

# 模具冷却通道截面拓扑优化设计

赵曦<sup>1</sup>, 刘义畅<sup>2</sup>, 方喆<sup>2</sup>, 胡平<sup>1</sup>, 周明东<sup>\*2,3</sup>

(1.大连理工大学汽车工程学院,大连 116024;2.上海交通大学机械与动力工程学院,上海 200240;  
3.上海市复杂薄板结构数字化制造重点实验室,上海 200240)

**摘要:**本文提出一种模具冷却通道截面设计的拓扑优化方法。根据直通道的特性建立等效的温度场模型,用均匀流体速度场代替湍流流速场,构建对流换热方程,并用第三类边界条件对流道入口温度边界进行描述。建立考虑热应力的热-力耦合模型,对模具结构的热机械性能进行描述。通过引入离散体过滤法得到含圆形通道的截面拓扑,并加入几何约束解决离散体法导致的相混问题。分别以模具表面的平均温度和位移均匀性为优化目标及约束条件,构建拓扑优化列式。通过平顶模具与U型模具设计实例,验证了本文方法的可行性。设计结果表明,本文方法能够得到清晰的拓扑结构,而且优化结果满足给定的管径、管间距及管到模面距离等尺寸约束。

**关键词:**通道冷却;离散体过滤;拓扑优化;几何约束;热流固耦合

**中图分类号:**O343.6;TB121

**文献标志码:**A

**文章编号:**1007-4708(2019)05-0597-06

## 1 引言

带有冷却通道的热冲压模具是车身高强度零部件生产的必要装备。在模具冷却通道的设计过程中,需要考虑结构变形和冷却效率等因素,因此需要考虑热-流-固等多物理场耦合的特性。模具冷却通道主要采用以通道的尺寸及位置参数为变量的代理模型优化方法进行设计<sup>[1-3]</sup>。该类方法需基于试验设计构建代理模型,代替较为复杂的原物理模型进行优化求解,一定程度上减小了可行解集的大小,且优化流程较为复杂,难以用于产品的概念设计。

拓扑优化方法<sup>[4]</sup>可以克服以上参数优化方法的弊端。该方法自1987年提出后发展迅速,并在汽车和航空航天等领域得到了广泛的应用。结合增材制造等先进制造方法,其优化结果可直接面向制造。该方法从结构承载拓展到传热及流体等领域。其中通道结构的设计方法最初是针对蠕动流<sup>[5]</sup>,在给定入口和出口的条件下,以流体压力降为优化目标,得到平面的二维通道的最优布置。后续的研究中,将流动扩展到不可压缩N-S流动以及湍流流动,并从二维扩展到三维<sup>[6,7]</sup>。然而,这

些优化方法均局限于固定的入口及出口,并且没有考虑温度的影响。考虑温度场影响的研究<sup>[8-10]</sup>主要采取的方法是,在上述流场分析模型的基础上,将流体压力作为约束条件,将温度的函数作为优化目标进行设计。其中,文献[11]给出一种通过势流场代替粘性流动场的等效方法获得流速场,并验证了该方法可以有效应用在以温度函数为优化目标的拓扑优化设计中。

以上研究主要针对平面通道,其通道入口和出口相对固定。而在实际中,大多数模具的冷却通道随型面布置,更适合将截面的拓扑作为设计变量。截面通道拓扑优化研究中,文献[12,13]分别采用了均匀流速场和设计变量相关的入口压力控制的流速场,对截面外方向的速度场进行描述。但 these 方法均需要额外施加尺寸约束,才能得到特定的通道形状。离散体过滤法<sup>[14]</sup>通过引入与设计变量相关的包围相和局部相,再将两相进行整合,可以在不添加任何尺寸约束的条件下获得圆形的拓扑结构,但使用该方法会出现相混问题,即属于两种不同相的结构重叠在一起。本文采用文献[12]给出的均匀流速场对湍流流速场进行模拟,引入离散体过滤法获得模具截面上的圆形通道结构,并添加约束来消除引用该方法后导致的相混结构。针对模具通道设计的要求,同时考虑模具的热机械性能及冷却性能两个指标进行优化设计。

## 2 物理模型

以热冲压模具为例,其物理模型可以抽象成如

收稿日期:2018-09-05;修改稿收到日期:2018-11-25.

基金项目:国家自然科学基金(51705311,51790170);上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室课题(MSVZD201709)资助项目.

作者简介:周明东\*(1987-),男,博士,特别研究员,博士生导师(E-mail:mdzhou@sjtu.edu.cn).

