



地球物理学进展  
*Progress in Geophysics*  
ISSN 1004-2903, CN 11-2982/P

## 《地球物理学进展》网络首发论文

题目: 重磁数据反演中物性边值约束方法的对比研究  
作者: 赵洋洋, 孙石达, 李庆春, 杜劲松, 田宝卿, 胡冬平  
收稿日期: 2021-09-24  
网络首发日期: 2022-03-18  
引用格式: 赵洋洋, 孙石达, 李庆春, 杜劲松, 田宝卿, 胡冬平. 重磁数据反演中物性边值约束方法的对比研究[J/OL]. 地球物理学进展.  
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2982.P.20220317.1310.018.html>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 重磁数据反演中物性边值约束方法的对比研究

赵洋洋<sup>1,2</sup>, 孙石达<sup>3</sup>, 李庆春<sup>1</sup>, 杜劲松<sup>4</sup>, 田宝卿<sup>5</sup>, 胡冬平<sup>6</sup>

1. 长安大学地质工程与测绘学院, 西安 710054;

2. 长安大学地质调查研究院, 西安 710054;

3. 河北地质大学地球科学学院, 河北省战略性关键矿产资源重点实验室, 石家庄 050031;

4. 中国地质大学(武汉)地球物理与空间信息学院, 地球内部多尺度成像湖北省重点实验室, 武汉 430074;

5. 中国地震局地球物理研究所, 北京, 100081;

6. 成都圭目机器人有限公司, 成都, 610000。

\*通信作者 赵洋洋, 女, 1987年生, 博士, 工程师, 长安大学地质调查研究院, 主要从事重磁数据处理与解释。E-mail: zhaoyang2013@chd.edu.cn

**摘要** 重磁数据反演中的物性边值约束是一种重要的约束形式, 对于降低反演结果的非唯一性和提高反演结果的准确性具有显著作用。本文通过模型试验分别将三种约束方法(强制约束法、对数变换法和障碍法)应用于重力数据的 $L_1$ 范数和 $L_2$ 范数反演过程, 并从反演结果的幅值和形态、拟合差收敛情况、总迭代次数与计算时间等方面对上述三种方法的约束效果及对反演过程的影响进行了对比和分析。结果显示, 通过对数变换法约束, 物性结果的聚焦效果以及与场源体的对应程度最好; 障碍法的收敛过程最为稳定; 而强制约束法相对前两者而言没有呈现特别的优势。将上述三种方法应用于西准噶尔地区阿克巴斯陶岩体的区域重力和航磁数据, 结果同样显示出对数变换法在重磁数据反演实现物性边值约束上的优势。

**关键词** 重磁反演; 物性边值约束; 强制约束法; 对数变换法; 障碍法

中图分类号 P312&P318

## The contrast and study of physical property boundary constraint methods in gravity and magnetic data inversion

ZHAO YangYang<sup>1,2</sup>, SUN ShiDa<sup>3</sup>, LI QingChun<sup>1</sup>, DU JinSong<sup>4</sup>, TIAN BaoQing<sup>5</sup>, HU DongPing<sup>6</sup>

1. Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China;

2. Institute of Geological Survey, Chang'an University, Xi'an 710054, China;

3. Hebei Key Laboratory of Strategic Critical Mineral Resources, Hebei GEO University, Shijiazhuang 050031, China;

4. Hubei Subsurface Multi-scale Imaging Key Laboratory, Institute of Geophysics and Geomatics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China;

5. Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China;

6. Chengdu Guimu Robot Co., Ltd, Chengdu, 610000.

**Abstract** Boundary constraint of physical property is an important constraint form in the inversion of gravity and magnetic, which has a significant effect on reducing the non-uniqueness and improving the accuracy of inversion results. In this paper, three methods (mandatory constrained method, logarithmic transformation method and logarithmic obstacle method) are respectively applied to the  $L_1$  and  $L_2$  norms inversion process through model tests. The constraint effect of the above methods and their effects on the inversion process are compared and analyzed from the aspects of amplitude and shape of the inversion results, the convergence of the fitting difference, the number of iterations, and the calculation time. The tests show that by the

收稿日期: 2021-09-24

基金项目: 长安大学中央高校基本科研业务费专项资金(300102278115), 国家自然科学基金面上项目(42174090)

网络首发时间: 2022-03-18 10:46:51 网络首发地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2982.P.20220317.1310.018.html>

constricted of logarithmic transformation method, the focusing effect and the corresponding degree with sources of inversion results are the best. The convergence process of logarithmic obstacle method is the most stable. However, the mandatory constraint method has no special advantage over other two methods. These methods are applied to the processing of gravity and aeromagnetic data of Akbasito rock in western Junggar area, and the results also show the advantage of the logarithmic transformation method on the boundary constraint of physical property in the inversion of gravity and magnetic data.

**Key words** Gravity and magnetic inversion; Boundary constraint; Mandatory constraint method; Logarithmic transformation method; Logarithmic obstacle method

## 0 引言

定量解释是位场数据处理工作中的一项重要手段和内容；其中，三维物性反演作为目前定量解释最主流的方法，通过反演计算可以得到对应地下半空间的物性（密度或磁化率）分布，能够对异常体的物性及结构进行更为直观且准确的描述。同时，随着近年来计算机计算能力和水平的提升，该类方法得到了非常广泛的应用。目前，三维重磁物性反演的主要思路有两种：一种是通过人工交互（e.g., Silva and Barbosa, 2006; Yang et al., 2011; Lü et al., 2013）或依从特定规则自动计算的方式（e.g., Uieda and Barbosa, 2012; Kim et al., 2014）求取异常体的形态和物性值，并且仅仅通过数据拟合程度来评判反演结果的优劣，反演结果局限性较大，需要较多的人为干预才能得到较为理想的结果。另一种则是采用最优化理论中的正则化思想，通过加入模型目标函数来改善仅仅采用数据拟合所带来的反演结果的多解性和过程的不稳定性，同时模型目标函数具有多种形式，且易于加入物性和结构方面的约束信息，能够计算出较为合理的三维物性分布结果（e.g., Li and Oldenburg, 1996, 1998; Portniaguine and Zhdanov, 1999; Pilkington, 2009; Lelièvre and Oldenburg, 2009），这也是本文所采用的物性反演实现方法。

为了进一步压缩零空间降低反演结果的多解性，在加入模型目标函数的基础上，我们仍需要根据已知的地质和其它地球物理资料等先验信息对反演结果进行合理的约束。约束条件可主要分为两类，一类是物性方面的约束，一类是结构方面的约束。其中物性约束主要是依据已知实测的岩石物性参数，对整个反演半空间或特定位置处的模型参数值进行约束，让物性结果保持在特定范围内以符合实际物性分布情况并遵循真实物理规律，便于后续进一步的处理与解释。

