

马尔可夫状态转换 GARCH 族模型的选择与估计

李 强^{1,2}, 周婉玲^{2,3}, 董耀武⁴

(1. 贵州财经大学 大数据应用与经济学院, 贵阳 550025; 2. 贵州省大数据统计分析重点实验室, 贵阳 550014;

3. 暨南大学 管理学院, 广州 510630; 4. 贵州商学院 金融学院, 贵阳 550014)

摘 要:文章基于比特币波动率数据,采用马尔可夫状态转换 GARCH 族模型对常用的两种估计方法——极大似然估计和贝叶斯估计进行比较研究。结果显示,在模型参数估计方面,不同估计下的标准 GARCH 族模型的参数估计结果差异不大,但随着状态数量增加和残差分布改变其差异会变大。在模型应用方面,对比特币收益率序列进行风险测度发现,其风险水平总体上差别不大,引起差异的原因可能与模型选择、残差分布、状态数量及置信水平有关。由于 MCMC 算法比较依赖计算机技术,随着状态数量的增加,在 MCMC 估计下的马尔可夫状态转换 GARCH 族模型的程序运行时间更长,风险预测值差别不大时可考虑采用经典的极大似然估计。

关键词:MSGARCH 模型; GJR-GARCH 模型; 极大似然估计; MCMC 算法

中图分类号:F224 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-6487(2021)18-0014-05

0 引言

金融资产的巨幅波动对虚拟经济和实体经济均造成重大影响,对其波动进行建模一直是学界研究的热点。本文通过文献梳理发现, GARCH 波动性预测可分为三类:一是利用 GARCH 模型的不同分布假设来预测波动性;二是利用非对称 GARCH 模型进行预测;三是通过引入状态(Regime)变化形成马尔可夫状态转换 GARCH 族模型来研究结构突变。需要注意的是,无论对于哪种 GARCH 模型,选择模型参数的估计方法都十分重要。

在状态转换模型参数估计方面,目前常用的有 EM 估计、极大似然法(ML)和 MCMC 算法。EM 估计稳健性强,但在计量经济学中应用较少^[1]; ML 比 MCMC 更早被运用于 GARCH 模型的参数估计,其不足之处^[2-5]在于:(1)给参数设置了诸多约束条件,在刻画波动特征和测度风险值方面的灵活性不及 MCMC;(2)存在路径依赖问题,而 MCMC 结合 MRS-GARCH 模型则能克服路径依赖问题;(3)具有收敛局限性,难以精确搜索全局最大似然值。MCMC 在进行状态转换模型估计时更为稳健,但并不意味着 MCMC 绝对占优,其也存在过于依赖计算机模拟技术且耗时多^[6]的问题,现有文献在这两种方法的优劣比较上也未形成共识^[7,8]。此外,当异方差能够参数化且分布形式已知时, ML 能较好地得到模型参数估计结果。

综上,对 ML 和 MCMC 估计方法进行对比研究的文献极其有限,偶有文献进行对比,选择的模型也相对简单,得出的结论很难有说服力。虽有文献引入时变 Copula 模型,

但鉴于回测检验采用的是无条件的 Kupiec 检验,难以有效检测数据集簇问题,获得的风险值的精确性也有待进一步研究^[9-11]。

本文通过系统比较 ML 和 MCMC 方法,选取金融时序存在结构突变点的马尔可夫状态转换 GARCH 族模型,使用不同的估计方法对模型参数进行估计和检验。

1 研究方法

1.1 马尔可夫状态转换 GARCH 族模型

马尔可夫状态转换 GARCH 模型是在标准 GARCH 模型的基础上发展而来的,其基本原理为在对称型 GARCH (1,1)模型中加入状态数量 k ,用来描述金融时间序列数

$$h_{k,t} \equiv \alpha_{0,k} + \alpha_{1,k} y_{t-1}^2 + \beta_k h_{k,t-1}$$

据存在的结构突变情形。该模型的数学表达式为:其中,参数 $\alpha_{0,k} > 0, \alpha_{1,k} > 0, \beta_k > 0$ 。在每一种变化下的方差需要满足 $\alpha_{1,k} + \beta_k < 1$;当没有机制转换的参数 k 时,即为标准 GARCH 模型。

