

“勘误”和请教

——to professor D.P Wang

毛煜苏

May 27, 2012

Abstract

看林源渠、方企勤《数学分析解题指南》遇到的一些小错误和一些个人认为值得商榷的地方.

1 一些小错误

1. P_{155} 例5的第一个式子:

$$f\left(\frac{a+b}{2}+x\right)=f\left(\frac{a+b}{2}-x\right)dx,$$

尾部的那个 dx 应该去掉.然后 P_{156} 关于例5的第二问的解答

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi}\frac{x}{1+\cos^2x}dx&=\int_0^{\pi}\frac{x-\frac{\pi}{2}}{1+\cos^2x}dx+\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}\frac{1}{1+\cos^2x}dx\\&=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{1+\cos^2x}dx\quad (*)\end{aligned}$$

(*)这一步应该为

$$\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{1+\sin^2x}dx.$$

2. P_{160} 例10的证法2的最后一步应该改为:

$$\frac{(b-a)^2}{8}(f(\xi_2)-f(\xi_1))\geq 0$$

3. P_{162} 例11的式(3.14):

$$\int_0^1 |f(x) - f'(x)| \geq e^{-1}$$

应改为:

$$\int_0^1 |f(x) - f'(x)| dx \geq e^{-1}$$

4. P_{162} 例12的题目中多了句“存在 $\xi \in (a, b)$, 使得”, 其实他想说: 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得:

$$\int_a^b f(x) dx - (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{f''(\xi)}{24}(b-a)^3.$$

推测是抄别人的时候抄错了.

5. P_{167} 例15的(3.21)的第一排:

$$\int_0^1 |f''(x)| dx \leq \int_\alpha^\beta |f''(x)| dx \geq \left| \int_\alpha^\beta f''(x) dx \right|$$

应改为:

$$\int_0^1 |f''(x)| dx \geq \int_\alpha^\beta |f''(x)| dx \geq \left| \int_\alpha^\beta f''(x) dx \right|.$$

2 一些小问题

1. P_{161} 例10 证法4有如下式子:

$$\begin{aligned} F'(x) &= xf(x) - \frac{1}{2} \int_a^x f(t) dt - \frac{a+x}{2} f(x) \\ &= \frac{x-a}{2} f(x) - \frac{1}{2} \int_a^x f(t) dt \quad (*) \\ &= \frac{1}{2} \int_a^x [f(x) - f(t)] dt \geq^{f(x) \uparrow} 0 \quad (**) \end{aligned}$$

从(*)到(**)以及(**)成立的原因不清楚.

2. P_{167} 例14 “故有”：

$$\begin{aligned}\int_0^1 |f(x)|dx &\leq \max_{x \in (0,1)} |f(x)| = |f(x_M) - f(x_0)| \\ &= \left| \int_{x_0}^{x_M} f'(x)dx \right| \leq \int_0^1 |f'(x)|dx \quad (*) \\ &\leq \max \left\{ \int_0^1 |f'(x)|dx, \left| \int_0^1 f(x)dx \right| \right\}\end{aligned}$$

个人认为(*)式少了一些重要步骤，还没发现一本书把这个步骤写出来的：

$$\begin{aligned}\left| \int_{x_0}^{x_M} f'(x)dx \right| &\leq \left| \int_{x_0}^{x_M} |f'(x)|dx \right|^1 \\ &\leq \left| \int_0^1 |f'(x)|dx \right| \leq \int_0^1 |f'(x)|dx\end{aligned}$$

3. 裴礼文《数学分析中的典型问题与方法(第二版)》 P_{347} 例4.3.14倒数第二排：
已有

$$|f(x)| \leq \int_0^1 |f'(x)|dx$$

取积分知

$$\int_0^1 |f(x)|dx \leq \int_0^1 |f'(x)|dx.$$

这里这个“取积分知”是个什么原理，也不清楚。

¹因为我们不知道 x_0 和 x_M 的大小关系，这一点很多书(虽然我没看多少书)都没有注意

3 后记

- 与积分相处的这个星期十分快乐和充实，虽然我可能只是囫囵吞枣，或者学习方法存在问题。。。摸着石头过河嘛，不管那么多了。。。。
- 我指出的这些错误有的太小儿科了，有的也许是我自己错了。
- 其实这个文档永远写不完，因为题目永远做不完，书永远买不完。。。。
- 再不开开始预习大物，恐怕真的要挂科了。 $\bar{\alpha} = \alpha + M \in V/M$