

朱多林,白超英. 基于波动方程理论的地震波场数值模拟方法综述. 地球物理学进展, 2011, 26(5):1588~1599, doi:10.3969/j.issn.1004-2903.2011.05.011.  
Zhu D L, Bai C Y. Review on the seismic wavefield forward modelling. *Progress in Geophys.* (in Chinese), 2011, 26(5):1588~1599, doi:10.3969/j.issn.1004-2903.2011.05.011.

# 基于波动方程理论的地震波场 数值模拟方法综述

朱多林<sup>1</sup>, 白超英<sup>1,2\*</sup>

(1. 长安大学地质工程与测绘学院, 西安 710054; 2. 长安大学计算地球物理研究所, 西安 710054)

**摘 要** 地震波场数值模拟的重要性日益凸显, 其在地震勘探、各向异性介质属性研究、强地面振动预测、理论地震图合成等方面的应用日渐增多. 基于波动方程理论的模拟方法有很多, 如: 有限差分法、伪谱法、有限元法、谱元法、边界元法等, 而现有的综述性文献仅仅是关注某一种或是几种算法, 还未有融入最新的文献后系统论述以上五种方法的综述性文献. 鉴于此, 本文就地震波场数值模拟的主要算法进行了回顾性分析, 讨论了这五种算法的优点与不足. 一般而言, 有限差分法计算速度快, 但其频散较严重, 而且难以应付地表起伏问题; 伪谱法计算精度高, 占用内存相对较小, 但不适于复杂的地质体模型, 也不利于并行计算; 有限元法处理地表起伏问题的能力较强, 但计算量较大; 谱元法和边界元法便于处理边界问题, 但也存在计算量大的问题. 综合考虑, 谱元法虽然存在模型参数化困难的问题, 却是目前值得推荐的模拟算法. 最后, 文中对未来地震波场数值模拟的发展进行了展望.

**关键词** 波场模拟, 有限差分法, 伪谱法, 有限元法, 谱元法, 边界元

doi:10.3969/j.issn.1004-2903.2011.05.011

中图分类号 P315

文献标识码 A

## Review on the seismic wavefield forward modelling

ZHU Duo-lin<sup>1</sup>, BAI Chao-ying<sup>1,2\*</sup>

(1. Dept. of Geophysics, College of Geology Eng. and Geomatics, Chang'an Uni, Xi'an 710054, China;

2. Institute of Computing Geophysics, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

**Abstract** The seismic wavefield modelling becomes more and more important in the seismic exploration, anisotropic study, strong motion prediction, synthetic seismogram and etc. There are many methodologies based on the theory of seismic wave equation, such as finite difference method, pseudospectral method, finite element method, spectral element method, boundary element method and etc. So far there are only some specified articles in the literature reviewing on some of the total methods. It is necessary to overview the main methodologies on seismic wavefield modelling in a whole, and summarize their advantages and shortcomings, which is more important to new comer in this field. Generally speaking, the finite difference method has fast CPU time, but relatively heavy frequency dispersion and uneasy treatment for the undulated topography; while the pseudospectral method has high accuracy and less memory requirement, but inflexible for complex model and unsuitable for paralleling computation; the finite element method is capable of simulating an undulated topography, but with relatively longer CPU time and both the boundary element method and the spectral element method are able to deal with any boundary problems, but also have longer CPU time. Based on the above discussion, the spectral element method is a favorable choice. Finally, we try to

收稿日期 2010-12-15; 修回日期 2011-04-20.

基金项目 国家自然科学基金面上项目(40774020)资助.

作者简介 朱多林,男,1987 生,甘肃人,西藏大学数学与应用数学专业毕业,现为长安大学地质工程与测绘学院地球探测与信息技术专业在读硕士研究生. (E-mail: zhudl2000@163.com)

\* 通讯作者 白超英,男,长安大学地球物理系教授,博士生导师,主要从事地震学相关领域的研究. (E-mail: Baicy@chd.edu.cn)

prospect the near future in the seismic wavefield modelling.

**Keywords** seismic wavefield modeling, finite difference method, pseudospectral method, finite element method, spectral element method, boundary element method

## 0 引言

随着社会的发展,人类对地球内部的结构需要深入了解.由于不能进入地球深处展开探测,人们只能从地球的一些附带信息(如:地震波、地磁、重力等)中获得地球内部的信息.众所周知,地震波几乎囊括了地下所有地质体结构特征的信息.但是如何“读懂”这些地震波场信息却是长期困扰地震学家的难题.为此,一个合理的解决方法就是通过地震波场正演数值模拟来观察地震波在假想介质中的传播,为实际介质中地震波场的研究提供理论支持.

地震波场正演数值模拟是指在给定了地质体结构模型和相应的物性参数条件下,通过数值计算来模拟地震波的传播过程,进而总结出地震波场的运动学及动力学规律,同时获得各观测点处地震记录的模拟方法<sup>[1]</sup>.这种方法不仅在地震勘探<sup>[2]</sup>、强地面振动预测<sup>[3]</sup>、理论地震图合成<sup>[4]</sup>等方面的应用日渐增多,而且高精度的地震波场数值模拟也为波形反演提供正演基础<sup>[5]</sup>.

迄今为止,地震波场数值模拟的理论基础主要有:射线理论和波动方程理论.射线理论主要刻画地震波在介质中传播的运动学属性(如:走时场、地震射线等);波动方程理论通过求解波动方程而描述地震波在介质中传播的动力学属性(如:能量衰减、全波型、相位、波阻抗界面等).基于波动方程理论的地震波场数值模拟方法主要有:有限差分法、伪谱法、有限元法、谱元法、边界元法等.通常意义下,上述模拟方法各有优缺点.有限差分法计算速度快,能够获得全波场信息,但其频散较严重,而且难以应付地表起伏问题;伪谱法计算精度高,占用内存相对较小,却不适于复杂的地质体模型,也不利于并行计算;有限元法处理地表起伏问题的能力较强,但计算量较大;谱元法和边界元法便于处理边界起伏问题,但也有计算量大的不足.

从近年来发表的文献看,国内从事地震波场数值模拟研究的学者越来越多,成果也越来越丰硕,但总体水平依然滞后于国外.以谱元法的全球数值模拟为例,法国 Komatitsch 教授等早在 2002 年采用谱元法就进行了全球地震波场数值模拟<sup>[6]</sup>;国内,严珍珍等在 2008 年使用谱元法研究了地球的自由振

荡<sup>[7]</sup>.鉴于此现状,系统介绍国内外地震波场数值模拟方法的文章显得尤为必要.虽然这样的综述性文章时有所见<sup>[8~11]</sup>,但是融入了最新的模拟方法的综述性文献却为数不多.为此,本文试图在这方面进行深入系统的分析、归纳、综合,期望能够对新近从事地震波场数值模拟的同事有所帮助.

## 1 有限差分法

有限差分法(Finite Difference Method, FDM)在上世纪 60 年代被用于地震波场数值模拟<sup>[12]</sup>.作为一种传统的数学方法,FDM 数学概念直观、表达方式简单,在地震波场数值模拟中使用最为普遍.FDM 的基本原理是:在波动方程中用差商代替偏导数,近似地得到相应的差分方程,然后通过求解差分方程得到波动方程的近似解.