GJR 模型由文献[12]提出,文献[13]认为其能较好地预测金融时间序列。故本文采用 GJR 模型来描述金融时序的非对称性,再引入马尔可夫状态转换的 GJR 模型,即在标准 GJR 模型中加入状态数量 k ,其数学表达式为:

$$h_{k,t} \equiv \alpha_{0,k} + (\alpha_{1,k} + \alpha_{2,k} \Pi \{y_{t-1} < 0\}) y_{t-1}^2 + \beta_k h_{k,t-1}$$

其中,参数 $\alpha_{0,k} > 0, \alpha_{1,k} > 0, \alpha_{2,k} > 0, \beta_k \geq 0$,且 $\alpha_{1,k} + \alpha_{2,k} E[\eta_{k,t}^2 \Pi \{\eta_{k,t} < 0\}] + \beta_k < 1$ 。参数 $\alpha_{2,k}$ 表示条件方差波动对过去信息反映的非对称程度,该函数表达式变量

基金项目:国家社会科学基金资助项目(18XTJ004)

作者简介:李 强(1969—),男,河南焦作人,博士,教授,研究方向:金融风险管理。

(通讯作者)周婉玲(1995—),女,贵州锦屏人,博士研究生,研究方向:金融工程、金融风险管理。

董耀武(1975—),男,吉林长春人,博士,副教授,研究方向:金融风险管理。

分为正向冲击(利好消息)和负向冲击(利空消息),即在该模型中,正向冲击可以用 $\alpha_{1,k}$ 表示,而负向冲击要受到 $\alpha_{1,k} + \alpha_{2,k}$ 的作用。

1.2 残差分布假设

GARCH模型的一个重要假设为经验分布的非正态性,本文选用厚尾分布和偏态分布来体现金融时序数据的尖峰厚尾和不对称特征。

厚尾分布运用最广的有t分布和广义误差分布(GED),这两种分布是在正态分布的基础上发展而来的,正态分布的表达式为:

$$f_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x \in R$$

t分布、GED分布和标准正态分布的原理是一样的,只是控制参数不同。t分布的概率密度函数为:

$$f_S(x, v) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2}) \left[1 + \frac{x^2}{(v-2)} \right]^{-\frac{v+1}{2}}}{\sqrt{(v-2)\pi} \Gamma(\frac{v}{2})}, x \in R$$

GED分布的概率密度函数为:

$$f_{GED}(x, v) = \frac{v e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\lambda} \right)^v}}{\lambda 2^{\left(1 + \frac{1}{v} \right)} \Gamma\left(\frac{1}{v} \right)}, \lambda = \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{v} \right)}{4^{\frac{1}{v}} \Gamma\left(\frac{3}{v} \right)} \right]^{\frac{1}{2}}, x \in R$$

t分布和GED分布表达式中的 v 表示控制厚尾的参数,在t分布中为自由度,在GED分布中为形状参数。取 $v=2$,对GED分布而言,当 $v>2$ 时,表现为厚尾分布;当 $v<2$ 时,表现为薄尾分布;当 $v=2$ 时,则表现为标准正态分布。

偏态分布不仅可以描述时间序列数据的厚尾特征,还能刻画残差分布的不对称特征,文献[11]提出的偏态分布模型包含了偏正态分布、偏t分布和偏GED分布,其概率密度函数为:

$$f_\varepsilon(z) = \frac{2\sigma_\varepsilon}{\varepsilon + \varepsilon^{-1}} f_1(z_\varepsilon)$$

当 $z \geq -\mu_\varepsilon/\sigma_\varepsilon$ 时, $z_\varepsilon = \varepsilon^{-1}(\sigma_\varepsilon z + \mu_\varepsilon)$; 当 $z < -\mu_\varepsilon/\sigma_\varepsilon$ 时, $z_\varepsilon = \varepsilon(\sigma_\varepsilon z + \mu_\varepsilon)$ 。 $\varepsilon \in (0, \infty)$ 用来描述残差分布的非对称特征, $f_1(z_\varepsilon)$ 表示 z_ε 的标准概率密度函数(具有零均值和单位方差的特性)。

