

ACTUARIAT NON VIE

INTRODUCTION ET GÉNÉRALITÉS

8 SEPTEMBRE 2018
VANESSA DÉSSERT



Planning prévisionnel

Master 2 - Actuariat Non Vie 2018-2019					
	Date	Horaire	Durée	Intervenant	Thème
Samedi	08-sept	9h-12h	3	Vanessa DESERT	Intro / Généralités
Lundi	10-sept	13h30-17h	3.5	Vanessa DESERT	Provisionnement
Lundi	17-sept	14h-17h	3	Julien MEDARD	Crédibilité
Lundi	24-sept	13h30 - 17h	3.5	Vanessa DESERT + Julien MEDARD	TP Provisionnement (2 groupes)
Lundi	01-oct	13h30 - 17h	3.5	Vanessa DESERT	Solvabilité 2
Lundi	05-nov	14h-17h	3	Pierre PARRIEL	Tarification + Pros / entreprises
Lundi	12-nov	13h30 - 17h	3.5	Vanessa DESERT	GLM + zonage
Vendredi	16-nov	9h-12h	3	Vanessa DESERT + Pierre GOLHEN	TP Tarification/GLM (2 groupes)
Lundi	03-déc	13h30 - 16h30	3	Vanessa DESERT	Correction N-1 + exos

⇒ Examen : lundi 10 décembre 2018 (2h)

Risque et assurance

Assurance non vie - généralités

Enjeux « actuariels » en assurance non vie

Annexes

RISQUE ET ASSURANCE

- ✓ Notion de risque
- ✓ Chiffres clés

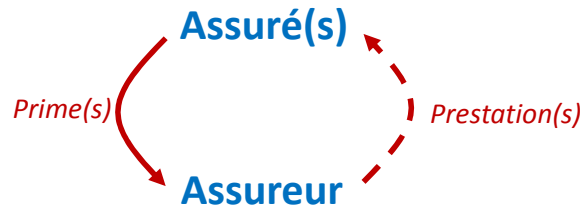
Notion de risque

- ❖ De façon générale, un **risque** peut être défini comme un ***nombre aléatoire*** X , dont la ***réalisation*** réelle est inconnue. Néanmoins, un ensemble de réalisations possibles doit être spécifié et les ***probabilités*** de cet ensemble doivent être assignées.
- ❖ Appliqué au domaine de l'assurance, le risque représente un aléa sur des conditions financières, matérielles, corporelles ou de vie des individus (personnes physiques, collectivités, entreprises...).

Notion de risque

- ❖ L'opération d'assurance vise alors à **transférer** tout ou partie des conséquences financières du risque subi par l'assuré vers une société d'assurance, dans les conditions et circonstances précisées par un contrat.
- ❖ Le moyen mis en œuvre par les organismes d'assurance pour les prémunir contre ce risque est de les associer à une **communauté** de personnes (=les assurés), qui cotise pour être en mesure d'indemniser ceux parmi ses membres qui subiraient des dommages matériels ou corporels en cas de réalisation du risque.

⇒ *Principe de mutualisation*

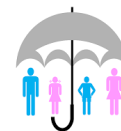


⇒ *Cycle inversé de l'assurance*

Les différents types d'assurance

On distingue 2 types d'assurance:

- Assurance « **Non Vie** »
 - Assurances de Biens, de Responsabilité, Santé
 - Échéances relativement courtes
 - Forte variabilité.
- Assurance « **Vie** »
 - Vie, décès, épargne, retraite...
 - Importance du temps.



Autre distinction commune: **Assurances IARD** vs **Assurances de Personnes**

- Assurances IARD (Incendie, Accident, Risques Divers) : correspond à **l'assurance de biens et de responsabilités** (civile, générale, construction, ...).
- **Assurances de personnes** : Santé et « Vie ».

Chiffres d'affaires de l'assurance en France

Chiffre d'affaires des sociétés adhérentes à la FFA

Chiffres clés de l'assurance - Affaires directes France

	2016 en Md€	2017 en Md€	Évolution
Cotisations (ensemble)	208,6	211,6	+1,4 %
Cotisations en Assurances de personnes	155,4	157,1	+1,1 %
- dont Vie et capitalisation	133,9	134,8	+0,5 %
- dont Maladie et accidents corporels	21,5	22,5	+4,8 %
Cotisations en Assurances de biens et de responsabilité	53,2	54,5	+2,3 %
- dont Particuliers	33,5	34,5	+3,0 %
- dont Professionnels	19,7	20	+1,2 %

Source : FFA - Sociétés régies par le Code des assurances

Les cotisations en assurances de biens et de responsabilité (affaires directes, en milliards d'euros)

	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Automobile	19,5	19,7	20,1	20,4	20,7	21,3
Dommmages aux biens						
- Particuliers	8,9	9,3	9,7	10,0	10,2	10,5
- Professionnels	6,2	6,2	6,2	6,3	7,6	7,6
- Agricoles	1,1	1,2	1,2	1,2		
Transport	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,8
Responsabilité civile générale	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
Construction	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2,1
Catastrophes naturelles	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,6
Divers (crédits, protection juridique, assistance)	5,2	5,5	5,7	6,1	6,5	6,9
TOTAL	49,4	50,2	51,2	52,4	53,2	54,5
PART EN % DE L'ENSEMBLE DU MARCHÉ	27,2	26,6	25,6	25,1	25,5	25,7

Source FFA : tableau-de-bord-assurance-2017.pdf

Et ailleurs dans le monde?

