

Обратные задачи геоакустики в мониторинговых системах

Хайретдинов М.С.^{1,2}, Шиманская Г.М.¹

¹ Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, пр. акад. Лаврентьева, 6, 630090, Новосибирск, Россия

² Новосибирский государственный технический университет, пр. Карла Маркса 20, 630092, Новосибирск, Россия

Аннотация

Рассматривается проблема геомониторинга окружающей среды в связи с обнаружением и определением местоположения разного класса импульсных источников, несущих угрозу для окружающей социальной инфраструктуре. В качестве таких источников могут выступать различные карьерные и промышленные взрывы, падающие на землю отработанные ступени ракет при спутниковых запусках, космические тела и др., являющиеся мощными источниками сейсмических и акустических волн.

В рамках обозначенной проблемы рассматриваются задачи, связанные с обнаружением и определением местоположения разного класса источников на основе регистрируемых от них сейсмических и акустических колебаний/. Решение задачи рассматривается как совмещенной обратной задачи по исходным данным от сети пространственно-распределенных датчиков с использованием кинематических характеристик в виде времен вступлений волн сейсмических и акустических волн. Проведён сравнительный анализ результатов численных и натурных экспериментов по решению задачи геолокации источников различными методами. Разработан соответствующий программный комплекс.

Ключевые слова

Геомониторинг, взрывоподобные источники, обратная задача, геолокация, численное моделирование, полевой эксперимент.

1. Введение

Одна из основных проблем геоэкологии окружающей среды связана с оцениванием геоэкологических рисков для окружающей социальной среды и, прежде всего для человека, порождаемых мощными источниками импульсной природы. В качестве таковых могут выступать различные карьерные, промышленные, испытательные взрывы, падающие на землю отработанные ступени ракет при спутниковых запусках, космические и воздушные тела разной природы и др., являющиеся мощными источниками сейсмических и акустических волн. В частности, обусловленность экологически важной задачи обнаружения, определения координат и утилизации падающих на Землю отработанных ступеней ракет при космических запусках связана с наличием в таких телах вредного для человека гептила. Особенно это актуально для районов восточного Казахстана и Алтая при космических запусках с полигона Байконур [1].

К мониторинговым относятся также задачи, связанные с обнаружением и определением мест падения на землю космических тел типа осколков метеоритов, а также других воздушных тел разной природы.

Рассматриваемые задачи связаны с общей проблемой геолокации и идентификации импульсных источников по исходным данным от сети пространственно-распределенных датчиков с использованием кинематических характеристик в виде времен вступлений сейсмических и акустических волн. и их динамических характеристик в виде спектральных функций, соотнесенных к волновым формам колебаний от источников.

Ряд задач в связи с рассматриваемой проблемой связаны с предупреждением разрушительных последствий взрывов для прилегающей жилой инфраструктуры в районах

6th International Workshop on Information, Computation, and Control Systems for Distributed Environments (ICCS-DE 2024), July 01–05, 2024, Irkutsk, Russia
EMAIL: marat@opg.sccc.ru



© 2024 Copyright for this paper by its authors. Use permitted under Creative Commons License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

ICCS-DE 2024 Workshop Proceedings

DOI: 10.47350/ICCS-DE.2024.03

проведения угледобычи открытым способом. Особенно это характерно для угледобывающего района Кузбасса. В рассматриваемых ситуациях экологические риски, оцениваемые удельной плотностью акустической энергии, могут многократно возрастать (до 50 раз и более) из-за развивающегося явления пространственной фокусировки геоакустических волновых полей в заданном азимутальном направлении в результате взаимодействия с метео-факторами (направления и скорости ветра, влажности и др.) [2,3], а также характерного покрова земной поверхности [4]. Эти факторы в числе других определяют актуальность решения рассматриваемых задач.

В работе рассмотрены подходы к решению таких задач. Эффективность их по критериям точности геолокации источников подкреплена результатами численного моделирования и полевых экспериментов.

2. Постановка задачи и пути решения.