1.3 模型估计原理

贝叶斯估计和极大似然估计原理都来自其似然方程,令 $\Psi \equiv (\theta_1, \varepsilon_1, \dots, \theta_k, \varepsilon_k, P)$, 求其似然方程表达式时,需先求出金融时间收益率 y_t 的条件密度函数。

GARCH族模型 y_t 的条件密度函数为:

$$f(y_t | \Psi, I_{t-1}) = \sum_{j=1}^K \omega_j f_D(y_t | s_t = j, \Psi, I_{t-1})$$

加入马尔可夫状态转换的MSGARCH模型 y_t 后的条件密度函数为:

$$f(y_t | \Psi, I_{t-1}) = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K p_{i,j} z_{i,t-1} f_D(y_t | s_t = j, \Psi, I_{t-1})$$

两个模型的似然方程均可表示为:

$$L(\Psi | I_T) = \prod_{t=1}^T f(y_t | \Psi, I_{t-1})$$

为了进行MCMC模拟,通过独立扩散先验分布来构建其先验形式。程序运行步骤与文献[14]一致:

$$f(\Psi) = f(\theta_1, \varepsilon_1) \cdots f(\theta_k, \varepsilon_k) f(P)$$

$$f(\theta_k, \varepsilon_k) \propto f(\theta_k) f(\varepsilon_k) f(\theta_k) \propto f_N(\theta_k; \mu_{\theta_k}, \text{diag}(\sigma_{\theta_k}^2))$$

$$\Pi \{ \theta_k \in PC_k \} (k=1, \dots, K)$$

$$f(\varepsilon_k) \propto f_N(\varepsilon_k; \mu_{\varepsilon_k}, \text{diag}(\sigma_{\varepsilon_k}^2)) \Pi \{ \varepsilon_{k,1} > 0, \varepsilon_{k,2} > 2 \} (k=1, \dots, K)$$

$$f(P) \propto \prod_{i=1}^K \left(\prod_{j=1}^K p_{i,j} \right) \Pi \{ 0 < p_{i,j} < 1 \}$$

2 模型

2.1 数据来源及说明

本文运用不同的估计方法来研究比特币波动率的变化情况,数据来源于区块链数据中心网站(www.qkl123.com),采用比特币的日收盘价作为原始数据,样本期为2010年5月2日至2019年11月19日,共计3452个样本。由于日收益率 R_t 定义为相邻两个交易日的日收盘价的自然对数之差,因此可以得到比特币的日收益率序列 R_b 的值。采用Eviews 9.0软件中有关正态性检验的功能模块计算样本期的比特币日收益率,其描述性统计结果见表1。

表1 比特币收益率的描述性统计

序列	均值	中位数	标准差	偏度	峰度	JB值	ADF	ARCH-LM检验
R_b	0.0044	0.0016	0.0585	1.295	27.867	89908.2***	-38.334***	883.545***

注:*, **, ***分别表示在10%、5%、1%的水平上显著。下同。

从表1可以看出,比特币收益率的均值为正数;偏度大于零,表现为右偏;峰度为27.867,远大于标准正态分布的峰度临界值3,存在尖峰厚尾特征;Jarque-Bera统计量显著;ADF检验滞后1阶结果小于1%水平上对应的临界值-3.430,表明 R_b 为平稳序列;ARCH效应LM检验滞后5阶的结果显著。综合可知,在样本期内,比特币收益率序列是平稳的,存在自相关和明显的条件异方差,因此,可以构建GARCH族模型对其波动性进行预测。

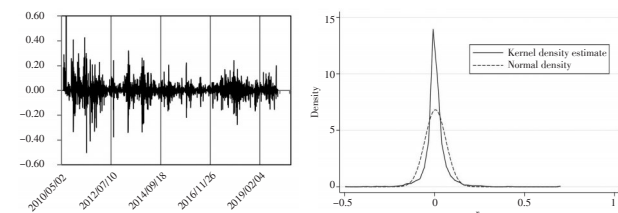


图1 比特币收益率时间序列图 图2 比特币收益率核密度估计对比图

图1和图2描述了比特币在整个样本期内的收益率及核密度估计图。观察图1可知,收益率呈现明显的波动集聚特征。由图2可知,比特币的收益率残差分布具有尖峰厚尾特征,即比特币收益率序列的峰度比较大且两侧的尾部较长。

