



Rapport du projet de Graphe

Titouan BROCHARD et Yige YANG

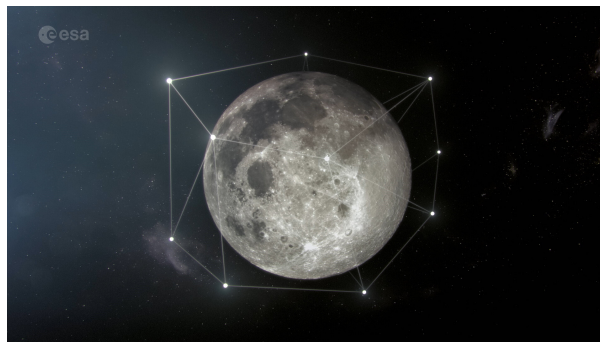


FIGURE 1 – Illustration d’un réseau de satellites en orbite autour de la Lune
source : ESA

Table des matières

1	Introduction	2
2	Modélisation sous forme de graphes	2
3	Étude des graphes non valués	3
3.1	Clustering	4
3.2	Composantes connexes	4
3.3	Cliques	5
3.4	Longueur moyenne des chemins	5
4	Étude des graphes valués	6

1 Introduction

Ce projet vise à appliquer les connaissances en théorie des graphes à l'étude d'un essaim de nanosatellites en orbite autour de la Lune pour une application d'interférométrie. Les nanosatellites, capables d'ajuster leur débit de transmission, doivent optimiser leurs communications.

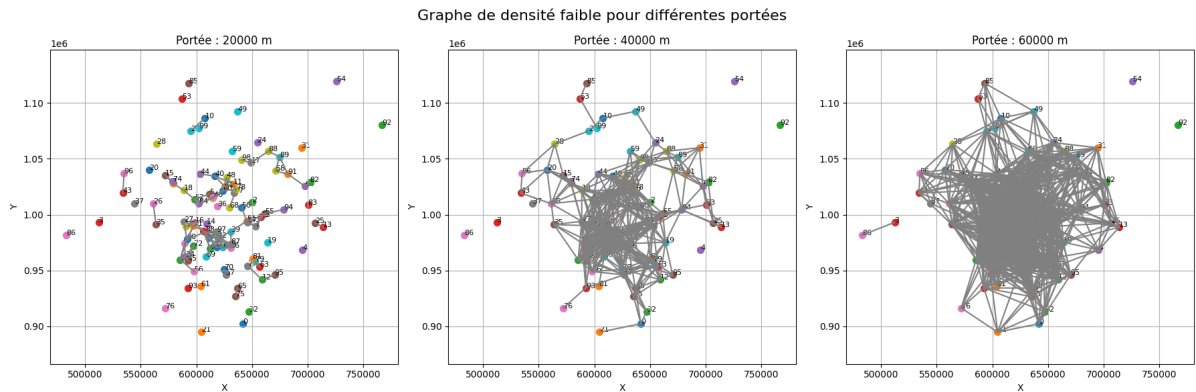
L'analyse porte sur les positions de 100 satellites à trois instants précis, fournies sous forme de fichiers CSV. Chaque satellite doit transmettre ses données à tous les autres, en utilisant l'une des trois portées possibles (20, 40 ou 60 km) pour modéliser les interactions.

2 Modélisation sous forme de graphes

Chaque satellite est représenté comme un nœud, et une arête est tracée entre deux nœuds si leur distance est inférieure ou égale à la portée de communication.

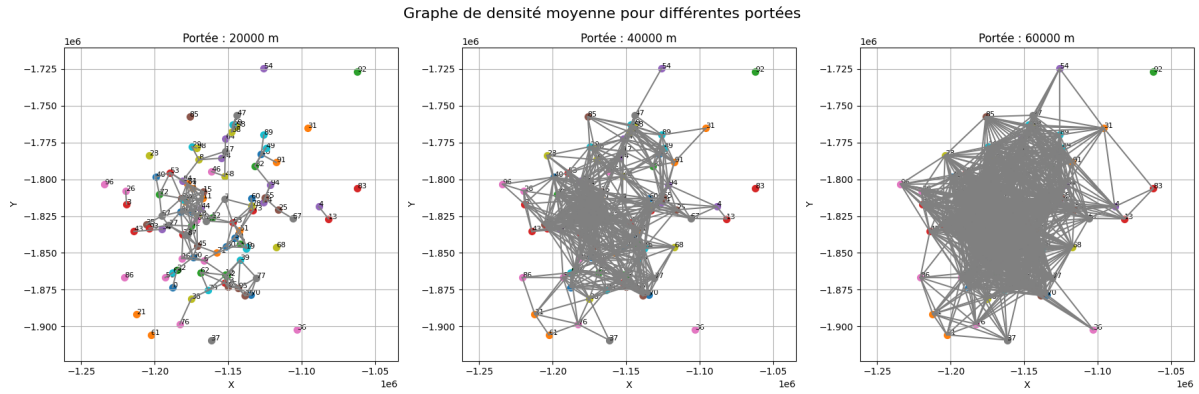
Essaim de faible densité

Dans cette configuration, les satellites sont dispersés, ce qui limite fortement leur interconnectivité, surtout avec une portée minimale.



