



Theoretische Informatik

Logik

Boolesche Algebra

Logik

Boolesche Algebra

▪ Definition (**Boolesche Algebra**)

- » In der Mathematik ist eine **boolesche Algebra** (oder ein **boolescher Verband**) eine spezielle algebraische Struktur, die die Eigenschaften der logischen Operatoren **UND**, **ODER**, **NICHT** sowie die Eigenschaften der mengentheoretischen Verknüpfungen Durchschnitt, Vereinigung, Komplement verallgemeinert.
- » Gleichwertig zu booleschen Algebren sind boolesche Ringe, die von UND und ENTWEDER-ODER beziehungsweise Durchschnitt und symmetrischer Differenz ausgehen.

▪ Bemerkung

- » Die boolesche Algebra ist die Grundlage bei der Entwicklung von digitaler Elektronik und wird in allen modernen Programmiersprachen zur Verfügung gestellt.

Logik

Boolesche Algebra – Aussagenlogische Gesetze (1 von 2)

1	$a \wedge a$	\Leftrightarrow	a	Idempotenz
2	$a \vee a$	\Leftrightarrow	a	
3	$\neg \neg a$	\Leftrightarrow	a	
4	$a \wedge b$	\Leftrightarrow	$b \wedge a$	Kommutativität
5	$a \vee b$	\Leftrightarrow	$b \vee a$	
6	$a \wedge (b \wedge c)$	\Leftrightarrow	$(a \wedge b) \wedge c$	Assoziativität
7	$a \vee (b \vee c)$	\Leftrightarrow	$(a \vee b) \vee c$	
8	$a \vee (b \wedge c)$	\Leftrightarrow	$(a \vee b) \wedge (a \vee c)$	Distributivität
9	$a \wedge (b \vee c)$	\Leftrightarrow	$(a \wedge b) \vee (a \wedge c)$	
10	$\neg(a \wedge b)$	\Leftrightarrow	$\neg a \vee \neg b$	DeMorgan-Regel
11	$\neg(a \vee b)$	\Leftrightarrow	$\neg a \wedge \neg b$	
12	$((a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow c))$	\Rightarrow	$(a \Rightarrow c)$	Transitivität
13	$a \vee \neg a$	\Leftrightarrow	1	Ausgeschlossener Dritter (tertium non datur)
14	$a \wedge \neg a$	\Leftrightarrow	0	

Logik

Boolesche Algebra – Aussagenlogische Gesetze (2 von 2)

15	$a \Leftrightarrow b \Leftrightarrow (a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$	
16	$a \Rightarrow b \Leftrightarrow \neg a \vee b$	Zusammenhang \Rightarrow und \vee sowie \neg
17	$a \wedge 1 \Leftrightarrow a$	neutrales Element
18	$a \vee 0 \Leftrightarrow a$	
19	$a \wedge 0 \Leftrightarrow 0$	
20	$a \vee 1 \Leftrightarrow 1$	
21	$a \wedge (a \vee b) \Leftrightarrow a$	b ist überflüssige Aussage
22	$a \vee (a \wedge b) \Leftrightarrow a$	