В математической постановке решение рассматриваемых задач в общем виде сводится к решению обратных задач восстановления параметров источника и определения его типа по результатам измерения времён прихода волн на сети регистрирующих датчиков. Задача оценивания неизвестных параметров источника сводится к решению нелинейной системы условных уравнений [5]:

$$\vec{t} = \vec{\eta}(X, \theta) + \vec{\varepsilon}, \quad (1)$$

где $\vec{t} = (t_1, t_2, \dots, t_N)$ – вектор времён вступлений сейсмических волн; $\vec{\eta}(X, \theta)$ – N -мерный вектор вычисляемых времён вступлений (теоретический годограф) или функция регрессии; $\vec{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N)^T$ – вектор невязок, $\vec{\theta} = (x, y, z, v, t)^T$ – m -мерный вектор оцениваемых параметров; $X = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N)$ – матрица координат датчиков (или точек излучения); N – число датчиков (или точек излучения). В качестве оцениваемых параметров выступают пространственные координаты источника – x, y, z , скоростная характеристика среды v и время в источнике t_u . В ряде случаев скорость в среде является известной. При оценивании параметров пользуются сведениями о распределении ошибок $\varepsilon_i = t_i(\vec{x}_i, \vec{\theta}) - \eta(\vec{x}_i, \vec{\theta})$. Будем в дальнейшем предполагать, что ε_i – взаимно независимые случайные величины, имеющие распределение с нулевым средним и заданными дисперсиями:

$E\varepsilon_i = 0$, $E\varepsilon_i\varepsilon_j = \sigma_i^2\delta_{ij}$, $\sigma_i = \sigma(\vec{x}_i)$, δ_{ij} – символ Кронекера, $i = 1, 2, \dots, N$. В случаях затруднений с заданием дисперсий, можно принять их равными и получить несмещённую оценку дисперсии наблюдения с единичным весом.

Задача оценивания параметров θ в (1) является частью так называемого регрессионного анализа, а ее решением служат оценки метода наименьших квадратов:

$$\vec{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Omega} Q(\vec{\theta}), \quad Q(\vec{\theta}) = \sum_{i=1}^N \frac{(t_i - \eta_i(\vec{\theta}, v, X))^2}{\sigma_i^2} \rightarrow \min \quad (2)$$

Для отыскания минимума функционала существуют различные методы, например, итерационный метод Гаусса-Ньютона [6], метод сингулярного разложения или обобщённого псевдообращения [7], метод Качмажа [8] и др.

Целью настоящей работы является выбор и проведение исследования метода, отвечающего требованию решения поставленной задачи в мониторинговых системах реального времени, поскольку именно такое требование часто формулируется как основное.

При решении задачи используется линейная аппроксимация функции регрессии (3) в окрестности точки $\vec{\theta}^k$:

$$J(X, \vec{\theta}^k) \Delta \vec{\theta}^k + \vec{\eta}(X, \vec{\theta}^k) - \vec{t} + \vec{\varepsilon} = 0, \quad (3)$$

куда входит матрица параметров

$$J(X, \theta) = \left(\frac{\partial \eta(\vec{x}_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial \eta(\vec{x}_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_m} \right), i = \overline{1, N}. \quad (4)$$

Наличие внешних шумов, приводящее к погрешностям оценивания вектора $\vec{t} = (t_1, t_2, \dots, t_N)$,

делает задачу (1) некорректной. Один из подходов к решению для этого случая связан с применением вычислительной схемы метода Гаусса-Ньютона с регуляризацией [9]. При этом требуется подбор коэффициента регуляризации α с учетом характера шумов и выработки последующего правила останова итерационного процесса. В полевых условиях это часто затруднительно. Ниже рассмотрены другие методы решения, более приближенные к требованию анализа в темпе реального времени.