FDM 尽管有上述优点,但是由于它对波动方程的离散化处理而不可避免地存在数值频散<sup>[13]</sup>.减少数值频散最直接的方法是提高差分近似的阶数<sup>[14~16]</sup>,但是这不仅增加了计算编程的难度,而且也会增加计算量.另一方面,Alford 等(1974)指出当网格采样过粗时网格离差就比较严重<sup>[17]</sup>.因此,对空间网格的细化处理也有助于提高差分模拟的精度.不幸的是,地下介质物性参数的变化是非均匀的,如果在整个介质区域都采用精细网格,便会浪费计算资源.一种较好的解决办法是采用多重网格算法,即采用较细网格和较粗网格相结合的方法来求解波动方程<sup>[18,19]</sup>.可是由于 FDM 稳定性条件的限制,当空间网格变小的时候,时间步长也需相应的缩小.这样在既定的波场传播时间内,时间迭代的次数就会增加,降低了计算效率.鉴于此,变空间网格、变时间步长的算法是一种值得研究的方法.这种算法为精细度不同的空间网格配置大小不同的时间步长,不仅不会影响计算效率还保证了模拟精度<sup>[20,21]</sup>.

另外,使用交错网格来进行地震波场数值模拟也很受国内外学者欢迎.刘洪林等(2010)使用交错网格对纵横波场进行了分离(图 1)<sup>[22]</sup>.交错网格由于在同一网格的不同节点上计算应力和速度分量,可以在不增加计算量和内存要求的前提下提高模拟精度.但是普通交错网格方法不利于处理非均匀性较强的介质,而且在遇到自由表面时必须进行特殊

处理<sup>[23]</sup>. 1992 年, Igel 等发现当介质的对称轴和坐标的对称轴不重合时, 交错网格方法的计算误差较大<sup>[24]</sup>. 后来, Bohlen 等 (2006) 在瑞雷面波的模拟中发现旋转网格的精度比普通交错网格的精度高<sup>[25]</sup>. 国内学者采用旋转交错网格<sup>[26]</sup> 和同位网格<sup>[27]</sup> 进行

地震波场数值模拟, 均取得了不错的效果. 此外, 通量校正传输 (FCT) 的方法也可以有效地压制频散. FCT 可以在多占用一些内存的前提下采用较低阶的差分方程获得较高的模拟精度<sup>[13,28,29]</sup>.

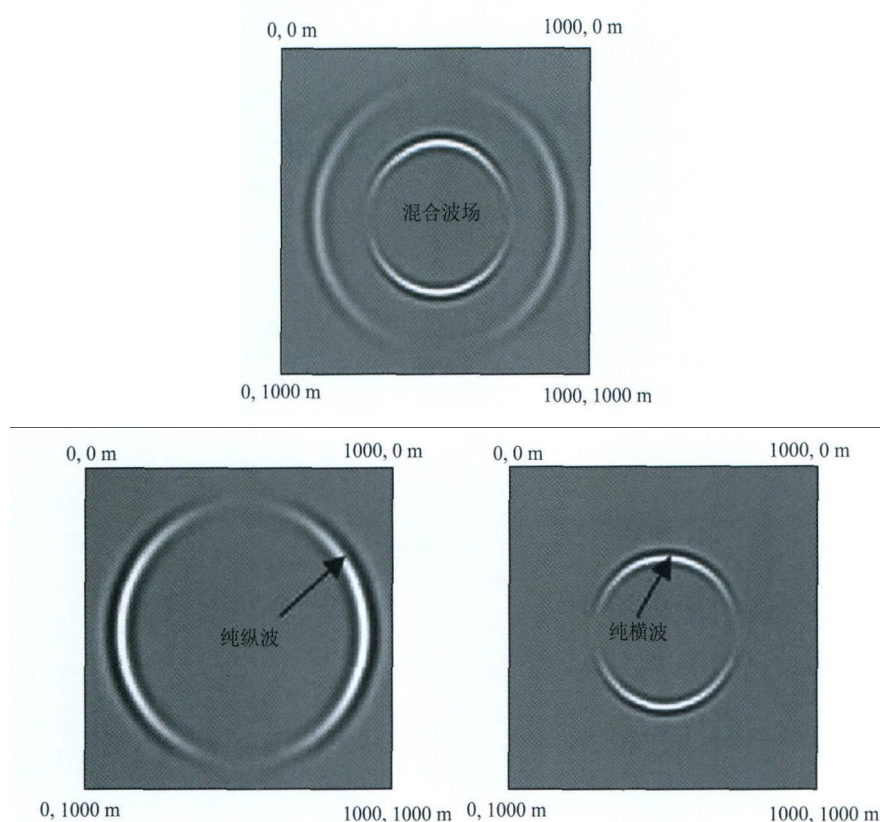


图 1 用高阶交错网格 FDM 得到的波场分离快照(刘洪林等, 2010<sup>[22]</sup>)

Fig. 1 Snapshots of wavefield separation obtained by a high-order staggered-grid FDM (Liu et al, 2010<sup>[22]</sup>)

## 2 伪谱法

伪谱法(Pseudospectral Method, PSM)最早见于 20 世纪 70 年代<sup>[30]</sup>. 它通过快速傅里叶变换(FFT)将空间域变换到波数域, 免去了空间求导, 只需在时间域上作差分运算. PSM 是高阶 FDM 中空间差分的阶数达到无穷时的极限情况, 故可以将其看成是 FDM 的推广. 在同等精度条件下, PSM 的采样点数比 FDM 少, 占用内存也相对较小<sup>[31,32]</sup>. 与 FDM 一样, PSM 也可以采用交错网格来提高波场模拟的计算精度<sup>[33~35]</sup>. 图 2 和图 3 是用 PSM 交错网格得到的均匀介质中的波场快照和水平向的理论地震图(模型大小为 1280 m×1280 m, 时间采样率为 0.1 ms, 震源在模型中心, 检波器位置设在(500 m, 500 m)处). 此外, 在波场模拟中, 由于计算过程局限在有限的计算区域中进行, 边界条件成了波场模

拟中必须要解决的问题<sup>[36]</sup>. PSM 除了正常的边界条件外, 在用傅里叶插值多项式进行波场外推的过程中还会出现周期性边界. 这种周期性的边界会干扰波场中的有效成分. 反周期延拓则可以较好地解决这个问题<sup>[37,38]</sup>.

对于 3D 波场数值模拟来讲, 它最大的困难在于计算量过大. 2.5D 模拟是克服 3D 模拟计算量大的有效方法<sup>[39,40]</sup>. 但 PSM 对于确定的模型, 不论模型复杂与否, 计算要求(比如: 内存、CPU 时间)都一样. 为了克服这个缺点, Takenaka 等(1999)选取几何对称的模型作为研究对象, 利用对称性将计算区域缩减使得 PSM 对不同的模型有了区分性, 以此来变相地提高计算效率, 节约内存<sup>[41]</sup>. 此外, 并行运算是克服计算量过大的有效方法. 但是由于 PSM 微分算子的全局性, 使得 PSM 不利于并行运算. 国外, Furumura 等提出的并行 PSM<sup>[42]</sup> 以及 Hung 等

提出的并行多域算法<sup>[43]</sup>很好地解决了 PSM 并行运算的问题;国内多域分解法<sup>[44]</sup>、重叠区域分解法<sup>[45]</sup>、多线程并行计算方法<sup>[46]</sup>等在实现 PSM 并行计算方面都取得了较好的结果。

