

Бутстрап.

Вот то, что я у вас беру за основу:

Бутстрап-оценка, задача:

$$\hat{\omega}_n = W_n^* = \hat{P}_n(T(P_n^*) - T(\hat{P}_n) > a_n),$$

где  $P_n^*$  – эмпирическая мера  $X_i^* \sim \hat{P}_n$ .

Оцениваем  $W_n^*$ :

$$\hat{W}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \chi(T(P_{ni}^*) - T(\hat{P}_n) > a_n). \quad (1)$$

Взвешенный бутстрап:

$$\tilde{P}_n(Y = X_i) = \frac{1}{n}(1 + a_n(h_n(X_i) - \bar{h}_n)),$$

$$h = q\sigma_q^{-2}, q - \text{функция влияния } T(P).$$

Дальше мои попытки:  $b_n = a_n\sigma$ ,

$$h_n(X_i) - \bar{h}_n = h(X_i),$$

тогда оценка получается

$$\tilde{P}_n(Y = X_i) = \frac{1}{n}(1 + b_n \frac{h(X_i)}{\sigma}).$$

Для начала генерируется некоторое (большое) количество  $X_i \sim \exp(\alpha)$  для модифицированной оценки Хилла

$$T(P) = \hat{\alpha}_H^{-1} = \frac{1}{n - m + 1} \sum_{i=m}^n Y_{i:n} - Y_{m:n}. \quad (2)$$

Строится дискретное распределение  $\tilde{P}_n(x = X_i)$  с учетом функции влияния. Далее для выборки равномерно генерируется  $n$  вероятностей  $p_n \in [0; 1]$ , и для них моделируется соответствующая бутстрап-выборка. Бутстрап получается, заметно хуже, чем все остальное, но получается (рисунок 1).

Почему-то не получается оценка «в лоб», когда я просто беру  $X_i \sim \exp(\alpha)$ , подставляю в (2) и считаю как доверительный интервал. Если я беру границу  $b_n$ , он получается выше, чем линия оценки существенной выборки (рисунок 2). Если  $a_n$ , то получается рисунок 3.