图1所示的形式。图中表面区域是上下模合模后模具表面与高温板料相接触的受压区域,在这个表面上同时施加压力载荷和热流载荷。前表面为二维设计域截面,其拓扑形式决定通道、入口及出口的位置,其余空间为固体。以前表面拓扑结构为基准,沿水流方向拉伸构成整个模具结构,下方区域为固支。

## 2.1 对流热传导模型

根据上述模型中直通道的特点,采用等效对流热传导模型:

$$\begin{cases} \rho c_p u_z \frac{\partial T}{\partial z} = \nabla \cdot (-k \nabla T) + Q & (\text{in } \Omega) \\ -\mathbf{n} \cdot (-k \nabla T) = q & (\text{in } \Gamma_1) \\ -\mathbf{n} \cdot (-k \frac{\partial T}{\partial z}) = \gamma(T - T_A) & (\text{in } \Gamma_2) \end{cases} \quad (1)$$

式中  $u_z$  是在水流方向( $Z$ 方向)上的流速,忽略其他两个方向上的流速。该速度场表示,在  $\Omega$  中,湍流速度场由设计变量相关的均匀速度场替代。在  $\Gamma_2$  上,通过以设计变量相关的惩罚项  $\gamma$  为参数的边界条件对入口温度进行描述。该边界条件和第三类边界条件等价,惩罚项  $\gamma$  和对流换热系数等价但物理意义不同,其有限元实现形式可参考文献[15]。为验证该等效模型的准确性,分别建立图2所示的包含单通道和多通道的长方体模型,在长方

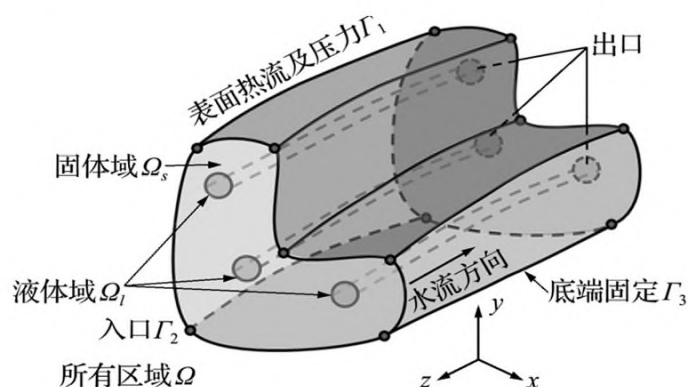


图1 考虑温度和压力影响的结构模型

Fig.1 Physical model considering thermo-mechanical behavior

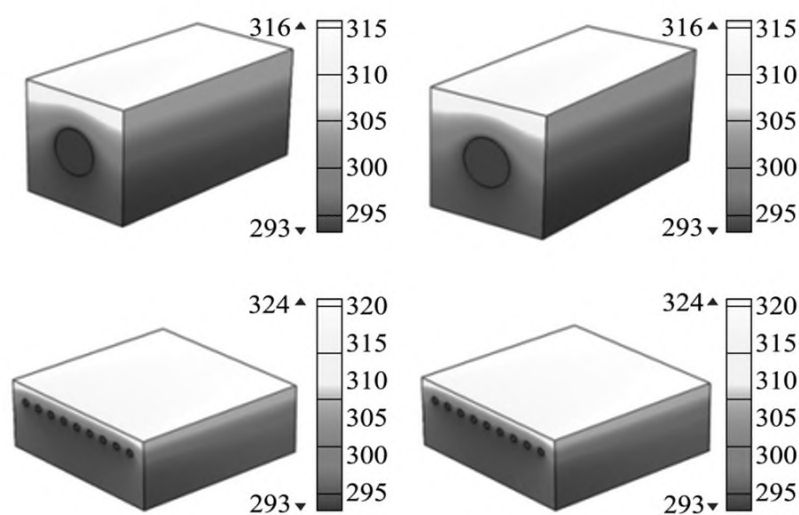


图2 精细仿真分析(左)和简化模型(右)温度场对比(单位:K)

Fig.2 Temperature field of fine CFD analysis and simplified model(unit:K)

体上表面施加热流,中间圆通道内为流体,入口处施加温度边界条件。

分别通过精细仿真的 CFD 模型和等效模型获取上述两种长方体模型中的流速场,再将各自的速度场代入热对流方程获得温度场。结果显示,两种模型获得的温度场分布几乎相同,等效模型的有效性得到验证。其中惩罚项  $\gamma$  的取值和测试过程参见文献[12]。

## 2.2 热-力耦合模型

由温度产生的热应变作为初始应变添加到应力-应变方程中:

$$\begin{cases} -\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f} + \mathbf{f}_{te} & (\text{in } \Omega) \\ -\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}_0 & (\text{on } \Gamma_1) \\ \mathbf{U} = 0 & (\text{on } \Gamma_3) \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\mathbf{f}$  为体积力,忽略不计,  $\mathbf{f}_0$  为表面热载荷,  $\mathbf{f}_{te}$  为温度相关的热应力。