2.2 不同估计下的模型选择

为了评价和比较不同状态模型在不同估计下的拟合

度,本文通过信息判断值进行比较。ML估计下的常用检验标准有极大似然值(LL)、赤池信息准则(AIC)和贝叶斯信息准则(BIC)。在LL判别标准下,LL值越大表示模型的拟合效果越好;而在AIC和BIC信息准则下,AIC值和BIC值越小表示对应的模型拟合效果越好。MCMC模型的判别标准为偏差信息准则(DIC),一般而言,评价标准为DIC值越小越好。

表2和表3总结了不同状态转换下的GARCH模型和GJR模型的评估指标,从ML和MCMC的信息判断准则选出的最优残差分布可以看出,模型在不同状态数量上的最优分布并不总是相对复杂的分布。

表2 ML估计下的信息准则

模型	状态	检验标准	残差分布种类					
			正态分布	偏正态分布	t分布	偏t分布	GED分布	偏GED分布
GARCH	单	LL	5946.4	5946.9	6494.1	6496.5	<u>6547.7</u>	6547.8
		AIC	-11886.8	-11885.7	-12980.3	-12983.1	<u>-13087.4</u>	-13085.5
		BIC	-11868.3	-11861.1	-12955.7	-12952.3	<u>-13062.8</u>	-13054.8
	双	LL	6447.7	6506.9	<u>6615.2</u>	6609.6	6398.5	6367.6
		AIC	-12879.5	-12993.8	<u>-13210.4</u>	-13195.1	-12777.0	-12711.1
		BIC	-12830.3	-12932.3	<u>-13148.9</u>	-13121.3	-12715.5	-12637.3
	三	LL	6565.2	6565.2	<u>6692.7</u>	6628.8	6645.3	6637.1
		AIC	-13100.4	-13100.3	<u>-13349.4</u>	-13215.6	-13254.6	-13232.2
		BIC	-13008.2	-12989.6	<u>-13238.8</u>	-13086.5	-13144.0	-13103.2
GJR	单	LL	5946.3	5946.8	6494.1	6496.5	6533.9	<u>6547.8</u>
		AIC	-11884.6	-11883.6	-12978.3	-12981.0	-13057.9	<u>-13083.5</u>
		BIC	-11860.0	-11852.9	-12947.5	-12944.2	-13027.1	<u>-13046.7</u>
	双	LL	6399.5	6429.4	<u>6615.5</u>	6558.6	6401.8	6412.4
		AIC	-12779.0	-12834.7	<u>-13207.0</u>	-13089.1	-12779.6	-12796.7
		BIC	-12717.5	-12760.9	<u>-13133.2</u>	-13003.1	-12705.8	-12710.7
	三	LL	6497.4	6499.3	6515.2	<u>6555.1</u>	6506.7	6513.7
		AIC	-12958.8	-12956.5	-12988.4	<u>-13062.2</u>	-12971.4	-12979.5
		BIC	-12848.2	-12827.5	-12859.3	-12914.7	-12842.3	-12831.9

注:带下划线的表示该状态下的最优残差分布,下同。

表3 MCMC算法下的DIC信息准则

模型	状态	残差分布种类					
		正态分布	偏正态分布	t分布	偏t分布	GED分布	偏GED分布
GARCH	单	-11886.0	-11884.7	-12980.6	-12982.3	<u>-13086.8</u>	-13084.2
	双	-12934.6	-12784.1	-13153.0	-13118.8	-13171.7	<u>-13193.0</u>
	三	-12789.9	-12902.8	<u>-13192.8</u>	-13144.4	-13219.8	-13144.3
GJR	单	-11882.3	-11881.5	-12975.4	-12981.7	<u>-13083.8</u>	-12672.8
	双	-12961.7	-12838.3	-12969.9	<u>-13201.2</u>	-13164.5	-13192.3
	三	-13091.1	-13047.9	-13038.9	-13164.6	-13173.8	<u>-13185.4</u>

2.3 模型参数估计结果及分析

为了定量描述比特币价格波动,本文使用传统的极大似然估计和贝叶斯估计对不同状态下的GARCH模型和GJR模型进行参数估计,得到14种不同波动率预测模型的参数估计结果,见下页表4。贝叶斯估计不讨论显著性。