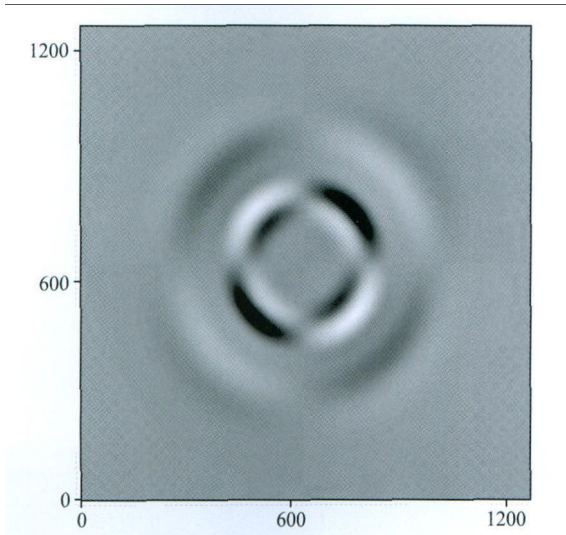


图 2 用 PSM 得到的均匀介质中波场快照 (单位:m)  
Fig. 2 Snapshots of wavefield obtained by PSM in homogeneous medium (unit: m)

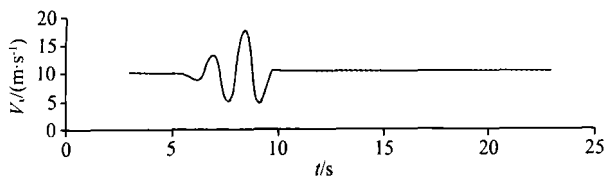


图 3 用 PSM 得到的均匀介质中的理论地震图  
Fig. 3 Synthetic seismogram obtained by PSM in homogeneous medium

3 有限元法

有限元法(Finite Element Method, FEM)最初被用来解决土木工程和航空工程中的弹性问题。FEM 的雏形可以追溯到 20 世纪 40 年代初期<sup>[17]</sup>,而被应用到地震学中则是在 20 世纪的 70 年代<sup>[18]</sup>。它基于变分原理和剖分插值,采用分段近似的方法,依靠任意形状的网格来逼近模型界面,在处理物性参数的变化问题以及地形的起伏问题时比较灵活。自 FEM 被应用到地震学中以后,人们采用这一方法研究了不同介质中的地震波场传播问题<sup>[19~53]</sup>。尽管 FEM 自身有模拟灵活性高的优点,但是对单纯的 FEM 来讲,它不仅编程复杂,计算量大,而且低阶 FEM 精度不高。为此,许多学者做了不懈努力<sup>[51~57]</sup>。

在提高计算精度、减少计算量方面,间断伽辽金

方法(DGM)是比较有效的方法<sup>[58~60]</sup>。此外,通过吸纳其它方法的优点也可以克服 FEM 对 CPU 要求高以及执行难度大的缺点。国内,黄自萍等针对弹性波波场传播的数学模型,提出了一种基于 FEM 和 FDM 耦合的区域分裂方法。黄自萍的方法不仅剖分灵活,对模型适应性强,而且计算效率高,易于实现并行运算<sup>[61]</sup>。薛东川等(2007)在起伏地表条件下采用集中质量矩阵和集中阻尼矩阵避免了时间递推中的矩阵求逆,提高了计算效率<sup>[62]</sup>。国外,针对全 3D 波场模拟计算量大的现状,Fujiwara 通过将薄层 FEM 和 BEM 结合起来的方法在分层介质进行了波场模拟<sup>[63]</sup>。Ma 等(2004)将 FDM 和低阶 FEM 进行融合,获得了一种很好的杂交方法,其做法是在计算区域的边界上采用 FEM 来尽可能精确地模拟实际界面(如自由地表、断层界面),而在计算区域内部则使用精度较高的交错网格来进行波场外推<sup>[64]</sup>。由于此方法的一部分计算是通过 FDM 来进行,因此这种方法能够提高 FEM 的计算效率。Ichimura 等(2007)提出了多尺度分析方法,这种方法通过使用杂交元减小了计算量<sup>[65]</sup>。

4 谱元法

谱元法(Spectral Element Method, SEM),又叫高阶有限元法或是谱域分解法<sup>[66]</sup>。它是 FEM 和 PSM 的杂交方法,不仅具有 FEM 便于处理复杂边界问题的天然优势,还吸收了 PSM 收敛速度快、精度高的优点。SEM 最初由 Patera(1984)在流体动力学的研究中引入<sup>[67]</sup>。后来,Seriani 等(1994)把这一方法应用到声波数值模拟之中<sup>[68]</sup>。用 SEM 模拟地震波场的基本步骤是<sup>[69,70]</sup>:

(1) 获得波动方程的弱形式并把计算区域划分成许多次级单元,即模型参数化。这一过程和 FEM 有些不同:以 3D 模拟为例,在 FEM 中可以使用各种类型的单元进行模型划分,比如四面体元、六面体元、锥体元或是柱状体元等,而在传统的 SEM 中,只能使用六面体元。

(2) 在每个小单元中用截断的 Chebyshev 或 Lagrange 正交多项式来表示近似解并进行展开。与传统的 FEM 不同,SEM 中除了网格的划分能够较显著地影响模拟精度外,每个小单元中多项式的次数也成为制约模拟精度的因素。

(3) 求解变分问题,得到离散解。

SEM 主要有 Lagrange 谱元法和 Chebyshev 谱元法。前者计算量较大,而且由于使用了 Lagrange



多项式,降低了计算精度;后者的优势在于可以进行单元积分得到精确解<sup>[71]</sup>.从已发表的文献来看,国内进行 SEM 地震波场数值模拟研究的学者不是很多,但近来也有学者陆续开展了相关的研究工作.林伟军等(2005)在基于 Lagrange 多项式展开的 SEM 中引入了逐元技术,降低了内存需求和计算量<sup>[72]</sup>.后来林伟军等又详细论述了 Chebyshev 谱元法的基本理论和相应的数学公式<sup>[73]</sup>.严珍珍等在地球自由振荡<sup>[7]</sup>及汶川地震<sup>[74]</sup>的数值模拟中使用了 SEM.王童奎等(2007)也进行了横向各向同性介质中的地震波场数值模拟<sup>[75]</sup>.图 4 是王童奎等在地

表起伏介质中用 SEM 模拟的地震波场快照,从中可以看到 SEM 在处理地表起伏问题时的有效性.国外,Komatitsch 通过与波数离散法、反射率法进行对比,论述了 SEM 的优势<sup>[76]</sup>.后来,Komatitsch 在 SEM 中引入更加灵活的网格剖分方法,尽可能地真实地反映了地学构造的特征(比如主要界面、断层、速度异常面)<sup>[77]</sup>.2009 年 Komatitsch 和 Madec 等提出了保能量的局部时间分步方法,并在 SEM 的数值模拟中加以应用<sup>[78]</sup>.近来,Komatitsch 等采用图形处理器(GPU)加快了 SEM 的计算速度<sup>[79,80]</sup>.

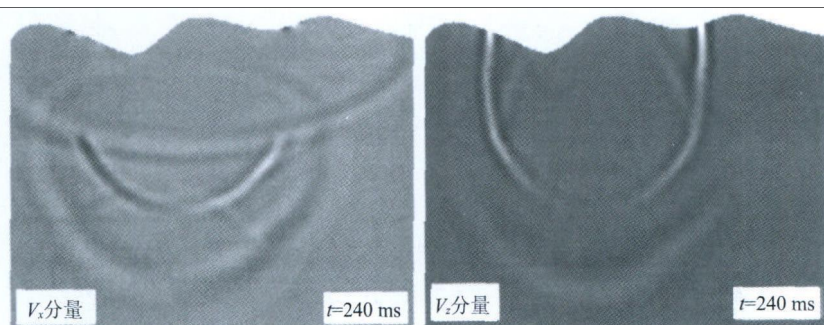


图 4 由 SEM 得到的有起伏界面的横向各向同性介质中地震波场数值模拟快照(王童奎等,2007)<sup>[75]</sup>

Fig. 4 Snapshots of wavefield obtained by SEM in transverse isotropy media with fluctuant interfaces(Wang et al., 2007)<sup>[75]</sup>

## 5 边界元法

边界元法(Boundary Element Method, BEM),又称边界积分方程—边界元方法.这种方法通过将微分方程的定解问题化为边界积分方程的定解问题,再借助边界的离散化和待定函数的插值来进行求解.在地质学中,BEM 早已被人们用来解决多种问题<sup>[81,82]</sup>.与其它的模拟方法(如 FEM、FDM 等)相比,BEM 的优势主要在于<sup>[1,83]</sup>:

(1) 不涉及体积离散,只需要在求解域的边界上进行离散化处理,降低了问题的维数;

(2) 能够精确地描述地下不规则界面的几何特征;

(3) 对于无界域问题,自动满足远场辐射条件.