## 3 离散体过滤法

### 3.1 离散体过滤及投影

令流体和外围实体的物理设计变量分别表示为  $\xi = 0$  和  $\xi = 1$ 。引入局部相物理设计变量  $\xi_l$  ( $L$  表示局部相)和包围相物理设计变量  $\xi_e$  ( $E$  表示包围相)。分别对设计变量  $\phi$  进行过滤,得到两种过滤密度  $\mu_e$  和  $\mu_l$ ,在单元  $e$  上的表达式为

$$\mu_j = \sum_{i \in N_j^e} \phi_i w_j / \sum_{i \in N_j^e} w_j \quad (j = E, L) \quad (3)$$

式中 两种权系数  $w_E$  和  $w_L$  采用如下表达形式,

$$w_j = \begin{cases} 1 & (x_i \in \Omega_j) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases} \quad (j = E, L) \quad (4)$$

式中  $\Omega_e$  和  $\Omega_l$  表示的相如图3所示。

两种过滤密度通过标准的 Heaviside 函数进行处理,得到局部相和包围相的物理设计变量值:

$$\xi_j = 1 - e^{-\beta \mu_j} + \frac{\mu_j}{\phi_{\max}} e^{-\beta \phi_{\max}} \quad (j = E, L) \quad (5)$$

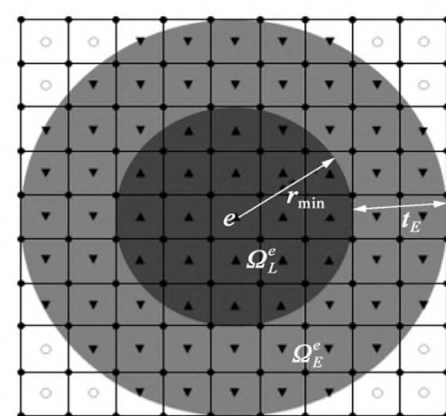


图3 局部相(内环)和包围相(外环)

Fig.3 Local phase (internal round area) and enclose phase (external annular area)



式中  $\phi_{\max}$  为设计变量  $\phi$  的最大值,该值取为  $\phi_{\max} = 3, \beta = 30$ 。为了表现出两种介质对总物理设计变量的影响,并保证变量的连续性,两种介质满足以下特点,当局部相为 1 且包围相不为 1 时,表现为流体特性,其他情况均为固体。则总物理设计变量可表示为

$$\xi = 1 - \xi_l (1 - \xi_e) \quad (6)$$

采用 SIMP 法,将弹性模量  $E$ 、热导率  $k$ 、对流换热系数  $\gamma$  和  $Z$  方向上的流速  $u_z$  转化为总体物理设计变量  $\xi$  的函数,插值形式为

$$E = \xi^p (E_l - E_0) + E_0, k = \xi^p (k_s - k_w) + k_w \quad (7)$$

$$\gamma = (1 - \xi)^p (\gamma_l - \gamma_0) + \gamma_0, u_z = (1 - \xi)^p u_0$$

式中  $p = 3$  为惩罚因子。

### 3.2 相混问题

如图 4 所示,当两个非零设计变量(黑色圆点)距离较近时,相邻两个设计变量的局部相(内圆)和包围相(外环)会相互混合,如图 4(a)所示。此时,相混区域的总物理设计变量会由于两相叠加产生非固体非液体且没有实际物理意义的灰度区域。而当两个非零的设计变量较远时,就不会产生这种由相混产生的灰度区域,如图 4(b)所示。为保证优化结果的合理性,将在 3.3 节中给出一种约束条件消除这一现象。

### 3.3 优化目标与约束

根据优化目标、约束和控制方程建立以下拓扑优化列式。

$$\begin{aligned} \min . & c \\ \text{s.t.} & \mathbf{KU} = \mathbf{f}_0 + \mathbf{f}_{te} \\ & (\mathbf{k} + \mathbf{k}_h) \mathbf{T} = \mathbf{f}_q + \mathbf{f}_h \\ & h_i \leq 0 \quad (i = 1, 2) \\ & 0 \leq \phi \leq \phi_{\max} \end{aligned} \quad (8)$$

其中模具表面平均温度

$$c = \frac{1}{|\Omega^*|} \int_{\Omega^*} T d\Omega \quad (9)$$

为优化目标,  $\Omega^*$  为施加热流边界条件的区域。  $h_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别是结构位移均匀性约束和相混面积约束。其中