2.1. Применение метода псевдообращения

Другой подход к решению задачи (2) –(4) состоит в непосредственном решении на каждом шаге процесса системы (4), для решения которой наибольшее распространение в настоящее время получил метод псевдообращения (или обобщенного обращения), основанный на сингулярном разложении (SVD-разложении) [7]. Метод имеет широкое применение. В частности, он успешно использовался авторами при решении задачи определения положения скважинного источника по глубине с применением наземной сети распределенных датчиков [5]. При этом точность определения местоположения составила не хуже 1%. Также он был рассмотрен при решении задачи определения источника в волновом уравнении по дополнительной информации, измеренной на различных частях границы области [10] и др. [6].

В силу теоремы о сингулярном разложении [7] существуют такие ортогональные матрицы U_{mn} размера $m \times m$ и V_{nn} размера $n \times n$ и набор неотрицательных чисел $\{\rho_j\}$, позволяющие представить разложение матрицы (4) на каждом k -ом шаге итерационного процесса в произведение трех матриц

$$J(X, \vec{\theta}^k) = U_{mn}^{(k)} \Sigma_{mn}^{(k)} V_{nn}^{(k)T}, \quad (5)$$

где $V_{nn}^{(k)T} = V_{nn}^{(k)-1}$, Σ_{mn} - диагональная матрица сингулярных чисел вида

$$\Sigma_{mn} = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \rho_m & 0 & 0 \end{pmatrix}, \rho_{j+1} \leq \rho_j$$

Метод предусматривает также проведение так называемого сингулярного анализа, состоящего в исключении нулевых сингулярных чисел и соответствующих им столбцов матриц U и V . Итерационный процесс в этом случае имеет вид:

$$\vec{\theta}^{k+1} = \vec{\theta}^k + V_k \Sigma_k^{-1} \vec{d}^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где \vec{d}^k - вектор, состоящий из первых m компонент вектора $U_k^T \vec{y}(\vec{X}, \vec{\theta}^k)$. При реализации этого процесса попутно получается не только ковариационная матрица пространства параметров, но и ковариационная матрица пространства данных. Также вычисляются матрица разрешенности $V_k V_k^T$, близость которой к единичной матрице указывает на степень разрешенности задачи, и матрица информационной плотности $U_k U_k^T$, близость которой к единичной матрице указывает на относительную значимость отдельных наблюдений [11].

2.2. Применение адаптивного метода Качмажа.

Достоинством выше рассмотренных итерационных методов решения обратной задачи является его способность получить искомое решение и оценку ковариационной матрицы за один проход по всем уравнениям, что позволяет одновременно оценить погрешности решений. Однако они, как и многие другие методы, связанные с обращением и умножением матриц, позволяют решать системы с ограниченным числом неизвестных. Это обусловлено следующими причинами: с ростом числа уравнений растут ошибки, связанные с умножением матриц; время счета растет пропорционально n^3 ; память, необходимая для хранения ковариационных матриц, растет пропорционально n^2 . С учетом этого прямые итерационные

методы решения линейных систем с матрицами большой размерности, как например, метод Гаусса-Ньютона или метод псевдообращения, в системах реального времени использовать затруднительно из-за указанных ограничительных факторов по времени и памяти. В связи с этим возникает необходимость обращения к методу (в классе итерационных), который был бы лишен этих недостатков. Этому требованию соответствует метод Качмажа [12]. Важное достоинство метода связано с тем, что уточнение неизвестных ведется по каждому алгебраическому уравнению раздельно и, соответственно, отпадает необходимость в трудоемких матричных преобразованиях. Доказаны сходимость и регуляризующие свойства метода [8]. Ниже приводится описание процесса вычислений с использованием метода Качмажа, результаты его применения интересах решения обратной задачи в геомониторинговых системах. Предварительно рассматривается значение невязки как разность между фактическим и прогнозным временами прихода прямой волны от источника к i -му приемнику $\Delta t_i = t_i - \eta(\vec{x}_i, \vec{\theta})$. Ненулевое значение ее может быть обусловлено как погрешностью в наблюдаемом времени из-за влияния внешних шумов, так и погрешностью из-за неточности описания модели среды распространения волн. В первом случае уменьшение погрешности может быть достигнуто за счет применения цифровой фильтрации волновых форм из шумов. Во втором случае неадекватность модели удается выявить в процессе тестирования алгоритма решения обратной задачи. Учитывая оба приведенных фактора и принимая во внимание выражение можно представить невязку по времени в следующем виде:

