



Rapport du TP1

LAURIOL François, GRAS Yael

Département Sciences du Numérique - Première année
2021-2022

Table des matières

1	Introduction	4
2	Étude de modulateurs bande de base	4
2.1	Introduction	4
2.2	Modulateurs à étudier et comparer	4
2.3	Étude réalisée	4
2.3.1	Modulateur 1	5
2.3.2	Modulateur 2	6
2.3.3	Modulateur 3	7
2.3.4	Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale	8
3	Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist	8
3.1	Introduction	8
3.2	Étude sans canal de propagation	9
3.3	Étude avec canal de propagation sans bruit	11
4	Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance	14
4.1	Introduction	14
4.2	Chaine de référence	14
4.3	Première chaîne à étudier, planter et comparer à la chaîne de référence	16
4.3.1	Implantation de la chaîne sans bruit	17
4.3.2	Implantation de la chaîne avec bruit	18
4.4	Deuxième chaîne à étudier, planter et comparer à la chaîne de référence	20
4.5	Implantation de la chaîne sans bruit	20
4.6	Implantation de la chaîne avec bruit	21
5	Conclusion	23
6	Références	23

Table des figures

1	Tracé du signal transmis du modulateur 1	5
2	Tracé de la densité spectrale de puissance du modulateur 1, avec son tracé théorique	5
3	Tracé du signal transmis du modulateur 2	6
4	Tracé de la densité spectrale de puissance du modulateur 2, avec son tracé théorique	6
5	Tracé du signal transmis du modulateur 3	7
6	Tracé de la densité spectrale de puissance du modulateur 3 normalisée, avec son tracé théorique	7
7	Tracés de la densité spectrale de puissance des trois modulateurs normalisée	8
8	Tracé du signal en sortie du filtre de réception, sans canal de propagation	9
9	Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission	9
10	Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception	10
11	Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission	11
12	Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception	11
13	Réponses $ H(f)H_r(f) $ (en bleu) et $H_c(f)$ (en rouge) normalisées	12
14	Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission	13
15	Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception	13
16	Réponses $ H(f)H_r(f) $ (en bleu) et $H_c(f)$ (en rouge) normalisées	14
17	Tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0	15

18	Tracé du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB, avec le TEB théorique de la chaîne étudiée (en rouge).	15
19	Réponses impulsionales des filtres d'émission (à gauche) et de réception (à droite).	16
20	Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$	16
21	Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception	17
22	Tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0	18
23	Tracé du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB, avec le TEB théorique de la chaîne étudiée.	19
24	Comparaison des taux d'erreur binaire obtenus avec la nouvelle chaîne et avec la chaîne de référence.	19
25	Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception	20
26	Tracé du TES obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB, avec le TES théorique de la chaîne étudiée.	21
27	Tracé du TEB obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB, avec le TEB théorique de la chaîne étudiée.	21
28	Tracés des taux d'erreur binaire obtenus avec la nouvelle chaîne avec celle de la chaîne de référence.	22

1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce rapport était de mettre en place plusieurs chaînes de transmission en bande de base, tout en évaluer leur efficacité spectrale et en puissance. Nous devions identifier les solutions les plus optimales en comparant les performances des différentes chaînes de transmission en bande de base.

2 Étude de modulateurs bande de base

2.1 Introduction

Ce premier travail va être dédié à l'étude des modulateurs bande de base et, en particulier, à l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

2.2 Modulateurs à étudier et comparer

Les modulateurs suivants ont été étudiés et comparés en termes d'efficacité spectrale :

- Modulateur 1 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_1} = N_{s_1} T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 2 :
 - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_2} = N_{s_2} T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 3 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : racine de cosinus surélevé.

2.3 Étude réalisée

Les modulateurs précédemment décrits ont été implantés sous Matlab avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un même débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde.

