Санкт-Петербургский государственный университет
Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Алгоритм в терминах линейной алгебры для поиска путей от нескольких стартовых вершин с регулярными ограничениями

Порсев Денис Витальевич, 19.Б10-мм

9 июня 2023

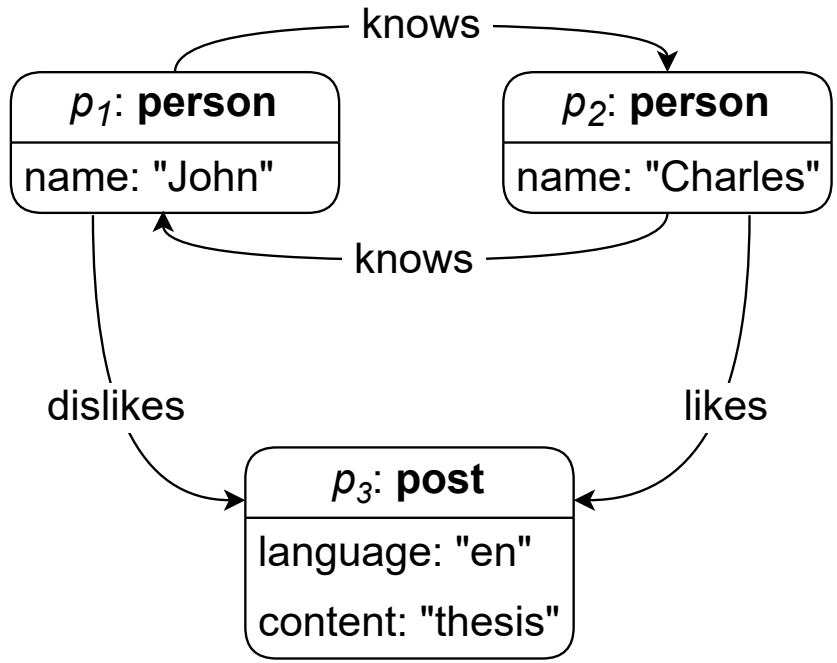
Научный руководитель: доцент кафедры информатики, к.ф.-м.н., С.В. Григорьев

Рецензент: эксперт ООО “Техкомпания Хуавэй” С.В. Моисеев

Санкт-Петербург
2023

Введение

- Графовая модель данных
  - Уникальный *Id* вершины
  - Вершины имеют свойства в формате ключ-значение
  - Метка из $\mathcal{L}$ на каждом ребре
- Применение:
  - Анализ социальных сетей
  - Биоинформатика
  - Графовые базы данных (Redis Graph, Neo4j)



$\mathcal{L}$: {*knows*, *likes*, *dislikes*}

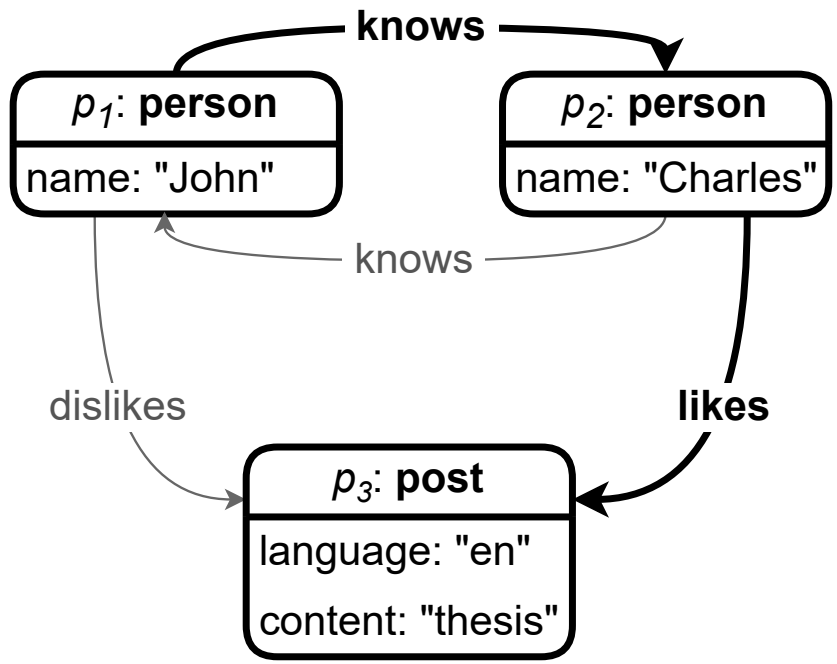
Поиск путей с регулярными ограничениями (RPQ)

- Запрос к графовой БД
- Ограничения на пути в графе в виде регулярного языка
- *Property paths* в SPARQL v1.1