由表4可知,不同估计方法得出的参数估计结果存在一定的差异,且不同模型在不同状态下的估计结果也不一样。单状态同分布的GARCH模型的参数估计结果差异不大;对于标准GJR模型,在不同估计下,除了 $\alpha_{1,1}$ 和 $\alpha_{2,1}$ 存在较大的差异外,其他参数估计结果差异不大。而随着马尔可夫状态数量的引入以及残差分布的变化,不同估计下的参数估计结果出现较大的差异。此时尚无法对两种估计方法的优劣下定论。

比较两种估计方法的优劣是为了对金融资产的波动进行更好的预测,图3和图4分别为极大似然估计和贝叶斯估计下的比特币高波动状态概率图,其中的残差分布均为最优残差分布。

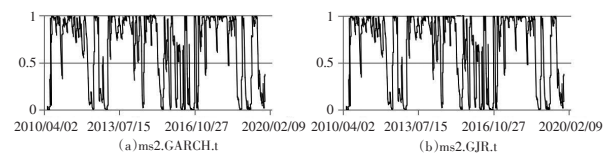


图3 极大似然估计下的比特币高波动状态概率图

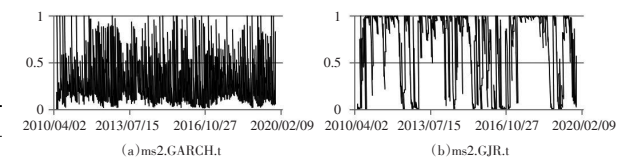


图4 贝叶斯估计下的比特币高波动状态概率图

由图3和图4可以看出,比特币的高波动特征在有些年份发生的概率较高,在有些年份发生的概率较低。除了贝叶斯估计双状态下GARCH模型预测的比特币高波动状态概率序列图波动集聚较大外,其余情形下都表现出较好的平滑性。由图3可以看出,极大似然估计下的相同状态、相同分布在不同模型下的波动状态概率图几乎一致,即此时高波动的高概率和低概率表现不会因GARCH模型和GJR模型的区别而发生变化。对于贝叶斯估计而言,由于该状态、该模型下的最优残差分布不同,因此无法进行有效比较。但从MCMC算法下偏t分布的双状态GJR模型刻画的高波动状态概率图可以看出,贝叶斯估计在特定模型、特定分布下,也能很好地描绘比特币的高波动情况。

2.4 不同估计下的模型应用结果分析

马尔可夫状态转换GARCH族模型通常应用于金融时间序列数据的方差波动预测上,为了比较ML和MCMC方法在估计比特币收益率序列时的方差波动优劣,分别绘制不同估计下的比特币收益率方差波动图,见图5。图5包含的变量因素有:估计方法、模型种类和状态数量。其中的残差分布均为最优残差分布。