❖ Primes émises assurance Non Vie (brutes de réassurance)

Currency	Euros (millions)										
Variable	Business written in the reporting country										
Ownership	All undertakings (=1+3)										
Premium Type	Gross premiums										
Insurance Type	Non-Life										
DB RA	Direct business										
Contract Type	Total										
Year	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Country											
United States	656 171	623 760	587 868	628 291	669 875	667 683	760 619	765 690	839 280	1 079 166	1 143 312
Germany	86 945	88 034	88 339	97 914	101 238	102 071	104 314	108 172
Japan	55 703	49 694	51 482	59 035	64 400	67 747	75 834
France	78 693	75 617	59 499	60 239	61 958	57 572	58 471	59 379	60 191	59 265	66 879
Korea	24 701	25 907	22 731	23 673	32 827	37 584	46 725	46 160	54 814	63 760	65 827
United Kingdom	67 641	65 566	58 700	49 536	54 844	55 510	60 310	60 776	61 638	66 984	55 260
Canada	45 993	46 842	45 375	21 529	26 730	29 068	33 409	31 744	29 167	31 670	..
Australia	14 245	15 012	14 932	15 739	19 889	22 438	26 282	25 493	24 356	24 752	25 123
Switzerland	13 518	12 974	16 305	15 999	17 873	20 363	21 408	21 269	21 558	24 833	24 740
Netherlands	19 953	20 517	21 585	23 097	18 805	20 162	20 389	19 657	18 589	18 461	..
Ireland	7 349	7 465	7 271	6 278	6 580	6 384	6 633	6 288	6 654	8 553	14 560
Spain	29 636	31 139	31 808	13 214	10 517	12 672	12 883	12 498	12 634	13 136	13 654
Turkey	3 943	5 383	5 148	5 809	6 934	7 865	7 445	8 817	9 679
Denmark	6 058	7 054	7 128	7 691	7 896	7 779	8 909	8 839	8 732
Italy	38 468	39 274	39 277	9 872	8 776	8 541	8 270	8 136	8 182	8 262	8 432
Norway	6 122	5 614	6 792	6 671	7 213	7 929	9 104	8 810	8 919	8 353	8 144
Sweden	9 513	10 041	9 964	7 543	8 531	8 970	7 549	8 536	9 886	8 586	7 816
Poland	4 125	4 694	5 630	4 760	5 569	6 024	6 129	6 178	6 143	6 182	6 932
Finland	3 151	3 136	3 261	3 338	3 425	3 422	3 422	4 106	4 394	4 348	4 335
New Zealand	2 278	2 375	2 101	2 077	2 505	..	3 526	3 846	4 014	4 040	4 219
Mexico	6 568	7 133	6 966	1 409	1 723	1 739	2 063	2 409	2 505	2 866	3 351

Source statistiques OCDE

Et ailleurs dans le monde?

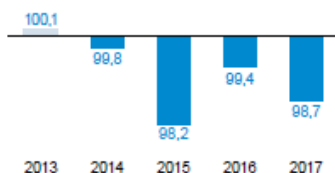
❖ Nombre d'entreprises d'assurance non vie

Variable	Nombres d'entreprises d'assurance										
Propriétaire	1. Entreprises nationales										
Type assurance	Non-Vie										
Type employeur	Non applicable										
Unité	Nombre										
Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Pays											
États-Unis	3 279	3 289	3 326	3 479	3 441	3 426	3 428	3 425	3 404	3 185	3 205
Allemagne	279	279	278	266	261	265	256	259	255	257	252
Royaume-Uni	248	246	247	257	245	242	234	227	214	209	187
France	263	241	226	259	257	250	221	212	206	191	..
Espagne	156	153	151	149	141	140	136	132	127	118	121
Suède	123	132	141	149	150	139	131	130	130	127	120
Pays-Bas	237	224	217	205	193	174	158	316	136
Irlande	132	135	133	129	123	121	111	104	102	101	90
Suisse	77	78	79	79	79	79	81	80	79	76	74
Australie	89	89	87	85	84	81	79	75	74	70	68
Canada	250	252	244	89	87	86	84	60	66	66	..
Danemark	109	106	113	100	87	85	76	77	63	63	63
Norvège	75	76	78	78	77	76	63	59	59	58	59
Italie	78	77	80	77	76	71	69	67	63	58	54
Mexique	37	40	45	43	42	44	47	45	49	46	44
Belgique	62	60	57	54	54	53	49	44	42	41	38
Finlande	110	104	104	103	79	78	42	42	38	38	37
Turquie	9	15	24	27	29	33	33	34	36	36	35
Luxembourg	26	27	30	31	29	29	31	34	34	32	33

Source statistiques OCDE

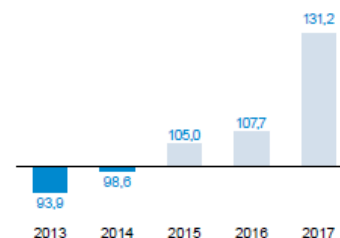
La rentabilité des activités

Ratio combiné⁽²⁾ en Assurances de Biens et de responsabilité



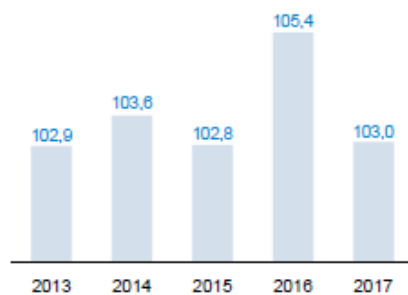
(1) Ratio combiné après réassurance : rapport des prestations versées, des dotations aux provisions pour sinistres à payer, des frais généraux et de la charge de réassurance au total du chiffre d'affaires
(2) net de réassurance

Ratio combiné⁽¹⁾ catastrophe naturelle



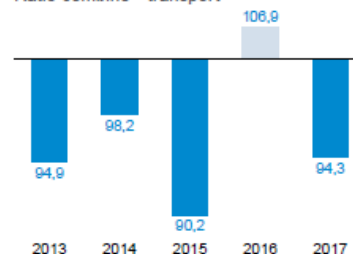
(1) net de réassurance

Ratio combiné⁽¹⁾ en automobile



(1) net de réassurance

Ratio combiné⁽¹⁾ transport



(1) net de réassurance



ASSURANCE NON VIE - GÉNÉRALITÉS

- ✓ Contractualisation
- ✓ Vie du contrat
- ✓ Bases de données
- ✓ Sélection et segmentation

Qu'est-ce que l'Assurance Non Vie ?