传统的 BEM 虽有上述优点,却不能很好地解决不均匀介质等非线性问题.于更新等(2009)采用边界元—体积元方法较好地弥补了 BEM 不适于非均匀模型的缺点.在模拟过程中,于更新等特意选择了复杂的盐丘模型(如图 5a 所示,其速度单位为 m/s),得到了自激自收剖面(如图 5b 所示),该剖面能够准

确地反映模型特征<sup>[81]</sup>.但是边界元—体积元方法对于较大的非均匀介质模型,计算量较大.胡善政等<sup>[85]</sup>在流体饱和多孔介质中采用 BEM 也进行了地震波场的数值模拟.另外,针对由多个不同属性的子域组合而成的不均匀模型的问题,有学者提出了杂交耦合方法<sup>[86,87]</sup>.这使得 BEM 通过吸收其它方法的优点,在处理复杂介质的过程中可取得良好的效果. Honda<sup>[88]</sup>提出了一种随机谱边界元方法(SSBEM).SSBEM 在波场模拟过程中考虑了地下构造的不确定性,更加接近于真实的地球介质.尽管 SSBEM 的精度可以通过提高泰勒展开式的阶数而提高,但它增加了计算的复杂程度和计算量.

传统 BEM 的另一个不足就是它的计算效率问题,这是由它在计算过程中会产生不对称矩阵所致.符力耘等采用单元长度随介质速度和计算频率变化的变单元算法以及自动剖分单元等技术而提高了计算效率<sup>[89]</sup>.Zhou 等提出了一个局部化的边界积分—波数离散方法.由于在这种方法中所采用的逆矩阵大小只与地表起伏部分的采样数成比例,因此在保证精度的前提下,计算效率有了很大提高<sup>[90~92]</sup>.

Ge 和 Chen<sup>[93~95]</sup>利用全局反射/投射矩阵传播函数的方法也在提高 BEM 计算效率方面做了不懈努

力,此外,快速多极 BEM<sup>[96~98]</sup>也可以有效地提高 BEM 的计算效率。

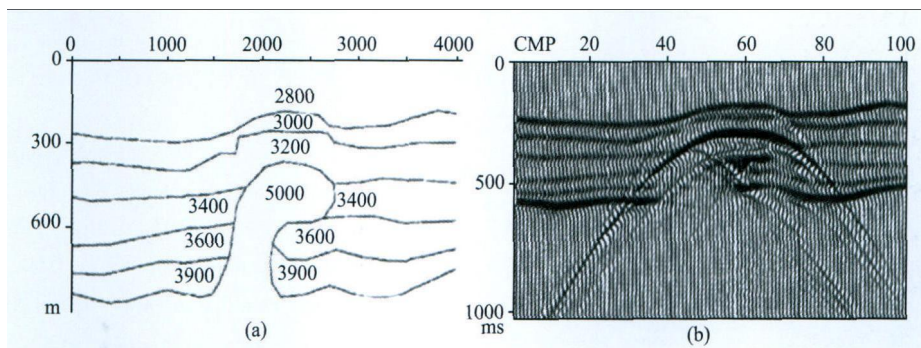


图 5 在 BEM 地震波场数值模拟中所用的盐丘模型(a)及得到的合成记录(b)(于更新等, 2009)<sup>[84]</sup>

Fig. 5 Salt dome (a) and synthetic seismogram (b) in BEM wavefield modeling (Yu, et al., 2009)<sup>[84]</sup>

## 6 结 语

基于波动方程理论的波场数值模拟由于能够引入丰富的波场信息,使得人们对不同介质中地震波的传播过程有了较全面的了解.这种方法不仅为地震勘探提供了有效的指导,同时也为天然地震的研究找到了一条较好的出路.目前,伴随着计算机技术的日益提高以及各种数值理论的不断优化、创新,这些方法得到了十足的发展.但是基于波动方程理论的波场数值模拟的方法并非完美,它们总是在计算效率、模拟精度以及执行的难易程度等方面此消彼长:FDM 虽然数学公式简单明了,编程方便,计算速度相对较快,却存在较严重的数值频散;PSM 尽管计算精度高,但是由于算法本身的全局性质而不利于并行运算,而且也不适合于复杂介质的波场模拟;FEM 对于复杂的地学模型有着天然的适应能力,但是 FEM 的编程麻烦而且计算量很大;SEM 尽管将 PSM 和 FEM 的优点集于一身,但 SEM 要求人们对 PSM 和 FEM 都要有深入了解,而且如何能够进行最佳的网格划分也是 SEM 的一大难题;BEM 虽然能够降低模型的维数,使得我们的波场模拟工作简单化,但是它会产生非对称矩阵,计算效率大受影响.目前国内外又有一些新的方法涌现出来<sup>[99~107]</sup>.但是总体看来,这些方法都试图在模拟精度、计算效率、执行的难易程度以及对模型的适应性等方面进行优化和改进。

未来,基于波动方程理论的地震波数值模拟方法的发展趋势应该会融合以下几个方面:

(1) 介质模型更加接近于真实的地球模型.这包括两方面的问题:首先是介质模型的尺度.与二维模拟相比,三维模拟会随着计算机技术的不断提高

而越来越普遍<sup>[108]</sup>;其次是介质模型的物理参数将更加接近于真实的地球参数,如粘弹介质和双向介质等<sup>[109~114]</sup>.

(2) 为弥补各种方法的不足,杂交方法将会越来越受到人们的关注.权衡上述各种方法的利弊,SEM 是目前值得推广的模拟方法;

(3) 由于计算机计算能力的有限性,地震波场数值模拟总是被限定在有限的区域中,这样就会在人工边界处产生虚假反射,进而干扰波场信息.因此,对边界条件的研究也是波场模拟的一大研究方向<sup>[115]</sup>.

**致 谢** 十分感谢编辑部和两位审稿人对本文提出的指导性建议。

## 参 考 文 献 (References):

- [1] 李信富, 李小凡, 张美根. 地震波数值模拟方法研究综述[J]. 防灾减灾工程学报, 2007, 27(2): 241~248.  
Li X F, Li X F, Zhang M G. Review of seismic wave numerical modeling methods [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering (in Chinese), 2007, 27 (2): 241~248.
- [2] Savat P, Vasconcelos I. Extended imaging conditions for wave-equation migration [J]. Geophysical Prospecting, 2011, 59 (1): 35~55.
- [3] 赵志新, 徐纪人. 盆地构造地震地面运动速度和加速度分布特征的数值模拟[J]. 地球物理学报, 2005, 48(5): 1085~1091.  
Zhao Z X, Xu J R. Velocity and acceleration characteristics of seismic ground motions related to basin structure [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2005, 48(5): 1085~1091.
- [4] Hok S, Fukuyama E. A new BIEM for rupture dynamics in half-space and its application to the 2008 Iwate-Miyagi Nairiku earthquake [J]. Geophys. J. Int., 2011, 184(1): 301~324.