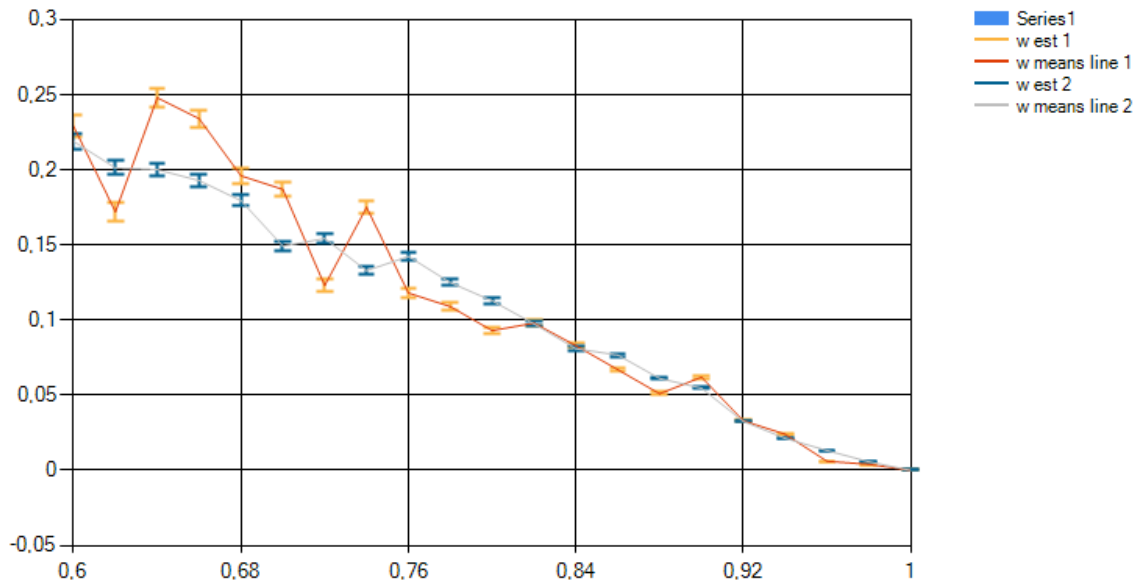


Рис. 1. Бутстрап. Синий: оценка сущ. выборки, оранжевый бутстрап

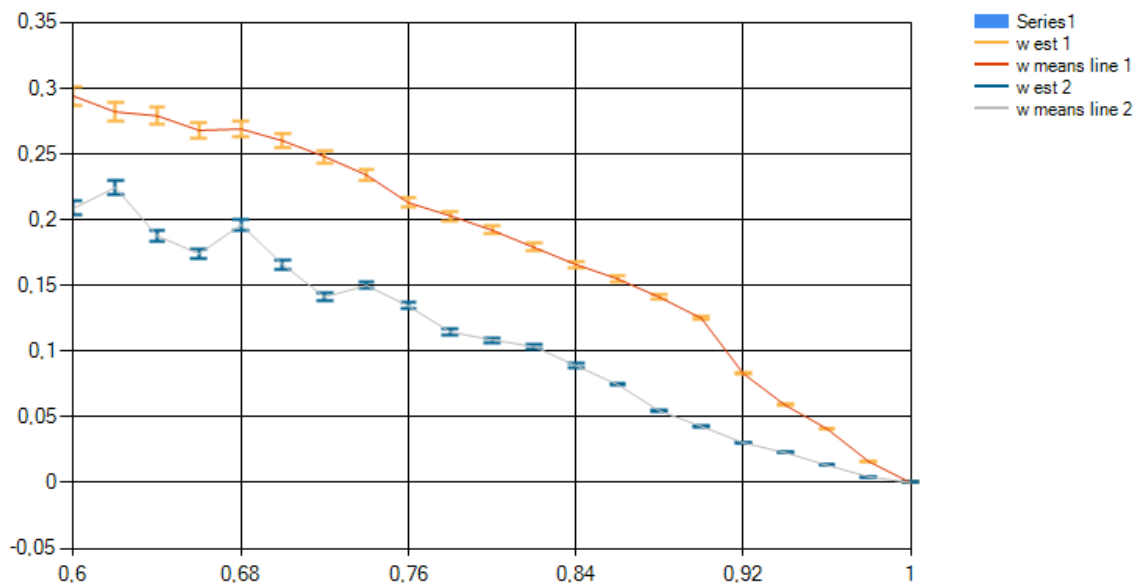


Рис. 2. бп. Синий: оценка сущ. выборки, оранжевый оценка «в лоб»

Разница между этими двумя вариантами в том, что я в первом случае использую индикатор