带物性约束的反演问题本质上是基于等式或不等式约束的数值最优化问题。该类问题应用较为广泛，在工程、军事、经管等领域均有涉及，已经发展出了多种解决方法，也有部分被借鉴应用到了物性约束反演中并取得了一定的应用效果。然而目前并未有学者针对这些方法对重磁数据反演过程的影响以及相应的约束效果进行对比和评价，在算法有效性检验和实际生产应用中会面临方法选择困难的情况，因此我们试图通过模型试验和实际资料应用的方式对三种常用物性范围约束方法进行试验并对结果进行统计对比分析，为这些方法在重磁数据反演中的应用提供更为明确的建议。

## 1 无约束物性反演理论

本文采用前文所述的基于最优化理论的正则化思想实现物性反演，采用 Li and Oldenburg (1996; 1998) 提出的反演目标函数形式，通过加入最小模型和最光滑模型来实现正则化的目的；同时为了提高该反演过程的通用性，采用广义形式的度量函数  $L_p$  范数代替较为常用的  $L_2$  范数来进行模型目标函数的构建（Sun and Li, 2014）。根据正则化思想，反演总目标函数  $\Phi(\mathbf{m})$  由数据拟合差函数  $\phi_d$  和模型目标函数  $\phi_m$  两部分组成，两者的相对重要性由正则化参数  $\mu$  确定，具体形式如下：

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{m}) &= \phi_d + \mu\phi_m \\ &= \phi_d^p [\mathbf{W}_d(\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{Gm})] + \mu \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_i \phi_i^p [\mathbf{W}_i(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{ref})]\end{aligned}\quad (1)$$

其中， $\phi^p$  表示采用的是广义形式的度量函数； $\mathbf{W}_d$  为对应观测数据误差相关的对角矩阵，目的

是统一观测数据的误差水平； $\mathbf{d}^{obs}$  为观测数据， $\mathbf{m}$  为所需要计算的模型空间对应的物性值， $\mathbf{G}$  为通过正演计算得到的敏感度矩阵； $\mathbf{m}^{ref}$  为参考模型；模型目标函数部分分为最小模型（ $i = s$ ）和光滑模型（ $i = x, y, z$ ）两部分，分别用来量化模型的结构复杂度和不同方向上的粗糙度， $\alpha_i$  值表示各部分的权重， $\mathbf{W}_s$  是最小模型对应的单位矩阵， $\mathbf{W}_i$ （ $i = x, y, z$ ）则是三方向上光滑模型的差分矩阵。

需要注意的是，当采用  $L_2$  范数作为度量函数时，整体目标函数是二次函数，又因为重磁正演问题是线性问题，使得反演问题整体也是线性求解问题，一般采用共轭梯度法一次求解即可得到最终结果。然而当采用广义形式的  $L_p$  范数度量函数时，整体目标函数不全是二次函数，即使重磁正演问题是线性问题，最终反演问题也是非线性的，求解过程也须按照非线性问题的方式进行。在此采用高斯-牛顿法将非线性问题转换为多次迭代线性求解问题，首先假设初始模型为  $\mathbf{m}^0$ ，且第  $n$  次迭代计算的终物性结果为  $\mathbf{m}^n$ ，若不满足迭代停止要求，那么下一次计算得到的增量为  $\Delta\mathbf{m}$ ，计算总目标函数如式（2）：

$$\Phi(\mathbf{m}) = \varphi_d^p \left[ \mathbf{W}_d (\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{G}(\mathbf{m}^n + \Delta\mathbf{m})) \right] + \mu \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_i \varphi_i^p \left[ \mathbf{W}_i (\mathbf{m}^n + \Delta\mathbf{m} - \mathbf{m}^{ref}) \right] \quad (2)$$

将式（2）对  $\Delta\mathbf{m}$  进行求导得到最终计算  $\Delta\mathbf{m}$  的等式为：

$$\mathbf{A} \cdot \Delta\mathbf{m} = \mathbf{B} \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{G}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{R}_d \mathbf{W}_d \mathbf{G} + \mu \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_i \mathbf{W}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{W}_i \\ \mathbf{B} = \mathbf{G}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{R}_d \mathbf{W}_d (\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m}^n) + \mu \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_i \mathbf{W}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{W}_i (\mathbf{m}^{ref} - \mathbf{m}^n) \end{cases}$$

其中， $\mathbf{R}$  为对角矩阵，是由  $L_p$  范数做度量函数时求导所产生，为了更加方便的对  $L_p$  范数进行控制（Farqharson, 2008；Sun and Li, 2014），采用 Eklom（1987）提出的  $L_p$  范数计算公式即式（4）， $\mathbf{R}$  矩阵中元素的计算方式相应如式（5）。由式（5）可以发现  $\mathbf{R}$  矩阵其实就是非  $L_2$  范数时目标函数非线性化的具体表现。对于  $L_2$  范数而言， $\mathbf{R}$  矩阵对角元素均为常值 2，只要收敛条件相同多次迭代与单次迭代并不存在明显差异；而非  $L_2$  范数时每次迭代计算对应的  $\mathbf{R}$  矩阵均不相同，使得每次迭代方程均不相同，多次迭代才显得必要且有意义。

$$\phi^p(\mathbf{x}) = \sum (x_i^2 + \varepsilon^2)^{p/2} \quad (4)$$

$$R_{ii} = p(x_i^2 + \varepsilon^2)^{p/2-1} \quad (5)$$

需要说明的一点是，在上述所有有关敏感度矩阵  $\mathbf{G}$  的地方，都采用了如式  $\mathbf{G}_\zeta = \mathbf{G}\mathbf{W}_{deep}^{-1}$  的变换（Li and Oldenburg, 2003），同时处理中所有跟模型空间物性相关的参量（如初始模型、参考模型、每次迭代结果）也需经过  $\mathbf{m}_\zeta = \mathbf{W}_{deep}\mathbf{m}$  的变换处理。该变换是利用深度加权函数  $\mathbf{W}_{deep}$  对敏感度矩阵  $\mathbf{G}$  中的元素进行处理，其效果类似于 Pilkington（1997）提出的共轭梯度法的预优化处理，本质上是改善了反演矩阵的条件数，提高了反演过程的稳定性（e.g., Liu et al., 2013）。

## 2 物性范围约束方法

物性范围约束，也可称为物性边值约束，通过给定每个剖分块体单元的最大及最小物性值，来对反演结果进行约束。对于最优化问题中加入对反演参数的范围边值约束，其方法本质是最优化求解中的不等值约束问题（Necedal and Wright, 2006），且目前也有多种方法来实现重磁数据反演中的物性范围约束。本文选用了如下三种方法（为了后续表述方便，按照介绍顺序为其编号）来进行试验和分析：强制约束法（方法 1）、对数变换法（方法 2）、罚函数法包括对数障碍法（方法 3）。需要



说明的是, 以上三种方法依据各自规则和算法都可以实现物性结果恒处于规定的范围之内, 不会出现最终结果或中间结果有范围之外的情况。一些物性约束方法(如外点乘子法或罚函数法, Zhang et al., 2015)允许物性边值范围外的结果出现, 当该方法应用于特定情况如磁异常反演中施加磁化率正值约束时, 些许负值结果的出现会对结果产生极大的负面影响, 因此该类方法在本文中未加以讨论分析。下面分别对以上三种方法的原理和需注意的细节进行说明。

