

MAYTH: 高中数学人教版教学设计

LeyuDame

2024 年 7 月 12 日

目录

第一章 集合与常用逻辑用语	5
第二章 一元二次函数、方程和不等式	7
第三章 函数的概念与性质	9
第四章 指数函数与对数函数	11
4.1 指数函数的图象与性质	11
第五章 三角函数	15
第六章 平面向量及其应用	17
第七章 复数	19
第八章 立体几何初步	21
8.1 球的表面积与体积	21

第一章 集合与常用逻辑用语

111

第二章 一元二次函数、方程和不等式

第三章 函数的概念与性质

第四章 指数函数与对数函数

4.1 指数函数的图象与性质

4.1.1 教材分析

2024-7-8

《指数函数的图象与性质》选自人教 A 版必修一函数部分第四章第二节，在此之前，学生已经学过了幂函数的图象与性质，而接下来则是对数函数部分，因此本节内容起着承上启下的作用。

4.1.2 学情分析

学生认知层面，
学生能力层面，

数学建模建立函数模型解决实际问题

第五章 三角函数

第六章 平面向量及其应用

第七章 复数

第八章 立体几何初步

8.1 球的表面积与体积

8.1.1 球的表面积

2024-4-29

我们在初中都学过圆的面积, 设圆的半径为 r , 则圆的面积为

$$S = \pi r^2.$$

上式说明圆的面积和半径有关, 进一步地讲, 圆的面积作为二维平面上的度量, 它和圆的半径的平方成正比. 此外, 圆的面积还包含了常数 π . 类似地, 同样是求面积, 我们是否可以推测球的表面积也和球的半径平方成正比呢? 是否也和常数 π 有关呢?

公式 8.1.1 (球的表面积). 设球的半径为 r , 则球的表面积

$$S_{\text{球}} = 4\pi r^2.$$

下面给出一个不太严谨的球的表面积公式的证明方法, 主要是利用圆柱侧面积来近似代替球的表面积.

证明. 把一个半径为 r 的球的上半球横向切成 n (无穷大) 份, 每份等高并且把每份看成一个类似圆柱, 其中半径等于底面圆半径, 则从下到上第 k 个圆柱的侧面积为

$$S(k) = 2\pi r_k h.$$

$$\because h = \frac{r}{n}, r_k = \sqrt{r^2 - (kh)^2},$$

$$\therefore S(k) = \frac{2\pi r}{n} \sqrt{r^2 - (kh)^2} = 2\pi r^2 \sqrt{\frac{1}{n^2} - \frac{k^2}{n^4}}.$$

$$\therefore S_{\text{球}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2[S(1) + S(2) + \cdots + S(n)] = 4\pi r^2.$$

■

公式 8.1.2 (球的体积). 设球的半径为 r , 则球的体积

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

例 8.1.1. 如图 8.3-4, 某种浮标由两个半球和一个圆柱黏合而成, 半球的直径是 0.3 m, 圆柱高 0.6 m. 如果在浮标表面涂一层防水漆, 每平方米需要 0.5 kg 涂料, 那么给 1000 个这样的浮标涂防水漆需要多少涂料? (π 取 3.14)

解. 一个浮标的表面积为

$$2\pi \times 0.15 \times 0.6 + 4\pi \times 0.15^2 = 0.8478 \text{ (m}^2\text{)},$$

所以给 1000 个这样的浮标涂防水漆约需涂料

$$0.8478 \times 0.5 \times 1000 = 423.9 \text{ (kg)}.$$

类比利用圆周长求圆面积的方法, 我们可以利用球的表面积求球的体积. 如图 8.3-5, 把球 O 的表面分成 n 个小网格, 连接球心 O 和每个小网格的顶点, 整个球体就被分割成 n 个“小锥体”.

当 n 越大, 每个小网格越小时, 每个“小锥体”的底面就越平, “小锥体”就越近似于棱雉, 其高越近似于球半径 R . 设 $O-ABCD$ 是其中一个“小锥体”, 它的体积

$$V_{O-ABCD} \approx \frac{1}{3} S_{ABCD} R.$$

由于球的体积就是这 n 个“小锥体”的体积之和, 而这 n 个“小锥体”的底面积之和就是球的表面积. 因此, 球的体积

$$V_{\text{球}} = \frac{1}{3} S_{\text{球}} R = \frac{1}{3} \times 4\pi R^2 \cdot R = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

由此, 我们得到球的体积公式

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3} \pi R^3.$$