- ❖ Produits qui offrent des garanties dépendant d'évènements aléatoires non liés à la vie humaine : dommages corporels, assurances de biens et de responsabilité.
- ❖ 3 grandes catégories:
 - Assurance de choses ou de biens : coût des réparations, de remise en état, garantit la valeur d'usage.
 - Exemples : assurances automobile, dommages aux biens, transports, construction.
 - Assurance de responsabilité : dommages matériels et immatériels causés aux tiers.
 - Exemples : l'assurance responsabilité civile, générale ou en inclusion d'autres garanties.
 - Assurance de revenus ou de personnes: elle remet la personne, totalement ou partiellement, dans la situation d'avant sinistre.
 - Exemples : assurance dommages corporels (frais de soins, incapacité-invalidité), assurance crédit.

Contrat d'assurance

❖ Aux termes de l'Article L 112-4 du Code des Assurances :

La police est datée du jour où elle est établie. Elle indique :

- les noms et domiciles des parties contractantes
- la chose ou la personne assurée
- la nature des risques garantis
- le moment à partir duquel le risque est garanti et la durée de cette garantie
- le montant de la garantie
- la prime ou la cotisation de l'assurance.

[...]

Les clauses des polices édictant des nullités (*ex : suite à fausse déclaration*), des déchéances (*ex: suite à conduite en état d'ivresse*) ou des exclusions ne sont valables que si elles sont mentionnées en caractères très apparents.

Contrat d'assurance

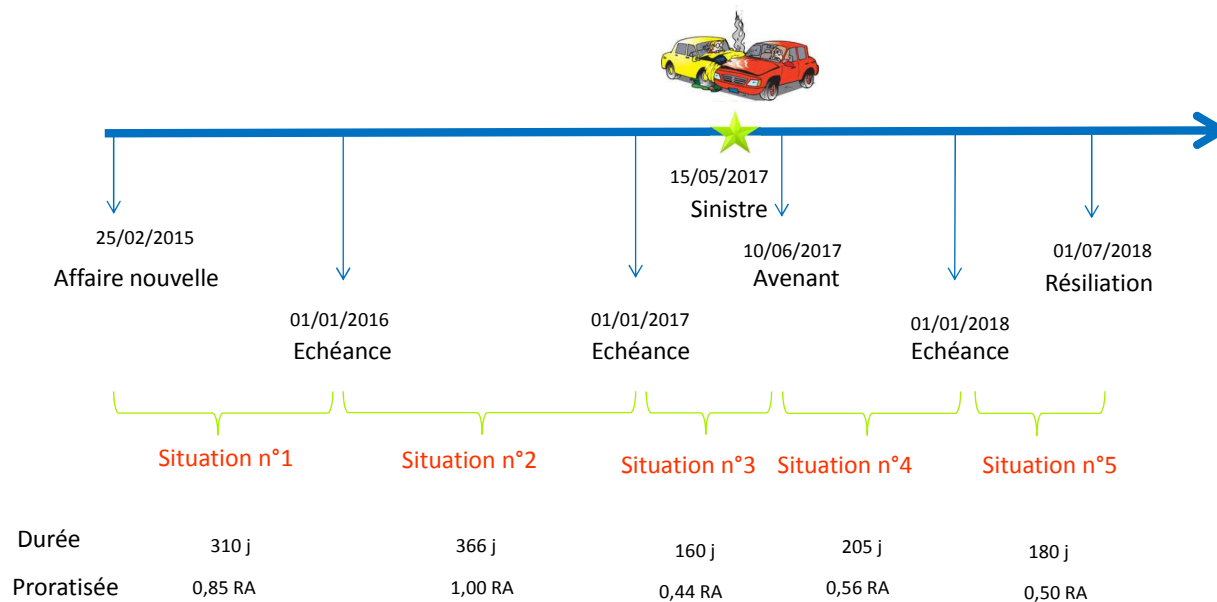
❖ Documents contractuels

- **Conditions générales** : ensemble de clauses communes à tous les contrats de cette catégorie passé par l'assureur.
- **Conditions particulières**: individualisent le contrat, comportent les indications exigées par la loi: Risques garantis / Conditions de garantie / Exclusions de risques / Franchises / Plafonds de garantie / Etc...
- Les Conditions Particulières prévalent toujours sur les Conditions Générales.

⇒ Clauses

⇒ Avenants

Vie du contrat



Bases de données

❖ Recueil d'informations : au moment de la vente du contrat

Le bien/risque
assuré

Le client, le
souscripteur



Les garanties
souscrites

Autres
caractéristiques du
contrat

Exemple sur un contrat d'assurance automobile

Type de véhicule
Usage du véhicule
Lieu de stationnement habituel
Conducteurs (âge, expérience de conduite, antécédents niveau de Bonus-Malus...)
...

Identité (âge, sexe...)
Adresse
Lien avec le conducteur principal
...

Garanties et options souscrites (RC, Vol, Assistance, Tous dommages, contenu...)
Franchises et niveaux d'indemnisation
...

Date d'effet et d'anniversaire du contrat
Fractionnement de paiement

Bases de données

❖ Données induites

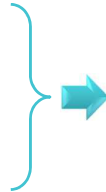
- A partir du code d'identification du véhicule (immatriculation, type mine)
⇒ nomenclature du véhicule
 - Dimensions
 - Poids
 - Puissance
 - Energie
 - Équipement
 - Énergie
 - ...
- A partir de l'adresse ⇒ zonage
 - Coordonnées
 - Identifiant Insee (dépt, commune, quartier...)
 - Caractéristiques du quartier : critères socios-démographiques,...