2.3.1 Modulateur 1

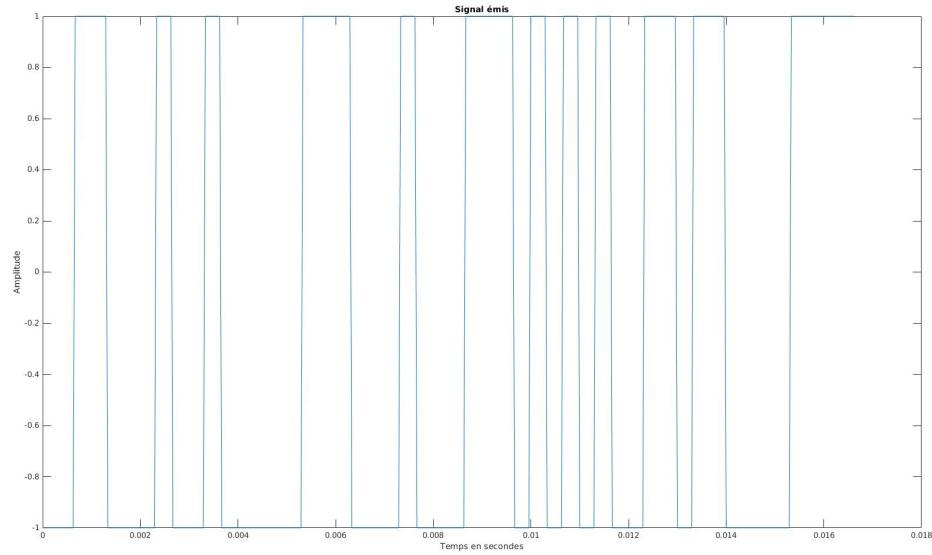


FIGURE 1 – Tracé du signal transmis du modulateur 1

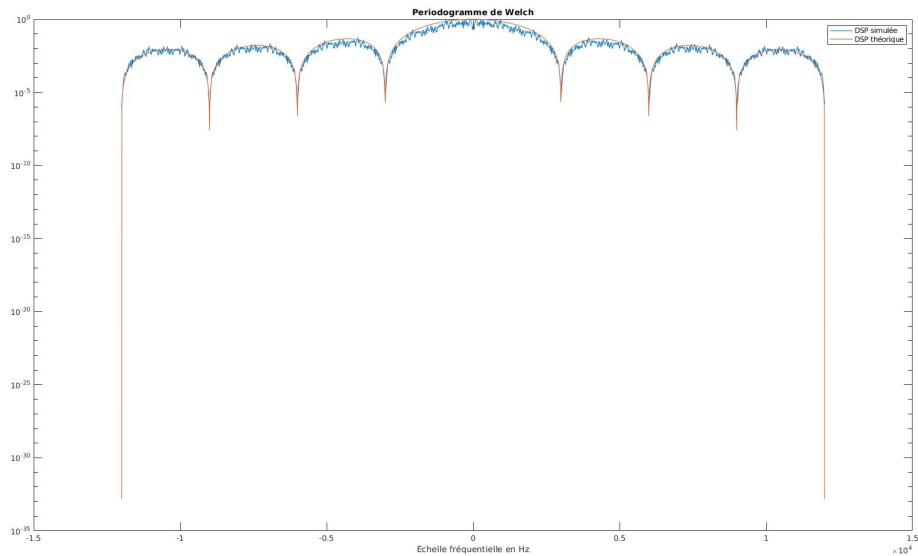


FIGURE 2 – Tracé de la densité spectrale de puissance du modulateur 1, avec son tracé théorique

