简谐振动的表达式

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

A：振幅
ω：角频率
$\omega t+\varphi$：相位
φ：初相

速度

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t+\varphi)$$
$$= \omega A\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

以相同角频率随时间做周期性变化

加速度

$$a = \frac{dv}{dx} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)$$
$$= \omega^2 A\cos(\omega t+\varphi+\pi)$$

(1) 振幅

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

x_0, v_0：在 $t=0$ 时振动物体的位移和速度

(2) 周期，频率，角频率
T f ω

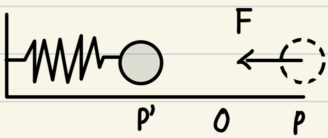
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{1}{T}$$

(3) 相位，初相

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-v_0}{\omega x_0}\right)$$

简谐振动的研究

① 弹簧振子



牛二定律

$F = ma$

胡克定律

$F = -kx$ k：劲度系数（不是计算机的k）

$a = -\frac{k}{m}x$

固有角频率 $\omega^2 = \frac{k}{m}$

固有频率 $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

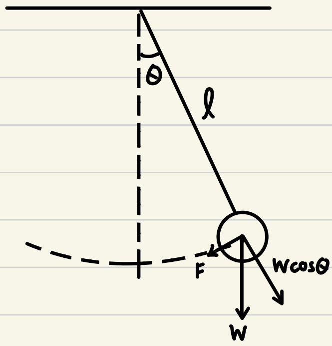
固有周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$a = -\omega^2 x$

简谐运动的微分方程

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

② 单摆与复摆



假设θ非常小 ↓

$F = -mg\theta = -\frac{mg}{l}x = -kx$

$\boxed{M = -mgl\theta} \longleftrightarrow \boxed{M = J\alpha}$

M:動矩

$\boxed{\alpha = -\frac{mgl}{J}\theta}$

$J = ml^2$

$\boxed{\alpha = -\frac{g}{l}\theta}$

固有角频率

$\boxed{\omega^2 = \frac{g}{l}}$

固有频率

$\boxed{f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}}$

固有周期

$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$

$\boxed{\alpha = -\omega^2\theta}$

简谐运动的微分方程

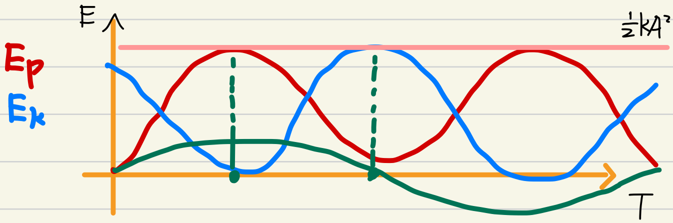
$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0}$

☆ 复摆的固有频率

$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{mgh}{J}}}$

简谐振动的能量特征

$$E=E_k+E_p=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mA^2\omega^2=\frac{1}{2}kA^2$$



$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

若谐振动周期为 T ($T=\frac{2\pi}{\omega}$)

⇒ E_k和E_p的周期为 $\frac{T}{2}$ (角频率为 2ω)

∵ $E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi)$

$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$

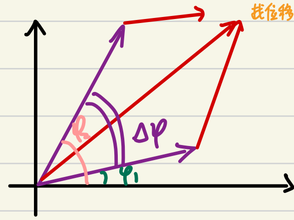
同方向简谐振动的合成

合成结果可由两条途径求解：解析法

旋转矢量法

只决：一个中心，两个基本点

找位移作垂线，根据速度舍一个



① 同频率 ⟶ 还是简谐振动

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$
$$\downarrow$$
$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\boxed{A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}}$$

$$\boxed{\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}}$$

$$A_{max} = A_1 + A_2$$
$$A_{min} = |A_1 - A_2|$$

② 不同频率 → 不是简谐

$$x_1 = A\cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$
$$\downarrow$$
$$x = A\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$
$$= 2A\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right)t \cdot \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\right)t$$

振动之和 >> 振动之差 的简谐振动合成时，呈周期变化的现象叫做拍

一拍为一个周期

$$\boxed{f = |f_2 - f_1|}$$ 拍频

波动

平面简谐波的波函数

沿X轴正向传播

$$y = A\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right)$$

有两个自变量的方程

① 固定 x

令 $x = x_0$，这时波动方程退化为质点振动方程

$$y = A\cos\left(\omega t \underbrace{- \omega\frac{x_0}{u} + \varphi}_{\text{初相}}\right)$$

② 固定 t

令 $t = t_0$，波形曲线的正向最大位移为波峰，负向最大位移为波谷.