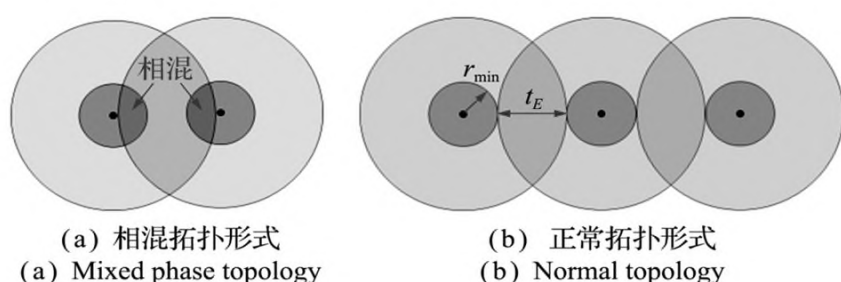


图 4 相混与正常拓扑形式  
Fig. 4 Mixed phase and normal topology

$$h_1 = \hat{U}/U^* - 1 \leq 0 \quad (10)$$

$$\hat{U} = \frac{1}{|\Gamma|} \int_{\Gamma} \|\mathbf{U} - \mathbf{U}_0\| d\Gamma \quad (11)$$

式中  $U_0$  为给定的平均位移水平,  $\hat{U}$  的理论值为 0, 但绝对均匀的位移是很难达到的, 所以可以令  $U^* = 10^{-4}$ , 使得均匀性尽量满足。

为了消除 3.2 节的相混现象, 将每个单元上相混面积的平均值视为指示函数, 并对其进行约束。约束条件表达式为

$$h_2 = \frac{1}{N} \sum_{i \in N_e} \xi_E \xi_L - \epsilon \leq 0 \quad (13)$$

式中  $\epsilon < 10^{-3}$  为许用值,  $N$  为单元个数。

## 4 设计实例

### 4.1 平顶模具设计

在图 5 矩形区域内, 前表面区域为拉伸基准面, 沿着  $Z$  方向有相同的拓扑结构。在设计域外围有一层厚度为  $h$  的非设计域, 该区域中设计变量为 0。顶面区域施加热载荷和机械载荷。

选取三种不同的滤波半径  $r_{\min}$  以及与  $r_{\min}$  相关的参数进行优化设计。其中,  $r_{\min} = 27.7 \text{ mm}$ ,  $19.2 \text{ mm}$  和  $22.7 \text{ mm}$ , 距离控制参数选取为  $t_E = 2r_{\min}$ ,  $h = t_E + r_{\min}$ 。

#### 4.1.1 相混问题讨论

以  $r_{\min} = 27.7 \text{ mm}$  的设计为例, 优化后的局部相、包围相和物理设计变量如图 6 所示。图 6(a, b) 所示的两种清晰的设计变量分布相结合得到

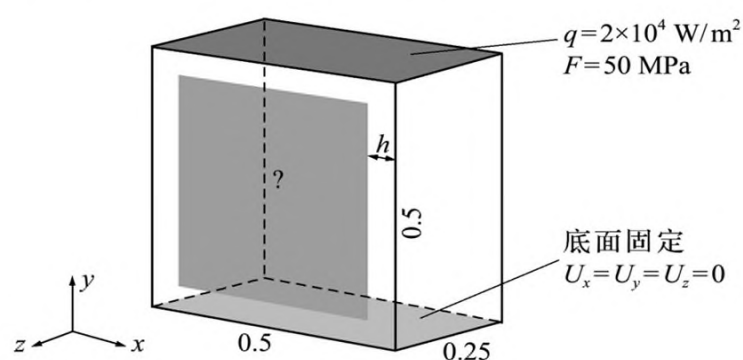


图 5 平顶模具设计示意图  
Fig. 5 Design of flat top stamping tool

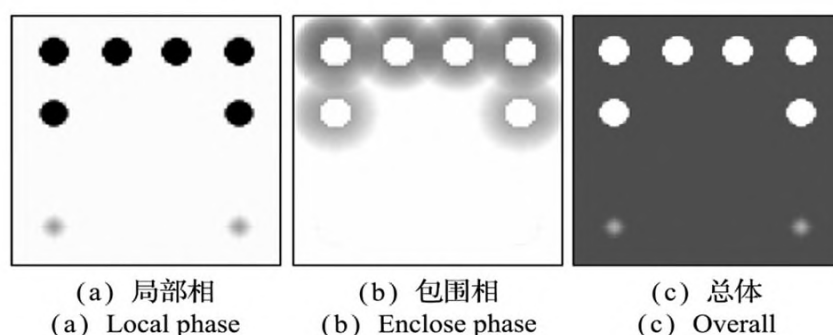


图 6 局部相物理设计变量、包围相物理设计变量和总物理设计变量

Fig. 6 Physical design variable distribution of local phase, encluse phase and overall