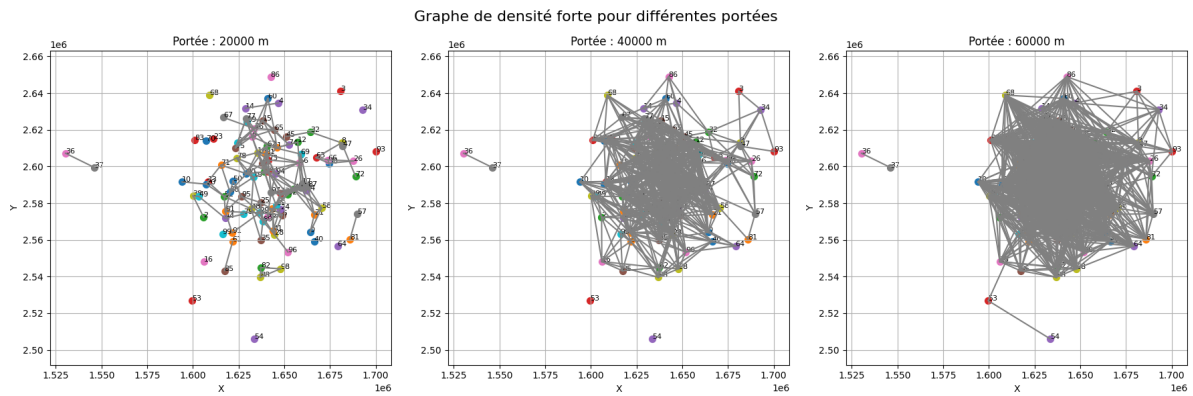
Essaim de densité moyenne

Les satellites sont plus regroupés qu'en configuration de faible densité, ce qui améliore naturellement la connectivité du réseau. Il est à noter qu'il reste cependant un sommet isolé dans le cas de la portée maximale. La portée n'est donc toujours pas suffisante.



Essaim de densité élevée

Enfin, pour l'essaim de densité élevée, les nanosatellites étant encore plus regroupés, on a pour une même portée que précédemment, une connectivité globale plus élevée. Cependant, même avec la portée maximale, il reste deux sommets liés qui forment une composante connexe qui est isolée (sommets 36 et 37).



Cette modélisation montre que la connectivité de l'essaim dépend à la fois de la densité et de la portée des satellites et qu'il est important de prendre en compte ces deux paramètres lors de la conception du réseau.

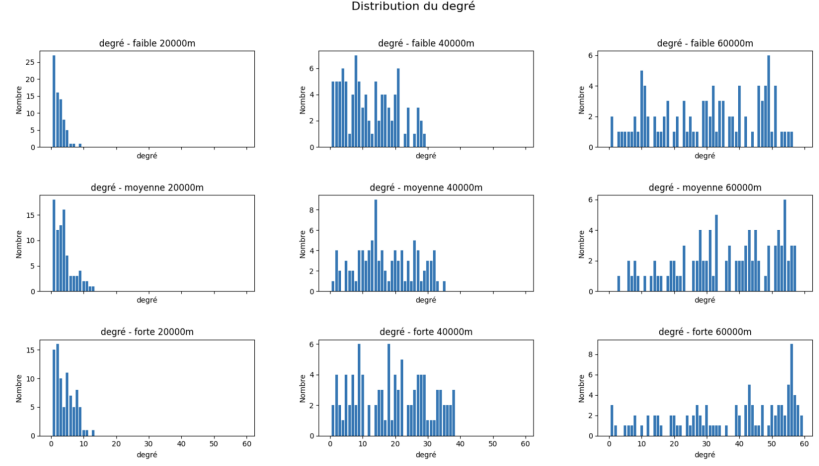
3 Étude des graphes non valués

Degrés

Le degré moyen correspond au nombre moyen de connexions qu'un satellite entretient avec les autres. Un degré élevé signifie une meilleure couverture du réseau.