2.3.2 Modulateur 2

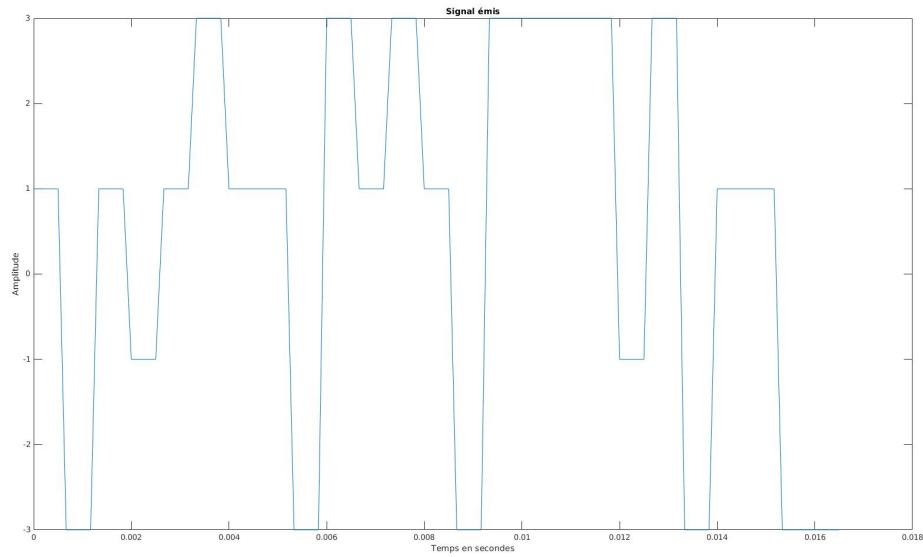


FIGURE 3 – Tracé du signal transmis du modulateur 2

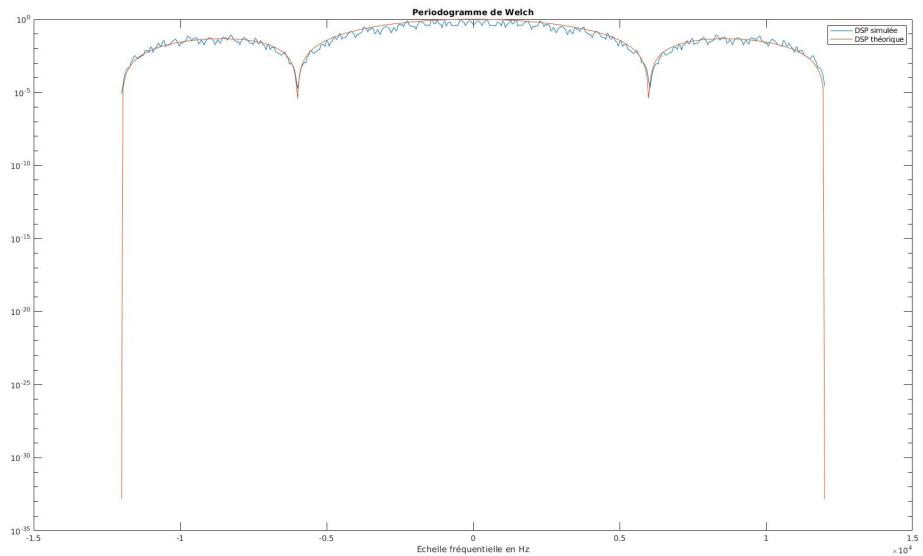


FIGURE 4 – Tracé de la densité spectrale de puissance du modulateur 2, avec son tracé théorique