图 6(c) 的总物理设计变量分布。当包围相和局部相没有重叠时, 总体分布呈现出清晰的圆形拓扑结构。设计变量  $\phi$  在圆形结构中心处为  $\phi_{\max}$ , 周围其他点为 0。该圆形结构的半径和给定的  $r_{\min}$  相同, 且圆形结构的间距为  $t_E$ , 边上的非设计域厚度为  $h = t_E + r_{\min}$ 。该结果表明, 相混引起的灰度单元得到了控制。同时通道的尺寸及位置满足设计要求。

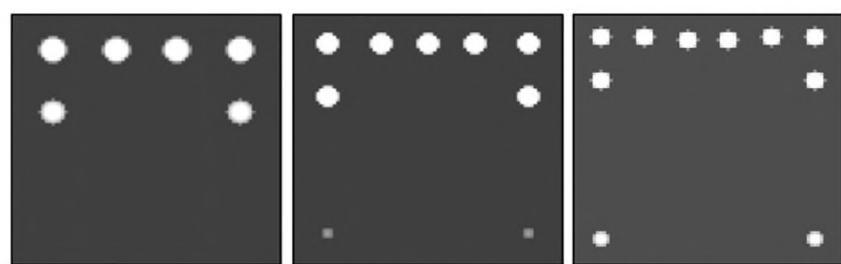
#### 4.1.2 优化设计结果讨论

三种半径下的最优拓扑结构、温度场和位移场的分布如图 7 和图 8 所示。

随着  $r_{\min}$ ,  $t_E$  和  $h$  变化, 可以得到不同给定尺寸下的最优结构。随着管结构由稀疏变得稠密, 平均温度逐渐下降, 位移均匀性基本处于同一水平。以上结果表明, 在未添加任何几何和尺寸约束的条件下, 即可对通道的位置和尺寸等进行约束。

#### 4.2 U 型模具设计

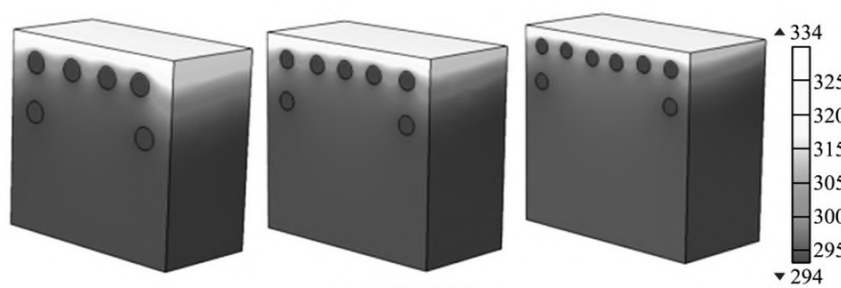
热冲压模具设计的过程中, 其型面通常较为复杂, U 型模具是较有代表性的一种, 如图 9 所示。实线包围区域为设计域, 由于结构具有对称性, 该设计域可视为上模具(左侧虚线区域与实线区域)或者下模具(右侧虚线区域与实线区域)的一部分。



(a)  $r_{\min} = 27.7 \text{ mm}$  (b)  $r_{\min} = 19.2 \text{ mm}$  (c)  $r_{\min} = 22.7 \text{ mm}$

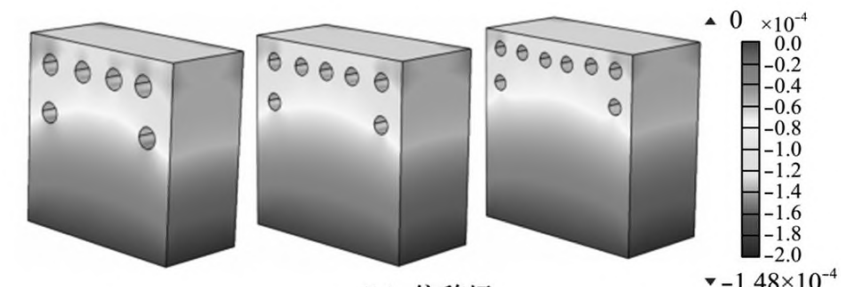
图 7 不同  $r_{\min}$  下优化后的拓扑结构

Fig. 7 Optimized design topology with different  $r_{\min}$



(a) 温度场

(a) Temperature magnitude



(b) 位移场

(b) Displacement magnitude

图 8 不同  $r_{\min}$  设计下的温度场和位移场分布

Fig. 8 Temperature and displacement magnitude distribution with different  $r_{\min}$

