

I. Le Paradoxe de Condorcet:

Le Paradoxe de Condorcet, une énigme qui s'insinue au cœur des systèmes électoraux, remet en question la cohérence de la démocratie collective. Cette complexité, décelée au XVIII^e siècle par le philosophe et mathématicien français Marquis de Condorcet, souligne les limites apparentes des choix démocratiques. Cette étude s'attelle à dévoiler la nature intrigante de ce paradoxe, en se penchant sur un exemple concret impliquant trois candidats : A, B, et C.

Le Paradoxe de Condorcet expose une disharmonie au sein des préférences démocratiques collectives. Il surgit lorsque des préférences individuelles rationnelles, exprimées par une majorité, génèrent des résultats contradictoires. Malgré des préférences claires entre chaque paire de candidats, la compilation de ces choix crée une boucle circulaire, remettant en question la cohérence du processus démocratique. La découverte originelle de Condorcet suscite une interrogation profonde quant à la possibilité d'atteindre une perfection électorale.

Pour illustrer le Paradoxe de Condorcet, imaginons une situation où la majorité des gens préfère A à B, B à C, et C à A. Si l'on examine chaque paire de candidats séparément, cela semble logique, avec des préférences claires. Cependant, lorsque l'on rassemble ces préférences, cela crée un cercle, ce qui va à l'encontre de ce que l'on attendrait dans une démocratie normale. Cet exemple met en lumière la complexité et le mystère du Paradoxe de Condorcet, montrant à quel point il est délicat de concilier les choix individuels avec la volonté collective.

L'héritage intellectuel de Condorcet, tel qu'illustré par ce paradoxe, encourage à réfléchir profondément sur la nature des processus électoraux. Résoudre ce dilemme demande d'explorer attentivement comment les choix s'imbriquent et s'agrègent dans les systèmes électoraux. À travers les siècles, ce paradoxe demeure une source d'inspiration pour les penseurs qui aspirent à concevoir des modèles électoraux plus justes et représentatifs, soulignant ainsi les défis continus auxquels fait face la démocratie.

II. Probabilité du Paradoxe:

Il y'a 4 critères qui font varier la possibilité de rencontrer le paradoxe de condorcet :

- la présence de cycle de préférence circulaire (tel que A à B, B à C, et C à A, formant ainsi un cycle)
- des choix de préférences divers (que les candidats et pour la plupart des avis assez différent et qu'il n'y est pas de vainqueur évident).
- Le nombre d'électeurs (plus il y aura d'électeurs plus les chances de causer le paradoxe de condorcet diminueront).
- Le système de vote (la méthode Borda a de plus grande chance d'engendrer le paradoxe de condorcet par exemple).

En effet nous allons voir plus profondément le sujet au niveau mathématique relié a ce que nous avons étudiés ce semestre. Afin de résoudre le paradoxe de condorcet il existe plusieurs solution pour le résoudre: la méthode de Borda, la méthode Schulze, méthode Condorcet avec rangement des

paires par ordre décroissant, méthode de copelands ou encore en utilisant un scrutin de Condorcet randomisé. Nous allons nous concentrer sur la méthode de Condorcet avec rangement des paires par ordres croissant. Cette méthode consiste à ce que chaque électeur range les candidats par ordre de préférence. On a alors un graphe pondéré (voir figure 1) où chaque sommet est un candidat, entre chaque sommet on a un arc orienté de x à y avec une valeur $n-p$ (n : nombre de victoires de X sur Y , p : nombre de défaites). On va ensuite classer chaque arc par ordre décroissant sans ex-aequo. Suite à cela on parcourt le graphe par ordre décroissant en s'assurant que les arcs choisis ne créent pas de cycle (figure 2 et 3). On termine cette opération et on obtient un graphe sans cycles dont le gagnant est un sommet où aucune flèche n'arrive sur lui. Le parcours du graphe a eu au maximum pour X candidat $X(X-1)/2$ arcs.

Figure 1:

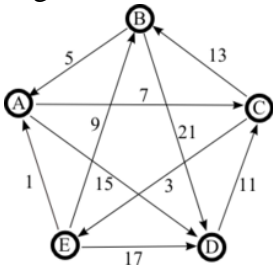


figure 2:

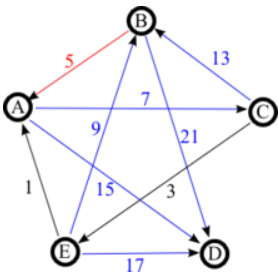
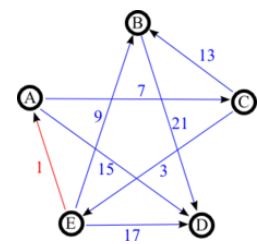


figure 3:



Source:

https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_Condorcet_avec_rangement_des_paires_par_ordre_d%C3%A9croissant pour les graphes et l'explication de la méthode.

III. La Quête du gagnant: Le Critère de Condorcet:

Le Critère de Condorcet, élaboré par le philosophe et mathématicien français Marquis de Condorcet au XVIIIe siècle, se pose en réponse au Paradoxe de Condorcet, révélant ainsi une quête de cohérence au sein des systèmes électoraux. Cette section se divise en deux axes fondamentaux : la présentation des Critères de Condorcet et l'évaluation des systèmes électoraux.

Dans la présentation des Critères de Condorcet, l'étude explore les fondements théoriques sous-jacents à cette approche. L'héritage intellectuel laissé par Condorcet incite à scruter attentivement la nature des processus électoraux, mettant en lumière la nécessité de concilier les choix individuels avec la volonté collective. L'analyse s'appuie sur l'exemple concret impliquant trois candidats, A, B et C, pour illustrer la disharmonie au sein des préférences démocratiques collectives.

Dans la deuxième partie, l'évaluation des systèmes électoraux approfondit la compréhension du Critère de Condorcet. La probabilité du Paradoxe de Condorcet, déclinée à travers quatre critères, révèle les conditions propices à son émergence. L'étude mathématique s'attarde sur la méthode de Condorcet avec rangement des paires par ordre décroissant, détaillant son fonctionnement et son efficacité potentielle pour résoudre le paradoxe.

En somme, la Quête du gagnant selon le Critère de Condorcet incarne une recherche constante d'équité dans les choix électoraux, mobilisant des outils mathématiques et conceptuels pour dépasser les limites apparentes du Paradoxe de Condorcet. Cette exploration s'inscrit dans une tradition intellectuelle séculaire, nourrissant la réflexion sur la démocratie et suscitant des pistes novatrices pour des modèles électoraux plus justes et représentatifs.

Conclusion:

Le Paradoxe de Condorcet, dévoilé au XVIIIe siècle, défie la cohérence des systèmes électoraux en mettant en lumière les limites des choix démocratiques. Cette énigme se manifeste lorsque des préférences rationnelles individuelles génèrent des résultats contradictoires, créant une boucle circulaire et remettant en question la cohérence démocratique. L'héritage de Condorcet incite à réfléchir profondément sur les processus électoraux, soulignant les défis persistants de la démocratie. La probabilité du Paradoxe dépend de critères tels que les cycles de préférence, la diversité des choix et le nombre d'électeurs. La méthode de Condorcet avec rangement des paires par ordre croissant se présente comme une solution mathématique explorée dans la Quête du gagnant, offrant une approche novatrice pour concilier les choix individuels et la volonté collective.

Annexe Numérique:

Code java