  $?person\ :knows^*\ ?person\ .$
  $?person\ (:knows/:likes)^+\ ?post\ .$

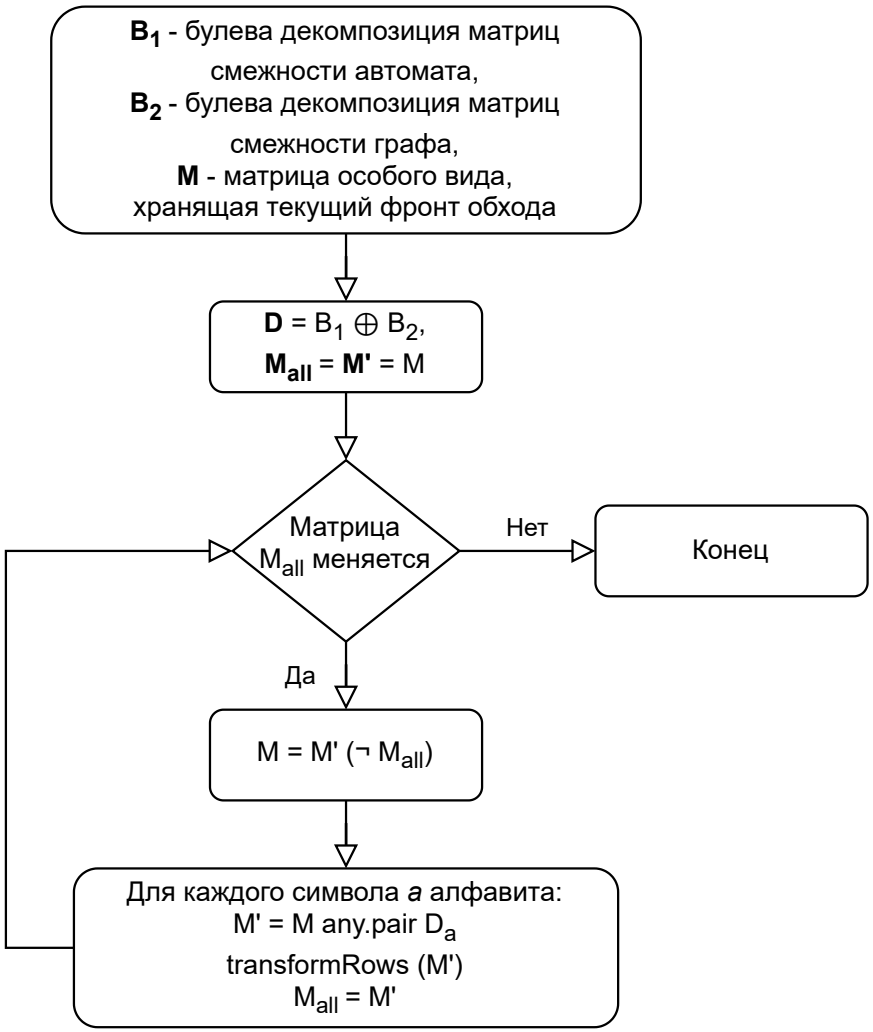
- Частичная поддержка в Cypher (Neo4j)

  $(person)-[:knows^*]->(person)$



Разработанный ранее алгоритм (MSBFS)

- Решает задачу RPQ
- Основан на матричном умножении
- Разреженные матрицы смежности
- BFS выражен в терминах линейной алгебры
- Реализован с помощью PyGraphBLAS[1]



[1] Обёртка над библиотекой примитивных операций с разреженной лин. алгеброй SuiteSparse:GraphBLAS

Постановка задачи

Цель: проведение экспериментального исследования алгоритма для решения задачи RPQ, основанного на поиске в ширину и выраженного в терминах линейной алгебры

Задачи:

- Выбрать множество аналогов для проведения сравнения с ними
- Подготовить датасет, состоящий из графов и регулярных запросов
- Спроектировать инструмент автоматизации экспериментов
- Провести экспериментальное исследование алгоритмов и проанализировать результаты

Существующие решения задачи RPQ

- Решения, основанные на использовании конечных автоматов и различных поисков (например, BFS)
- Datalog
  - \+ Выразителен
  - \+ Является стандартным бенчмарком для сравнения
  - − Необходимо самостоятельно реализовывать запросы с ограничениями в виде регулярных языков
- Решения, строящие индекс по путям в графе
  - \+ Получение результата за один просмотр индекса
  - − Большой расход памяти

Существующие решения задачи RPQ

MSBFS

- Решения, основанные на использовании конечных автоматов и различных поисков (например, BFS)
  - Выразимы с помощью матричных операций