$$\chi(T(P_n^*) - T(\hat{P}_n) > b_n)$$

а во втором случае

$$\chi(T(P_n^*) - T(\hat{P}_n) > b_n \sigma_q)$$

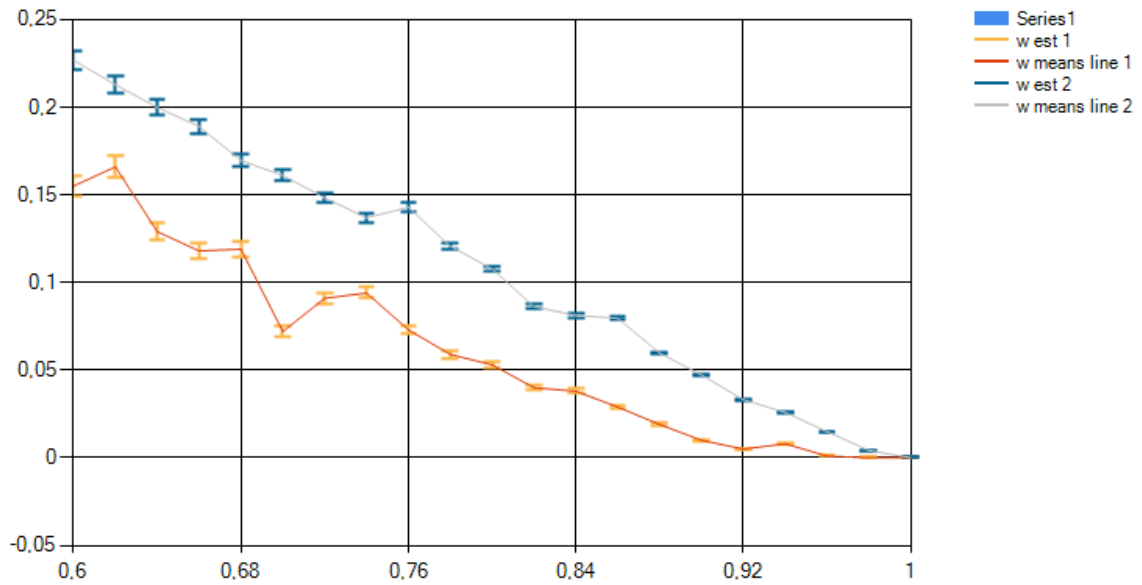


Рис. 3. ап. Синий: оценка сущ. выборки, оранжевый оценка «в лоб»

Третий случай работает, но мне кажется, это какая-то чушь (рисунок 4.):

$$\chi(T(P_n^*) - T(\hat{P}_n) > b_n \sqrt{\sigma_q})$$

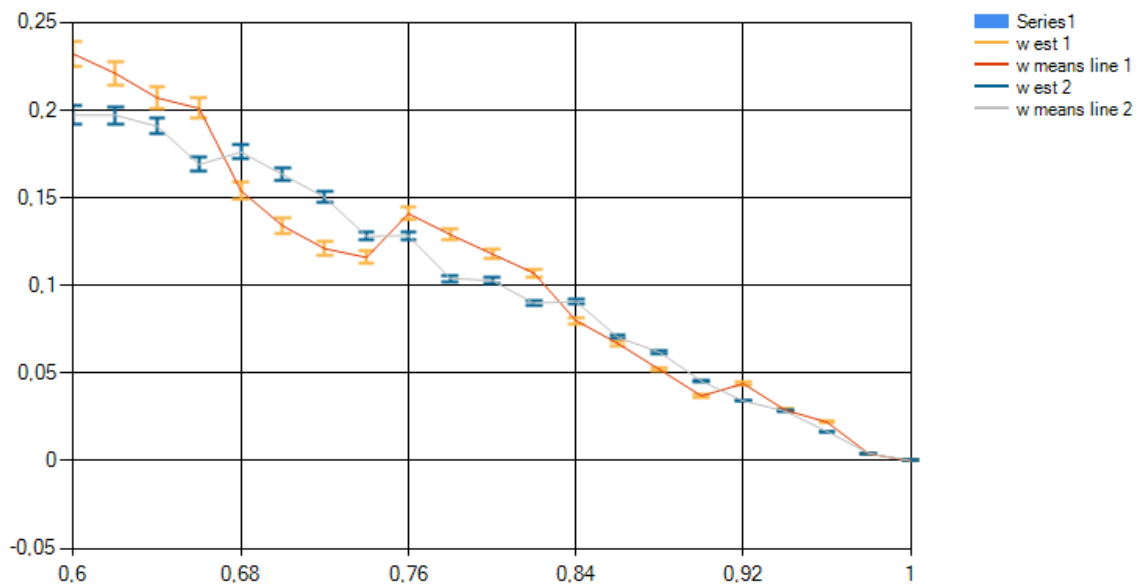


Рис. 4. Третий случай. Синий: оценка сущ. выборки, оранжевый оценка «в лоб»