntnis
$$|P(M)| = 2^{|M|}.$$

2.4 Produkt- und Potenzmenge - Üben und Verstehen

Aufgabe 1

Schreiben Sie das kartesische Produkt der Mengen A und B auf für

$$A = \{a, b, c\},\ B = \{x, y\}$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Elemente des kartesischen Produktes von X und Y,

$$X := \{1, 2, 3, 4\}, \quad Y := \{-1, 0, 1, 2\}$$

die folgende Bedingungen erfüllen:

$$M_1 := \{(x, y) \mid x \in X,\ y \in Y,\ y < x\}$$
$$M_2 := \{(x, y) \mid x \in X,\ y \in Y,\ y = x - 2\}$$
$$M_3 := \{(x, y) \mid x \in X,\ y \in Y,\ |y| = x\}$$

Aufgabe 3 : Bestimmen Sie $P(P(\{a\}))$.

2.5 Einsatzgebiete Mengen in der Informatik

Mit Mengen / Mengenalgebra wird innerhalb der Informatik z.B. beim Umgang mit relationalen Datenbanken operiert.

Hier gibt es den Begriff der Relationenalgebra, für den die in der Vorlesung betrachtete Mengenalgebra eine Basis bildet. Im speziellen gibt es folgende Mengenoperationen in der DB-Zugriff-Sprache SQL

- **UNION :** Bilden der Vereinigungsmenge - Beispiel :
  SELECT name FROM student **UNION** SELECT name FROM lehrender
- **INTERSECT :** Bilden der Durchschnittsmenge - Beispiel :
  SELECT vorlesung FROM student **INTERSECT** SELECT vorlesung FROM lehrender
- **MINUS :** Bilden der Durchschnittsmenge - Beispiel :
  SELECT vorlesung FROM student **MINUS** SELECT vorlesung FROM lehrender

2.6 Was ist mitzunehmen ?

Mitzunehmen sind

- Mengen, Teilmengenbeziehung bestimmen und begründen können
- Die grundlegenden Gesetze der Mengenalgebra kennen und anwenden können
- Mengenbeziehungen mittels Anwendung der Gesetze der Mengenalgebra / mittels Nutzung von Wahrheitstafeln beweisen können
- Mächtigkeit von Mengen mittels Siebformeln und / oder mittels Zerlegung in disjunkte Teilmengen bestimmen können
- Produktmenge zwischen vorgegebenen Mengen bestimmen können
- Potenzmenge einer vorgegebenen Menge bestimmen können

2.7 Verwendete Literatur

Hartmann, Mathematik für Informatiker, Kapitel 1

Beutelspacher, Mathe-Basics zum Studienbeginn, Kapitel 2

2.8 Übungsaufgaben

Zum Üben und Verstehen -

Übungsblatt 2 - Aufgaben 1 - 4, 5(*), 6(*)