2.3.3 Modulateur 3

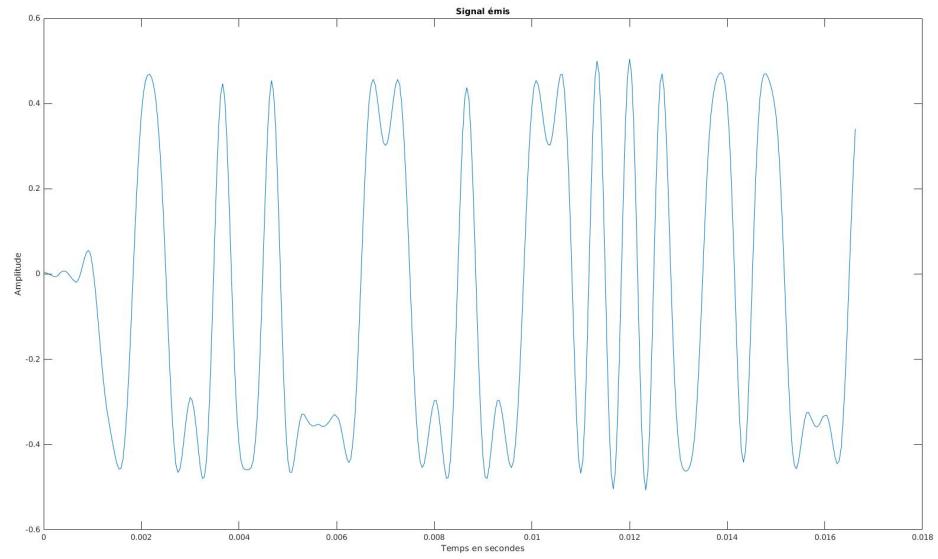


FIGURE 5 – Tracé du signal transmis du modulateur 3

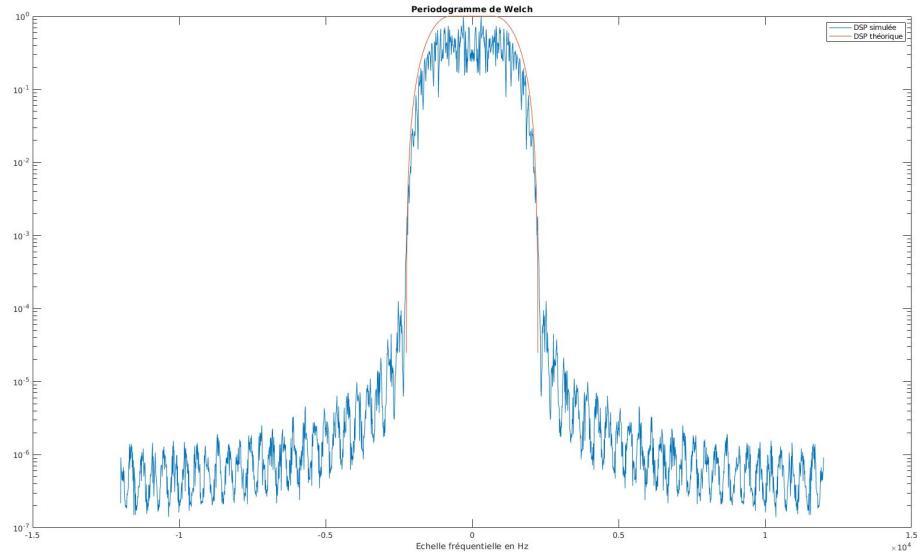


FIGURE 6 – Tracé de la densité spectrale de puissance du modulateur 3 normalisée, avec son tracé théorique

2.3.4 Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale

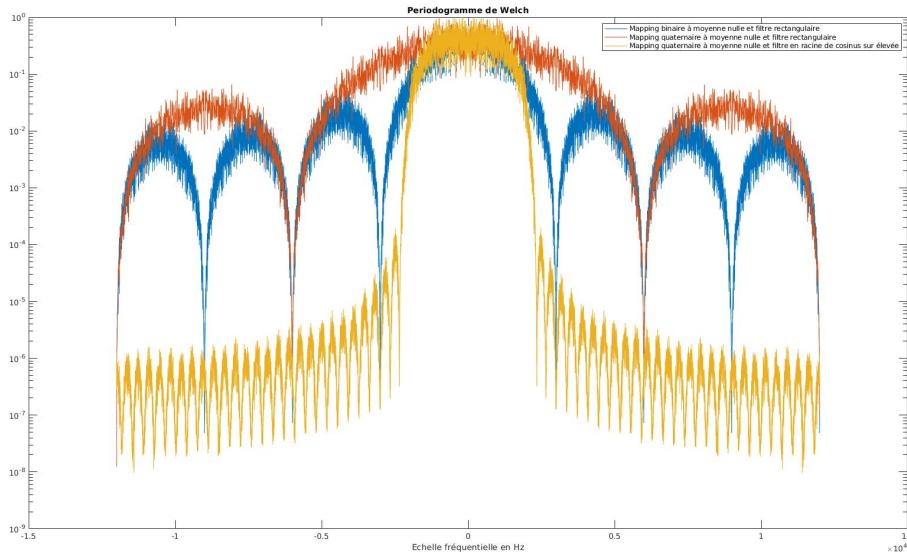


FIGURE 7 – Tracés de la densité spectrale de puissance des trois modulateurs normalisées

On considère sur la figure 7 la bande de fréquence B est la zone où on atteint l'atténuation minimale de 20dB. L'efficacité spectrale est défini comme suivi :

$$\eta = \frac{R_b}{B}$$

On mesure :

- B1 = 10178 Hz
- B2 = 7296 Hz
- B3 = 4292 Hz

On a ainsi comme efficacité spectrale pour les trois modulateurs :

- $\eta_1 = 0,29 \text{ bit/s/Hz}$
- $\eta_2 = 0,41 \text{ bit/s/Hz}$
- $\eta_3 = 0,70 \text{ bit/s/Hz}$

Ainsi le modulateur 3 a la meilleure efficacité spectrale.

3 Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist

3.1 Introduction

Cette partie va être dédié à l'étude des interférences entre symboles dans une chaîne de transmission et à l'intérêt d'y respecter le critère de Nyquist. La chaîne de transmission a été implantée avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde. On a considéré un mapping binaire à moyenne nulle, un filtre de mise en forme et un filtre de réception de même réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s et de hauteur 1.