### 2.1 强制约束法

顾名思义, 该方法就是强制对反演结果进行约束, 如果反演结果中有超出约束边界范围的情况出现, 则将该超出值强制赋予相应的边界值。该方法不需要对反演目标函数作任何修改, 只需要在得到每次迭代结果后据式(6)对该结果做上述处理即可, 简单易行, 被较多学者所采用(e.g., Portniaguine and Zhdanov, 1999, 2002; Boulanger and Chouteau, 2001; 姚长利等, 2007)。

$$m_i^{n+1} = \begin{cases} m_i^+, & m_i^n + \Delta m_i > m_i^+ \\ m_i^-, & m_i^n + \Delta m_i < m_i^- \\ m_i^n + \Delta m_i, & \text{else} \end{cases} \quad (6)$$

### 2.2 对数变换法

对数变换法通过对数变换将有限的物性约束区间( $m^-$ ,  $m^+$ )转换为无限区间( $-\infty$ ,  $+\infty$ ), 然后在无限区间进行无约束反演, 最后将无限区间无约束反演结果反变换回约束区间, 也就实现了约束反演的目的。Barbosa et al. (1999)在利用重力数据反演盆地基底深度时较早采用了该方法, Kim et al. (1999)也将该方法用于地球物理数据线性反演, 且该方法已较为广泛的应用于电磁数据和重、磁数据反演中(e.g. Sun and Li, 2010; 刘圣博, 2011; 刘斌等, 2012)。Kim et al. (2008)将该方法进行了拓展, 并证明 Commer and Newman (2008)提出的变换方法本质上也是该拓展形式即式(7)的一种特殊情况。该方法详细实现步骤如下:

1. 初始模型为  $\mathbf{m}^0$ , 假设第  $n$  次迭代物性结果为  $\mathbf{m}^n$ , 按照式(7)进行转换得到  $\mathbf{m}_i^n$ ;

$$m_{t,i}^n = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{m_i^n - m_i^-}{m_i^+ - m_i^n}, \quad (7)$$

其中,  $i$  是指模型矢量  $\mathbf{m}$  中的第  $i$  个元素;  $\lambda$  是正实数, 默认值可设为 1, 对转换过程的具体影响可参照 Kim et al. (2008)。

2. 反演求取  $\Delta \mathbf{m}_i$  的公式由式(3)变为式(8);

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{T} \Delta \mathbf{m}_i = \mathbf{B} \quad (8)$$

式中  $\mathbf{T}$  为对角矩阵, 其元素为式(7)对  $m_i$  所求的一阶导数的倒数, 式中加入稳定因子  $\varepsilon$ , 通常取值  $\varepsilon = 0.2m_i^+$ , 确保其分子不会出现零值的情况(刘圣博, 2011)。

$$T_{ii} = \frac{1}{\lambda} \frac{(m_i^n - m_i^-)(m_i^+ - m_i^n) + \varepsilon}{m_i^+ - m_i^-} \quad (9)$$

3. 第  $n+1$  次转换空间结果为  $\mathbf{m}_i^{n+1} = \mathbf{m}_i^n + \Delta \mathbf{m}_i$ ;
4. 按照式(10)将  $\mathbf{m}_i^{n+1}$  转换为正常约束空间物性结果  $\mathbf{m}^{n+1}$ ;

$$m_i^{n+1} = \frac{m_i^- + m_i^+ e^{\lambda m_{t,i}^{n+1}}}{1 + e^{\lambda m_{t,i}^{n+1}}} \quad (10)$$

5. 判断是否满足终止条件, 满足则退出, 不满足则返回步骤 1。

### 2.3 罚函数法(内点法)

罚函数的思想是在总反演目标函数上添加罚函数项, 用以对超出范围外的结果加以惩罚, 使得计

算结果趋近或完全在范围内为止。罚函数法分为内点法和外点法，分别从约束范围内部和外部逼近问题的解（Nocedal and Wright, 2006），本文就内点法进行介绍。

内点罚函数法也叫障碍法，通过构建障碍函数使得无约束问题的解全部落在约束条件内，其中对数障碍函数是较为常用的一种，而且已较多地应用于重磁物性反演中（e.g. Li and Oldenburg, 2003; Farquharson, 2008; Lelièvre and Oldenburg, 2009）。加入对数障碍函数后，总反演目标函数扩展为式（11）：

$$\Phi(\mathbf{m}) = \varphi_d + \mu\varphi_m - 2\lambda\mathbf{X}_{\text{bf}} \quad (11)$$

其中， $\lambda$  为障碍系数， $\mathbf{X}_{\text{bf}}$  为障碍函数。

$$\mathbf{X}_{\text{bf}} = \sum_{i=1}^M \ln\left(\frac{m_i - m_i^-}{m_i^+ - m_i^-}\right) + \sum_{i=1}^M \ln\left(\frac{m_i^+ - m_i}{m_i^+ - m_i^-}\right) \quad (12)$$

使用对数障碍法约束反演物性时，给定的初始模型  $\mathbf{m}^0$  中所有元素值须全部处于物性约束范围内，而初始障碍参数可通过式（13）求得。而此时求解每次迭代变化量由式（3）扩展为式（14）。

$$\lambda^0 = \frac{\varphi_d(\mathbf{m}^0) + \mu\varphi_m(\mathbf{m}^0)}{-2\mathbf{X}_{\text{bf}}(\mathbf{m}^0)} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{G}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{R}_d \mathbf{W}_d \mathbf{G} + \mu \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_i \mathbf{W}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{W}_i + \lambda^n \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{B} = \mathbf{G}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{R}_d \mathbf{W}_d (\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{G}\mathbf{m}^n) + \mu \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_i \mathbf{W}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{W}_i (\mathbf{m}^{\text{ref}} - \mathbf{m}^n) + \lambda^n \mathbf{X}_1 \mathbf{e} \end{cases} \quad (14)$$

式中， $\mathbf{X}_1$  和  $\mathbf{X}_2$  均为对角矩阵，分别由障碍函数对物性模型向量的一阶和二阶求导所得， $\lambda^n$  为第  $n$  次障碍参数，通过上式求得变化量  $\Delta\mathbf{m}$ 。理论上，当  $\lambda^n$  趋向于无穷小时，可以得到约束问题的解，而由于此时该罚函数项对整体目标函数影响已很小，因此前面所述反演终止条件同样适用于此方法的约束问题。