!!! 坐标原点处的质点振动的初相等于整个波动的初相.

两点相位差与距离差的关系

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi}\Delta\varphi$$

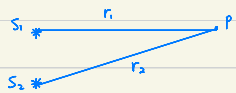
第4章

光的干涉

两光波叠加

△ 相干

P处的光矢量的振动 $\begin{cases} E_1 = A_1\cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda} + \varphi_1\right) \\ E_2 = A_2\cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_2}{\lambda} + \varphi_2\right) \end{cases}$



$$E_0^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\Delta\varphi$$

合振动的振幅 $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$ $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

光强分布 $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$

光强平均值 $\bar{I} = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} I\,dt = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\,\frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t}\cos(\Delta\varphi)\,dt$

光的相干叠加

相干条件 ① 振动频率相同

② 振动方向相同

③ 相位差恒定

$\bar{I} = \underbrace{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}}_{I_{max},\ I_{min}\ (-2\sqrt{I_1I_2})}\cos\Delta\varphi$

$\begin{cases} \text{干涉相长}, & \Delta\varphi = \pm 2k\pi \\ \text{干涉相消}, & \Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi \end{cases}$ $(k = 0, 1, 2\cdots)$

△ 非相干

$\Delta\varphi$ 恒定 $\Rightarrow \int_0^{\Delta t}\cos\Delta\varphi\,dt = 0$

$\therefore \bar{I} = I_1 + I_2$

光程与光程差

	速度	波长	频率
真空	c - 光速	λ	f
介质	u - 波速	λ'	

波速
$C = f\lambda$

介质的折射率 $n = \frac{c}{u} = \frac{\lambda}{\lambda'}$

$\boxed{\text{真空波长最长}}$

真空中相位差 $\Delta\varphi = \frac{2\pi r}{\lambda}$

介质中相位差 $\Delta\varphi' = \frac{2\pi r}{\lambda'} = \frac{2\pi n r}{\lambda}$

定义 nr 为光程

$nr = \frac{c}{u} r = ct$ （介质光程等于相同时间内光在真空走过的路程）

光程差 $\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1 \begin{cases} \text{明纹}, & \delta = \pm k\lambda, \ (k = 0, 1, 2 \cdots) \\ \text{暗纹}, & \delta = \pm (k - \frac{1}{2})\lambda, \ (k = 1, 2, \cdots) \end{cases}$

$\delta \longleftrightarrow \Delta\varphi \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$

光程差相等的点构成同一条干涉条纹

相邻两条明(或暗)纹之间光程差的变化为λ

透镜的等光程性

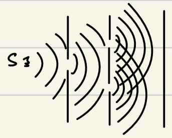
透镜会改变光线的传播方向，但对各光线不会引起附加的光程差

光从光疏到光密介质界面反射损失半个波长（半波损失）

分波阵面干涉

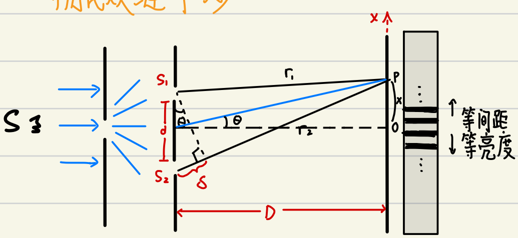
普通光源 → 相干光源的方法

分波阵面法



↓

杨氏双缝干涉



等差程

$$\delta = r_2 - r_1 = \underbrace{\pm k\lambda}_{\text{明}} = \underbrace{\pm\left(k-\tfrac{1}{2}\right)\lambda}_{\text{暗}} = d\sin\theta$$

$$\boxed{x = \frac{D}{d}\delta}$$

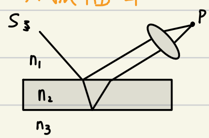
→ $x = \pm k\lambda \frac{D}{d}$ （明纹到中心距离）

→ $x = \pm\left(k-\frac{1}{2}\right)\lambda \frac{D}{d}$ （暗纹到中心距离）

纹距 $\boxed{\Delta x = \frac{D}{d}\lambda}$

光强 $\begin{cases} I_{max} = 4I_0 \rightarrow \text{单缝时的光强} \\ I_{min} = 0 \end{cases}$