3.2 Étude sans canal de propagation

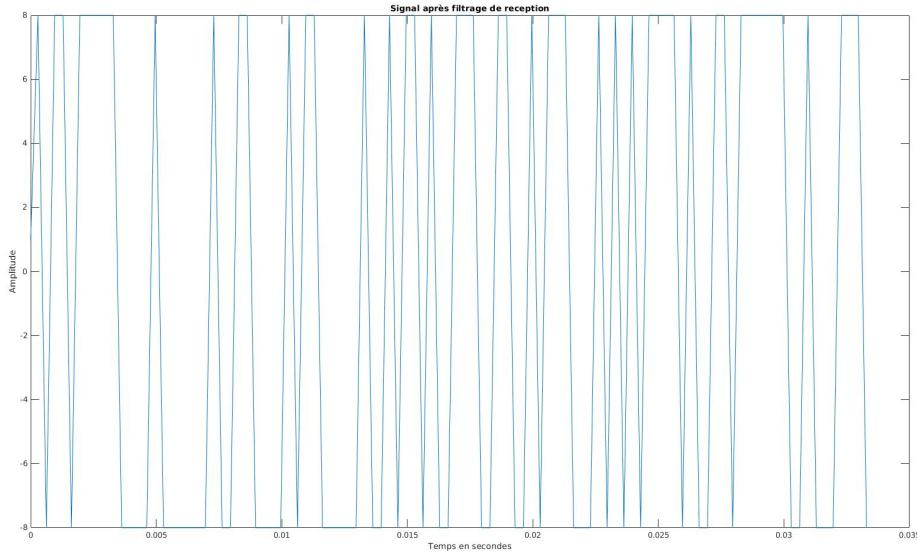


FIGURE 8 – Tracé du signal en sortie du filtre de réception, sans canal de propagation

Nous savons que la réponse impulsionnelle est un triangle sur une période $2 T_s$ ainsi nous retrouvons bien les pic du triangles quand nous enchaînons les 0 et les 1. Quand 2 symboles identiques se suivent on retrouve des intervalles de valeur constante car le triangle est sur $2 T_s$ et donc les symboles se chevauchent sur la période de transition. Ainsi la figure 8 est conforme à la théorie.

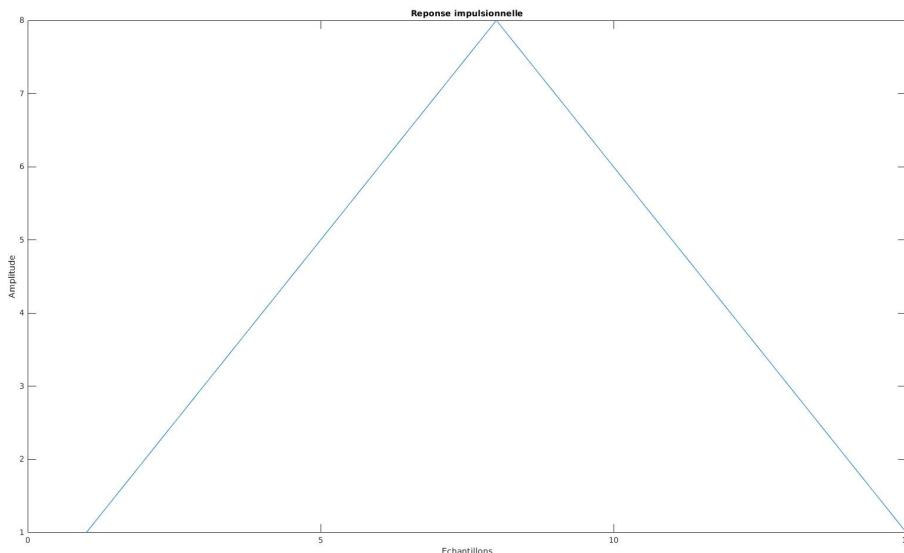


FIGURE 9 – Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission

La réponse impulsionnelle de la transmission correspond au produit de convolution des filtres de mise en forme et de réception qui sont des filtres rectangulaire de longueur T_s (N_s en nombre d'échantillon) et de hauteur u_n . Ce produit de convolution est donc bien conforme au tracé de la figure 9 car c'est un triangle de hauteur N_s et de largeur $2N_s$.