根据实际工况, 在模具表面施加不同的位移均匀性约束。如图 10 所示, 在正压力面  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_4$  和  $S_5$  上  $Y$  方向位移较大, 侧立面  $S_2$ ,  $S_3$  和  $S_4$  上  $X$  方向位移较大。因此在  $S_1$  和  $S_2$  区域内施加  $Y$  方向上的位移水平约束条件  $U_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ m}$ ,  $S_4$  和  $S_5$  区域内为  $U_0 = 4 \times 10^{-4} \text{ m}$ , 在  $S_2$ ,  $S_3$  和  $S_4$  区域内施加  $X$  方向上约束  $U_0 = 0$ 。分别选取  $r_{\min} = 27.7 \text{ mm}$ ,  $19.2 \text{ mm}$  和  $22.7 \text{ mm}$  三种不同的半径进行优化设计。其他距离控制参数选取为  $t_E = 2r_{\min}$ ,  $h = t_E + r_{\min}$ 。

优化后的拓扑结构、温度场和位移场的分布如图 11 和图 12 所示。由于载荷面上的位移约束不同, 具体各个方向上的详细平均位移列入表 1。

结果可见, 离散的圆形通道能够均匀排布在设计域中, 这种排布形式符合平均温度最小的优化目

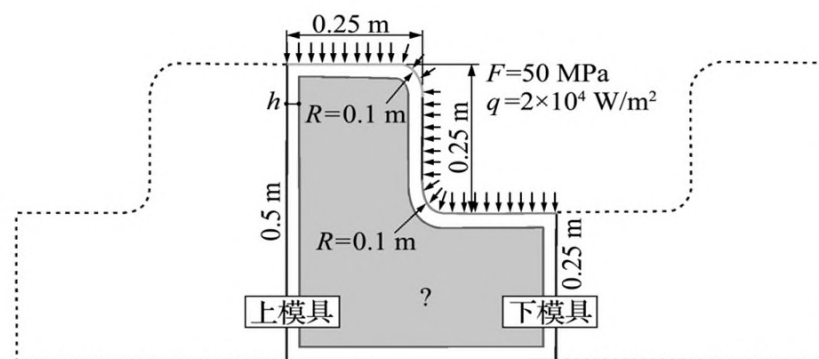


图 9 U 型模具设计

Fig. 9 U-shape stamping tool design

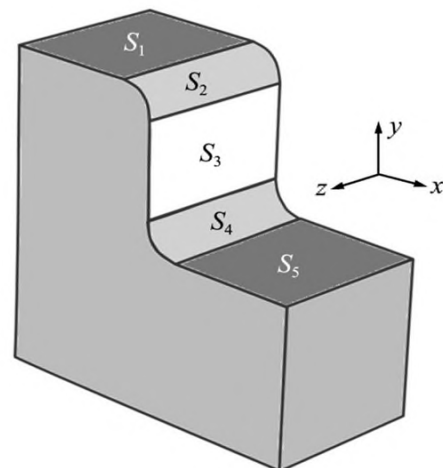
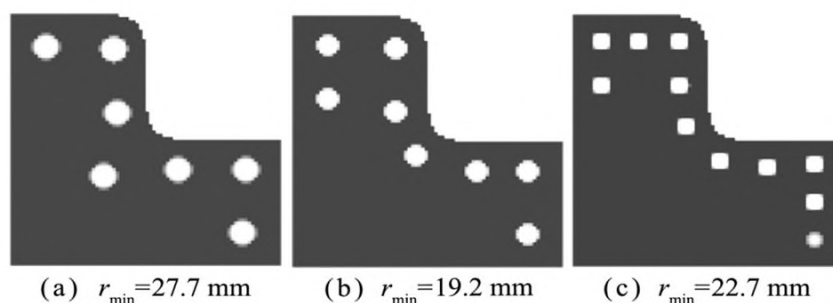


图 10  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_4$  和  $S_5$  上施加  $Y$  方向位移均匀性约束,  $S_2$ ,  $S_3$  和  $S_4$  上施加  $X$  方向位移均匀性约束

Fig. 10 Applied  $Y$  direction uniform displacement constraint on surface  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_4$  and  $S_5$ , and applied  $X$  direction ones on  $S_2$ ,  $S_3$  and  $S_4$



(a)  $r_{\min} = 27.7 \text{ mm}$  (b)  $r_{\min} = 19.2 \text{ mm}$  (c)  $r_{\min} = 22.7 \text{ mm}$