分振幅法



当 $\begin{cases} n_3 > n_2 > n_1 \\ n_3 < n_2 < n_1 \end{cases}$ 无附加光程差（无半波损失）

当 $\begin{cases} n_3 > n_2 < n_1 \\ n_3 < n_2 > n_1 \end{cases}$ 有附加光程差（有半波损失）

↓

薄膜干涉

↙ 等倾干涉（无穷远处）

↘ 等厚干涉 <a> 后面

$$\boxed{\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

等厚干涉

劈尖干涉

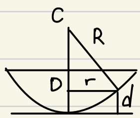
一般情况 $\delta=2nd\left(+\frac{\lambda}{2}\right)$ $\begin{cases}\delta=k\lambda & 明 \quad k=1,2,3\cdots\\ \delta=(2k+1)\frac{\lambda}{2} & 暗 \quad k=0,1,2\cdots\end{cases}$ 同花顺没有 $+\frac{\lambda}{2}$

两相邻条纹 $\Delta d=\frac{\lambda}{2n}$

条纹间距 $l\sin\theta=\frac{\lambda}{2n}$ (近似θ)

$l\approx\frac{\lambda}{2n\theta}$

牛顿环



$\delta=2d+\frac{\lambda}{2}$ $\begin{cases}\delta=k\lambda\ (明) & k=1,2,3\cdots\\ \delta=(k+\frac{1}{2})\lambda\ (暗) & k=0,1,2\cdots\end{cases}$

第k个暗环的半径 $\begin{cases}明纹: & r=\sqrt{(k-\frac{1}{2})\lambda R} \quad (k=1,2,\cdots)\\ 暗纹: & r=\sqrt{k\lambda R} \quad (k=0,1,2\cdots)\end{cases}$

光的干涉

干涉条纹明暗条件

$\delta=\begin{cases}\pm k\lambda & 明\\ \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} & 暗\end{cases}$

杨氏双缝 $\boxed{\delta=\frac{d}{D}nx}$

薄膜干涉

等倾 — $\delta=2d\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}$ 注意有无半波损失

等厚 劈尖 牛顿环 — $\delta=2dn_2+\frac{\lambda}{2}$

光的衍射

单缝衍射

衍射条纹明暗条件（半波带）

$\delta=\begin{cases}\pm k\lambda & 暗\\ \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} & 明\end{cases}$

$\boxed{\delta=a\sin\varphi}$

光栅衍射

多光束干涉 — 光栅方程 $\boxed{d\sin\varphi=\pm k\lambda \quad k_{max}<\frac{a+b}{\lambda}}$

单缝衍射 — 缺级现象 $k=\frac{a+b}{a}k'$

$\boxed{(a+b)\sin\varphi=\pm k\lambda}$

光的偏振 偏振光的获得

光的干涉

分波阵面干涉

杨 $\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$

$\delta = k\lambda$ 明 $(k=0,1,2\cdots)$

$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 暗 $(k=1,2,3\cdots)$

$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$

$x = \frac{D}{d}\delta$

分振幅干涉

- 等倾 不考
- 等厚
  - 劈尖 $\delta = 2nd + (\frac{\lambda}{2})$ 若同花顺则无，否则有
    - $\delta = k\lambda$ 明 $(k=1,2,3\cdots)$
    - $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 暗 $(k=0,1,2\cdots)$
    - $\Delta d = \frac{\lambda}{2n}$
  - 牛顿环 $\delta = 2nd + (\frac{\lambda}{2})$ 若同花顺则无，否则有
    - $\delta = k\lambda$ 明 $(k=1,2,3\cdots)$
    - $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 暗 $(k=0,1,2\cdots)$

第k个暗环的半径
- 明纹： $r = \sqrt{(k-\frac{1}{2})\lambda R}$ $(k=1,2,\cdots)$
- 暗纹： $r = \sqrt{k\lambda R}$ $(k=0,1,2\cdots)$

$r = \sqrt{2Rd}$

光学口诀

光程差很重要

明条纹整波长

暗条纹半波长

衍射明暗要对调

光的衍射（半波带法）

单缝衍射

$$\delta = b\sin\theta$$

$$\begin{cases} \delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明} \\ \delta = k\lambda & \text{暗} \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{f}{b}\lambda$$

光栅衍射

$$\delta = d\sin\theta$$

$$\delta = k\lambda \quad \text{明}$$

$$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{暗}$$

缺级：$\dfrac{d\sin\theta}{b\sin\theta} = \dfrac{k\lambda}{k'\lambda} \Rightarrow \dfrac{d}{b} = \dfrac{k}{k'}$

马吕斯定律

$I = I_0\cos^2\theta$

布儒斯特定律

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\text{后一种折射率}}{\text{前一种折射率}}$$