- [5] Sears J T, Barton J P, Singh S C. Elastic full waveform inversion of multicomponent ocean-bottom cable seismic data: Application to Alba field, U. K. North Sea [J]. *Geophysics*, 2010, 75(6): R109~R119.
- [6] Komatitsch D, Jeroen T. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-II. Three-dimensional models, oceans, rotations and self-gravitation [J]. *Geophys. J. Int.*, 2002, 150(1): 308~318.
- [7] 严珍珍, 张怀, 杨长春, 等. 地震激发地球自由振荡过程的数值模拟初步探索[J]. *地球科学进展*, 2008, 23(10): 1020~1026.  
Yan Z Z, Zhang H, Yang C C, *et al.* An initial study of the numerical simulation of the earth's free oscillations process excited by earthquake [J]. *Advances in Earth Science (in Chinese)*, 2008, 23(10): 1020~1026.
- [8] 皮红梅, 蒋先艺, 刘财, 等. 波动方程数值模拟的三种方法及对比[J]. *地球物理学进展*, 2009, 24(2): 391~397.  
Pi H M, Jiang X Y, Liu C, *et al.* Three methods of wave equation forward modeling and comparisons [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2009, 24(2): 391~397.
- [9] 尹军杰, 刘学伟, 李文慧. 地震波散射理论及应用研究综述[J]. *地球物理学进展*, 2005, 20(1): 123~134.  
Yin J J, Liu X W, Li W H. The view of seismic wave scattering theory and its applications [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2005, 20(1): 123~134.
- [10] 王雪秋, 孙建国. 地震波有限差分数值模拟框架下的起伏地表处理方法综述[J]. *地球物理学进展*, 2008, 23(1): 40~48.  
Wang X Q, Sun J G. The state-of-the-art in numerical modeling including surface topography with finite-difference method [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2008, 23(1): 40~48.
- [11] 张华, 李振春, 韩文功. 起伏地表条件下地震波数值模拟方法综述[J]. *勘探地球物理进展*, 2007, 30(5): 1~6.  
Zhang H, Li Z C, Han W G. Review of seismic wave numerical simulation from irregular topography [J]. *Progress in Exploration Geophysics (in Chinese)*, 2007, 30(5): 1~6.
- [12] Alterman Z, Karal F C Jr. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference method [J]. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 1968, 58(1): 367~398.
- [13] 吴国忱, 王华忠. 波场模拟中的数值频散分析与校正策略[J]. *地球物理学进展*, 2005, 20(1): 58~65.  
Wu G C, Wang H Z. Analysis of numerical dispersion in wave-field simulation [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2005, 20(1): 58~65.
- [14] 张大洲, 熊章强, 顾汉明. 高精度瑞雷波有限差分数值模拟及波场分析[J]. *地球物理学进展*, 2009, 24(4): 1313~1319.  
Zhang D Z, Xiong Z Q, Gu H M. Numerical modeling of Rayleigh wave using high-accuracy finite-difference method and wave field analysis [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2009, 24(4): 1313~1319.
- [15] 董良国, 马在田, 曹景忠, 等. 一阶弹性波方程交错网格高阶差分法[J]. *地球物理学报*, 2000, 43(3): 411~419.  
Dong L G, Ma Z T, Cao J Z, *et al.* A staggered-grid high-order difference method of one-order elastic wave equation [J]. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 2000, 43(3): 411~419.
- [16] He C, Qin G, Zhao W. High-order finite difference modeling on reconfigurable computing platform [J]. *SEG Expanded Abstracts*, 2005, 24(SM 1): 1755~1758.
- [17] Alford R M, Kelly K R, Boore D M. Accuracy of finite difference modeling of the acoustic wave equation [J]. *Geophysics*, 1974, 39(6): 834~842.
- [18] 田小波, 吴庆举, 曾融生. 弹性波场数值模拟的隐式差分多重网格算法[J]. *地球物理学报*, 2004, 47(1): 81~87.  
Tian X B, Wu Q J, Zeng R S. Multi grid algorithm for numerical modeling of elastic wave field using finite-difference method [J]. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 2004, 47(1): 81~87.
- [19] Aoi S, Fujiwara H. 3D finite-difference method using discontinuous grids Bull [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1999, 89(4): 918~930.
- [20] Wu C L. Efficient seismic modeling in multi-scale heterogeneous media [Doctor's thesis]. America: the Stanford University, 2005.
- [21] 黄超, 董良国. 可变网格与局部时间步长的交错网格高阶差分弹性波模拟[J]. *地球物理学报*, 2009, 52(11): 2870~2878.  
Huang C, Dong L G. Staggered-grid high-order finite-difference method in elastic wave simulation with variable grids and local time-steps [J]. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 2009, 52(11): 2870~2878.
- [22] 刘洪林, 陈可洋, 杨微, 等. 高阶交错网格有限差分法纵波波场分离数值模拟[J]. *地球物理学进展*, 2010, 25(3): 877~884.  
Liu H L, Chen K Y, Yang W, *et al.* Numerical modelling of P- and S-wave field separation with high-order staggered-grid finite-difference scheme [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2010, 25(3): 877~884.
- [23] 周竹生, 刘喜亮, 熊孝雨. 弹性介质中瑞雷面波有限差分法正演模拟[J]. *地球物理学报*, 2007, 50(2): 567~573.  
Zhou Z S, Liu X L, Xiong X Y. A study of Richardson number and instability in moist saturated flow [J]. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 2007, 50(2): 567~573.
- [24] Igel H, Riollot B, Mora P. Accuracy of staggered 3-D finite-difference grids for anisotropic wave propagation [J]. *SEG Expand Abstracts*, 1992, 11(ST1): 1244~1246.
- [25] Bohlen T, Saenger E H. Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves [J]. *Geophysics*, 2006, 71(4): 109~115.
- [26] 张鲁新, 符力耘, 裴正林. 不分裂卷积完全匹配层与旋转交错网格有限差分在孔隙弹性介质模拟中的应用[J]. *地球物理学报*, 2010, 53(10): 2470~2483.

