

期末模拟卷

一、选择题（在各小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中，

本大题共 6 个小题，每小题 3 分，总计 18 分）

1. 已知 $X \sim 1/t(n)$ ，则以下选项正确的是（ ）

A $X^2 \sim F(n,1)$

B $X^2 \sim F(n,n)$

C $X^2 \sim F(1,n-1)$

D $X^2 \sim F(1,n)$

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的一个随机样本， $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$ ，

$\hat{\theta}^2 = C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计，则 $C =$ （ ）

A. $1/n$

B. $1/(n-1)$

C. $1/2(n-1)$

D. $1/(n-2)$

3. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验，如果在显著性水平 0.05 下接受 $H_0: \mu = \mu_0$ ，那么在显著性水平 0.01 下，下列结论中正确的是（ ）

A 必须接受 H_0 B 可能接受，也可能拒绝 H_0

C 必定拒绝 H_0 D 不接受，也不拒绝 H_0

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本，若进行假设检验，当

_____ 时，检验使用的统计量是 $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$.

A μ 未知，检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$

B μ 已知，检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$

C σ^2 未知，检验 $\mu = \mu_0$

D σ^2 已知，检验 $\mu = \mu_0$

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本，按给定的显著性水平

α 检验 $H_0: \mu = \mu_0$ (已知)， $H_1: \mu \neq \mu_0$ 时，判断是否接受 H_0 与（ ）有关.

A 样本值，显著性水平 α

B 样本值，样本容量 n

C 样本容量 n ，显著性水平 α

D 样本值，样本容量 n ，显著性水平 α

6. 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立分布, $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, 根据中心极限定理,

当 n 充分大, S_n 近似服从正态分布, 只要 X_1, X_2, \dots, X_n ()

- A 有相同的数学期望 B 有相同的方差
C 服从同一指数分布 D 服从同一离散型分布

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，总计 18 分）

1. 设 $X \sim N(\mu, 0.3^2)$, 容量 $n=9$, 均值 $\bar{X}=5$, 则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是 _____。(查表 $z_{0.025}=1.96, z_{0.05}=1.64$)

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本, 其中参数 μ 和 σ^2 均未知, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $Q^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, 则假设 $H_0: \mu = 0$ 的 t 检验使用的统计量是。

。(用 \bar{X} 和 Q 表示)

3. 设在显著性检验中,若要使犯两类错误的概率同时变小,则只有

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 为未知参数, 从 X 中抽取的容量为 n 的样本均值记为 \bar{X} , 现在要检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu \neq \mu_0$ 时, 则应该选择的统计量是_____; 当 $H_0: \mu = \mu_0$ 成立时, 该统计量服从_____分布.

5. 设在总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 中抽得一容量为 21 的样本，这里 μ, σ^2 均未知，则 $D(S^2) =$

6. 设 $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$, $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$, 且 X 与 Y 相互独立, 设 X_1, X_2, \dots, X_m 为来自总体 X 的一个样本, Y_1, Y_2, \dots, Y_n 为来自总体 Y 的一个样本, S_X^2 和 S_Y^2 分别是其无偏样本方差, 则 $\frac{S_X^2 / \sigma_X^2}{S_Y^2 / \sigma_Y^2}$ 服从的分布是_____。

三、(8 分) 设某车间有 200 台车床相互独立地工作着, 若因换料、检修等原因, 每台车床的开工各为 0.6, 开工时耗电各位 1 千瓦, 问供电所至少要供给这个车间多少千瓦电, 才能以 99.9% 的概率保证这个车间不会因供电不足而影响生产?

四、(8 分) 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 抽取简单随机样本 $X_1, X_2, \dots, X_{2n} (n \geq 2)$, 样本均值

$$\bar{X} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i, \quad Y = \sum_{i=1}^n (X_i + X_{i+n} - 2\bar{X})^2 \text{ 求 } E(Y).$$

五、(14 分) 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} (\lambda+1)x^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$, 求 λ 的极大似然估计。

六、(14 分) 某矿地出产的矿石含有某种少量元素, 其含量服从正态分布。抽取 12 个样本进行调查, 算得 $S = 0.2$, 求 σ 的置信区间。

$$(\alpha = 0.1, \chi_{\alpha/2}^2(11) = 19.68, \chi_{1-\alpha/2}^2(11) = 4.57)$$

七、(10 分) 设某电子元件使用寿命(单位: 小时)服从正态分布 $N(\mu, 80^2)$ 。从该种电子元件中随机抽取 25 个进行测试, 测得平均使用寿命为 968 小时, 标准差不变。问: 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 条件下, 是否可以认为该种电子元件平均使用寿命为 1000 小时?

八、(10 分) 设已知随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立, 且其均值一致有界, 即是存在常数 A, B 使得 $E(X_i) < A, D(X_i) < B$, 证明 X_1, X_2, \dots, X_n 服从大数定律。