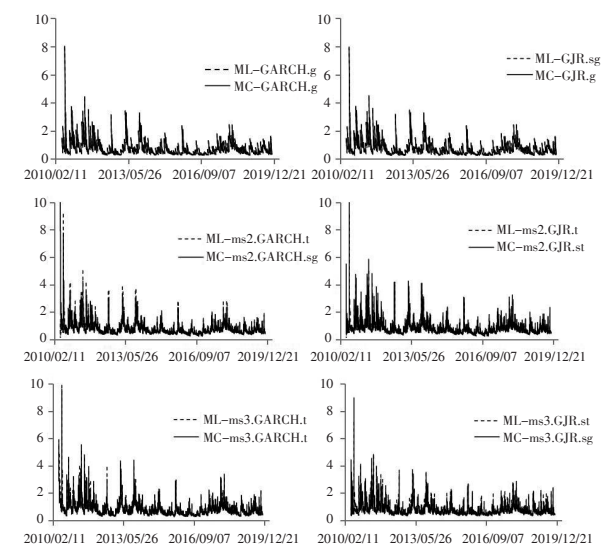


图5 比特币在不同估计不同状态下的方差波动图

表4

参数估计结果

参数	极大似然估计(ML)								贝叶斯估计(MCMC)							
	GARCH				GJR				GARCH				GJR			
	单状态	双状态			单状态	双状态			单状态	双状态			单状态	双状态		
	GED分布	t分布	偏GED分布	偏GED分布	GED分布	t分布	偏t分布	偏t分布	GED	t分布	偏t分布	偏GED分布	GED分布	t分布	偏t分布	偏t分布
$\alpha_{0,1}$	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\alpha_{1,1}$	0.216**	0.022***	0.044***	0.216**	0.218**	0.021***	0.091***	0.091***	0.223	0.171	0.152	0.000	0.217	0.121	0.004	0.004
$\alpha_{2,1}$				0.000	0.000	0.001***	0.000***	0.000***				0.289	0.021	0.001	0.003	0.003
β_1	0.777***	0.975***	0.955***	0.776***	0.775***	0.975***	0.879***	0.879***	0.767	0.794	0.803	0.821	0.762	0.853	0.949	0.949
ν_1	0.805***	2.247***	1.154***	0.807***	0.700***	2.249***	2.540***	2.540***	0.806	3.008	0.903	0.712	0.804	2.813	2.337	2.337
ε_1			0.989***	0.995***			0.883***	0.883***			1.002	0.997			0.979	0.979
$\alpha_{0,2}$		0.000***	0.002***			0.000***	0.002***	0.002***		0.002	0.001			0.001	0.001	0.001
$\alpha_{1,2}$		0.331***	0.299***			0.326***	0.471***	0.471***		0.749	0.330			0.644	0.472	0.472
$\alpha_{2,2}$						0.000***	0.000***	0.000***						0.000	0.008	0.008
β_2		0.637***	0.523***			0.641***	0.378***	0.378***		0.182	0.670			0.302	0.511	0.511
ν_2		3.986***	1.507***			3.959***	6.024***	6.024***		10.39	1.036			4.562	3.163	3.163
ε_2			0.770***				0.877***	0.877***			0.810				0.918	0.918
P_{11}		0.964***	0.917***			0.963***	0.915***	0.915***		0.822	0.826			0.846	0.943	0.943
P_{21}		0.017***	0.184***			0.017***	0.215***	0.215***		0.497	0.513			0.354	0.025	0.025

由图5可知,在方差波动的预测效果上,GARCH模型和GJR模型没有太大的区别,GARCH模型无法捕捉比特币收益率序列是否存在非对称特征,而GJR模型则可弥补这一不足。随着状态数量的增加,所预测的方差波动也略有上升,但是方差波动图出现的集聚效应不会随着状态数量的改变而改变,即某时刻对应的方差大波动和小波动的位置未发生变化。此外,由图5还可以看出,实线与虚线混合覆盖,难以断定哪一种估计方法更适合马尔可夫状态转换模型。

为了比较两种估计方法的优劣,选用ML和MCMC估计下的马尔可夫状态转换GARCH族模型来度量比特币的风险值,进而比较不同估计下的模型结果。

表5展示了不同估计在不同模型、不同状态数量下的最优残差分布。其中,对于MCMC估计下的三状态GJR模型,由于DIC信息准则选出的最优残差分布——偏GED分布无法拟合模型。为了便于比较,表5中展示的是能较好刻画模型的偏t分布的结果。

对于GARCH模型,当置信水平为99%时:(1)单状态,即标准形式下的GARCH模型运用ML和MCMC估计的比特币的VaR值约为8%,ES值约为11%;(2)双状态下的GARCH模型,风险估计在t分布下出现差异,而偏GED分布在不同估计下的风险水平相同,VaR值约为13%,ES值约为18%;(3)基于t分布在三状态下的GARCH模型,在不同估计下的风险估计差异不大。但当置信水平降为95%时,风险估计值有所降低,然而,在不同估计下的比特币风险水平估计值相差不大。

对于非对称形式GJR模型,当置信水平为99%时:(1)单状态GED分布在不同估计下的VaR值和ES值差异不大,分别约为9%和12%。而偏GED分布在不同估计下的风险值出现差异;(2)双状态t分布在不同估计下的风险值差异较大,而偏t分布在不同估计下的风险值差异不大;(3)三状态基于偏t分布,在不同估计下的比特币风险水平差异不大。

