Mayth: 高中数学人教版教学设计

LeyuDame

2024 年 7 月 17 日

目录

第一章　集合与常用逻辑用语

第二章　一元二次函数、方程和不等式

第三章　函数的概念与性质

第四章　指数函数与对数函数

4.1　指数函数的图象与性质

4.1.1　教材分析

2024-7-8

《指数函数的图象与性质》选自人教 A 版必修一函数部分第四章第二节，在此之前，学生已经学过了幂函数的图象与性质，而接下来则是对数函数部分，因此本节内容起着承上启下的作用。

4.1.2　学情分析

学生认知层面，

学生能力层面，

数学建模建立函数模型解决实际问题

第五章　三角函数

第六章　平面向量及其应用

第七章　复数

第八章　立体几何初步

8.1　球的表面积与体积

8.1.1　球的表面积

2024-4-29

我们在初中都学过圆的面积, 设圆的半径为 r, 则圆的面积为

$$S=\pi r^2.$$

上式说明圆的面积和半径有关, 进一步地讲, 圆的面积作为二维平面上的度量, 它和圆的半径的平方成正比. 此外, 圆的面积还包含了常数 π. 类似地, 同样是求面积, 我们是否可以推测球的表面积也和球的半径平方成正比呢？是否也和常数 π 有关呢？

公式 8.1.1 (球的表面积)**.** 设球的半径为 r, 则球的表面积

$$S_{球}=4\pi r^2.$$

下面给出一个不太严谨的球的表面积公式的证明方法, 主要是利用圆柱侧面积来近似代替球的表面积.

证明. 把一个半径为 r 的球的上半球横向切成 n (无穷大) 份, 每份等高并且把每份看成一个类似圆柱, 其中半径等于底面圆半径, 则从下到上第 k 个圆柱的侧面积为

$$S(k)=2\pi r_k h.$$

$$\begin{aligned}
&\because h=\frac{r}{n}, r_k=\sqrt{r^2-(kh)^2},\\
&\therefore S(k)=\frac{2\pi r}{n}\sqrt{r^2-(kh)^2}=2\pi r^2\sqrt{\frac{1}{n^2}-\frac{k^2}{n^4}}.\\
&\therefore S_{球}=\lim_{n\to+\infty}2[S(1)+S(2)+\cdots+S(n)]=4\pi r^2.
\end{aligned}$$

■

公式 8.1.2 (球的体积)**.** 设球的半径为 r, 则球的体积

$$V_{球}=\frac{4}{3}\pi r^3.$$

例 8.1.1. 如图 8.3-4, 某种浮标由两个半球和一个圆柱黏合而成, 半球的直径是 0.3 m, 圆柱高 0.6 m. 如果在浮标表面涂一层防水漆, 每平方米需要 0.5 kg 涂料, 那么给 1000 个这样的浮标涂防水漆需要多少涂料? (π 取 3.14)

解. 一个浮标的表面积为

$$2\pi\times0.15\times0.6+4\pi\times0.15^2=0.8478\left(\mathrm{~m}^2\right),$$

所以给 1000 个这样的浮标涂防水漆约需涂料

$$0.8478\times0.5\times1000=423.9(\mathrm{~kg}).$$

类比利用圆周长求圆面积的方法, 我们可以利用球的表面积求球的体积. 如图 8.3-5, 把球 O 的表面分成 n 个小网格, 连接球心 O 和每个小网格的顶点, 整个球体就被分割成 n 个“小锥体”.

当 n 越大, 每个小网格越小时, 每个“小锥体”的底面就越平, “小锥体”就越近似于棱锥, 其高越近似于球半径 R. 设 $O-ABCD$ 是其中一个“小锥体”, 它的体积

$$V_{O-ABCD} \approx \frac{1}{3} S_{ABCD} R.$$

由于球的体积就是这 n 个“小锥体”的体积之和, 而这 n 个“小锥体”的底面积之和就是球的表面积. 因此, 球的体积

$$V_{球} = \frac{1}{3} S_{球} R = \frac{1}{3} \times 4\pi R^2 \cdot R = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

由此, 我们得到球的体积公式

$$V_{球} = \frac{4}{3}\pi R^3.$$