$$\Delta t_i = \sum_{j=1}^m J_{ij} \Delta \theta_j + \varepsilon_i, \quad (7)$$

где i – номер уравнения, j – номера неизвестных, $\Delta \theta_j$ - неточность описания прогнозных параметров модели, т.е. значений неизвестных, ε_i - ошибка в наблюдаемом времени прихода волн. Тогда определение неизвестных параметров сводится к задаче оценки $\Delta \theta$ по невязке Δt . В общем случае задача имеет множество решений. Для ее разрешения будем предполагать, что неизвестные $\Delta \theta$ случайны, так же, как и ε_i . С учетом использования метода максимального правдоподобия оценки для $\Delta \theta$ на k -ом шаге для j -го неизвестного имеют вид:

$$\Delta \theta_j^k = \frac{\Delta t_i J_{ij} (\sigma_j^2)^k}{\sigma_{t_i}^2 + \sum_{j=1}^m J_{ij}^2 (\sigma_j^2)^k}. \quad (8)$$

Здесь j – порядковый номер неизвестного; i – порядковый номер уравнения; $(\sigma_j^2)^k$ - оценка дисперсии неизвестного на k -ом шаге; $\sigma_{t_i}^2$ - дисперсии ошибки измерения входного параметра в i -ом уравнении.

После получения на очередном шаге величины $\Delta \theta$ новое значение неизвестного параметра, обеспечивающего взвешенный минимум невязки, определяется итерационным уравнением:

$$\theta_j^{(k+1)} = \theta_j^k + \Delta \theta_j^{(k+1)} = \theta_j^k + \alpha_j^{(k+1)} \Delta t_i, \quad \alpha^k = \frac{J_{ij} (\sigma_j^2)^k}{\sigma_{t_i}^2 + \sum_{j=1}^m J_{ij}^2 (\sigma_j^2)^k} \quad (9)$$

При $(\sigma_j^2)^k = 1$ и $\sigma_{t_i}^2 = 0$ уравнение (10) сводится к уравнению, описывающему метод Качмажа [12]:

$$\theta_j^{(k+1)} = \theta_j^k + \Delta \theta_j^{(k+1)} = \theta_j^k + \frac{J_{ij}}{\sum_{j=1}^m J_{ij}^2} \Delta t_i, \quad (10)$$

Процесс уточнения (10) повторяется по каждому из уравнений параллельно несколько раз, что определяется числом итераций.

В работе [12] показаны условия сходимости. Главное из них — равенство нулю математического ожидания погрешностей времен прихода волн в исходных годографах. Всякие систематические погрешности неизбежно приведут к смещению оценок координат источника

или параметров среды. Тем не менее, такие смещения характерны и для рассмотренных ранее методов.

2.3. Численное моделирование методов геолокации

Предлагаемый подход к решению задачи геолокации решается в совмещенном варианте, т.е. когда одновременно учитываются параметры сейсмических и акустических волн в виде их времен вступлений. Для этого случая функция регрессии будет иметь вид:

$$\vec{\eta}(\vec{\theta}, \vec{v}, \vec{X}) = \vec{t}_a - \vec{t}_s, \quad (11)$$

где \vec{t}_s и \vec{t}_a – векторы времен вступлений сейсмической и акустической волн соответственно, $\vec{v} = (v_s, v_a)$ - скорости сейсмической и акустической волн. С учетом известного соотношения

$$[13] \quad R \frac{v_s - v_a}{v_s v_a} = t_a - t_s, \quad \text{где } R\text{-расстояние «источник-приемник»}$$

функция регрессии формируется в виде:

$$\eta_i(\vec{\theta}, \vec{v}, \vec{x}_i) = \eta_i(\vec{x}^*, \vec{v}, \vec{x}_i) = \frac{R(\vec{x}^*, \vec{x}_i)(v_s - v_a)}{v_s v_a}, i = \overline{1, N} \quad (12)$$