- Zhang L X, Fu L Y, Pei Z L. Finite difference modeling of Biot's poroelastic equations with unsplit convolutional PML and rotated staggered grid [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(10): 2470~2483.
- [27] 祝贺君, 张伟, 陈晓非. 二维各向异性介质中地震波场的高阶同位网格有限差分模拟[J]. 地球物理学报, 2009, 52(6): 1536~1546.
- Zhu H J, Zhang W, Chen X F. Two-dimensional seismic wave simulation in anisotropic media by non-staggered finite difference method [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2009, 52(6): 1536~1546.
- [28] 郑海山, 张中杰. 横向各向同性(VTI)介质中非线性地震波场模拟[J]. 地球物理学报, 2005, 48(3): 660~671.
- Zheng H S, Zhang Z J. Synthetic seismograms of nonlinear seismic waves in anisotropic (VTI) media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2005, 48(3): 660~671.
- [29] 李景叶, 陈小宏. 横向各向同性介质地震波场数值模拟研究[J]. 地球物理学进展, 2006, 21(3): 700~705.
- Li J Y, Chen X H. Study on seismic wave field numerical simulation in transverse isotropic medium [J]. Progress in Geophys. (in Chinese), 2006, 21(3): 700~705.
- [30] Kreiss H O, Oliger J. Comparison of accurate methods for the integration of hyperbolic equation [J]. Tellus, 1972, 24(3): 199~215.
- [31] Kosloff D D, Baysal E. Forward modeling by a Fourier method [J]. Geophysics, 1982, 47(10): 1402~1412.
- [32] Reshef M, Kosloff D, Edwards M, *et al.* Three dimensional elastic modeling by the Fourier method [J]. Geophysics, 1988, 53(9): 1184~1193.
- [33] 赵志新, 徐纪人, 堀内茂木. 错格实数傅里叶变换微分算子及其在非均匀介质波动传播研究中的应用[J]. 地球物理学报, 2003, 46(2): 234~240.
- Zhao Z X, Xu J R, Shigeki H. Staggered grid real value FFT differentiation operator and its application on wave propagation simulation in the heterogeneous medium [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2003, 46(2): 234~240.
- [34] 李展辉, 黄清华, 王彦宾. 三维错格时域伪谱法在频散介质井中雷达模拟中的应用[J]. 地球物理学报, 2009, 52(7): 1915~1922.
- Li Z H, Huang Q H, Wang Y B. A 3-D staggered grid PSTD method for borehole radar simulations in dispersive media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2009, 52(7): 1915~1922.
- [35] 程冰洁, 李小凡, 徐天吉. 含流体裂缝介质中地震波场数值模拟[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(5): 1370~1374.
- Cheng B J, Li X F, Xu T J. Numerical modeling of the seismic wave-field in cracked media with liquid [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2009, 52(7): 1915~1922.
- [36] 李信富, 李小凡, 张美根. 伪谱法弹性波场数值模拟中的边界条件[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(5): 1375~1379.
- Li X F, Li X F, Zhang M G. Boundary condition for pseudospectral numerical simulation of seismic wave propagation [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2007, 22(5): 1375~1379.
- [37] 孙文博, 孙赞东. 基于伪谱法的 VSP 逆时偏移及其应用研究[J]. 地球物理学报, 2010, 53(9): 2196~2203.
- Sun W B, Sun Z D. VSP reverse time migration based on the pseudo-spectral method and its applications [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(9): 2196~2203.
- [38] Furumura T, Takenaka H. A wraparound elimination technique for the pseudospectral wave synthesis using an antiperiodic extension of the wavefield [J]. Geophysics, 1995, 60(1): 302~307.
- [39] Furumura T, Takenaka H. 2. 5-D modeling of elastic waves using the pseudo-spectral method [J]. Geophys. J. Int., 1996, 124(3): 820~832.
- [40] Song Z M, Williamson P R. Frequency-domain acoustic-wave modeling and inversion of crosshole data part I: 2. 5D modeling method [J]. Geophysics, 1995, 60(3): 784~795.
- [41] Takenaka H, Wang Y B, Furumura T. An efficient approach of the pseudospectral method for modelling of geometrically symmetric seismic wavefield [J]. Earth Planets Space, 1999, 51(2): 73~79.
- [42] Furumura T, Kennett B L N, Takenaka H. Parallel 3-D pseudospectral simulation of seismic wave propagation [J]. Geophysics, 1998, 63(1): 279~288.
- [43] Hung S H, Forsyth D W. Modelling anisotropic wave propagation in oceanic inhomogeneous structures using the parallel multidomain pseudo-spectral method [J]. Geophys. J. Int., 1998, 133(3): 726~740.
- [44] Wang Y B, Takenaka H. A multidomain approach of the Fourier pseudospectral method using discontinuous grid for elastic wave modeling [J]. Earth, Planets Space, 2001, 53(3): 149~158.
- [45] 严九鹏, 王彦宾. 重叠区域伪谱法计算非均匀地球介质地震波传播[J]. 地震学报, 2008, 30(1): 47~58.
- Yan J P, Wang Y B. Modeling seismic wave propagation in heterogeneous medium using overlap domain pseudospectral method [J]. Acta Seismologica Sinica (in Chinese), 2008, 30(1): 47~58.
- [46] 谢桂生, 刘洪, 赵连功. 伪谱法地震波正演模拟的多线程并行计算[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(1): 17~23.
- Xie G S, Liu H, Zhao L G. Parallel Algorithm based on the multithread technique for pseudospectral modeling of seismic wave [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2005, 20(1): 17~23.
- [47] Hrenikoff A. Solution of problems of elasticity by the framework method [J]. Journal of Applied Mechanics, 1941, A8(1): 169~175.
- [48] Drake L A. Rayleigh waves at a continental boundary by the finite element method [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 1972, 62(5): 1259~1268.
- [49] 杨顶辉. 双相各向异性介质中弹性波方程的有限元解法及波场模拟[J]. 地球物理报, 2002, 45(4): 575~583.



- Yang D H. Finite element method of the elastic wave equation and wavefield simulation in two-phase anisotropic media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2002, 45(4): 575~583.
- [50] 张美根, 王妙月, 李小凡, 等. 各向异性弹性波场的有限元数值模拟[J]. 地球物理学进展, 2002, 17(3): 384~389.  
Zhang M G, Wang M Y, Li X F, *et al.* Finite element forward modeling of anisotropic elastic waves [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2002, 17(3): 384~389.
- [51] 邵秀民, 蓝志凌. 流体饱和多孔介质波动方程的有限元解法[J]. 地球物理学报, 2000, 43(2): 264~278.  
Shao X M, Lan Z L. Finite element methods for the equations of waves in fluid-saturated porous media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2000, 43(2): 264~278.
- [52] Tian Y C, Ma J W, Yang H Z. Wavefield simulation in porous media saturated with two immiscible fluids [J]. Applied Geophysics, 2010, 7(1): 57~65.
- [53] 张怀, 周元泽, 吴忠良, 等. 福州盆地强地面运动特征的有限元数值模拟[J]. 地球物理学报, 2009, 52(5): 1270~1279.  
Zhang H, Zhou Y Z, Wu Z L, *et al.* Finite element analysis of seismic wave propagation characteristics in Fuzhou basin [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2009, 52(5): 1270~1279.
- [54] 王月英. 地震波有限元集中质量矩阵及并行算法模拟研究[学位论文]. 山东: 中国石油大学, 2007.  
Wang Y Y. Study of finite-element's centred mass matrix and parallel algorithm on simulation of seismic wave (in Chinese) [Doctor's thesis]. Shan Dong: China University of Petroleum, 2007.
- [55] 汤井田, 任政勇, 化希瑞. 任意地球物理模型的三角形和四面体有限单元剖分[J]. 地球物理学进展, 2006, 21(4): 1272~1280.  
Tang J T, Ren Z Y, Hua X R. Triangle and tetrahedral finite element meshing from arbitrary geophysical model data [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2006, 21(4): 1272~1280.
- [56] 陈少林, 廖振鹏, 陈进. 两相介质近场波动模拟的一种解耦有限元方法[J]. 地球物理学报, 2005, 48(4): 909~917.  
Chen S L, Liao Z P, Chen J. A decoupling FEM for simulating near-field wave motions in two-phase media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2005, 48(4): 909~917.
- [57] 李伟华, 刘清华, 赵成刚. 饱和多孔介质三维时域黏弹性人工边界与动力反应分析的显式有限元法[J]. 地球物理学报, 2010, 53(10): 2460~2469.  
Li W H, Liu Q H, Zhao C G. Three-dimensional viscous-spring boundaries in time domain and dynamic analysis using explicit finite element method of saturated porous medium [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(10): 2460~2469.
- [58] Käser M, Pelties C, Castro C E, *et al.* Wavefield modeling in exploration seismology using the discontinuous Galerkin finite-element method on HPC infrastructure [J]. The Leading Edge, 2010, 29(1): 76~85.
- [59] De Basabe D J, Sen M K, Wheeler M F. The interior penalty discontinuous Galerkin method for elastic wave propagation: grid dispersion [J]. Geophys. J. Int., 2008, 175(1): 83~93.
- [60] Smith T M, Collis S S, Ober C C, *et al.* Elastic wave propagation in variable media using a discontinuous Galerkin method [J]. SEG Expanded Abstracts, 2010, 29(SM2): 2982~2987.
- [61] 黄自萍, 张铭, 吴文青, 等. 弹性波传播数值模拟的区域分裂法[J]. 地球物理学报, 2004, 47(6): 1094~1100.  
Huang Z P, Zhang M, Wu W Q, *et al.* A domain decomposition method for numerical simulation of the elastic wave propagation [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2004, 47(6): 1094~1100.
- [62] 薛东川, 王尚旭, 焦淑静. 起伏地表复杂介质波动方程有限元数值模拟方法[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(2): 522~529.  
Xue D C, Wang S X, Jiao S J. Wave equation finite-element modeling including rugged topography and complicated medium [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2007, 22(2): 522~529.
- [63] Fujiwara H. Windowed f-k spectra of a three-dimensional wavefield excited by a point source in a two-dimensional multilayered elastic medium [J]. Geophys. J. Int., 1997, 128(3): 571~584.
- [64] Ma S, Archuleta R J, Liu P C. Hybrid Modeling of Elastic P-SV Wave Motion: A combined finite-element and staggered-grid finite-difference approach [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 2004, 94(4): 1557~1563.
- [65] Ichimura T, Hori M, Kuwamoto H. Earthquake motion simulation with multiscale finite-element analysis on hybrid grid [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 2007, 97(4): 1133~1143.
- [66] Faccioli E, Maggio F, Quarteroni A, *et al.* Spectral-domain decomposition methods for the solution of acoustic and elastic wave equations [J]. Geophysics, 1996, 61(4): 1160~1174.
- [67] Patera A T. A spectral element method for fluid dynamics: Laminar flow in a channel expansion [J]. J. Comput. Phys., 1984, 54(3): 468~488.
- [68] Seriani G, Priolo E. Spectral element method for acoustic wave simulation in heterogeneous media [J]. Finite Elem. Anal. Des., 1994, 16(3-4): 337~348.
- [69] 王秀明, Seriani G, 林伟军. 利用谱元法计算弹性波场的若干理论问题[J]. 中国科学 (G 辑), 2007, 37(1): 41~59.  
Wang X M, Seriani G, Lin W J. Some theoretical aspects of elastic wave modeling with a recently developed spectral element method [J]. Science in China (Series G) (in Chinese), 2007, 37(1): 41~59.
- [70] Komatitsch D, Tsuboi S, Tromp J. The spectral-element method in seismology [J]. Geophysical Monograph, 2005,