- Datalog
  - \+ Выразителен
  - \+ Является стандартным бенчмарком для сравнения
  - – Необходимо самостоятельно реализовывать запросы с ограничениями в виде регулярных языков
- Решения, строящие индекс по путям в графе
  - \+ Получение результата за один просмотр индекса
  - – Большой расход памяти

Выбор аналогов

- Реализация тензорного алгоритма в репозитории CFPQ_Pyalgo[2]
  - Представление запросов:

$$l^* \Rightarrow S \rightarrow l\ S \mid \epsilon$$

- Souffle — реализация Datalog, часто используемая в задачах языкового анализа и набирающая большую популярность
  - Генерация программ Datalog:

$$l^*$$
$$\Downarrow$$
$$path(x, y) :- edge(x, l, z), path(z, y).$$
$$path(x, y) :- edge(x, l, y).$$

- Алгоритмы, строящие индексы, не вошли в сравнительный анализ
  - Большинство встроены в системы баз данных

[2]Репозиторий для исследования алгоритмов поиска путей с ограничениями в виде формальных языков, реализованных на основе стандарта GraphBLAS

Сбор данных: графы

Данные:

- RDF-графы
- Социальные сети

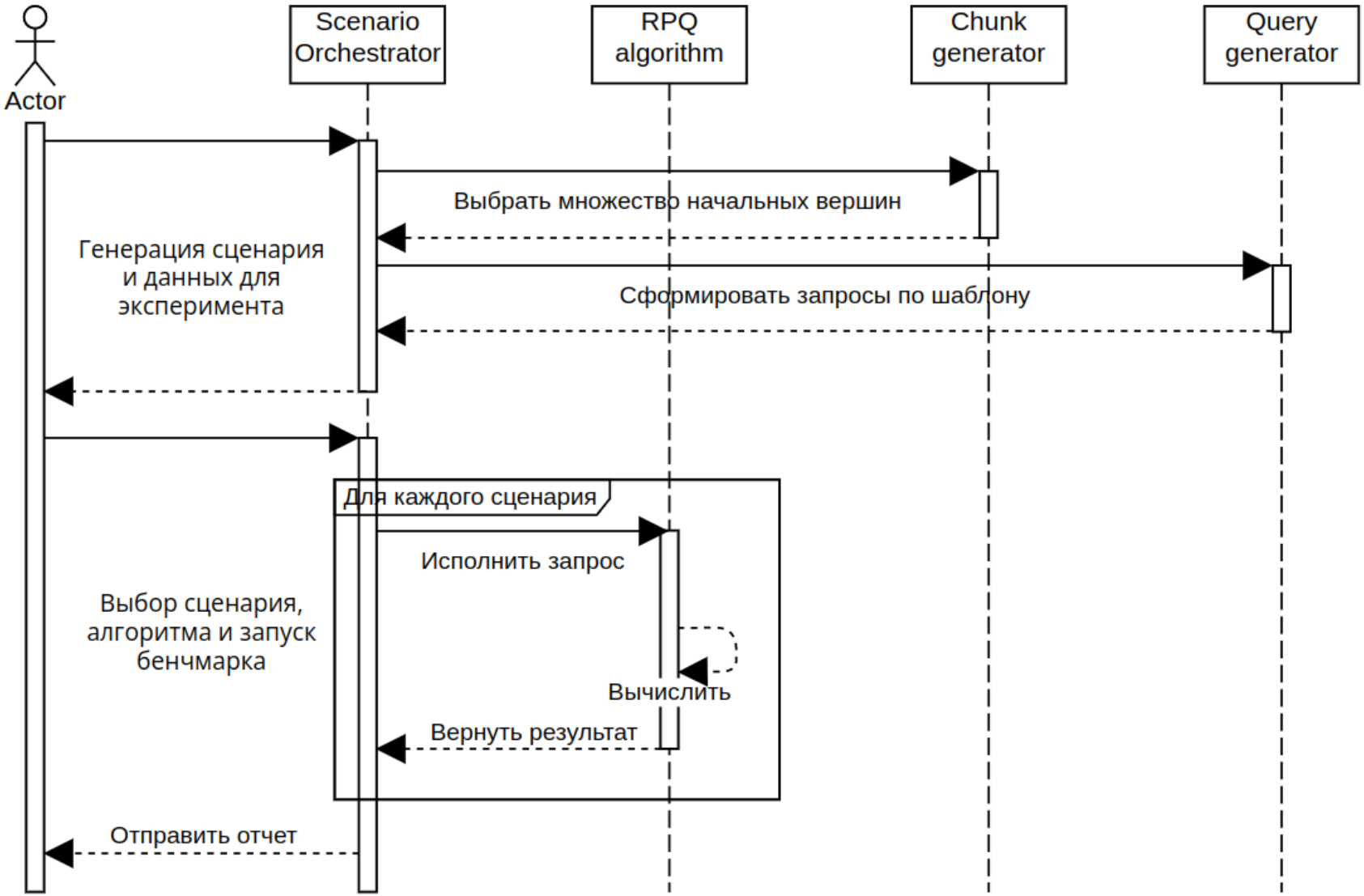
Graph	#V	#E	#L
enzyme	48 815	86 543	14
eclass	239 111	360 248	10
go	582 929	1 437 437	47
geospecies	450 609	2 201 532	158
taxonomy	5 728 398	14 922 125	21
advogato	6 541	51 127	3
youtube	15 088	27 257 790	5