Выполнено численное моделирование [14,15] для решения задачи геолокации источников с геометрией их расстановки, а также сети датчиков в виде креста, как это показано на рис.1 Целью моделирования является оценивание потенциальных погрешностей определения координат источников с расстановкой вида, соответствующей рис.1, обоими рассмотренными методами-псевдообращение в соответствии с (6) и Качмажа в соответствии с (12) с последующими сопоставлением результатов моделирования. Исходными данными являются времена вступления волн на сети датчиков и определенная из полевого эксперимента скорость распространения сейсмических волн.

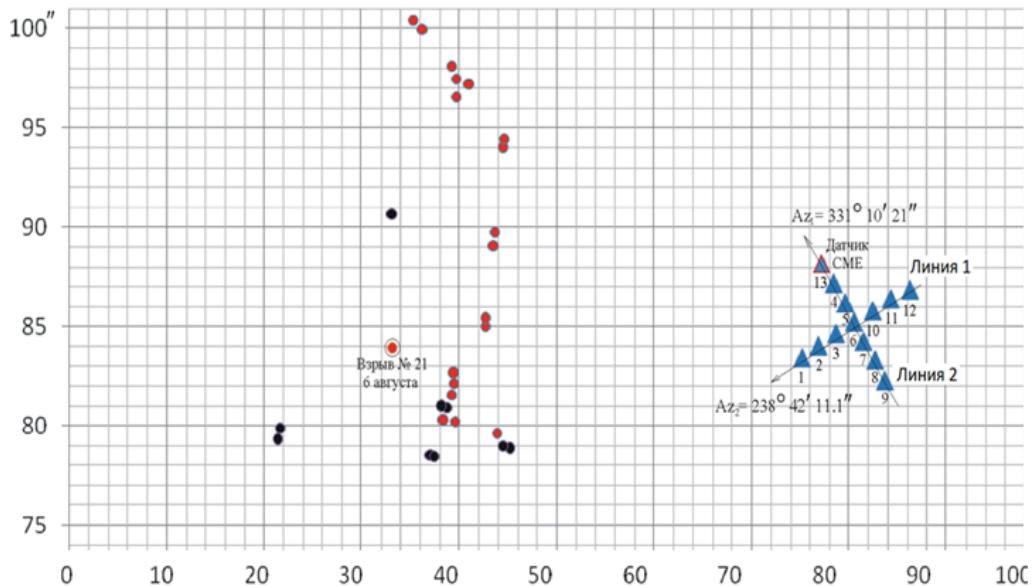


Рисунок 1: Схема взаимного расположения датчиков и импульсных источников (тестовых взрывов); треугольниками помечены датчики, а окружностями - источники.

Создана вычислительная программа в среде MatLab для реализации расчетов согласно (7). Расчеты по описываемой программе состоят в следующем: вводятся известные координаты 21 точек взрывов, затем по известной (определенной из эксперимента) скорости сейсмической волны рассчитываются времена её пробега от точек взрыва до сейсмодатчиков. Далее на эти времена «набрасываются» случайные погрешности, распределенные по гауссовому закону

распределения в пределах от -5% до +5% от времени пробега и уже эти времена задаются программе в качестве времен вступлений сейсмических волн от взрывов на сейсмодатчиках. Программа рассчитывает для каждого взрыва выходные данные: расстояние до источника – в метрах, направление на источник – в градусах, невязка (погрешность определения координат расстояния) – в метрах. Программа работает в прямоугольной системе координат.

На основе разработанной технологии моделирования геолокации была набрана статистика измерений для обоих методов измерений, представленная в таблице 1. Из таблицы 1 видно, что метод псевдообращения и адаптивный метод в результате дают примерно одинаковую погрешность. По количеству итераций эти методы также эквивалентны.

2.4. Тестирование методов на реальных данных

Для сопоставления с результатами численного моделирования выполнены расчеты в интересах геолокации обоими рассматриваемыми методами по данным реальных полевых экспериментов, выполненных по схеме рис.1.