Peuvent servir à construire un scoring du véhicule et un scoring géographique sur différents facteurs de risque

Bases de données

❖ Recueil d'informations tout au long de la vie du contrat, à chaque évènement :

- Echéance anniversaire
- Avenant
- Résiliation
- Sinistralité



Actualisation des critères issus de la précédente situation d'assurance, critère de durée de la situation.



Toutes les informations, issues du questionnaire au moment de la vente, des évènements survenant pendant le vie du contrat, et tous les critères pouvant être recueillis de manière indirecte, sont **stockées dans des entrepôts de données**, permettant leur exploitation ultérieure à des fins de pilotage ou de **modélisation statistique**.

Sélection et segmentation des risques

Asymétrie d'information

- ❖ L'assureur ne possède qu'une **connaissance de nature statistique** du risque, son objectif est de situer le demandeur d'assurance dans une des catégories tarifaires qu'il a constituées, et pour lesquelles il connaît le coût collectif du risque grâce aux analyses statistiques et actuarielles qu'il a effectué.
- ❖ L'assuré dispose des informations qu'il a fournies à l'assureur, mais également de connaissances complémentaires, plus ou moins conscientes, sur son propre comportement (efforts de prévention et prudence, ...).

⇒ Il y a donc **asymétrie d'information**.

Sélection et segmentation des risques

L'**antisélection**, ou **sélection adverse** (sélection défavorable)

- ❖ Par son système de tarification « a priori », l'assureur constitue des mutualités qui présentent une **hétérogénéité résiduelle** du fait de l'asymétrie d'information.
- ❖ Tous les assurés appartenant à une même mutualité vont s'acquitter de la même prime P .
- ❖ Dès lors, si un assureur concurrent parvient à « distinguer » les assurés de cette mutualité, et propose un tarif $P_1 < P$ pour les « **bas risques** » et $P_2 > P$ pour les « **hauts risques** », les bons risques vont quitter le premier assureur.
- ❖ Celui-ci va voir la proportion de mauvais risques dans son portefeuille augmenter, entraînant une sous-tarification et des résultats négatifs
 - S'il réajuste à la hausse le tarif moyen P sans parvenir à distinguer les assurés, l'incitation des bas risques à le quitter va encore augmenter...



Antisélection - exemple

❖ On considère une population d'assurés. On distingue 2 groupes:

- Les "bas risques": charge sinistre annuelle moyenne = 200€
- Les "hauts risques": charge sinistre annuelle moyenne = 500€.

Compagnie A : Mutualisation

Tarif unique 500€ par contrat

"Bas risques ":

- Cotisation annuelle = 500€, S/P=40%

"Hauts risques ":

- Cotisation annuelle = 500€, S/P=100%

Portefeuille constitué de 1000 contrats, dont:

-500 "Bas risques "

-500 "Hauts risques "

Chiffre d'affaires=.....

Résultat =

Compagnie B : Segmentation

Tarif segmenté selon la zone de circulation

"Bas risques ":

-Cotisation annuelle = 300€, S/P=67%

"Hauts risques ":

-Cotisation annuelle =700€, S/P=71%

Portefeuille constitué de 1000 contrats, dont:

-500 "Bas risques "

-500 "Hauts risques "

Chiffre d'affaires=.....

Résultat =

Résultat = Primes – Sinistres – Frais (=25% des primes dans cet exemple), pas de produits financiers

Antisélection- exemple



- ❖ Les " Bas risques " ont le choix entre payer 500€ à l'assureur A, et 300€ à B : ils sont attirés par B.
- ❖ A l'inverse, les " Hauts risques " choisiront plutôt la compagnie A.

Compagnie A : Mutualisation

Tarif unique 500€ par contrat

" Bas risques ":

- Cotisation annuelle = 500€ , S/P=40%

" Hauts risques ":

- Cotisation annuelle = 500€ , S/P=100%

Portefeuille constitué de 1000 contrats, dont:

-250 " Bas risques "

-750 " Hauts risques "

Chiffre d'affaires=.....
Résultat =

Compagnie B : Segmentation

Tarif segmenté selon la zone de circulation

" Bas risques ":

-Cotisation annuelle = 300€, S/P=67%

" Hauts risques ":

-Cotisation annuelle =700€ , S/P=71%

Portefeuille constitué de 1000 contrats, dont:

-750 " Bas risques "

-250 " Hauts risques "

Chiffre d'affaires=.....
Résultat =

ANTI-SELECTION

Sélection et segmentation des risques

❖ L'antisélection : Solutions

- **Segmenter** : utiliser les réponses au questionnaire et les variables observables de l'individu et du bien assuré, afin d'affiner le système de tarification
 - Prise en compte des informations individuelles corrélée directement ou indirectement avec le risque
 - Prise en compte des historiques de sinistralité qui sont souvent révélateurs du comportement et permettent une personnalisation de la prime (systèmes de bonus-malus)
- **Observer** les tarifs, la rédaction des contrats, et si possible les règles de souscription et de sélection **des concurrents** sur le marché
- Disposer de **données statistiques précises sur le marché**, au niveau national et régional, en ce qui concerne la structure du portefeuille et l'évolution des paramètres du risque (fréquence et cout moyen,...)
 - Permet notamment d'identifier d'éventuelles dérives des risques dans le portefeuille de l'assureur.

Sélection et segmentation des risques

Aléa moral

- ❖ L'aléa moral traduit le fait de **modifier sa consommation ou son comportement du fait de l'assurance.**
- ❖ Exemple:
 - Un industriel qui a souscrit une protection incendie pourrait être enclin, en cas de difficultés financières, à diminuer les investissements nécessaires pour maintenir les équipements de protection incendie à niveau.
 - Un particulier dont l'habitation est protégée contre le vol pourrait négliger les précautions usuelles.
- ❖ Les éventuelles fraudes à l'assurance (cas où l'assuré provoque délibérément le sinistre, pour encaisser l'indemnisation prévue) peuvent être considérées comme un cas extrême de l'aléa moral.