Сбор данных: запросы

- Набор из 16 популярных шаблонов для запросов
- Генерация запросов с самыми популярными метками

Name	Query	Name	Query
q_0	a^*	q_8	$a \cdot b$
q_1	$a \cdot b^*$	q_9	$a \cdot b \cdot c$
q_2	$a \cdot b^* \cdot c^*$	q_{10}	$a \cdot b \cdot c \cdot d$
q_3	$a \cdot b^* \cdot c$	q_{11}	$(a \cdot b)^+ \mid (c \cdot d)^+$
q_4	$a^* \cdot b^*$	q_{12}	$(a \cdot (b \cdot c)^*)^+ \mid (d \cdot e)^+$
q_5	$a \cdot b \cdot c^*$	q_{13}	$(a \cdot b \cdot (c \cdot d)^*)^+ \mid (e \mid f)^*$
q_6	$(a \mid b \mid c \mid d \mid e)^+$	q_{14}	$(a \mid b)^+ (c \mid d)^+$
q_7	$(a \mid b \mid c \mid d \mid e) \cdot f^*$	q_{15}	$a \cdot b \cdot (c \mid d \mid e)$

Инструмент для автоматизации экспериментов



Экспериментальное исследование

Конфигурация:

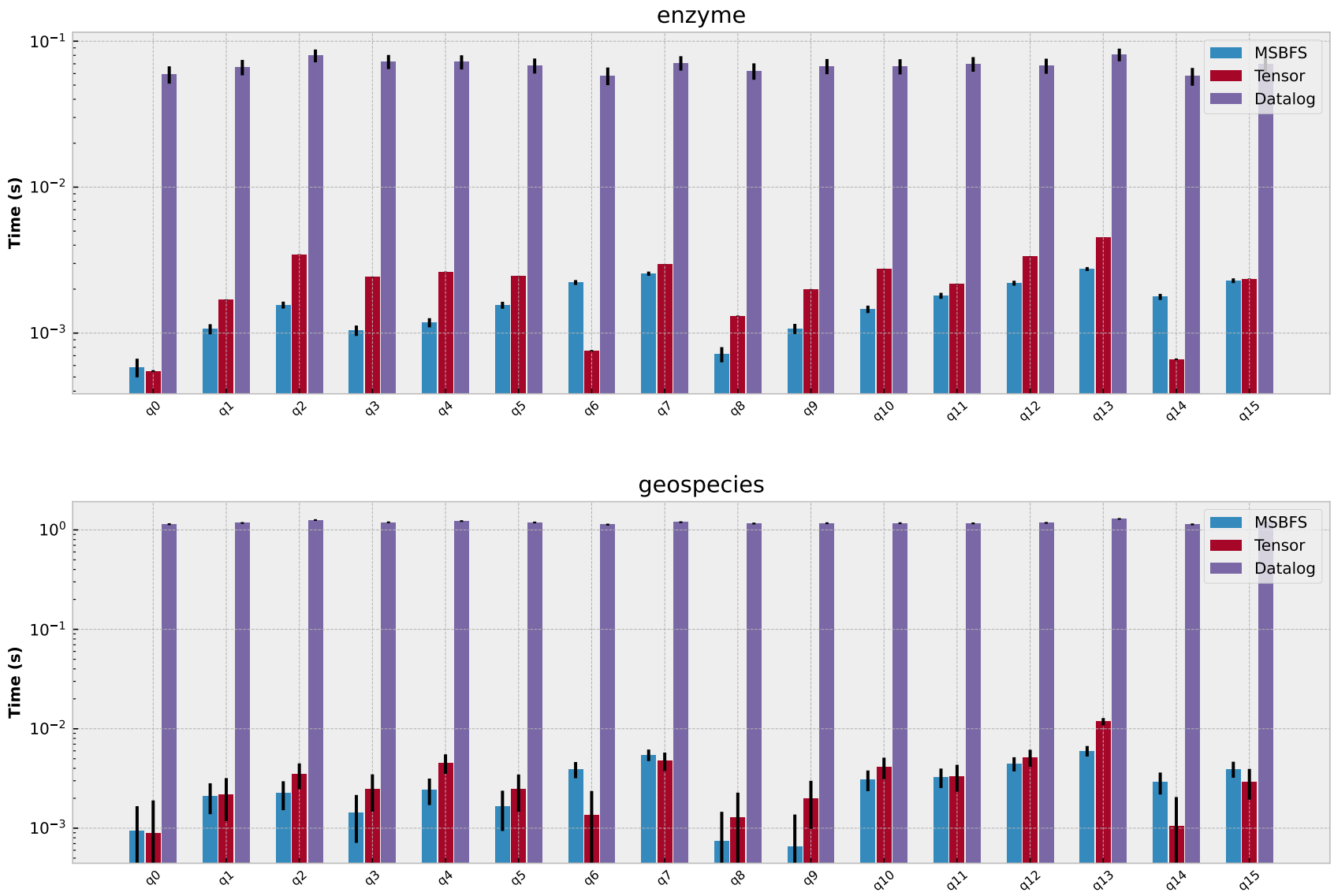
- Ubuntu 20.04, процессор Intel i7-4790 CPU @ 3.60GHz CPU, оперативная память DDR4 64 Gb

