Seite 22 -Lösung der Übung 1 :

LGS 1 :

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ -4 & -8 & -3 & 7 \\ -2 & -5 & -2 & -6 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{III} + \text{I}]{\text{II} + 2\times\text{I}}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & -1 & -7 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{III} - \text{II}}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -12 \end{array}\right) \Longrightarrow$$

LGS 1 besitzt keine Lösung

LGS 2 :

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{I} \leftrightarrow \text{II}}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{III} - \text{I}]{\text{II} + 2\times\text{I}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{III+II} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{II:3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\Longrightarrow$ Es gibt ∞ viele Lösungen

Rückwärtselimination:

$$-x_2 + x_3 = 0 \longrightarrow x_2 = x_3$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \longrightarrow x_1 = 2x_2 - x_3 = x_3$$

Lösungsmenge

$$\mathbb{L} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x_1 = x_2 = x_3 \right\} = \left\{ t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \;\middle|\; t \in \mathbb{R} \right\}$$

Lösung der Übung 2

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 1 & a+b \\ 1 & -2 & 1 & a-b \\ 1 & 1 & -2 & 2b \end{array}\right) \xrightarrow{I \leftrightarrow II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & a-b \\ -2 & 1 & 1 & a+b \\ 1 & 1 & -2 & 2b \end{array}\right) \xrightarrow[III - I]{II + 2 \times I}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & a-b \\ 0 & -3 & 3 & 3a-b \\ 0 & 3 & -3 & 3b-a \end{array}\right) \xrightarrow{III + II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & a-b \\ 0 & -3 & 3 & 3a-b \\ 0 & 0 & 0 & 2a+2b \end{array}\right)$$

Das Gleichungssystem ist genau dann lösbar, wenn gilt

$$2a+2b=0 \iff$$

$$a+b=0 \iff a=-b$$