TABLE 1 – Degré moyen des graphes (9 situations)

Densité	20000	40000	60000
Faible	2.47	12.15	30.02
Moyenne	4.07	17.36	36.00
Forte	4.38	19.06	37.40

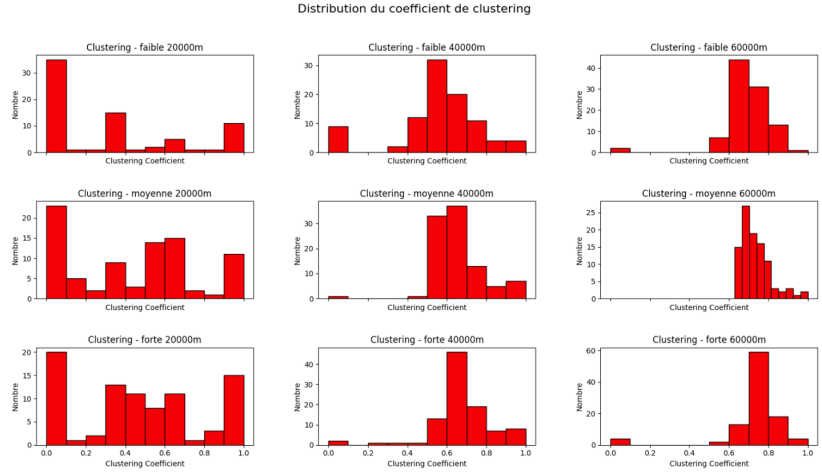


3.1 Clustering

Le coefficient de clustering mesure le regroupement des noeuds dans notre réseau de nanosatellites. Plus précisément, c'est la probabilité que deux nanosatellites soient connectés en sachant qu'ils ont un voisin en commun.

TABLE 2 – Clustering moyen (9 situations)

Densité	20000	40000	60000
Faible	0.310	0.554	0.686
Moyenne	0.428	0.657	0.735
Forte	0.468	0.679	0.728



3.2 Composantes connexes

Une composante connexe est un sous-ensemble du graphe où chaque sommet est relié à tous les autres directement ou indirectement.

Nombre de composantes connexes (et leurs ordres)

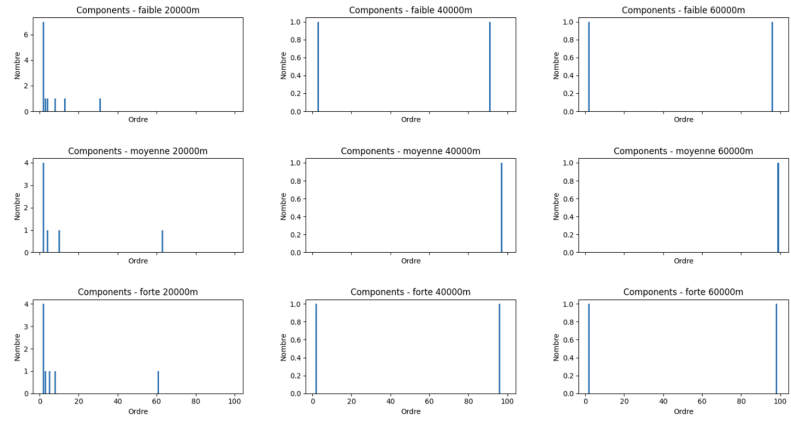


TABLE 3 – Nombre de composantes connexes (9 situations)

Densité	20000	40000	60000
Faible	12	2	2
Moyenne	7	1	1
Forte	8	2	2

3.3 Cliques

Une clique est un sous-ensemble où chaque sommet est connecté à tous les autres. Les cliques représentent des sous-réseaux fortement connectés.

Distribution des cliques

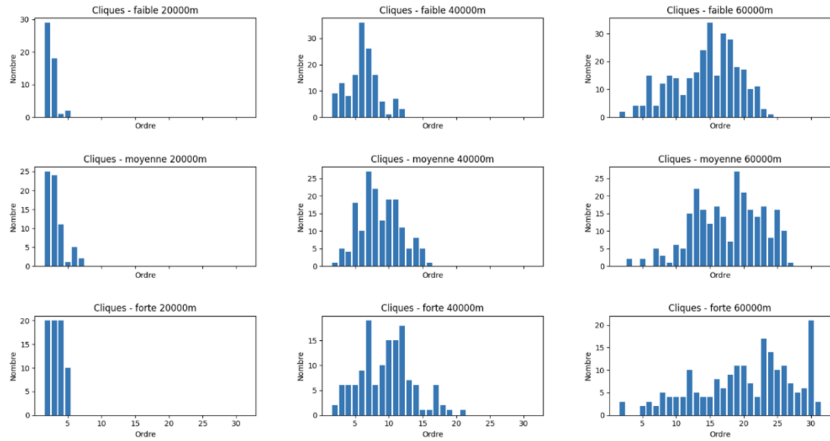


TABLE 4 – Nombre de cliques (9 situations)