Sélection et segmentation des risques

❖ Aléa moral : Solutions

- Lorsque cela est possible d'un point de vue réglementaire, proposer des contrats qui prévoient un **partage des risques** entre l'assureur et l'assuré (franchises ou plafonds d'indemnisation).
 - Les assurés auront ainsi une incitation économique à limiter la fréquence de leurs sinistres et aussi la fréquence de déclaration.
- Mettre en place un système de **modulation des primes** individuelles, afin d'intégrer l'information sur la sinistralité passée dans la tarification.
 - Exemple: en assurance auto, le coefficient de bonus-malus, fonction du nombre d'accidents (A.121-1 du code des assurances).
- Exiger dans les contrats le développement de programmes de **prévention et de protection** (système antivol, protection incendie, ...)

Sélection des risques

Sélection a priori :

- ❖ L'acceptation : l'assureur peut refuser d'assurer certains risques Cas des assurances obligatoires (RC automobile, construction, catastrophes naturelles, RC médicale)
 - Les individus se voyant refuser l'une des garanties obligatoires peuvent saisir le Bureau Central de Tarification (BCT), qui fixera la prime et imposera à l'entreprise d'assurance de garantir le risque.
- ❖ La tarification

Sélection a posteriori : la surveillance

- ❖ Possibilité pour l'assureur de mettre en place des mesures spécifiques sur certains contrats, pouvant aller jusqu'à la résiliation.

ENJEUX « ACTUARIELS » EN ASSURANCE NON VIE

- ✓ Tarification
- ✓ Provisionnement
- ✓ Travaux réglementaires
- ✓ Evaluation prospective
- ✓ En synthèse, rôles des actuaires en assurance non vie

L'actuariat Non Vie

- ❖ Tarifier les contrats et provisionner les engagements des sociétés d'assurance non-vie, c'est-à-dire dont les contrats offrent des garanties dépendant d'évènements aléatoires non liés à la vie humaine : dommages corporels, assurances de biens et de responsabilité.
- ❖ Particularité
 - Horizon généralement court : dans la plupart des cas il n'y a pas d'hypothèse de taux d'intérêt dans le calcul des primes et provisions
 - Fort aléa : sur le nombre et sur le coût
 - Le règlement des sinistres peut s'échelonner sur plusieurs années
 - Garanties de type indemnitaire, montant du sinistre déterminé a posteriori.

- ❖ Maîtriser les méthodes d'**estimation** des différents éléments qui composent la prime d'assurance est nécessaire à la détermination d'une politique de prix.
- ❖ Connaître le coût, c'est connaître sa **structure**, c'est-à-dire les variables qui le conditionnent, et sa **sensibilité** à ces paramètres.
- ❖ Le tarif doit prendre en compte les contraintes **concurrentielles** et de **rentabilité**.

Tarification

❖ La prime commerciale peut se traduire ainsi :

$$PC = PP + \tau \times PC + \alpha \times PP$$

- PP : **prime pure**, qui est l'espérance de la charge des sinistres.
- τ : taux de **chargement pour frais de gestion**, commissions, réassurance, etc.
- α : **chargement de sécurité**, proportionnel à la prime pure.

❖ La composante la plus importante du tarif est la **PRIME PURE**, qui correspond au **prix du risque**.

- Modélisation par une approche « Fréquence x Coût moyen »
- Choix de variables explicatives pertinentes

Modélisation de la prime pure : Exemple de méthodologie

1) Sélectionner les variables tarifaires

- Retenir un nombre relativement réduit d'indicateurs susceptibles d'être des facteurs de tarification.
 - **Analyse des correspondances multiples (ACM)**
 - Résumer les caractéristiques essentielles de la population.
 - Détecter des variables corrélées (effet Guttman).
 - **Régression qualitative stepwise, régression logistique**
 - Expliquer la fréquence et le coût moyen observé à l'aide des variables, afin de déterminer les plus influentes.

⇒ Choix des critères tarifaires variables selon les produits mais aussi selon les pays : en général, plus les marchés sont matures, plus les critères utilisés pour la tarification sont nombreux et précis.

Modélisation de la prime pure : Exemple de méthodologie

2) Déterminer les classes de tarif

- Découper l'ensemble du portefeuille sur la base des variables retenues, en sous-groupes aussi homogènes que possible.
 - **Classification ascendante hiérarchique.**
 - **Méthode des nuées dynamiques.**

3) Calculer les primes

- Adapter un tarif à chaque case. La structure est généralement multiplicative:
 - **Modèles linéaires généralisés** (MLG ou GLM), lorsque le volume de données (nombre d'individus par classe) est suffisant.
 - Dans le cas où l'information observée est insuffisante, nécessité de recourir à des méthodes de **Crédibilité**.

Tarification et résultat de l'assureur

- ❖ Expression du résultat de l'assureur :

$$R = \underbrace{\sum_{i=1}^{n_a} PC_i}_{\text{Primes}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{n_a} X_i}_{\text{Sinistres}} - \underbrace{FNG}_{\text{Frais de gestions nets de Produits Financiers}}$$

Avec n_a : nombre d'assurés (= nb de risques), supposés indépendants.