Исследовательские вопросы:

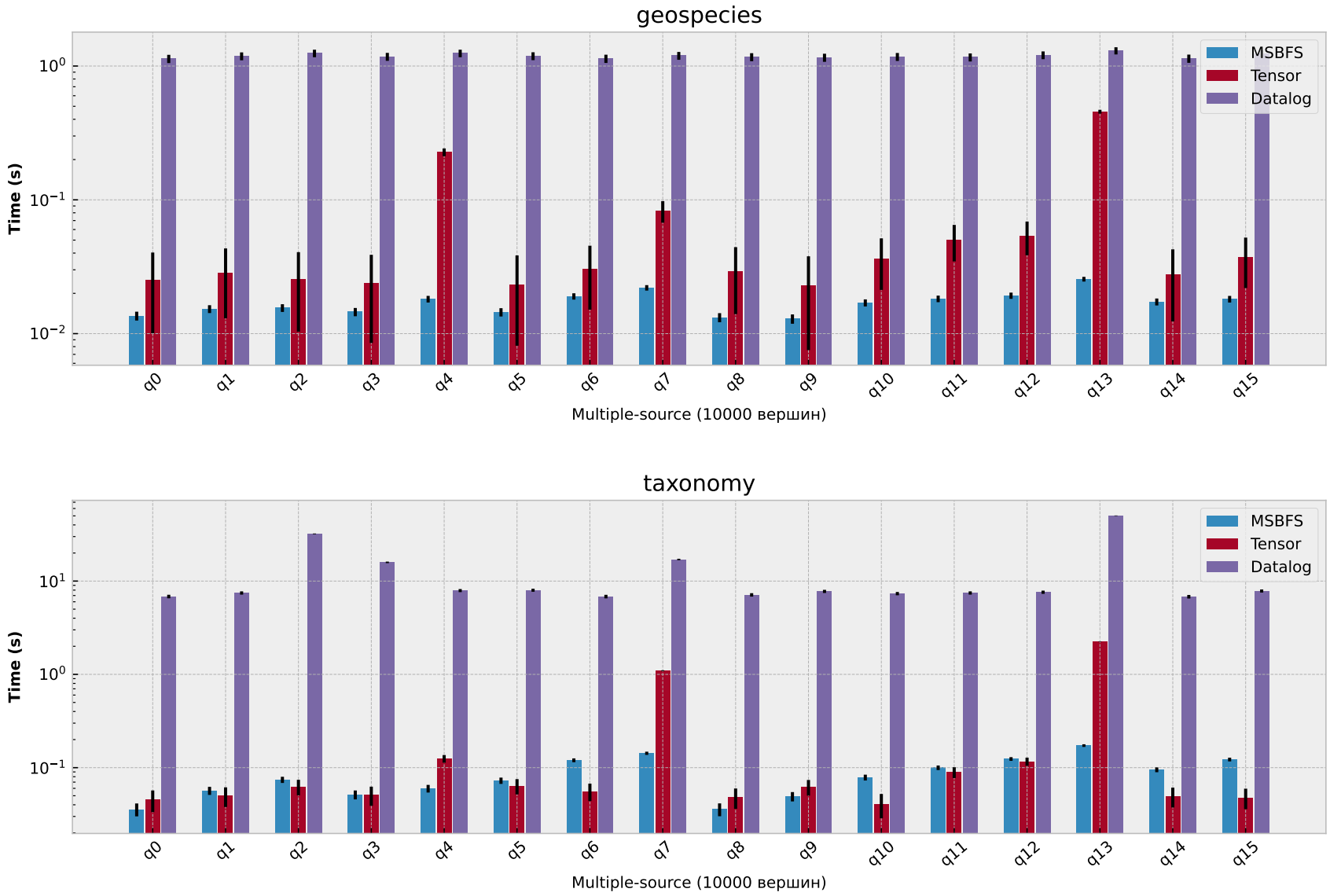
B1: Какова производительность разработанного алгоритма по сравнению с существующими аналогами?

