2019 年全国 1 高考

数学文科试卷

一. 选择题　本大题共 12 小题，共 60 分

1. (5 分) 设 $z = \dfrac{3-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$, 则 $|z| =$ ____ .

A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 1

2. (5 分) 已知集合 $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$,$A = \{2,3,4,5\}$,$B = \{2,3,6,7\}$, 则 $B \cap C_U A =$ ____ .

A. $\{1,6\}$　　B. $\{1,7\}$　　C. $\{6,7\}$　　D. $\{1,6,7\}$

3. (5 分) 已知 $a = \log_2 0.2$,$b = 2^{0.2}$,$c = 0.2^{0.3}$, 则 ____ .

A. $a < b < c$　　B. $a < c < b$　　C. $c < a < b$　　D. $b < c < a$

4. (5 分) 古希腊时期, 人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$($\dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$, 称为黄金分割比例), 著名的" 断臂维纳斯" 便是如此.

此外, 最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

若某人满足上述两个黄金分割比例, 且腿长为 105cm, 头顶至脖子下端的长度为 26cm, 则其身高可能是 ____ .

A. 165cm　　B. 175cm　　C. 185cm　　D. 190cm

图 1: 第 4 题

5. (5 分) 函数 $f(x) = \dfrac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ____ .

A.　　　　　　B.　　　　　　C.　　　　　　D.

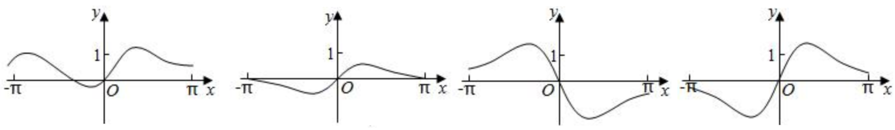

图 2: 第 5 题

6. (5 分) 某学校为了解 1000 名新生的身体素质, 将这些学生编号为 1,2,⋯ 1000, 从这些新生中用系统抽样方法等距抽取 100 名学生进行体质测试, 若 46 号学生被抽到, 则下面 4 名学生中被抽到的是 ____ .

A. 8 号学生　　B. 200 号学生　　C. 616 号学生　　D. 815 号学生

7. (5 分) $\tan 255° =$ ____ .

A. $-2-\sqrt{3}$　　B. $-2+\sqrt{3}$　　C. $2-\sqrt{3}$　　D. $2+\sqrt{3}$

8. (5 分) 已知非零向量 $\vec{a}$,$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$, 且 $(\vec{a}-\vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 ____ .

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

9. (5 分) 如图是求 $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}$ 的程序框图, 图中空白框中应填入 ____ .

A. $A = \frac{1}{2+A}$　　B. $A = 2+\frac{1}{A}$　　C. $A = \frac{1}{1+2A}$　　D. $A = 1+\frac{1}{2A}$

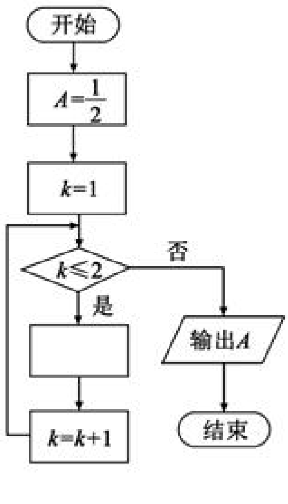

图 3: 第 9 题

10. (5 分) 双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 $130°$, 则 C 的离心率为______ .

A. $2\sin 40°$　　B. $2\cos 40°$　　C. $\dfrac{1}{\sin 50°}$　　D. $\dfrac{1}{\cos 50°}$

11. (5 分) $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c, 已知 $a\sin A-b\sin B=4c\sin C$,$\cos A=-\dfrac{1}{4}$, 则 $\dfrac{b}{c}=$ ____ .

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

12. (5 分) 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0)$,$F_2(1,0)$, 过 F_2 的直线与 C 交于 A,B 两点 . 若 $|AF_2|=2|F_2B|$,$|AB|=|BF_1|$, 则 C 的方程为 ____ .

A. $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$　　B. $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$

二. 填空题　本大题共 4 小题，共 20 分

13. (5 分) 曲线 $y=3(x^2+x)e^x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为 ________ .

14. (5 分) 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1=1$,$S_3=\dfrac{3}{4}$, 则 $S_4=$ ____ .

15. (5 分) 函数 $f(x)=\sin(2x+\dfrac{3\pi}{2})-3\cos x$ 的最小值为 ____ .

16. (5 分) 已知 $\angle ACB=90°$,P 为平面 ABC 外一点,$PC=2$, 点 P 到 $\angle ACB$ 两边 AC,BC 的距离均为 $\sqrt{3}$, 那么 P 到平面 ABC 的距离为 ____ .

三. 解答题　本大题共 7 小题，共 82 分

17. (12 分) 某商场为提高服务质量, 随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客, 每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价, 得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

(1) 分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

(2) 能否有 95% 的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. (12 分) 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_9=-a_5$.

(1) 若 $a_3=4$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_1>0$, 求使得 $S_n \geqslant a_n$ 的 n 的取值范围.

19. (12 分) 如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形,$AA_1=4$,$AB=2$,$\angle BAD=60°$,E,M,N 分别是 BC,BB_1,A_1D 的中点.

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE;

(2) 求点 C 到平面 C_1DE 的距离.

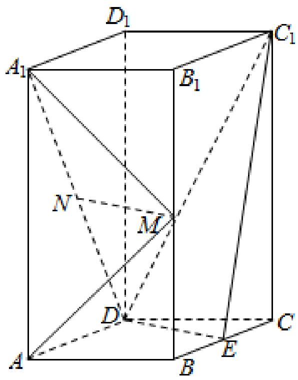

图 4: 第 19 题

20. (12 分) 已知函数 $f(x)=2\sin x-x\cos x-x$,$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数. (1) 证明: $f'(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 存在唯一零点; (2) 若 $x\in[0,\pi]$ 时,$f(x)\geqslant ax$, 求 a 的取值范围.

21. (12 分) 已知点 A,B 关于坐标原点 O 对称,$|AB|=4$,$\odot M$ 过点 A,B 且与直线 $x+2=0$ 相切.

(1) 若 A 在直线 $x+y=0$ 上, 求 $\odot M$ 的半径;

(2) 是否存在定点 P, 使得当 A 运动时,$|MA|-|MP|$ 为定值? 并说明理由.

22. (10 分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$ (t为参数). 以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+11=0$.

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

23. (12 分) 已知 a,b,c 为正数, 且满足 $abc=1$. 证明:

(1) $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\leqslant a^2+b^2+c^2$;

(2) $(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\geqslant 24$.