

## 1.7.1 第一章要求掌握的概念和计算

- (1) 二阶和三阶方程在笛卡尔坐标中的图形? 三类联立方程组解的几何意义。
- (2) 高阶线性方程组经过怎样的消元过程后变为上三角型?
- (3) 消元法如何使主元  $A(i,i)$  下方的各元素  $A(j,i)(j>i)$  等于零?
- (4) 消元过程为何主元不得为零? 如果出现零,而它的下方有一个非零元素, 如何进行修正?
- (5) 如果无法修正, 则此系统的独立方程(秩)将减少, 属欠定方程, 无解或有无数解。
- (6) 上三角系统如何用回代法变成对角系统? 对角线主元都不为零是方程组解存在的充要条件。
- (7) 秩表明独立方程的个数。系数矩阵与增广矩阵的秩相等是方程解存在的必要条件。
- (8) MATLAB 实践: 掌握各类随机阵的生成, 矩阵及其分块的提取, 行消元运算, 适定、欠定方程组的求解。
- (9) MATLAB 函数: randintr、rref、rrefdemo、rrefdemo1、ref1、ref2、ones、zeros。

## 1.7.2 计算题

1.1 本书提供了一个生成随机整数矩阵的程序  $A=\text{randintr}(m,n,k,r)$ , 输入变元  $m$  为行数,  $n$  为列数(缺省值为  $m$ ),  $k$  为元素最大绝对值(缺省值为 9),  $r$  为矩阵的秩(缺省值为  $m$ )。请利用这个程序自行生成各种所需的矩阵。

(a) 生成一个  $4 \times 5$  的一位整数的随机增广矩阵, 用  $\text{ref1}$  及  $\text{rref}$  函数求出它的行阶梯形及最简行阶梯形矩阵, 并求其解;

(b) 生成一个元素绝对值最大为 20 的  $5 \times 6$  的随机矩阵, 并以它为增广矩阵求解方程组。

1.2 用 MATLAB 语句列出下列方程组的增广矩阵, 保留其中第一个方程, 用初等行变换将后面方程的变量  $x_1$  消元, 并列出每一步所用的 MATLAB 消元语句。

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 = 3 \end{cases} ; & \text{(b)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases} ; \\ \text{(c)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 8 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases} ; & \text{(d)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \end{array}$$

1.3 本书设计了两个行阶梯形化简演示程序来帮助读者复习高斯消元法: 其中  $U=\text{rrefdemo}(C)$  是不进行行交换的,  $U=\text{rrefdemo1}(C)$  是为找最大主元进行行交换的。调用方法为  $d=\text{rrefdemo}(C)$ , 程序首先会提示我们是否要显示详细过程, 如果键入  $y$ , 则进行分阶动作, 即每按一次回车键, 程序会告诉我们这一步执行了何种运算及其结果; 如果不键入  $y$  而直接按回车键, 则显示方程组的解  $d$ 。

(a) 用这个程序来解题 1.2, 检验你的计算;

(b) 用这个程序来检验例 1.6, 看所得结果与例题叙述是否相符。

1.4 列出下列方程组的增广矩阵  $C$ , 用  $U1=\text{ref1}(C)$  及  $U2=\text{ref2}(C)$  对它进行化简, 解释所得结果的意义, 并将算出的结果与用  $\text{rref}$  函数所得的最简行阶梯形式的结果进行比较。

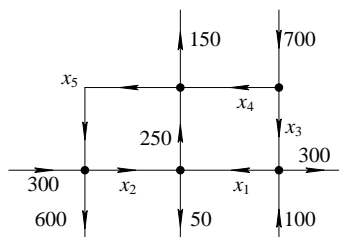
$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases} ; & \text{(b)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases} \\ \text{(c)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_1 - 5x_2 + x_4 = 5 \end{cases} ; & \text{(d)} \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5 \\ -3x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 17 \end{cases} \end{array}$$

1.5 解下列方程组:

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22 \end{cases}; (b) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_4 + 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 6 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - 2 = 0 \end{cases};$$

$$(c) \begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7 \end{cases}.$$

1.6 设题 1.6 图所示的是某地区的公路交通图,所有道路都是单行道,且道上不能停车,通行方向用箭头标明,数字代表某时段进出交通网络的车辆数。假设进入每一个交叉点的车辆数等于离开该交叉点的车辆数。请求出该时段经过各路线的车辆数。



题 1.6 图 交通流量图

1.7 求一个三次多项式  $f(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ , 使  $f(-2)=2$ ,  $f(-1)=0$ ,  $f(1)=-4$ ,  $f(2)=6$ 。

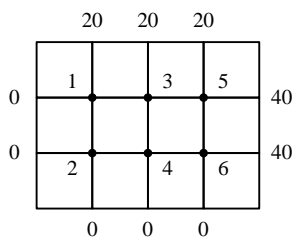
1.8 一个矿业公司有两个矿井。1# 矿井每天生产 20 吨铜矿石和 550 公斤银矿石, 2# 矿井每天生产 30 吨铜矿石和 500 公斤银矿石, 令  $v_1 = \begin{bmatrix} 20 \\ 550 \end{bmatrix}$ ,  $v_2 = \begin{bmatrix} 30 \\ 500 \end{bmatrix}$ , 于是  $v_1$  和  $v_2$  分别表示 1# 和 2# 矿井每天的产出向量。:

(a) 向量  $5v_1$  具有何种物理意义?

(b) 设公司让 1# 矿井开工  $x_1$  天, 让 2# 矿井开工  $x_2$  天, 以天数为变量, 列出使两个矿井生产出 150 吨铜矿石和 2825 公斤银矿石的方程。

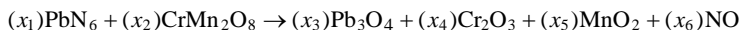
(c) 解这个方程。

1.9 薄铁板四周温度已知, 如题 1.9 图所示(单位为 $^{\circ}\text{C}$ )。设在铁板中间的所有网格节点温度都为相邻四个节点温度的平均值。求图中 1、2、3、4、5、6 点的温度。



题 1.9 图 铁板温度计算

1.10 用整数格式的  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 、 $x_4$ 、 $x_5$ 、 $x_6$  来配平下列化学的方程式:



1.11 一幢大型公寓楼可以有三种安排各层建筑结构类型。类型甲可以在一层上安排 18 个单元: 3 个三室一厅、7 个两室一厅和 8 个一室一厅; 类型乙可以在一层上安排 20 个单元: 4 个三室一厅、4 个两室一厅和 12 个一室一厅; 类型丙可以在一层上安排 18 个单元: 5 个三室一厅、3 个两室一厅和 10 个一室一厅。现在要求整个公寓楼恰好有 51 个三室一厅、75 个两室一厅和 136 个一室一厅, 问应该怎样选择各类型的层数?