Задача формулируется в такой постановке: дана схема взаимного расположения датчиков и тестовых взрывов. Координаты датчиков, а также скорости сейсмической и акустической волн и их времена прихода на датчики известны. Необходимо вычислить положение каждого из источников.

Таблица 1

Расстояние, м	Азимут, °	Метод псевдообращения			Адаптивный метод		
		Расстояние, м	Азимут, °	Невязка, м	Расстояние, м	Азимут, °	Невязка, м
597,46	251,841	600,38	252,22	4,13	601,01	251,12	3,61
606,79	251,423	605,4	251,96	2,54	607,07	252,01	2,98
680,47	258,706	679,7	257,96	3,05	681,56	258,07	3,5
777,28	282,505	780,44	281,34	5,04	778,79	283,38	3,65
611,71	253,488	613,58	255,01	3,58	610,85	254,76	3,51
671,29	260,159	674,51	259,29	4,84	673,82	261,57	6,71
664,36	261,604	664,01	260,87	3,56	664,77	262,3	3,69
663,29	263,089	661,20	264,12	5,13	661,45	262,76	4,48
605,97	269,303	608,15	269,66	5,64	607,56	268,14	5,87
606,55	270,475	602,04	271,54	6,21	603,51	269,98	5,84
605,12	281,203	603,26	280,31	5,67	603,69	279,20	5,01
606,77	283,251	610,00	285,07	7,04	609,23	284,15	6,52

Данный эксперимент отличается от модельного наличием шумов с повышенным фоном от воздействия проходящего транспорта, что несомненно ухудшает точность геолокации. В таблице 2 в качестве примера приведены результаты, полученные обоими рассматриваемыми методами для части экспериментов.

Таблица 2: Сравнение результатов работы методов на реальных данных

Метод псевдообращени я	Расстояние	597,46	606,79	680,47	777,28	611,71	671,2 9	664,3 6
	Азимут	251,84	251,42	258,70	282,50	253,48	260,1	261,6
	Расстояние, м	545,49	650,81	712,32	812,12	649,41	707,3	699,3
	Направление, °	254,21	255,5	262,3	286,87	257,02	264,1	258,3
	Количество итераций	32	38	40	35	35	31	43
	Невязка, м	42,87	51,32	34,67	42,23	37,56	44,51	35,94

Адаптивный метод	Расстояние, м	546,72	581,93	652,15	740,33	650,32	710,0	645,4
	Направление, °	248,77	248,3	249,87	278,82	258,58	265,2	269,3
	Количество итераций	29	25	29	23	19	31	30
	Невязка, м	42,59	49,13	30,22	40,4	29,36	43,35	22,91

Для повышения точности измерений (уменьшения невязки) времен вступлений волн необходимо использовать методы цифровой фильтрации, например, вейвлет-фильтрацию [16].

Усредненные данные таблицы 2 для всей совокупности экспериментов представлены таблице 3.

Таблица 3: Сравнение методов по усредненным результатам

Метод	Результаты тестирования	
	Количество итераций	Абсолютная невязка, м
Метод псевдообращения	34	38,2
Метод Качмажа	25	34,7

По отношению к экспериментальным данным из таблицы 3 видно, что адаптивный метод Качмажа дает более точные результаты в сопоставлении с методом псевдообращения, а также экономичнее по числу итераций.

3. Заключение

Выполнено численное моделирование алгоритмов, построенных на методах решения обратной задачи геолокации в мониторинговых системах- методах псевдообращения и адаптивного метода Качмажа. Моделирование по пространственным характеристикам приближено к реальной схеме расположения источников и приемников в районе проведения модельного эксперимента. Численное моделирование геолокации на синтетических данных обоими методами показало, что по точности и количеству итераций для достижения решения оба метода сопоставимы. В то же время метод Качмажа по трудоемкости вычислений наиболее соответствует требованиям эксперимента реального времени.