图 11 U 型模具拓扑优化结果

Fig. 11 Optimized result of U-shape stamping tool with different  $r_{\min}$



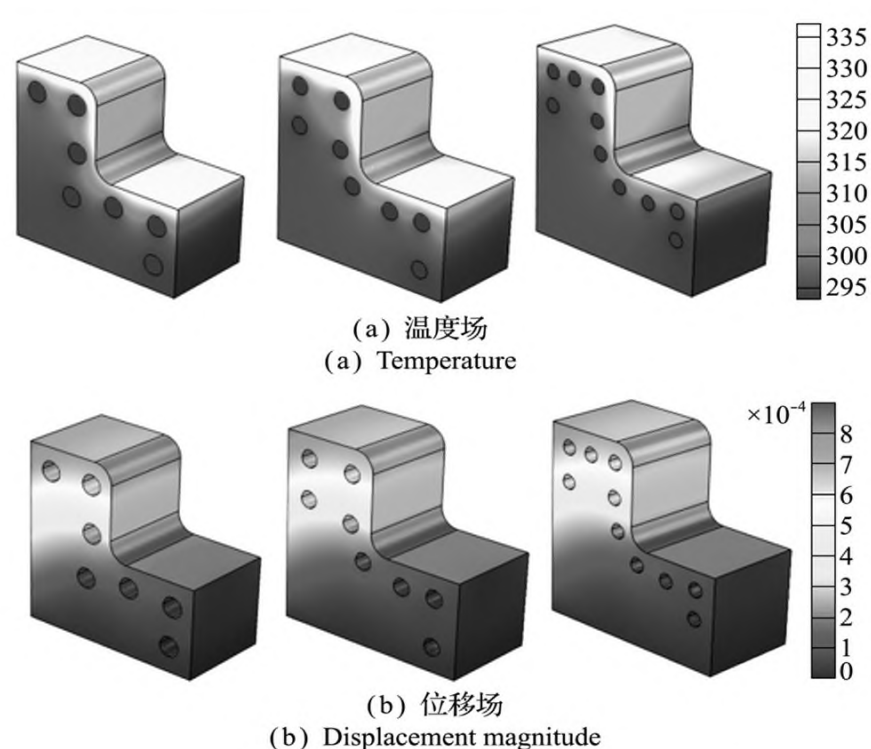


图 12 U 型模具优化设计的温度场和位移场分布

Fig.12 Temperature and displacement magnitude distribution of U-shape stamping tool

表 1 优化后结构各方向位移

Tab.1 Mean displacement on each direction

$r_{\min}=27.7\text{ mm}$	$U_{12Y}$	$-0.12\pm0.12\text{ mm}$
	$U_{234X}$	$-0.47\pm0.21\text{ mm}$
	$U_{45Y}$	$-0.01\pm0.03\text{ mm}$
$r_{\min}=22.7\text{ mm}$	$U_{12Y}$	$-0.11\pm0.12\text{ mm}$
	$U_{234X}$	$-0.45\pm0.21\text{ mm}$
	$U_{45Y}$	$-0.01\pm0.03\text{ mm}$
$r_{\min}=19.2\text{ mm}$	$U_{12Y}$	$-0.12\pm0.13\text{ mm}$
	$U_{234X}$	$-0.44\pm0.21\text{ mm}$
	$U_{45Y}$	$-0.01\pm0.03\text{ mm}$

标要求。同时,当空间距离不足以放置更多的通道时,如图 11(b)所示,不会强行出现相混结构。由于通道半径变小但数量没变,设计(b)的表面圆角处温度比设计(a)高。而当通道半径和距离等参数进一步减小到可以容纳一个新的通道时,则出现了新的通道,如图 11(c)所示。位移场分布结果与表 1 的位移数据显示,受位移约束的控制,表面形变处于同一水平。

以上优化结果通过 CFD 湍流分析得到流速场后,代入对流传热方程中获得的温度场结果与图 11 给出的温度场几乎相同,验证了等效模型的可靠性和该方法的可行性。

## 5 结 论

本文介绍了一种模具冷却通道截面布置的拓扑优化方法,该方法比复杂的参数优化过程更适用于产品的概念设计。通过建立等效模型对物理场进行模拟,采用离散体过滤法获得管型结构,考虑

了结构位移均匀性和结构的冷却效率的影响。得出以下主要结论。

(1) 通过建立等效模型,简化了仿真分析计算过程和灵敏度分析过程,提高拓扑优化阶段的计算效率。

(2) 提出相混面积约束,解决离散体过滤法中的相混问题,得到清晰的通道拓扑结构,可避免使用增大惩罚因子的措施引起的数值不稳定性。

(3) 在不添加任何尺寸约束的条件下,拓扑优化结果仍严格服从几何参数条件的要求。

该方法同样适用于其他以截面拓扑结构为设计变量的通道优化设计问题,通道的形状也不局限于圆形。文中通道的半径虽然处于同一水平,但可以通过设置各区域不同  $r_{\min}$  的方法来实现不同通道半径的拓扑形式。