En utilisant g , on peut déterminer l'instant n_0 tel que $g(n_0) \neq 0$ et $g(n_0 + mN_s) = 0$ pour $m \neq 0$, ce n_0 permet d'avoir des instants d'échantillonnage sans interférences entre symboles. Nous déduisons donc de la figure 9 que $n_0 = N_s$

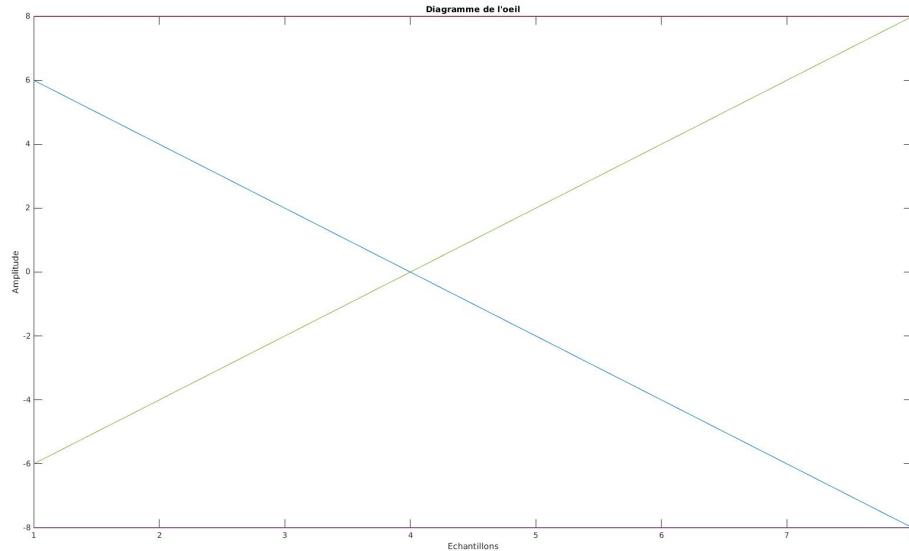


FIGURE 10 – Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception

On cherche, pour déterminer l'instant n_0 optimal d'échantillonnage, sur le diagramme de la figure 10 l'endroit où l'écart d'amplitude est le plus élevé qui déterminera l'instant optimal d'échantillonnage. Ainsi on obtient d'après le diagramme $n_0 = N_s = 8$ comme trouvé grâce à la réponse impulsionnelle.

Avec l'échantillonnage à n_0 optimal ($n_0 = N_s$) et avec $n_0 = 3$, on obtient comme TEB :

- $TEB_{optimal} = 0$
- $TEB_{n_0=3} = 0.47$

L'échantillonnage avec le n_0 optimal est meilleur que celui avec $n_0 = 3$, comme on peut le remarquer sur le diagramme de l'oeil (figure 10), étant donné qu'à chaque variation de bits (passage de 0 à 1 et vice-versa), l'information est recueillie avant que la variation soit aboutie et donc on ne recueille pas l'information voulue mais celle du symbole précédent.

3.3 Étude avec canal de propagation sans bruit

On ajoute à la chaîne précédente un canal de propagation à bande limitée BW mais qui n'introduit pas de bruit, en considérant un échantillonnage aux instants optimaux.