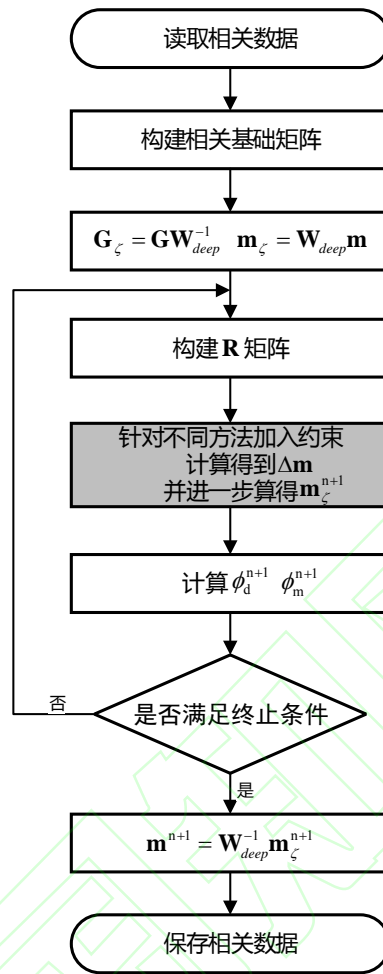


图1 物性边值约束主体流程图

Fig. 1 The main flow chart of physical property boundary constraint

需要注意的一点是，对数障碍法，也就是内点法需要每一次迭代的所有物性值都在该约束范围内，除给定的初始模型需要满足这一条件外，每次迭代的初始结果  $\mathbf{m}^n$  也必须满足该条件，对于每次迭代后  $\lambda^n$  值如何变化，可以参考文献（Li and Oldenburg, 2003）。

#### 2.4 带物性边值约束反演流程

反演流程的整体框架由 2.1 节所述高斯-牛顿法多次线性迭代过程确定，根据上述内容介绍的三种物性约束方法，其起作用的部分都位于每一次迭代中（图 1 中灰色背景流程），之外的所有部分都基本相同，反演主体流程如图 1 所示。

### 3 模型试验

本文对多个模型进行了试验，每个模型均对模型目标函数部分采用  $L_1$  和  $L_2$  范数两种度量函数进行反演，主要从最终物性结果幅值和形态、反演所用总迭代次数、拟合差收敛情况、总花费时间以及每次迭代所需时间五个方面来对比和评价三种物性约束方法对反演过程的影响及其约束效果。由于所有试验的结果和结论非常相似，下文以直立长方体的重力异常反演为例对结果进行展示和分析。

表1 直立长方体模型物性约束反演结果参数统计

Table 1 Parameter statistics of inversion results by using physical property constraints for the vertical rectangular model

度量函数	$L_1$ 范数				$L_2$ 范数			
约束方法	0	1	2	3	0	1	2	3
迭代次数	95	92	241	58	5	501	501	40
总时间 (s)	44.70	40.11	24.46	34.9	0.38	24.03	21.64	4.58
最终拟合差 (mGal)	411.94	411.61	12.92	425.73	60.84	151.63	252.31	66.10
密度(g/cm <sup>3</sup> )	最大值	0.55	0.55	0.82	0.50	0.44	0.51	0.66
	最小值	$-5.7 \times 10^{-7}$	0.00	$6.1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-8}$	-0.04	0.00	0.00

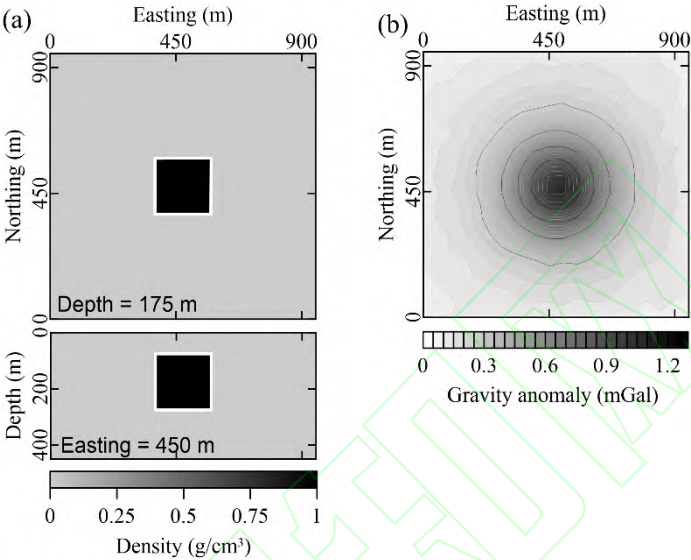


图2 理论密度模型与模拟重力异常数据  
(a) 直立长方体模型; (b) 带噪声的重力异常。

Fig. 2 Theoretical density model and simulated gravity anomaly data

长方体模型密度异常体的截面图分别如图 2a 所示, 其剩余密度均设为  $1 \text{ g/cm}^3$ ; 重力数据正演观测高度设为地面以上  $0.1 \text{ m}$ , 且加入对应异常最大幅值  $5\%$  的随机噪声, 得到仿真的重力异常数据如图 2b 所示。首先, 在不采用任何物性边值约束时,  $L_1$  和  $L_2$  范数反演结果分别如图 3a 和 3b 所示。上述物性结果中尤其是  $L_2$  范数反演结果包含了大量负值 (图中以紫色填充), 其原因是由于负物性值能够帮助反演过程更加快速的拟合异常数据, 同时使得反演过程相对含正值约束时更加稳定, 因而无任何物性范围约束时反演过程偏向于生成负值来更快速稳定地收敛至最优结果, 但是与此同时, 负值的存在却使得物性结果不能有效聚焦, 分布特征相对更为分散, 一定程度上不利于物性结果的解译 (Li and Oldenburg, 1998)。



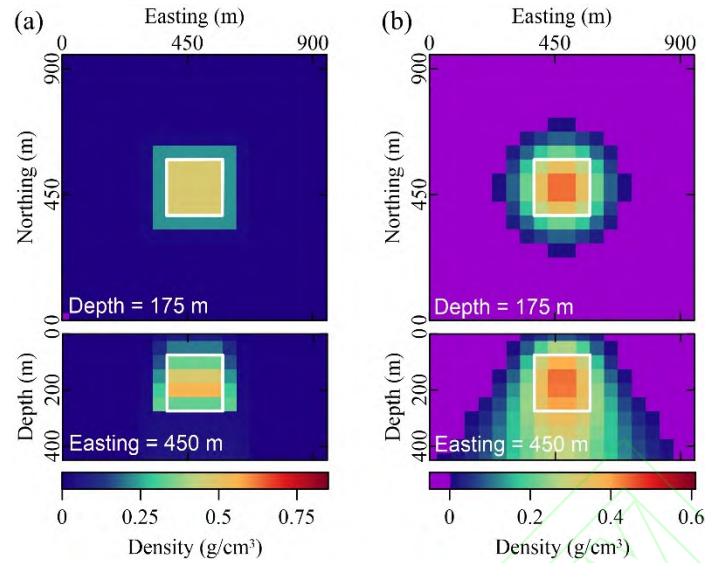


图3 长方体模型无约束反演结果切片图  
(a)  $L_1$  范数反演结果; (b)  $L_2$  范数反演结果。

Fig. 3 Slices of inversed results by using no constraint for the rectangular model