- 157: 205~227.
- [71] 林伟军. 弹性波传播模拟的 chebyshev 谱元法[J]. 声学学报, 2007, 32(6): 525~533.
- Lin W J. A Chebyshev spectral element method for elastic wave modeling [J]. Acta Acustica (in Chinese), 2007, 32 (6): 525~533.
- [72] 林伟军, 王秀明, 张海澜. 用于弹性波方程模拟的基于逐元技术的谱元法[J]. 自然科学进展, 2005, 15(9): 1048~1057.
- Lin W J, Wang X M, Zhang H L. An element by element spectral element method for elastic wave modeling [J]. Progress in Natural Science (in Chinese), 2005, 15(9): 1048~1057.
- [73] 林伟军, Seriani G. 用于波动方程模拟的 Chebshev 谱元法[J]. 声学技术, 2005, 24(z1): 1~2.
- Lin W J, Seriani G. A Chebshev spectral element method for elastic wave modeling [J]. Technical Acoustics (in Chinese), 2005, 24(z1): 1~2.
- [74] 严珍珍, 张怀, 杨长春, 等. 汶川大地震地震波传播的谱元法数值模拟研究[J]. 中国科学 (D 辑), 2009, 39(4): 393~402.
- Yan Z Z, Zhang H, Yang C C, *et al.* Spectral element analysis on the characteristics of seismic wave propagation triggered by Wenchuan Ms8. 0 earthquake [J]. Science in China (Series D) (in Chinese), 2009, 39(4): 393~402.
- [75] 王童奎, 李瑞华, 李小凡, 等. 横向各向同性介质中地震波场谱元法数值模拟[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(3): 778~784.
- Wang T K, Li R H, Li X F, *et al.* Numerical spectral-element modeling for seismic wave propagation in transversely isotropic medium [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2007, 22(3): 778~784.
- [76] Komatitsch D, Tromp J. Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation [J]. Geophys. J. Int., 1999, 139(3): 806~822.
- [77] Komatitsch D, Martin R, Tromp J, *et al.* Wave propagation in 2-D elastic media using a spectral element method with triangles and quadrangles [J]. J. Comput. Acoust., 2001, 99(2): 703~718.
- [78] Madec R, Komatitsch D, Diaz J. Energy-conserving local time stepping based on high-order finite elements for seismic wave propagation across a fluid-solid interface [J]. Computer Modeling in Engineering and Sciences, 2009, 49(2): 163~189.
- [79] Komatitsch D, Erlebacher G, G? ddeke D, *et al.* High-order finite-element seismic wave propagation modeling with MPI on a large GPU cluster [J]. Journal of Computational Physics, 2010, 229(20): 7992~7714.
- [80] Komatitsch D, Göddeke D, Erlebacher G, *et al.* Modeling the propagation of elastic waves using spectral elements on a cluster of 192 GPUs [J]. Computer Science-Research and Development, 2010, 25(1-2): 75~82.
- [81] Bouchon M. A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 1981, 71(4): 959~971.
- [82] Bouchon M. A numerical simulation of the acoustic and elastic wavefields radiated by a source on a fluid-filled borehole embedded in a layered medium [J]. Geophysics, 1992, 58(4): 475~481.
- [83] Bouchon M, Coutant O. Calculation of synthetic seismograms in a laterally varying medium by the boundary element-discrete wavenumber method [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 1994, 84(6): 1869~1881.
- [84] 于更新, 李东平, 符力耘, 等. 复杂地质构造的边界元-体积分元波动方程数值模拟[J]. 石油地球物理勘探, 2009, 44(1): 107~111.
- Yu G X, Li D P, Fu L Y, *et al.* Numeric simulation of boundary element-volume element wave equation in complex geologic structure [J]. Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 2009, 44(1): 107~111.
- [85] 胡善政, 符力耘, 裴正林. 流体饱和多孔隙介质弹性波方程边界元解法研究[J]. 地球物理学报, 2009, 52(9): 2364~2369.
- Hu S Z, Fu L Y, Pei Z L. A boundary element method for the 2-D wave equation in fluid-saturated porous media [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2009, 52(9): 2364~2369.
- [86] Pavlatos G D, Beskos D E. Dynamic elastoplastic analysis by BEM/FEM [J]. Eng. Anal. Bound. Elem., 1994, 14(1): 51~63.
- [87] Estorff O V, Hagen C. Iterative coupling of FEM and BEM in 3D transient elastodynamics [J]. Eng. Anal. Bound Elem., 2006, 30(7): 611~622.
- [88] Honda R. Stochastic BEM with spectral approach in elastostatic and elastodynamic problems with geometrical uncertainty [J]. Eng. Anal. Bound. Elem., 2005, 29(5): 415~427.
- [89] 符力耘, 牟永光. 弹性波边界元法正演模拟[J]. 地球物理学报, 1994, 37(4): 521~529.
- Fu L Y, Mou Y G. Boundary element method for elastic wave forward modeling [J]. Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica) (in Chinese), 1994, 37(4): 521~529.
- [90] Zhou H, Chen X F. The localized boundary integral equation-discrete wavenumber method for simulating P-SV wave scattering by an irregular topography [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 2008, 98(1): 265~279.
- [91] Zhou H, Chen X F. Localized boundary integral equation - discrete wavenumber method for simulating wave propagation in irregular multiple layers, part I: theory [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 2009, 99(3): 1984~1994.
- [92] Zhou H, Chen X F. Localized boundary integral equation - discrete wavenumber method for simulating wave propagation in irregular multiple layers, part II: validation and application [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 2009, 99(3): 1995~2011.