总体而言,比特币的风险水平估计差异与选择的模型

表5

风险估计及回测检验

估计方法	模型	状态	残差分布	alpha=0.01				alpha=0.05			
				VaR	ES	CC(%)	DQ(%)	VaR	ES	CC(%)	DQ(%)
				GED分布	t分布	偏GED分布	偏t分布	GED分布	t分布	偏GED分布	偏t分布
ML	GARCH	单	GED分布	-0.0871	-0.1137	80.56	57.27	-0.0480	-0.0717	50.51	87.44
		双	t分布	-0.0871	-0.1267	70.02	97.10	-0.0441	-0.0721	91.93	40.07
		三	偏GED分布	-0.1393	-0.1850	51.81	97.19	-0.0702	-0.1134	9.51	51.79
		三	t分布	-0.0949	-0.1421	80.56	96.25	-0.0454	-0.0776	96.24	86.39
	GJR	单	偏GED分布	-0.0871	-0.1155	86.28	80.48	-0.0480	-0.0725	12.11	40.31
		双	GED	-0.0936	-0.1273	70.02	73.31	-0.0493	-0.0761	8.07	12.25
		三	t分布	-0.0858	-0.1299	86.50	97.96	-0.0441	-0.0719	34.98	69.65
		三	偏t分布	-0.1406	-0.1869	51.81	97.93	-0.0741	-0.1166	42.48	76.65
		三	偏t分布	-0.1366	-0.1974	36.04	95.74	-0.0675	-0.1112	17.14	26.02
		三	GED	-0.0884	-0.1162	80.56	85.17	-0.0493	-0.0718	9.99	13.32
		三	t分布	-0.1340	-0.1659	80.56	91.15	-0.0767	-0.1123	75.14	36.31
		三	偏GED分布	-0.1380	-0.1856	36.04	94.40	-0.0662	-0.1105	12.92	59.45
MCMC	GARCH	单	GED	-0.0884	-0.1162	80.56	85.17	-0.0493	-0.0718	9.99	13.32
		双	t分布	-0.1340	-0.1659	80.56	91.15	-0.0767	-0.1123	75.14	36.31
		三	偏GED分布	-0.1380	-0.1856	36.04	94.40	-0.0662	-0.1105	12.92	59.45
		三	t分布	-0.1054	-0.1420	70.02	91.65	-0.0545	-0.0857	67.08	64.54
	GJR	单	偏GED分布	-0.1288	-0.1724	86.28	35.53	-0.0675	-0.1050	13.55	64.85
		双	GED	-0.0910	-0.1168	86.50	92.32	-0.0493	-0.0756	24.24	40.96
		三	t分布	-0.1249	-0.1706	80.56	87.76	-0.0636	-0.1023	75.14	30.30
		三	偏t分布	-0.1210	-0.1789	51.81	98.30	-0.0571	-0.0993	12.92	23.11

以及残差分布种类有关,而与估计方法相关程度不大。

3 结论

为了判断极大似然估计和贝叶斯估计在马尔可夫状态转换GARCH族模型中的应用效果,本文选取2010年5月2日至2019年11月19日的比特币日收盘价作为研究对象,通过ML和MCMC估计下的信息判断准则,选择该估计方法下的最优模型,分析最优模型的参数估计结果以比较两种估计方法;再将其应用于波动率的预测模型,进一步量化和比较两种估计方法的风险预测效果,并结合Christoffersen检验和DQ检验对预测效果进行回测检验,得出如下主要结论:

(1)不同估计方法下,同一状态在同一模型下的残差分布并不一致。在模型参数估计结果方面,标准GARCH模型和GJR模型在不同估计下的参数结果整体上差异不大,但随着马尔可夫状态数量的引入和残差分布的变化,不同估计下的参数估计结果出现较大的差异。

(2)在对比比特币收益率序列的方差波动进行预测时,方差波动图中的ML估计和MCMC算法估计下的比特币方差波动线混合覆盖,难以判断哪种估计方法更适合马尔可夫状态转换模型。

(3)在不同估计方法下,通过比特币的风险估计值及回测检验对两种估计方法的优劣进行比较后发现,在回测检验可接受的条件下,比特币的风险估计水平的差异与估计方法总体上相关度不高,导致估计的风险水平出现较大差异的原因很可能与模型选择、残差分布、状态数量及置信水平有关。