然后将物性边值约束范围设定为  $0 \sim 1 \text{ g/cm}^3$ , 采用  $L_1$  范数和  $L_2$  范数反演结果分别如图 4 和图 5 所示, 在深度 200 米处东西向 450 米处的物性剖面线图如图 6 所示。从物性结果幅值及分布来看, 对数变换法能够得到最为聚焦的物性结果, 同时对异常体形态的描述也相对更为准确, 在  $L_1$  范数结果中体现的尤其明显 (图 4b 和图 6a); 强约束法和和对数障碍法则具有形态相似且幅值相近的最终结果。

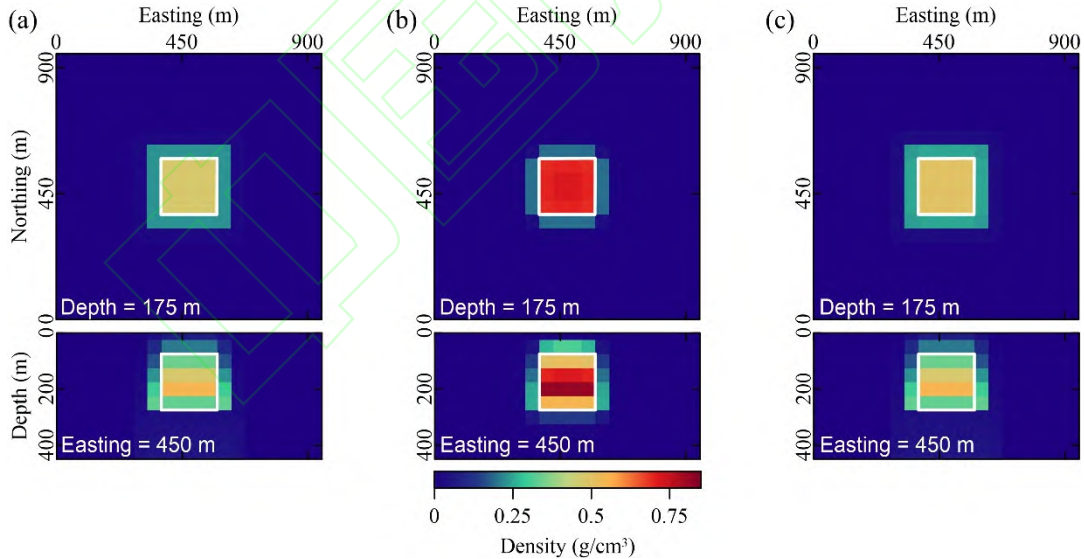


图4 长方体模型采用  $L_1$  范数物性边值约束反演结果切片图  
(a) 强约束反演结果; (b) 对数变换法约束反演结果; (c) 对数障碍法约束反演结果。

Fig. 4 Slices of inversed results by using the physical property boundary constraint of  $L_1$  norm for the rectangular model

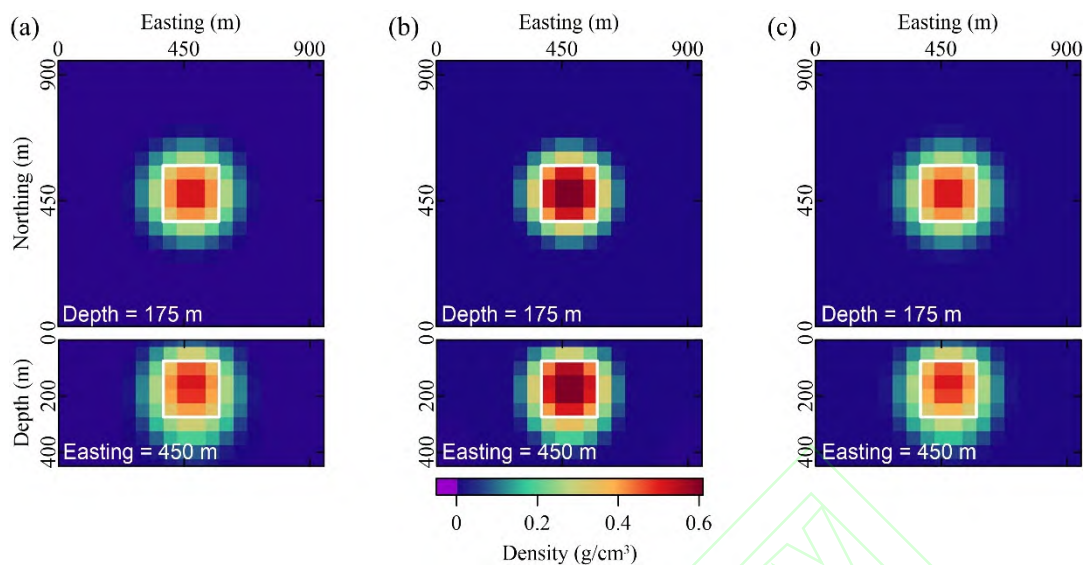


图5 长方体模型采用  $L_2$  范数物性边值约束反演结果切片图  
(a) 强制约束反演结果; (b) 对数变换法约束反演结果; (c) 对数障碍法约束反演结果。

Fig. 5 Slices of inversed results by using the physical property boundary constraint of  $L_2$  norm for the rectangular model

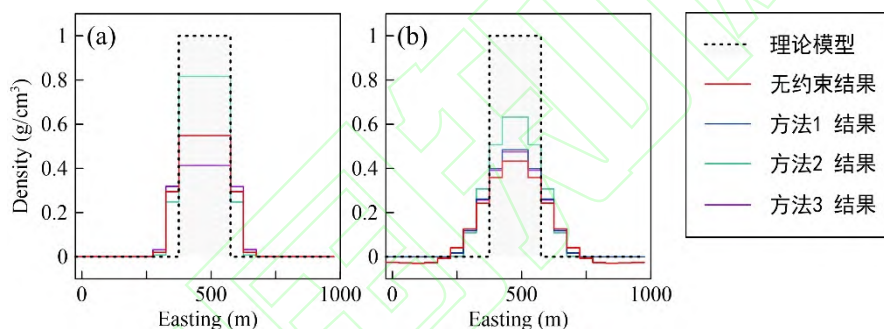


图6 长方体模型理论值与反演结果对比图  
(a)  $L_1$  范数反演结果; (b)  $L_2$  范数反演结果。

Fig. 6 Comparative figures of theoretical values and inversed results for the rectangular model

反演过程中数据拟合差和所花费时间与迭代次数的关系分别如图7所示,详细过程参数及结果统计如表1所列。图7中显示出在总迭代次数方面未采用罚函数的方法一和方法二要相对多于带有罚函数的方法三;同时数据拟合差随迭代次数变化曲线显示前两种方法的后期迭代过程不够稳定,存在锯齿状的跳跃现象,相对而言对数障碍法在所有结果中均具有稳定的收敛过程。每次迭代所需时间方面,对数变换法具有相对较快的单次迭代耗时,对数障碍法则单次迭代耗时相对较长。

