

# 紅黑樹

## 題目一：驗證紅黑樹是否合法

### 題目描述

給你一棵二元樹，其節點結構如下（語言僅供參考）：

```
class TreeNode:  
    def __init__(self, val, color, left=None, right=None):  
        self.val = val      # int  
        self.color = color    # 'R' or 'B'  
        self.left = left  
        self.right = right
```

請實作函式：

```
class Solution:  
    def isValidRedBlackTree(self, root: Optional[TreeNode]) → bool:  
        pass
```

判斷該樹是否為一棵**合法的紅黑樹**。紅黑樹需同時滿足以下性質：

1. 每個節點要嘛是紅色，要嘛是黑色。
2. 根節點必須是黑色。
3. 所有葉節點（NIL / 空節點）視為黑色。
4. 如果一個節點是紅色，則它的兩個子節點必須都是黑色。
5. 對任一節點，從該節點到其所有後代 NIL 節點的路徑上，黑色節點數量必須都相同（黑高一致）。

若滿足以上條件，回傳 `true`，否則回傳 `false`。

### 範例 1：

輸入：

root = [10(B), 5(R), 15(R)]

結構：

```
10(B)
 / \
5(R) 15(R)
```

輸出：

false

解釋：

兩個紅色節點 (5, 15) 皆為紅色且皆為根的子節點，但紅色節點可以有黑色父節點，這裡沒有違反「紅節點不可有紅父節點」，然而若其下層結構導致黑高不一致或其他性質不符，仍需判定為 false（實作時需完整檢查所有條件；此範例可自行設計更完整樹結構）。

範例 2：

輸入：

root = [10(B), 5(R), 15(B), 2(B), 7(B)]

結構：

```
10(B)
 / \
5(R) 15(B)
 / \
2(B) 7(B)
```

輸出：

true

提示

- 你可以撰寫一個遞迴函式同時計算「是否有效」與「每條路徑黑節點數」，若發現不一致即可提早返回。
- NIL 子節點視為黑色，計算黑高時需納入。

### 限制條件

- 節點數量  $1 \leq N \leq 10^5$
- 節點值  $10^9 \leq \text{val} \leq 10^9$
- 顏色只會是 'R' 或 'B'

## 題目二：設計支援插入與搜尋的紅黑樹

### 題目描述

請你設計一個支援以下操作的資料結構 RedBlackTree：

- `insert(x)`：將整數 `x` 插入紅黑樹中。如果 `x` 已存在，可以選擇忽略或自行定義規則（例如允許重複或維護計數），在題目中假設不會測重複值情況。
- `search(x)`：回傳布林值，表示整數 `x` 是否存在於樹中。

在每次插入後，你必須維持紅黑樹的所有性質（透過旋轉與重新著色）。

實作介面（語言範例）：

```
class RedBlackTree:

    def __init__(self):
        pass

    def insert(self, val: int) -> None:
        pass

    def search(self, val: int) -> bool:
        pass
```

線上測試系統會給你一連串操作：

```
operations = ["RedBlackTree", "insert", "insert", "search", "insert", "search"]
values     = [[],           [10],      [5],       [10],      [20],    [15]]
```

你需要回傳對應的輸出：

```
[null, null, null, true, null, false]
```

### 範例 1：

輸入：

```
operations = ["RedBlackTree", "insert", "insert", "insert", "search", "search"]
values     = [[],           [10],      [5],       [15],      [5],       [20]]
```

輸出：

```
[null, null, null, null, true, false]
```

### 解釋：

- 建立一棵空的紅黑樹
- 插入 10、5、15，經過一連串旋轉與著色後，樹仍為合法紅黑樹
- `search(5)` 回傳 `true`
- `search(20)` 回傳 `false`

### 提示

- 你必須實作：
  - 左旋與右旋操作
  - 插入後的修正流程（Case 1/2/3：叔叔紅或黑）
- 測試資料不會檢查你輸出樹結構，只會檢查 `search` 的正確性，但你仍必須維持紅黑樹性質，否則在隱藏測資（大量插入後再搜尋）可能超時或錯誤。

### 限制條件

- 操作次數  $1 \leq Q \leq 10^5$

- 插入的整數  $10^9 \leq x \leq 10^9$
  - 不保證操作順序中 `insert` 與 `search` 的比例
-