B2: Как влияет размер множества стартовых вершин на производительность реализации разработанного алгоритма?

B1: Single–source запросы



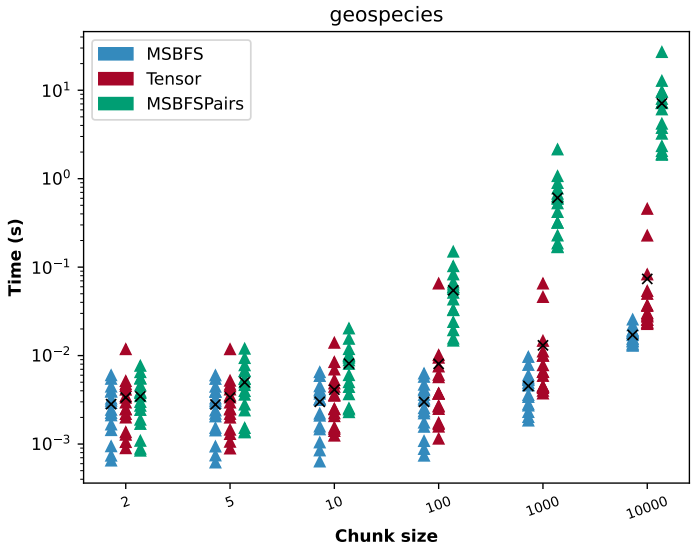
B1: Multiple-source запросы (10 000 стартовых вершин)