综合来说,三种方法都能够完全地实现物性范围约束的目的,其中对数变换法具有最优的物性聚焦和场源体形态描述效果,对数障碍法则具有相对最稳定的反演收敛过程,强制约束法相对于前两者而言未见明显优势。

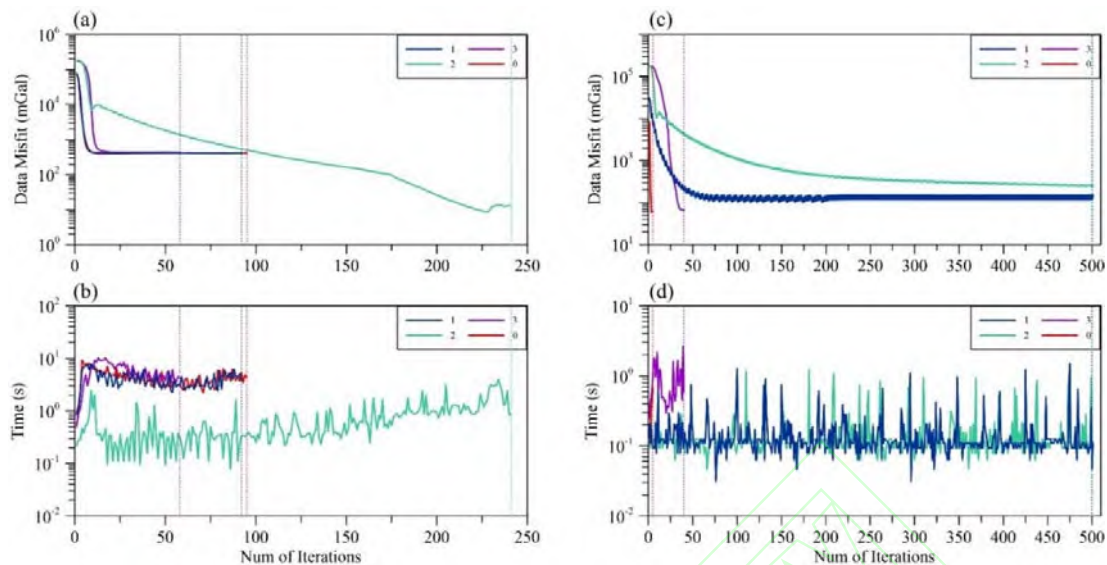


图7 长方体模型采用  $L_1$  范数和  $L_2$  范数物性边值约束反演拟合差和反演用时随迭代次数变化关系图  
(a)  $L_1$  范数拟合差; (b)  $L_1$  范数反演用时; (c)  $L_2$  范数拟合差; (d)  $L_2$  范数反演用时。

Fig. 7 Data misfit and consuming time varying with iterations of the inversions by using the physical property boundary constraint of  $L_1$  norm and  $L_2$  norm for the rectangular model

## 4 实例应用

实例数据采用西准噶尔克拉玛依后山地区阿克巴斯陶岩体对应的 1:20 万布格重力异常和 1:5 万航空磁测总场异常。研究区所属的西准噶尔地区位于西伯利亚、哈萨克斯坦和塔里木三个大陆板块的交接处, 西准噶尔造山带与准噶尔盆地的交界地带, 是中亚造山带的重要组成部分, 构造作用十分复杂 (e.g., Feng et al., 1989; Windley et al., 2007)。区内分布主要断裂为岩体北部的哈图断裂和南部的达尔布特断裂, 对区域内地层和岩浆岩分布具有重要的控制作用。达尔布特断裂附近发育有蛇绿混杂岩带, 且其与围岩多为高角度断层接触 (晏文博等, 2015)。已有的锆石 U-Pb 年代学数据表明阿克巴斯陶岩体形成于晚石炭世-早二叠世期间, 此期间西准噶尔地区构造古地理演化为碰撞后演化阶段, 且地球化学特征表示该段花岗岩具有 A 型花岗岩特点 (庞振甲等, 2010; 王晓伟等, 2011), 应与碰撞后的伸展环境有关 (高睿等, 2013; 晏文博等, 2015)。

阿克巴斯陶岩体围岩多为早石炭世包古图组灰岩以及断裂附近的蛇绿混杂岩, 岩体主要岩石类型主要包括位于岩体中心的二长花岗岩以及外围的碱长花岗岩, 并在碱长花岗岩中多见蛇绿岩捕虏体。研究区所选用的剩余布格重力异常如图 8a 所示, 岩体对应部分整体呈现重力高, 因此并不能根据异常来将两种类型的花岗岩区分开来; 同时由于该区构造较为复杂, 为了避免可能存在的强剩磁和自退磁效应的影响, 选用由原始航空磁测总场异常转换得到的磁异常模量  $T_a$  异常 (图 8b) 进行磁化率成像, 模量异常中蛇绿混杂岩带对应强烈的高值异常, 两种花岗岩体也得到了相对重力异常更为明显的区分。由研究区岩石物性测量资料可知, 所有岩性的密度分布范围主要为  $2.52 \sim 2.89 \text{ g/cm}^3$ , 由于重力数据预处理部分如地形改正、中间层改正等所采用的密度值均为  $2.67 \text{ g/cm}^3$ , 因此在之后重力数据反演中所选用的物性约束范围为  $-0.15 \sim 0.22 \text{ g/cm}^3$ ; 磁化率分布范围主要为  $91 \sim 100000 \times 10^{-6} \text{ SI}$ , 对应的磁模量异常反演时仍只考虑正值约束。



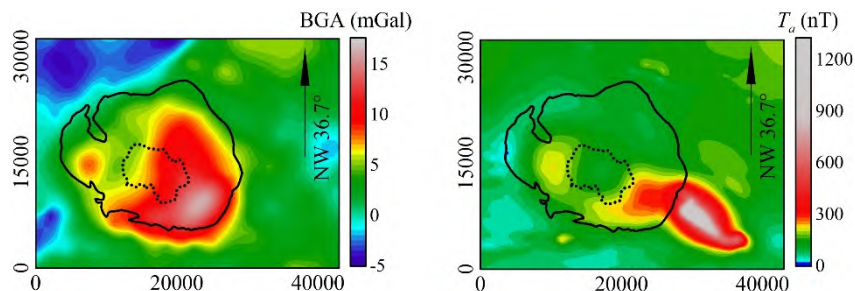


图 8 研究区域的布格重力异常和磁力异常模量

Fig. 8 Bouguer gravity anomaly and amplitude of magnetic anomaly in the study region

在实际处理中将数据对应地下空间剖分为  $87 \times 66 \times 20$  个长方体网格单元, 单元三个方向的网格间距均为 500 m。将前述相应物性约束范围采用本文中介绍的三种方法加入到  $L_2$  范数物性反演中, 得到的密度和磁化率结果在 2500 m 深度截面分别如图 9 和 10 所示。