- [93] Ge Z X, Chen X F. An efficient approach for simulating wave propagation with the boundary element method in multilayered media with irregular interfaces [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 2008, 98(6): 3007~3016.
- [94] Ge Z X, Chen X F. Wave propagation in irregularly layered elastic models: a boundary element approach with a global reflection/transmission matrix propagator [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 2007, 97(3): 1025~1031.
- [95] Ge Z X, Chen X F. Erratum to wave propagation in irregularly layered elastic models: a boundary element approach with a global reflection/transmission matrix propagator [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 2007, 97(6): 2218.
- [96] Fujiwara H. The fast multipole method for solving integral equations of three-dimensional topography and basin problems [J]. Geophys. J. Int., 2000, 140(1): 198~210.
- [97] Chaillat S, Bonnet M, Semblat J F. A fast multipole method formulation for 3D elastodynamics in the frequency domain [J]. Comptes Rendus Mecanique, 2007, 335(11): 714 ~ 719.
- [98] Chaillat S, Bonnet M, Semblat J F. A multi-level fast multipole BEM for 3-D elastodynamics in the frequency domain [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2008, 197(49-50): 4233~4249.
- [99] 魏星, 王彦宾, 陈晓非. 模拟地震波场的伪谱和高阶有限差分混合方法[J]. 地震学报, 2010, 32(4): 392~400.  
Wei X, Wang Y B, Chen X F. Hybrid PSM/FDM method for seismic wavefield simulation [J]. Acta Seismologica Sinica (in Chinese), 2010, 32(4): 392~400.
- [100] 马啸, 杨顶辉, 张锦华. 求解声波方程的辛可分 Runge-Kutta 方法[J]. 地球物理学报, 2010, 53(8): 1993~2003.  
Ma X, Yang D H, Zhang J H. Symplectic partitioned Runge-Kutta method for solving the acoustic wave equation [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(8): 1993~2003.
- [101] 宋国杰, 杨顶辉, 陈亚丽, 等. 基于 WNAD 方法的非一致网格算法及其弹性波场模拟[J]. 地球物理学报, 2010, 53(8): 1985~1992.  
Song G J, Yang D H, Chen Y L, *et al.* Non-uniform grid algorithm based on the WNAD method and elastic wave-field simulations [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(8): 1985~1992.
- [102] Zhou B, Greenhalgh S A. 3-D frequency-domain seismic wave modelling in heterogeneous, anisotropic media using a Gaussian quadrature grid approach [J]. Geophys. J. Int., 2011, 184(1): 507~526.
- [103] 陈可洋. 宽频双程走时计算方法及其波场照明分析[J]. 勘探地球物理进展, 2010, 33(4): 270~274.  
Chen K Y. Wide-frequency range two-way traveltimes calculation and wavefield illumination analysis [J]. Progress in Exploration Geophysics (in Chinese), 2010, 33(4): 270~274.
- [104] 何兵寿, 张会星, 韩令贺. 弹性波方程正演的粗粒度并行算法[J]. 地球物理学进展, 2010, 25(2): 650~656.  
He B S, Zhang H X, Han L H. Forward modelling of elastic wave equation with coarse-grained parallel algorithm [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2010, 25(2): 650~656.
- [105] 陈山, 杨顶辉, 邓小英. 四阶龙格-库塔方法的一种改进算法及地震波场模拟[J]. 地球物理学报, 2010, 53(5): 1196~1206.  
Chen S, Yang D H, Deng X Y. An improved algorithm of the fourth-order Runge-Kutta method and seismic wave-field simulation [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(5): 1196~1206.
- [106] 龙桂华, 李小凡, 江东辉. 基于交错网格 Fourier 伪谱微分矩阵算子的地震波场模拟 GPU 加速方案[J]. 地球物理学报, 2010, 53(12): 2964~2971.  
Long G H, Li X F, Jiang D H. Accelerating seismic modeling with staggered-grid Fourier Pseudo-spectral differentiation matrix operator method on graphics processing unit [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(12): 2964~2971.
- [107] 李桂花, 冯建国, 朱光明. 黏弹性 VTI 介质频率域空间域准 P 波正演模拟[J]. 地球物理学报, 2011, 54(1): 200~207.  
Li G H, Feng J G, Zhu G M. Quasi-P wave forward modeling in viscoelastic VTI media in frequency-space domain [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2011, 54(1): 200~207.
- [108] 王润秋, 李兰兰, 李会俭. 塔里木地区勘探地震正演模拟研究[J]. 地球物理学报, 2010, 53(8): 1875~1882.  
Wang R Q, Li L L, Li H J. Forward modeling research for seismic exploration of Tarim area [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(8): 1875~1882.
- [109] 吴永国, 贺振华, 黄德济. 串珠状溶洞模型介质波动方程正演与偏移[J]. 地球物理学进展, 2008, 23(2): 539~544.  
Wu Y G, He Z H, Huang D J. Wave equation forward modeling and migration for beads-shaped corroded cave model [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2008, 23(2): 539~544.
- [110] 李飞, 张智, 曹志勇, 等. 陷落柱地震波场特征分析[J]. 地球物理学进展, 2009, 24(3): 886~892.  
Li F, Zhang Z, Cao Z Y, *et al.* Analysis on seismic features of subsided column [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2009, 24(3): 886~892.
- [111] 杜启振, 孔丽云, 韩世春. 裂缝诱导各向异性双孔隙介质波场传播特征[J]. 地球物理学报, 2009, 52(4): 1049~1058.  
Du Q Z, Kong L Y, Han S C. Wavefield propagation characteristics in the fracture-induced anisotropic double-porosity medium [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2009, 52(4): 1049~1058.
- [112] 李东会, 董守华, 赵小翠, 等. 煤储层双相 EDA 介质的地震波场模拟[J]. 地球物理学进展, 2011, 26(2): 654~

663.  
Li D H, Dong S H, Zhao X C, *et al.* Seismic wave simulation of biphas EDA medium in coal-bed media [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2011, 26(2): 654~663.

[113] 杨德义, 王贇, 张美根. 裂隙弱度参数的波场特征[J]. 地球物理学报, 2011, 54(3): 862~866.  
Yang D Y, Wang Y, Zhang M G. The wave field characteristics of the fracture weakness parameters [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2011, 54(3): 862~866.

[114] 何兵红, 吴国忱, 梁锴, 等. 粘弹性介质单程波法非零偏移距地震数值模拟与偏移[J]. 地球物理学进展, 2009, 24(4): 1299~1312.  
He B H, Wu G C, Liang K, *et al.* Numerical simulation and migration of non-zero offset seismic wave in viscoelastic medium by one-way wave equation [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2009, 24(4): 1299~1312.

[115] 李国平, 姚逢昌, 石玉梅, 等. 有限差分法地震波数值模拟的几个关键问题[J]. 地球物理学进展, 2011, 26(2): 496~476.  
Li G P, Yao F C, Shi Y M, *et al.* Several key issues of finite-difference seismic wave numerical simulation [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2011, 26(2): 496~476.