- ❖ Pour chaque assuré, la charge annuelle de sinistre X_i est une variable aléatoire. Chaque risque est supposé indépendant et identique, donc $E(X_i) = E(X)$ et $\sigma(X_i) = \sigma(X)$

- ❖ Ainsi l'espérance et l'écart-type de la charge annuelle de sinistres valent:

$$E(\sum X_i) = n_a E(X) \text{ et } \sigma(\sum X_i) = \sqrt{n_a} \sigma(X)$$

- ❖ Grace au TCL, on peut affirmer que :

$$Z = \frac{\sum X_i - n_a E(X)}{\sqrt{n_a} \sigma(X)} \xrightarrow{n_a \rightarrow \infty} N(0, 1)$$



Tarification et résultat de l'assureur

❖ On reprend l'expression de la prime commerciale :

$$PC = PP + \alpha \times PP + \tau \times PC$$

- On suppose que la composante « $\tau \times PC$ » compense les frais de gestion (FNG).

❖ On obtient :

$$R = n_a PP + n_a \alpha PP + n_a \tau PC - \sum X_i - FNG$$

$$R = n_a PP + n_a \alpha PP - \sum X_i$$

L'espérance et l'écart-type du résultat sont :

- $E(R) = n_a \alpha PP = n_a \alpha E(X)$
- $\sigma(R) = \sqrt{n_a} \sigma(X)$

Le risque de perte – approche simplifiée

- ❖ Le risque de perte est le risque que le résultat (technique) soit négatif :

$$P(R \leq 0)$$

- ❖ Par application du TCL, $\frac{R - E(R)}{\sigma(R)} \longrightarrow N(0,1)$

- ❖ D'où :

$$P(R \leq 0) = P\left(N(0,1) \leq -\sqrt{n_a} \frac{\alpha E(Xi)}{\sigma(Xi)}\right)$$

- ❖ On réduit donc cette probabilité :

- En augmentant n_a ,
- En augmentant α ,
- En réduisant la volatilité.

- ❖ Remarque : en l'absence de marge de sécurité, la probabilité de perte est de 50% :

$$P(R \leq 0) = P(N(0,1) \leq 0) = \frac{1}{2}$$

Le risque de ruine – approche simplifiée

❖ La probabilité de ruine est définie par:

$$P(R < -FP) = P\left(Z < -\frac{FP+E(R)}{\sigma(R)}\right) \text{ avec } Z \sim N(0,1)$$

❖ On définit alors le coefficient de sécurité: $\beta = \frac{FP+E(R)}{\sigma(R)}$

❖ Par exemple si $\beta = 3.1$, l'assureur a une probabilité de 1 pour 1000 d'être en ruine.

❖ On réduit cette probabilité :

- En augmentant le montant initial des fonds propres
- En augmentant le chargement de sécurité α ,
- En augmentant le nombre de contrats n_a ,
- En réduisant la volatilité.

Enjeux de la tarification

- ❖ **Prévoir** à l'avance la probabilité de survenance et le montant des sinistres à indemniser.
- ❖ S'appuyer sur un **historique de données statistiques** suffisamment long et précis pour fonder les prévisions.
- ❖ **Lutter contre l'asymétrie d'information** (antisélection / aléa moral).
- ❖ Permettre à l'assureur de **payer les frais** nécessaires à son fonctionnement, notamment la rémunération des apporteurs d'affaires pour les assureurs à intermédiaires.
- ❖ **Limiter le risque de ruine** en prévoyant une marge de sécurité dans le tarif.
- ❖ Pour les compagnies cotées, **rémunérer les actionnaires** pour les fonds propres immobilisés.
- ❖ Tenir compte des **contraintes commerciales** posées par la concurrence afin que les tarifs et leurs variations soient acceptés par les assurés sans bouleverser la base de mutualisation.

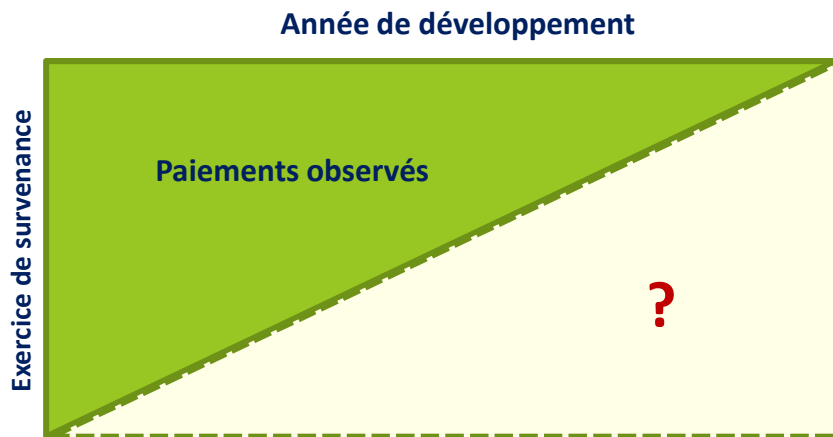
Provisionnement

- ❖ **Cycle de production inversé** : les compagnies d'assurance perçoivent les cotisations des clients (assurés) parfois très longtemps avant de fournir le service pour lequel elles sont rémunérées.
- ❖ Les **provisions** sont des **réserves** financières destinées à permettre le règlement intégral des engagements pris envers les assurés et bénéficiaires des contrats. Elles sont liées à la technique même de l'assurance, et imposées par la réglementation.
- ❖ Parmi les provisions constituées par une compagnie d'assurance non-vie, la plus importante est la Provision pour Sinistres A Payer (PSAP).

Provisionnement

- ❖ Les provisions pour sinistres sont les fonds constitués et inscrits au bilan d'un assureur, pour les sinistres déjà survenus mais n'ayant pas été réglés (ou partiellement).
- ❖ Elle correspondent, à un instant donné, à la différence entre :
 - L'évaluation de la charge « ultime » des sinistres survenus, c'est-à-dire le montant final que la compagnie estime avoir à payer quand le sinistre sera définitivement réglé (clos).
 - Le montant déjà réglé de ces mêmes sinistres.
- ❖ Elles sont particulièrement importantes en assurance de responsabilité civile, où l'identification et le règlement des sinistres peuvent être longs.
- ❖ Les PSAP peuvent avoir de fortes conséquences sur le bilan et le compte de résultat des assureurs, d'où l'importance d'une évaluation précise.