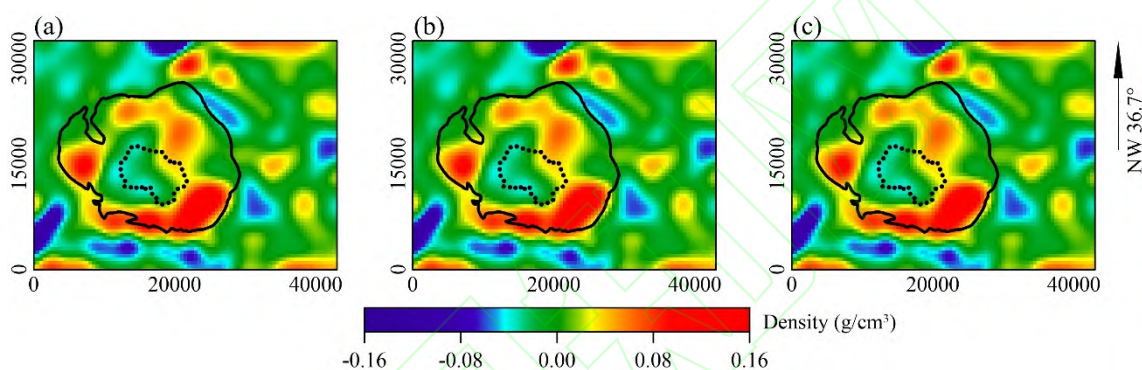


图 9 不同物性边值约束方法获得的 2500 m 深度处密度异常分布

(a) 强约束结果; (b) 对数变换法约束结果; (c) 对数障碍法约束结果

Fig. 9 Anomalous density distribution at the depth of 2500 m by using different physical property boundary constraint methods

在对上述实际数据处理中, 总迭代次数、数据拟合差收敛情况以及所耗费时间与模型试验没有较大差异。因此, 这里不再对上述方面进行详述, 只讨论三种物性范围约束方法对应结果在物性分布形态和幅值上的差异。如图 9 所示, 对于重力数据反演所得的密度结果而言, 由于约束范围本身允许负值的出现 ( $> -0.15 \text{ g/cm}^3$ ), 三种物性约束方法对应的反演结果与岩体位置都能较好的吻合, 且在分布形态和幅值上没有明显的差异。因此, 三种物性约束方法在实际重力处理中没有明显的优劣。对于磁异常模量数据反演所得的等效磁化率分布结果 (图 10) 而言, 虽然三种方法都有效地实现了正值约束的目的, 但在物性分布上, 三种磁化率分布具有明显不同的特征。强约束法和対数障碍法的结果能够大致反映岩体位置, 但在细节上的约束并不明显; 而对数变换法的约束结果由于较为聚焦、稳定, 不但将岩体和蛇绿岩带区分开, 而且岩体部分对应高值的分布与地质界线的形态也具有良好的对应关系, 可为该地区进一步的地质解释提供更多地球物理依据。

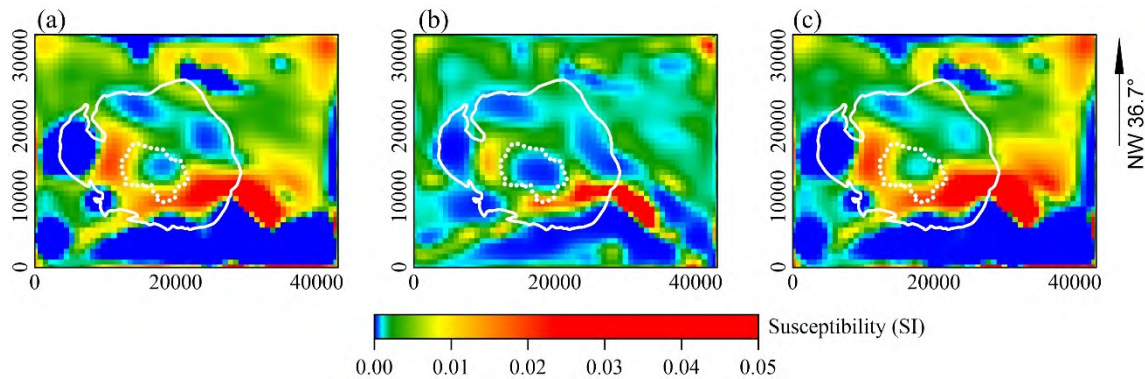


图 10 不同物性边值约束方法获得的 2500 m 深度处磁化率异常分布  
(a) 强制约束结果; (b) 对数变换法约束结果; (c) 对数障碍法约束结果

Fig. 10 Anomalous susceptibility distribution at the depth of 2500 m by using different physical property boundary constraint methods

## 5 结论

本文首先对重磁三维物性反演中三种物性范围约束方法的原理进行了介绍; 然后通过模型试验对不同模型采用  $L_1$  和  $L_2$  范数两种测度函数分别进行试验, 并从物性结果幅值和分布形态、拟合差收敛情况、总迭代次数与计算时间等方面对三种方法的约束效果进行了评价; 最后将上述方法运用到阿克巴斯陶地区对应的布格重力异常和航空磁测异常反演中对方法进行验证。

模型试验和实际数据的处理结果表明三种方法均可以实现物性范围约束的目的, 保证所有网格单元的物性结果都在约束范围内, 其中对数变换法能够得到最为聚焦的物性结果, 并且可以对异常体形态进行相对更为准确地描述; 采用对数障碍法的反演过程则相对最为稳定。因此本文建议, 在重磁数据反演中, 对数变换法可作为实现物性范围约束的第一选择。

