考试纪律承诺

本人自愿遵守学校考试纪律，保证以诚信认真的态度作答试卷。如有违纪，愿接受学校相关纪律处分。

本人签名：

学院 专业班级 ______ 学号 ______ 姓名 ______

装 订 线

2022-2023-1 学期　北京工商大学

《线性代数》期末试题　　试卷类型: A

题号	1	2	3	4	5	6	7	总分
得分								
题号	8	9	10	11	12	13	14	
得分								

考试纪律承诺：本人自愿遵守学校考试纪律，保证以诚信认真的态度作答试卷，独立完成，不与他人交流，如有雷同等违纪情况，接受学校相关纪律处分。

答题要求：

1.直接在 A4 纸上答题，不用抄题目，写清楚题目前的序号即可。

2. 务必保证每张答题纸都要写清楚姓名、学号，用黑色签字笔作答，字迹清楚。

3. 在指定时间内将答案拍照（清晰、正立、完整），把所有照片按照顺序粘到一个 word 文件里，文件命名格式为：**科目+学号+姓名**（例如：线性代数+ 2022111111+张三）。

4. 交卷: 将 word 文件发送到教师指定的邮箱。

一、简单计算题（本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分）

1. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}3&-1&-1&0\\1&0&1&2\\3&2&5&8\\1&2&0&-5\end{vmatrix}$.

2. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}$ 的逆矩阵.

3. 设 $A=\begin{pmatrix}\lambda&1&1\\1&\lambda&1\\1&1&\lambda\end{pmatrix}$，$r(A)=2$，求 λ 的值.

4. 已知向量组 $\alpha_1=(1,2,3)$，$\alpha_2=(4,5,6)$，$\alpha_3=(7,8,a)$ 线性相关，求 a 的值.

5. 求向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,-2)$，$\alpha_2=(2,5,-6,-5)$，$\alpha_3=(3,1,1,1)$，$\alpha_4=(-1,2,-7,-3)$ 的一个极大无关组，并用它来线性表示其它向量.

6. 已知三阶矩阵 A 与 $B=\begin{pmatrix}3&-2&0\\-2&2&-2\\0&-2&1\end{pmatrix}$ 相似，求行列式 $|2A-E|$ 的值.

7. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&2\\a&2&0\\2&0&0\end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量，求 a 的值.

8. 使用施密特正交化方法求与向量组 $\alpha_1=(1,2,2,-1)$，$\alpha_2=(1,1,-5,3)$，$\alpha_3=(3,2,8,-7)$ 等价的一个单位正交向量组.

二、计算题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

9. 解关于 x 的方程 $\begin{vmatrix}1&2&3&x+4\\1&2&x+3&4\\1&x+2&3&4\\x+1&2&3&4\end{vmatrix}=0$.

10. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}3&-1&0\\0&4&5\\2&1&2\end{pmatrix}$，$X$ 为三阶矩阵，E 为三阶单位矩阵，且满足矩阵方程 $A^2+3X=AX+9E$，求 X.

11. 解方程组 $\begin{cases}2x_1+9x_2-3x_3+2x_4=5\\x_1+4x_2-x_3+2x_4=3\\x_1+2x_2+x_3+6x_4=5\\3x_1+11x_2-2x_3+8x_4=10\end{cases}$，并用导出组的基础解系表示通解.

12. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-2&0\\-2&2&-2\\0&-2&x\end{pmatrix}$，已知 A 的一个特征向量是 $\alpha=(2,2,1)^T$，求 x 的值和矩阵 A 的所有特征值.

13. 设二次型 $f=3x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+2ax_2x_3$，其中 $a>0$，通过正交变换 $x=Qy$ 化成标准形 $f=y_1^2+3y_2^2+5y_3^2$，求 a 的值以及一个满足条件的正交矩阵 Q.

三、证明题（本大题共 1 小题，每小题 6 分，共 6 分）

14. 设 A,B 是 n 阶实对称矩阵，满足 $AB=BA$. 证明：存在正交矩阵 T，使得 $T^{-1}AT$ 和 $T^{-1}BT$ 都是对角矩阵.