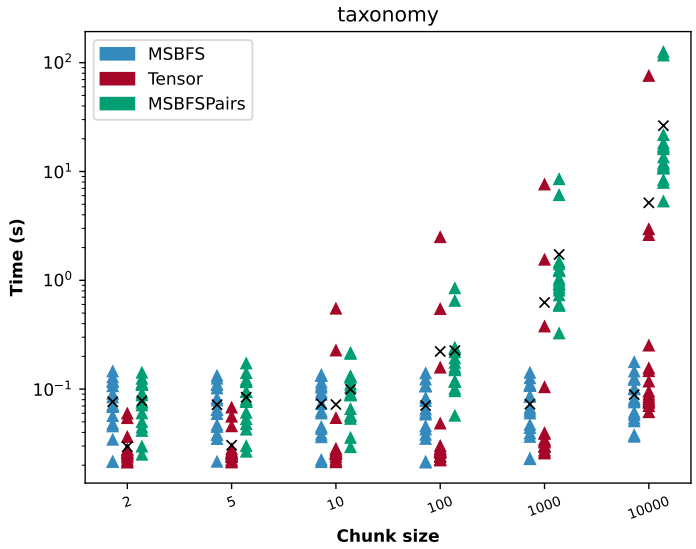


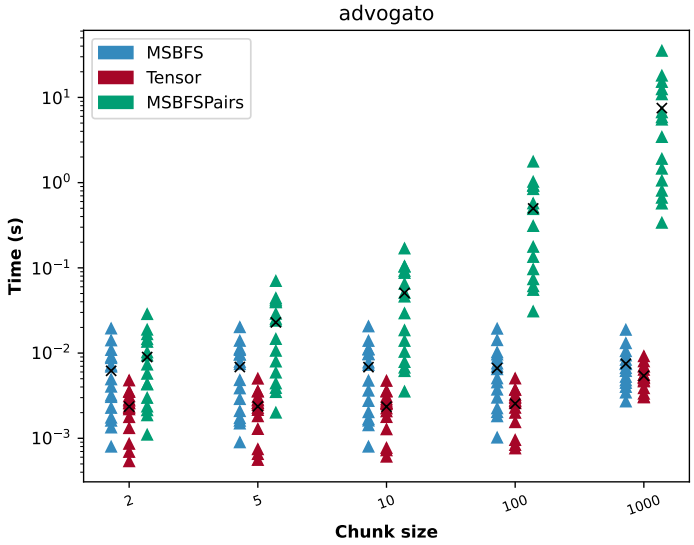
B2: постановка эксперимента

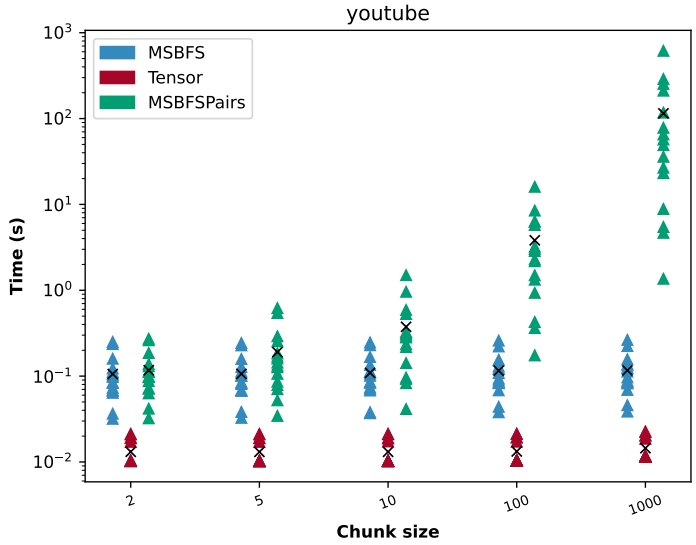
- Число стартовых вершин: 1, 2, 5, 10, 100, 1000, 10000
- Две реализации MSBFS:
  - MSBFS находит множество достижимых вершин
  - MSBFSPairs находит множество достижимых вершин для каждой стартовой вершины
- Сравнение с тензорным алгоритмом
- Взяты самые большие RDF графы + графы социальных сетей