## References

### 附中文参考文献

- [1] Aster R C, Borchers B, Thurber C H. 2005. Parameter estimation and inverse problems. Amsterdam: Elsevier.
- [2] Barbosa V C F, Silva J B C, Medeiros WE. 1999. Stable inversion of gravity anomalies of sedimentary basins with nonsmooth basement reliefs and arbitrary density contrast variations. *Geophysics*, 64(3): 754–764.
- [3] Boulanger O, Chouteau M. 2001. Constraints in 3D gravity inversion. *Geophysical Prospecting*, 49: 265–280.
- [4] Commer M, Newman GA. 2008. New advances in three-dimensional controlled-source electromagnetic inversion. *Geophysical Journal International*, 172(2): 513–535.
- [5] Eklom H. 1987. The  $L_1$ -estimate as limiting case of an  $L_p$ -or Huber-estimate. Dodge Y. Statistical data analysis based on the  $L_1$ -norm and related methods. Amsterdam, 109–116.
- [6] Farquharson C G. 2008. Constructing piecewise-constant models in multidimensional minimum-structure inversions. *Geophysics*, 73(1): K1–K9.
- [7] Feng Y, Coleman RG, Tilton G, et al. 1989. Tectonic evolution of the west Junggar region, Xinjiang, China. *Tectonics*, 8(4): 729–752.
- [8] Gao R, Xiao L, Wang G C, et al. 2013. Paleozoic magmatism and tectonic setting in West Junggar. *Acta Petrologica Sinica* (in Chinese), 29(10): 3413–3434.
- [9] Guo L H, Meng X H, Shi L, et al. 2009. 3-D correlation imaging for gravity and gravity gradiometry data. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 52(4): 1098–1106.
- [10] Kim G, Ryu J, Sin O, et al. 2014. Body-growth inversion of magnetic data with the use of non-rectangular grid. *Journal of Applied Geophysics*, 102: 47–61.
- [11] Kim H J, Kim Y H. 2008. Lower and upper bounding constraints of model parameters in inversion of geophysical data. SEG Technical Program Expanded Abstracts, 27(1): 692–696.
- [12] Kim H J, Song Y, Lee K H. 1999. Inequality constraint in least-squares inversion of geophysical data. *Earth, Planets and Space*, 51(4): 255–259.
- [13] Lelièvre P G, Oldenburg D W. 2009. A comprehensive study of including structural orientation information in geophysical inversions. *Geophysical Journal International*, 178(2): 623–637.
- [14] Li Y, Oldenburg D W. 1996. 3-D inversion of magnetic data. *Geophysics*, 61(2): 394–408.
- [15] Li Y, Oldenburg D W. 1998. 3-D inversion of gravity data. *Geophysics*, 63(1): 109–119.
- [16] Li Y, Oldenburg D W. 2003. Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method. *Geophysical Journal International*, 152(2): 251–265.
- [17] Liu B, Li S C, Li S C, et al. 2012. 3D electrical resistivity inversion with least-squares method based on inequality constraint and its computation efficiency optimization. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 55(1): 260–268.
- [18] Liu S, Hu X, Liu T, et al., 2013. Magnetization vector imaging for borehole magnetic data based on magnitude magnetic anomaly. *Geophysics*, 78(6): D429–D444.



- [19] Liu S B. 2011. 3D magnetic susceptibility imaging based on the amplitude of magnetic anomalies [Master's Thesis] (in Chinese). Wuhan: China University of Geosciences (Wuhan).
- [20] Lü Q, Qi G, Yan J. 2013. 3D geologic model of Shizishan ore field constrained by gravity and magnetic interactive modeling: A case history. *Geophysics*, 78(1): B25–B35.
- [21] Nocedal J, Wright S J. 2006. Numerical Optimization. Berlin: Springer.
- [22] Pang Z J, Li Y J, Zhao Y M, et al. 2010. The determination and its significance of Akebasitao aluminous A-type granites in West Junggar, Xinjiang. *Xinjiang Geology* (in Chinese), 28(2): 119–124.
- [23] Pilkington M. 1997. 3-D magnetic imaging using conjugate gradients. *Geophysics*, 62(4): 1132–1142.
- [24] Pilkington M. 2009. 3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints. *Geophysics*, 74(1): L7–L15.
- [25] Portniaguine O, Zhdanov M S. 1999. Focusing geophysical inversion images. *Geophysics*, 64(3): 874–887.
- [26] Portniaguine O, Zhdanov M S. 2002. 3-D magnetic inversion with data compression and image focusing. *Geophysics*, 67(5): 1532–1541.
- [27] Silva J B C, Barbosa V C F. 2006. Interactive gravity inversion. *Geophysics*, 71(1): J1–J9.
- [28] Sun J, Li Y. 2010. Inversion of surface and borehole gravity with thresholding and density constraints. SEG Technical Program Expanded Abstracts, 29(1): 1798–1803.
- [29] Sun J, Li Y. 2014. Adaptive  $L_p$  inversion for simultaneous recovery of both blocky and smooth features in a geophysical model. *Geophysical Journal International*, 197(2): 882–899.
- [30] Uieda L, Barbosa V C F. 2012. Robust 3D gravity gradient inversion by planting anomalous densities. *Geophysics*, 77(4): 55–56.
- [31] Wang X W, Yang C X, Liu J X, et al. 2011. Geochemistry and tectonic significance of A-type granite in West Junggar. *Gansu Geology* (in Chinese), 20(2): 11–19.
- [32] Williams N C. 2008. Geologically-constrained UBC-GIF gravity and magnetic inversions with examples from the Agnew-Wiluna Greenstone belt, Western Australia [Ph.D Thesis]. Vancouver: University of British Columbia.
- [33] Windley B F, Alexeev D, Xiao W, et al. 2007. Tectonic models for accretion of the Central Asian Orogenic Belt. *Journal of the Geological Society*, 164(1): 31–47.
- [34] Yan W B, Wang G C, Li L, et al. 2015. Deformation analyses and their geological implications of Carboniferous-Permian tectonic transformation period in northwest margin of Junggar Basin. *Earth Science* (in Chinese), 40(3): 504–520.
- [35] Yang Y, Li Y, Liu T, et al. 2011. Interactive 3D forward modeling of total field surface and three-component borehole magnetic data for the Daye iron-ore deposit (Central China). *Journal of Applied Geophysics*, 75(2): 254–263.
- [36] Yao C L, Hao T Y, Guan Z N, et al. 2003. High speed computation and efficient storage in 3-D gravity and magnetic inversion based on genetic algorithms. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 46(20): 252–258.
- [37] Yao C L, Zheng Y M, Zhang Y W. 2007. 3-D gravity and magnetic inversion for physical properties using stochastic subspaces. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 50(5): 1576–1683.
- [38] Zhang Y, Yan J, Li F, et al. 2015. A new bound constraints method for 3-D potential field data inversion using Lagrangian multipliers. *Geophysical Journal International*, 201(1): 267–275.
- [39] 高睿, 肖龙, 王国灿, 等. 2013. 西准噶尔晚古生代岩浆活动和构造背景. *岩石学报*, 29(10): 3413–3434.
- [40] 刘斌, 李术才, 李树忱, 等. 2012. 基于不等式约束的最小二乘法三维电阻率反演及其算法优化. *地球物理学报*, 55(1): 260–268.
- [41] 刘圣博. 2011. 基于磁异常模量的三维磁化率成像研究[硕士学位论文]. 武汉: 中国地质大学(武汉).
- [42] 庞振甲, 李永军, 赵玉梅, 等. 2010. 西准阿克巴斯陶铝质A型花岗岩厘定及意义. *新疆地质*, 28(2): 119–124.
- [43] 王晓伟, 杨春霞, 刘景显, 等. 2011. 西准噶尔A型花岗岩地球化学特征及构造意义. *甘肃地质*, 20(2): 11–19.
- [44] 晏文博, 王国灿, 李理, 等. 2015. 准噶尔西北缘石炭—二叠纪构造转换期变形分析及其地质意义. *地球科学*, 40(3): 504–520.
- [45] 姚长利, 郝天珧, 管志宁, 等. 2003. 重磁遗传算法三维反演中高速计算及有效存储方法技术. *地球物理学报* 46(2): 252–258.
- [46] 姚长利, 郑元满, 张聿文. 2007. 重磁异常三维物性反演随机子域法方法技术. *地球物理学报*, 50(5): 1576–1583.
- [47] 郭良辉, 孟小红, 石磊, 等. 2009. 重力和重力梯度数据三维相关成像. *地球物理学报*, 52(4): 1098–1106.