



Matière : Méthodes Numériques
Spécialité : 3 ING Informatique
Réalisé par : Mr MERZOUG Mohammed
Mr ETCHIALI Abdelhak

Année Universitaire : 2025-2026

TP 02

Algorithmes de descente et de remontée

1. **Objectif** : Résoudre un système linéaire triangulaire de type : supérieur et inférieur.

2. **Enoncé** : Ecrire en langage python les fonctions des deux algorithmes suivants :

a. **Algorithme de la méthode de descente :**

- ✓ Les données d'entrée : la matrice triangulaire inférieure **A** et le vecteur **b**.
- ✓ La solution est le vecteur **X**.

Données : $A = (A[i,j])_{1 \leq i,j \leq n}$ $b = (b[i])_{1 \leq i \leq n}$
Début

```
x[1] ←————  $\frac{b[1]}{A[1,1]}$ 
pour i = 2 .. n faire
    sum ←———— 0
    pour j = i-1..1 faire
        sum ←———— sum + aij xj
    fin pour
    x[i] ←————  $\frac{b[i]-sum}{A[i,i]}$ 
fin pour
fin
```

b. **Algorithme de la méthode de remontée :**

- ✓ Les données d'entrée : la matrice triangulaire supérieure A et le vecteur b.
- ✓ La solution est le vecteur X .

Données : $A = (A[i,j])_{1 \leq i,j \leq n}$ $b = (b[i])_{1 \leq i \leq n}$
Début

```
x[n] ←————  $\frac{b[n]}{A[n,n]}$ 
pour i = n-1 .. 1 faire
    sum ←———— 0
    pour k = i+1 .. n faire
        sum ←———— sum + aik xk
    fin pour
    x[i] ←————  $\frac{b[i]-sum}{A[i,i]}$ 
fin pour
fin
```

Remarque: il faut adapter les indices des boucles des algorithmes, car en langage python, un tableau débute par l'indice 0.

3. Tester les résultats pour les systèmes suivants :

a- Matrice triangulaire supérieure (à résoudre par remontée) :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

la solution est : $X = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

la solution est : $X = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

b- Matrice triangulaire inférieure (à résoudre par descente) :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

la solution est : $X = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ -1 \\ -15 \end{bmatrix}$$

la solution est : $X = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$