## 参考文献(References):

- [1] Wang G L,Zhao G Q,Li H P,et al.Research on optimization design of the heating /cooling channels for rapid heat cycle molding based on response surface methodology and constrained particle swarm optimization[J].*Expert Systems with Applications*,2011, **38**(6):6705-6719.
- [2] Ferreira I,de Weck O,Saraiva P,et al.Multidisciplinary optimization of injection molding systems[J].*Structural and Multidisciplinary Optimization*,2010, **41**(4):621-635.
- [3] Hu P,He B,Ying L.Numerical investigation on cooling performance of hot stamping tool with various channel designs[J].*Applied Thermal Engineering*,2016, **96**:338-351.
- [4] Bendsoe M P,Sigmund O.*Topology Optimization: Theory,Methods and Applications* [M].Springer,2003.
- [5] Borrvall T,Petersson J.Topology optimization of fluids in Stokes flow[J].*International Journal for Numerical Methods in Fluids*,2003, **41**(1):77-107.
- [6] Gersborg-Hansen A,Sigmund O,Haber R B.Topology optimization of channel flow problems[J].*Structural and Multidisciplinary Optimization*,2005, **30**(3):181-192.
- [7] Dilgen C B,Dilgen S B,Fuhrman D R,et al.Topology optimization of turbulent flows[J].*Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*,2018, **331**:363-393.
- [8] Koga A A,Lopes E C C,Villa Nova H F,et al.Development of heat sink device by using topology optimi-

- zation[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, **64**:759-772.
- [9] Yaji K, Yamada T, Yoshino M, et al. Topology optimization in thermal-fluid flow using the lattice Boltzmann method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, **307**:355-377.
- [10] Yaji K, Yamada T, Kubo S, et al. A topology optimization method for a coupled thermal-fluid problem using level set boundary expressions[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, **81**:878-888.
- [11] Zhao X, Zhou M D, Sigmund O, et al. A “poor man’s approach” to topology optimization of cooling channels based on Darcy flow model[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, **116**:1108-1123.
- [12] Zhao X, Zhou M D, Liu Y C, et al. Topology optimization of channel cooling structures considering thermomechanical behavior[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, **59**(2):613-632.
- [13] Haertel J H K, Nellis G F. A fully developed flow thermofluid model for topology optimization of 3D-printed air-cooled heat exchangers[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2017, **119**:10-24.
- [14] Guest J K. Optimizing the layout of discrete objects in structures and materials: A projection-based topology optimization approach[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2015, **283**:330-351.
- [15] Zienkiewicz O C, Taylor R L, Zhu J Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals* [M]. Elsevier, 2005.

## Topology optimization of the cross-section layout of channel-cooling tools

ZHAO Xi<sup>1</sup>, LIU Yi-chang<sup>2</sup>, FANG Zhe<sup>2</sup>, HU Ping<sup>1</sup>, ZHOU Ming-dong<sup>\*2,3</sup>

(1. School of Automobile Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

3. Shanghai Key Laboratory of Digital Manufacture for Thin-Walled Structures, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** A topology optimization method is proposed for design of the layout of channel-cooling tools. An equivalent convective heat transfer model is established considering the characteristic of straight cooling channels. A uniform velocity field is used to mimic the turbulent flow field. The temperature boundary condition on the channel inlet is described by a Robin type boundary condition. A thermoelastic model is established to describe the thermo-mechanical behavior. A discrete object filter is introduced to get circular topology. A geometric constraint is introduced to solve the mixed-phase problem caused by the filter. The mean temperature and the displacement field uniformity are set as an objective function and a constraint, respectively. A flat top design and a U-shape tool design are optimised to show the feasibility of the present method. Optimized design results show that a clear topology can be achieved. Furthermore the optimized topology satisfies the geometric requirements of the channel radius, the distance between channels and the minimum distance between channels and the tool surface.

**Key words:** channel-cooling; discrete object filter; topology optimization; geometric constraint; coupled thermo-fluid and mechanics

引用本文 / Cite this paper:

赵曦, 刘义畅, 方喆, 等. 模具冷却通道截面拓扑优化设计[J]. 计算力学学报, 2019, **36**(5):597-602.

ZHAO Xi, LIU Yi-chang, FANG Zhe, et al. Topology optimization of the cross-section layout of channel-cooling tools[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2019, **36**(5):597-602.