- ❖ Méthodes usuelles d'évaluation des PSAP:
 - **Méthodes déterministes** : méthode des cadences (Chain Ladder), Bornhuetter-Ferguson, Coût moyen, GLM, Loss Ratio ...
 - **Méthodes stochastiques** : Modèle de Mack, Bootstrap, GLM,...



Pourquoi une réglementation prudentielle ?

→ La protection des assurés ←

- Les produits d'assurance sont des produits de masse, parfois même obligatoires
- L'activité d'assurance est risquée
 - Inversion du cycle de production
 - Difficulté à tarifer certains aléas
 - Risque d'antisélection
- Asymétrie entre l'assureur et l'assuré
 - Activité difficile à évaluer
 - Appétits pour le risque différents entre souscripteurs et actionnaires

Travaux règlementaires

☛ Que souhaite-t-on par exemple vérifier ?

- Que l'assureur est assez « riche »
 - Pour régler ses engagements actuels
 - Et ce même en cas de « problème »
- Qu'il ne prend pas trop de risques
 - Par rapport à ses fonds propres
 - Par rapport aux « souhaits » des assurés
- Que ses placements sont de bonne qualité
- Qu'il a bien évalué les engagements qu'il a pris.

☛ Quels cas types souhaiterait-on par exemple éviter ?

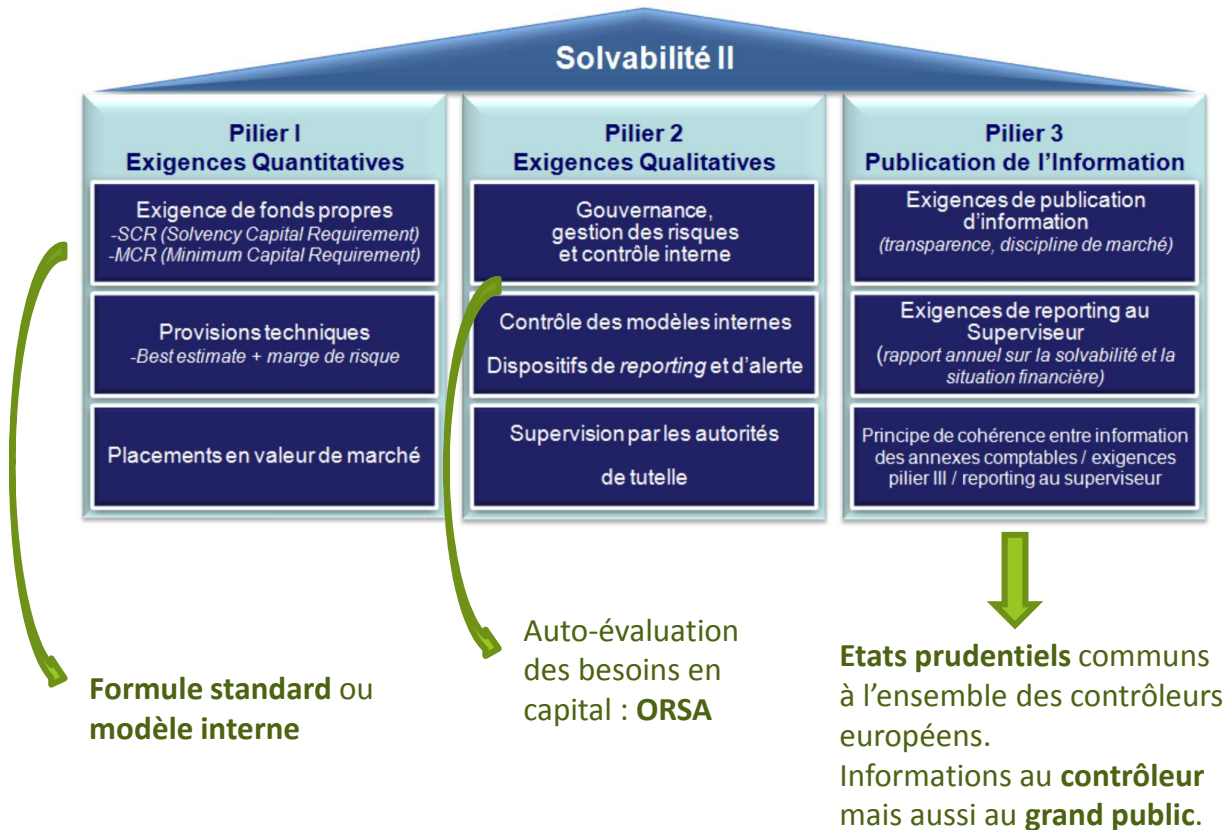
- Un assureur qui investirait tout son actif dans des actions « risquées »
- Un assureur qui prendrait des engagements démesurés et qui ferait faillite 10 ans après
- Un assureur qui sous estimerait les sinistres qu'il aura à régler dans les années à venir.

Travaux règlementaires

❖ La réforme Solvabilité 2

- Harmonisation européenne
- Adaptation des exigences de capital et des pratiques de contrôle au profil de risque (« risk-based »)
- Passage d'une vision comptable à une vision « économique » du bilan prudentiel
- Renforcement de la gouvernance et de la gestion des risques
- Amélioration du contrôle des groupes
- Principe de proportionnalité

Travaux réglementaires



Evaluation prospective du résultat

Le Business Plan (BP)

- ❖ Le BP vise en général à **détailler, chiffrer, évaluer** les comptes de résultats et bilans prévisionnels en fonction des orientations d'activités, des perspectives de coûts, des évolutions structurelles et des liens avec les partenaires de l'entreprise.
- ❖ Il traduit de ce fait les **orientations stratégiques** de l'entreprise.
- ❖ Ce document présente un projet de développement à court et moyen terme (3-5 ans) : création/reprise d'une entreprise, nouvelle activité, fusion-acquisition...etc.
- ❖ Le business sert au pilotage stratégique de la compagnie. Il est également utilisé dans le cadre des travaux réglementaires ORSA.