При работе с реальными сигналами и шумами точность геолокации падает в связи с влиянием на регистрацию повышенного уровня внешних транспортных шумов на сигналы, и как следствие, на возрастание погрешностей в определении времен прихода волн. Тем не менее, метод Качмажа в этих условиях показывает свои преимущества по точности и скорости сходимости.

4. Благодарности

Работа выполнена в рамках госзадания FWNM–2022–0004.

5. Литература

- [1] <https://info.sibnet.ru/article/485140>.
- [2] М.С. Хайретдинов, С. А. Авроров, Г. М. Воскобойникова, Г.Ф. Седухина. Оценивание сейсмоакустических эффектов техногенных взрывов с помощью сейсмических вибраторов. "Технологии сейсморазведки" – Новосибирск, № 2, 2012, с. 98–105
- [3] Хайретдинов М.С., Воскобойникова Г. М., Седухина Г. Ф., Ковалевский В. В., Павлов А. Ф. Изучение метеозависимой фокусировки акустических волн с помощью сейсмического вибратора и взрывов. Периодический Научно-технический журнал

Национального ядерного центра Республики Казахстан. Вестник НЯЦ РК. Курчатов, Казахстан, 2014. Вып.2. С. 129-137

- [4] Khairetdinov M.S., Voskoboinikova, G.M., Karavaev, D.A., Numerical Simulation of Acoustic Waves Propagation in an “Atmosphere–Forestland–Ground” System. Journal of Applied and Industrial Mathematics 13(1), 2019, c. 175-183
- [5] Khairetdinov M.S., O.K. Omelchenko, Sedukhina G.F., Voskoboinikova G.M. Numerical algorithms and results of experiments to determine the parameters of the borehole bottom and medium. Bull.Nov.Comp.Center Math. Model. In Geoph., 10 (2005), p.p. 35-45.
- [6] Т.Б. Яновская, Л.Н. Порохова. Обратные задачи геофизики. С.-Петербургский государственный университет. 2004. 213 с.
- [7] Д. Кахранер, К. Моулер, С. Нэш. Численные методы и программное обеспечение. М.: «Мир», 2001, 575с.
- [8] Нолет Г. Сейсмическая томография // Под ред. Г.Нолета. – М.: Мир, 1990. – 416 с.
- [9] Тихонов А.П., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. // А.П. Тихонов, М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979, Изд. 2-е
- [10] С.И. Кабанихин, О.И. Криворотко. Сингулярное разложение в задаче об источнике. Сибирский журнал вычислительной математики. 2012. Т.15, №2. С. 205-211.
- [11] Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машины методы математических вычислений. // Дж. Форсайт, М.:Мир, 1980, 280 с.
- [12] Кочнев В.А. Адаптивные методы решения обратных задач геофизики : Учебное пособие. // В.А. Кочнев, Красноярский государственный университет, ВЦК СО РАН. 130 с.
- [13] Юлдашев Т. Модели распространения сейсмических волн в слоистой среде земного шара и алгоритмы определения параметров источника // отв. ред. О.М. Набиев; АН Респ. Узбекистан, НИИ «Алгоритм-Инженеринг» . – Т.: Фан, 2011. – 232 с. – ISBN 978-9943-19-113-6
- [14] Омельченко О.К., Седухина Г.Ф., Хайретдинов М.С. Результаты моделирования алгоритмов автоматизированного определения координат забоя скважины // Материалы международной конференции «Информационные технологии и обратные задачи рационального природопользования», г. Ханты-Мансийск, 12-14 апреля 2005 г., с. 127-131.
- [15] Ливенец, А.А. Разработка и исследование системы автоматизированной локации искусственных сейсмических источников / А.А. Ливенец // Труды ИВМиМГ СО РАН. Сер. Информатика. - 2009. - Вып. 5: Материалы Пятой Азиатской международной школы-семинара "Проблемы оптимизации сложных систем". - С. 227-230.
- [16] Khairetdinov M.S., Avrorov S.A., Livenets A.A. A computational technology in seismic monitoring. Bull.Nov.Comp.Center., Math.Model. in Geoph. – 2010. – C.51–69.