Densité	20000	40000	60000
Faible	50	141	299
Moyenne	68	168	257
Forte	70	137	200

3.4 Longueur moyenne des chemins

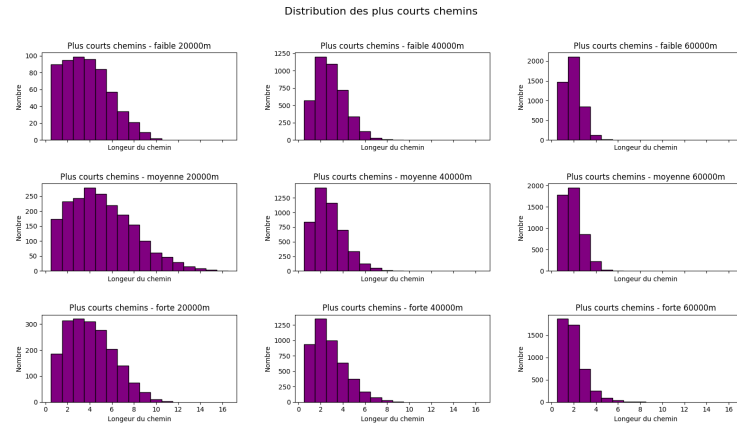
Cela correspond au nombre minimal de sauts nécessaires pour transmettre des données entre deux satellites connectés.

TABLE 1 – Longueur moyenne des chemins (9 situations)

Densité	20000	40000	60000
Faible	3.80	2.90	1.92
Moyenne	5.17	2.77	1.92
Forte	4.09	2.81	1.98

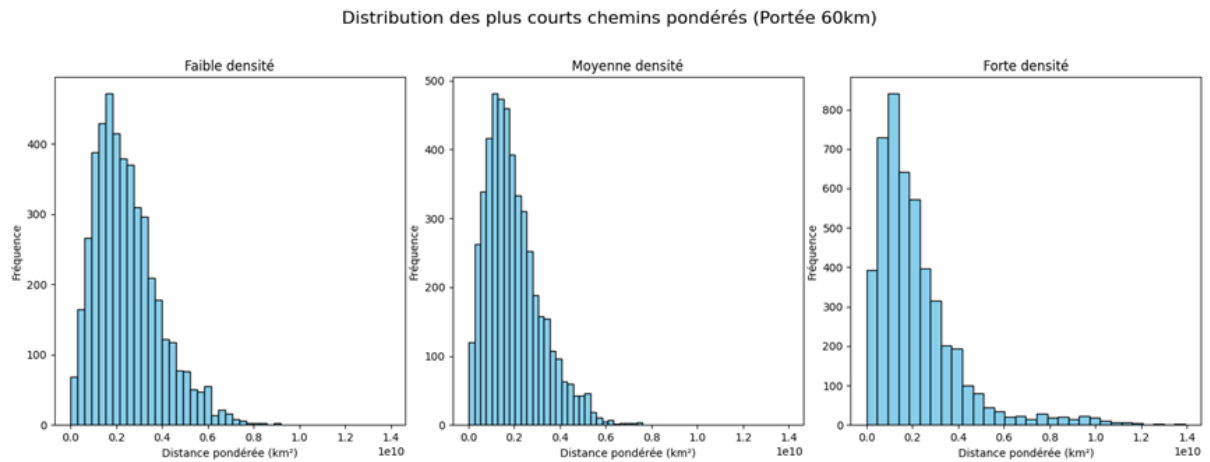
TABLE 2 – Nombre de plus courts chemins (9 situations)

Densité	20000	40000	60000
Faible	587	4098	4561
Moyenne	2008	4656	4851
Forte	1875	4561	4754



4 Étude des graphes valués

Nous avons uniquement modifié le poids des arêtes, qui est désormais égal au carré de la distance entre les satellites. Les autres conditions restent inchangées. Par conséquent, seuls les plus courts chemins entre les satellites ont été affectés. Sur le graphique, on remarque que lorsque la densité des satellites augmente ou que la portée de communication est plus grande, le réseau devient plus connecté, et la longueur des plus courts chemins diminue. Cela s'explique par le fait qu'un nombre plus élevé de satellites crée davantage de connexions, ce qui réduit globalement les distances entre eux et améliore l'efficacité du réseau.



Conclusion

Ce projet a permis d'analyser en profondeur les propriétés d'un essaim de nanosatellites à travers différentes configurations de densité et de portée, modélisées sous forme de graphes. On a pu observer l'impact de la densité et de la portée sur la connectivité (une faible densité et/ou portée peut fragmenter le réseau en plusieurs composantes connexes) ainsi les caractéristiques du réseau. Enfin, nous avons étudié les graphes valués qui révèle les compromis entre coût de transmission (portée) et connectivité globale.