Evaluation prospective du résultat

❖ Compte de résultat prévisionnel - Exemple (très) simplifié

		2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Primes acquises brutes	+	120	125	128	130	133	135	138
Charge sinistres brute	-	90	91	92	94	96	97	99
Solde de Cession de Réassurance	+	-2	-1	-2	-2	-2	-2	-2
MARGE NETTE	+	28	33	34	34	35	36	37
Charges d'exploitations nettes	-	29	30	29	28	28	28	28
RESULTAT d'ASSURANCE	+	-1	3	5	6	7	8	9
PRODUITS FINANCIERS NETS DE CHARGE	+	4	3	4	4	4	5	5
AUTRES POSTES	+	0	0	0	0	0	0	0
RESULTAT AVANT IMPOTS		3	6	9	10	11	13	14
Impôts sur les sociétés		1	2	3	3	4	4	5
RESULTAT NET		2	4	6	7	7	9	9

⇒ Chacune des composantes ci-dessus est composée de plusieurs éléments, qui font tous l'objet d'une projection.

En synthèse - Rôle des actuaires en assurance non vie

Fondamentalement, l'actuaire est connu pour sa capacité à analyser l'impact financier des risques (vie, santé, responsabilités, dommages) de manière dynamique en construisant des modèles prospectifs au moyen de techniques mathématiques et financières.

- Construction de produits
 - Analyse des cash-flow attendus en fonction des caractéristiques du produit, fixation des primes.
- Rentabilité a posteriori
 - Back testing, analyse des résultats, de la déformation et ajustements
- Provisions techniques
- Solvabilité et exigences de capital
 - Calcul des besoins en capitaux, scénario catastrophe, évaluation des risques de réassurance ou de contrepartie défaillante.
- Mais aussi :
 - Réassurance : optimiser le résultat, son équilibre sur plusieurs exercices, minimiser les capitaux nécessaires au bon développement économique de l'assureur
 - Asset Liability Management (ALM)

En synthèse - Rôle des actuaires en assurance non vie

Quels sont les rôles joués par les actuaires?

❖ Fonctions opérationnelles

- Tarification, souscription, calcul des provisions, reporting, études de rentabilité. Création de modèles et validation de ceux-ci.

❖ Gestion du risque

- Identification, mesure et gestion du risque, vérification de la politique de souscription, adéquation de la réassurance, suivi et reporting de l'évolution des risques,
⇒ *Avec la réglementation Solvabilité 2, création des fonctions clés « Gestion des risques » et « Fonction actuarielle ».*

❖ Contrôle

- Audit et contrôle (interne et externe), certification.

ANNEXES

Indicateurs usuels en actuariat Non Vie

❖ Fréquence (annuelle)

$$F = \frac{\text{nb de sinistres}}{\text{nb de risques années}}$$

- Les périodes d'observation du nb de sinistres et du nb de risques années (« RA ») sont les mêmes.

❖ Coût moyen

$$CM = \frac{\sum \text{coûts des sinistres de l'exercice}}{\text{nb de sinistres de l'exercice}}$$

- La charge des sinistres de l'exercice N correspond aux règlements déjà effectués + une réserve (provision) pour les règlements à effectuer au titre des sinistres survenus durant l'exercice N.

❖ Prime Pure

$$PP = F \times CM = \frac{\sum \text{coûts des sinistres de l'exercice}}{\text{nb de risques années}}$$

- C'est le **coût du risque**.



❖ S/P

$$S/P = \frac{\text{charge sinistres}}{\text{cotisations acquises}}$$

❖ Ratio Combiné

$$RC = \frac{\text{charge sinistres} + \text{frais}}{\text{cotisations acquises}}$$

- En plus du règlement des sinistres, les cotisations perçues par l'assureur doivent lui permettre de couvrir ses frais de fonctionnement : frais généraux, commissions, solde de réassurance.
- Une ressource n'est pas prise en compte dans ce ratio: les produits financiers, générés par le placement des actifs de la compagnie.

Rappels Loi N(0,1) et TCL

❖ Si Z suit une loi normale centrée réduite N(0,1) :

- $P(Z < \beta) = 99.9\% \Leftrightarrow \beta = 3.1$
- $P(Z < \beta) = 99\% \Leftrightarrow \beta = 2.33$
- $P(Z < \beta) = 95\% \Leftrightarrow \beta = 1.64$

- $P(Z < |\beta|) = 95\% \Leftrightarrow P(Z < \beta) < 97.5\% \Leftrightarrow \beta = 1.96$

❖ Théorème Central Limite

Soit X_1, X_2, \dots, X_n une suite de variables indépendantes et identiquement distribuées, d'espérance m et d'écart-type σ .

Alors :

$$Y_n = \frac{\sum X_i - nm}{\sigma\sqrt{n}} \rightarrow N(0,1)$$

La variable Y converge en loi vers la loi normale centrée réduite.

Quelques références

- ❖ A. CHARPENTIER, M. DENUIT , *Mathématiques de l'assurance non-vie, Tomes 1&2* (Economica, 2004&2005)



- ❖ C. PARTRAT, JL. BESSON, *Assurance non-vie, Modélisation, Simulation* (Economica, 2004)



- ❖ E. BOCQUAIRE , *Les grands principes de l'actuariat* (L'Argus de l'Assurance, 2015)



- ❖ Sites internet :

- FFA : <http://www.ffa-assurance.fr/>
- Statistiques de l'OCDE : <http://stats.oecd.org/>