综上所述,贝叶斯估计MCMC算法并非整体优于传统的极大似然估计。在应用于较复杂的模型时,贝叶斯估计或许更有优势。MCMC算法的一个显著缺点是比较依赖计算机技术,使用MCMC算法来估计马尔可夫状态转换的GARCH族模型时,程序运行较慢,且随着状态数量的增加,根据MCMC算法计算的比特币风险预测值耗时超过1小时,而由ML估计得到差异不大的风险预测值,耗时不到10分钟。因此,在选择估计方法对模型进行拟合时,应该具体情况具体分析。

参考文献:

- [1]Hamilton J D. Analysis of Time Series Subject to Change in Regime [J]. Journal of Econometrics,1990,(45).
[2]李强.基于MCMC方法的时变Copula模型的基金风险测度研究[D].

长沙:湖南大学学位论文,2018.

- [3]罗林,林宇.基于马尔科夫状态转换的人民币汇率波动预测研究[J].金融与经济,2014,(5).
[4]朱钧钧,谢识予.上证综指马尔可夫转换模型的MCMC估计和分析[J].系统工程,2010,28(4).
[5]侯利强,杨善林,王晓佳,等.上证综指的股指波动:基于模糊FEGARCH模型及不同分布假设的预测研究[J].中国管理科学,2015,23(6).
[6]朱钧钧,谢识予,朱弘鑫,等.基于状态转换的货币危机预警模型——时变概率马尔可夫转换模型的Griddy-Gibbs取样法和应用[J].数量经济技术经济研究,2010,27(9).
[7]刘鹤飞.隐马尔可夫多元线性回归模型及其贝叶斯估计[J].统计与决策,2019,(6).
[8]潘海涛.时间序列在股指波动性建模中的应用[D].西安:西安电子科技大学学位论文,2009.
[9]Christoffersen P F. Evaluating Interval Forecasts [J].International Economic Review,1998,(39).
[10]Guglielmo M C, Timur Z. Modelling Volatility of Cryptocurrencies Using Markov-switching GARCH Models [J].Research in International Business and Finance,2019,(48).
[11]Fernandez C, Steel M F J. On Bayesian Modeling of Fat Tails and Skewness [J].Journal of the American Statistical Association,1998,(441).
[12]Glosten L R, Jagannathan R, Runkle D E. On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks [J].Journal of Finance,1993,(48).
[13]Taylor J W. Volatility Forecasting With Smooth Transition Exponential Smoothing [J].International Journal of Forecasting,2004,(2).
[14]Ardia D, Bluteau K, Boudt K, et al. Markov-switching GARCH Models in R: The MSGARCH Package [J].Journal of Statistical Software, 2019,91(4).

(责任编辑/方 思)

Selection and Estimation of Markov State Transition GARCH Family Model

Li Qiang^{1,2}, Zhou Wanling^{2,3}, Dong Yaowu⁴

(1.College of Big Data Applications and Economics, Guizhou University of Finance and Economics, Guiyang 550025, China; 2. Guizhou Key Laboratory of Big Data Statistical Analysis, Guiyang 550014, China; 3.School of Management, Jinan University, Guangzhou 510630, China; 4. School of Finance, Guizhou University of Commerce, Guiyang 550014, China)

Abstract: Based on the volatility data of bitcoin, this paper adopts the Markov state transition GARCH family model to compare and study the two commonly used estimation methods—maximum likelihood estimation and Bayesian estimation. The results are shown as follows: In terms of model parameter estimation, there is little difference in the parameter estimation results of standard GARCH models under different estimates, but the difference will become larger with the increase of state number and the change of residual distribution. In terms of the application of the model, the risk measurement on bitcoin yield series shows that there is little difference in risk level on the whole, and that the reasons for the differences may be related to model selection, residual distribution, number of states and confidence level. Because MCMC algorithm is more dependent on computer technology, with the increase of the number of states, the program running time of the Markov state transition GARCH family model under MCMC estimation is longer, and the classical maximum likelihood estimation can be used when the difference of risk prediction values is not large.

Key words: MSGARCH model; GJR-GARCH model; maximum likelihood estimation; MCMC algorithm