B2: Размер множества стартовых вершин







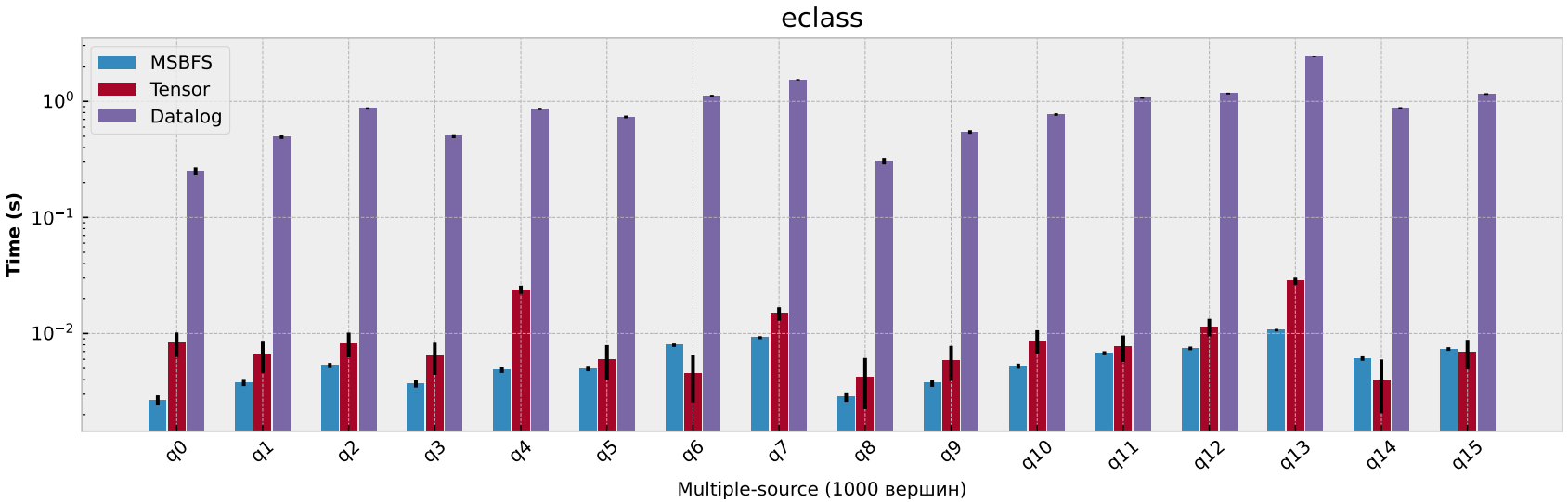


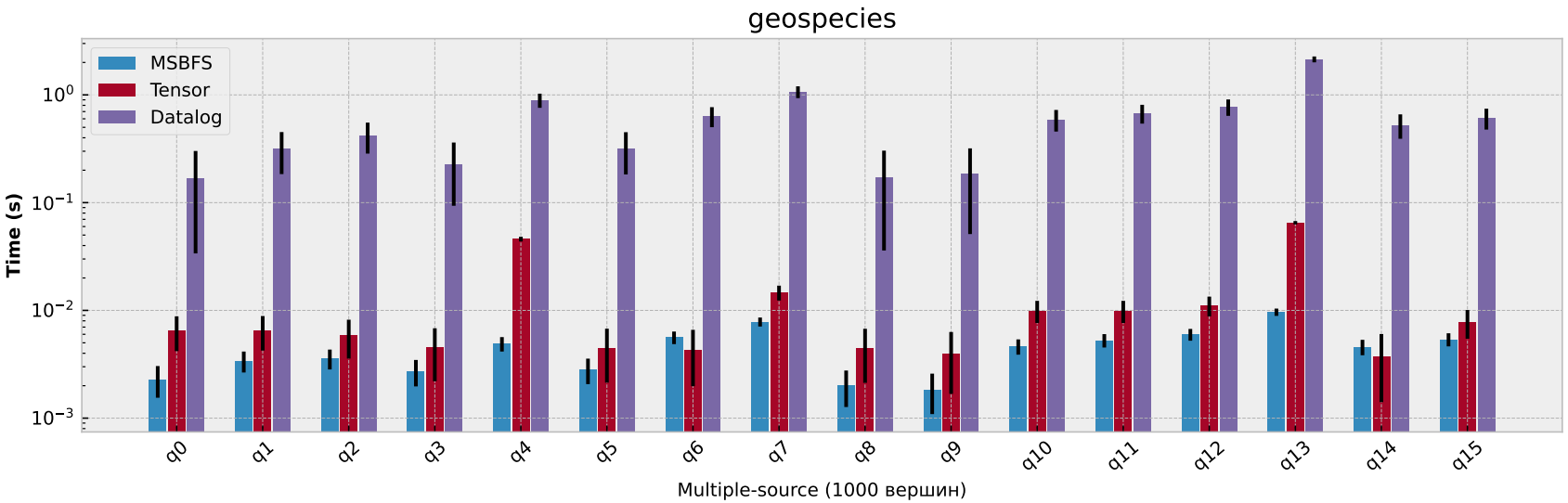
Результаты

- Проведен обзор и выбрано два аналога для сравнения: тензорный алгоритм, Datalog (Souffle)
- Собран датасет из графов и регулярных запросов
- Разработан инструмент[3] для автоматизации экспериментов
- Проведено экспериментальное исследование нового алгоритма:
  - Алгоритм MSBFS показывает приемлемое время работы, опережает Datalog
  - На графах RDF алгоритм MSBFS в среднем более производителен аналогов, на графах социальных сетей тензорный алгоритм оказался самым быстрым
  - При увеличении числа стартовых вершин несущественное падение производительности реализации MSBFS множество-множество; для MSBFSPairs наблюдается сильный рост времени исполнения

[3] https://github.com/bahbyega/paths-benchmark

Дополнительно B1: Multiple-source запросы (1 000)





Дополнительно: Алгоритм в псевдокоде

Algorithm 1 Алгоритм в терминах линейной алгебры для поиска путей от нескольких стартовых вершин с регулярными ограничениями

procedure MSBFS $(\mathcal{R} = \langle Q, \Sigma, P, F, Q_s \rangle, \mathcal{G} = \langle V, E, L \rangle, V_s)$
  $k \leftarrow |Q|$, $n \leftarrow |V|$
  $\mathcal{M}_A \leftarrow$ булева декомпозиция матрицы смежности для $\mathcal{R}$
  $\mathcal{M}_G \leftarrow$ булева декомпозиция матрицы смежности для $\mathcal{G}$
  for all $q \in Q_s$ **do**
    for all $v \in V_s$ **do**
      $M[q, q + v + 1] \leftarrow 1$ ▷ Где $M^{k \times (k+n)}$ с 1 на главной диагонали
  for all $a \in (\Sigma \cap L)$ **do**
    $\mathcal{D}_a \leftarrow \mathcal{M}_A \bigoplus \mathcal{M}_G$
  $M' \leftarrow M$, $M_{all} \leftarrow M$
  while Матрица M_{all} меняется **do**
    $M \leftarrow M' \langle \neg M_{all} \rangle$
    for all $a \in (\Sigma \cap L)$ **do**
      $M' \leftarrow M$ any.pair $\mathcal{D}_a$ ▷ Матр. умножение в полукольце
      $M' \leftarrow TransformRows(M')$ ▷ Приведение M' к виду M
      $M_{all} \leftarrow M'$
  return M_{all}