1. Pour $BW = 8000$ Hz :

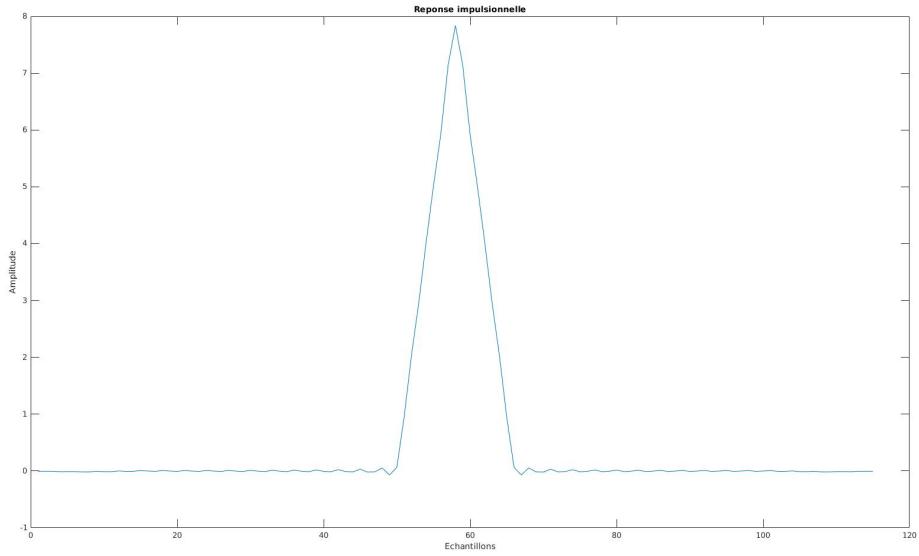


FIGURE 11 – Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission

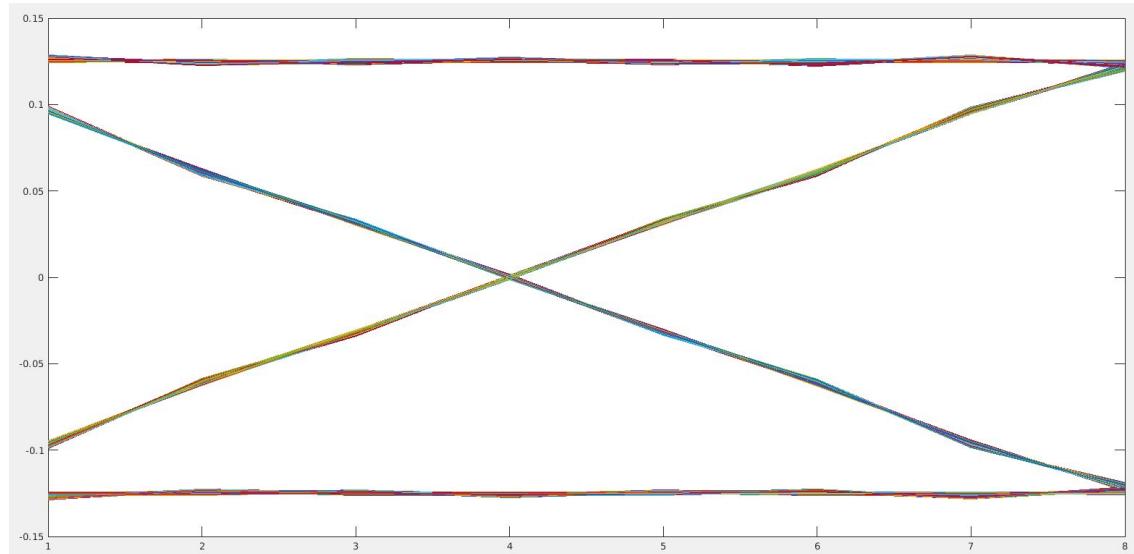


FIGURE 12 – Tracé du diagramme de l'œil à la sortie du filtre de réception

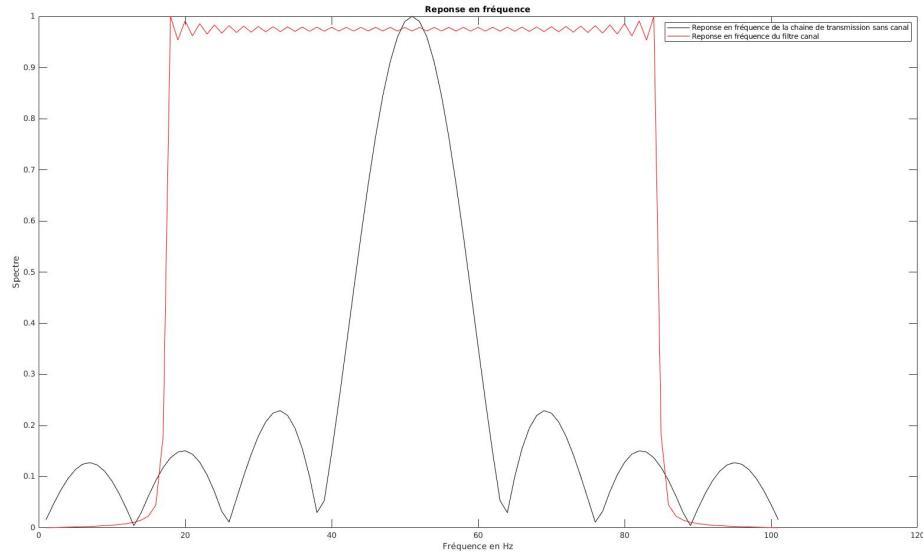


FIGURE 13 – Réponses $|H(f)H_r(f)|$ (en bleu) et $H_c(f)$ (en rouge) normalisées

Avec l'échantillonnage à n_0 optimal ($n_0 = N_s$, obtenu grâce au filtre de réception) on obtient comme TEB :

$$TEB_{optimal} = 0$$

Ce TEB se justifie, du fait, que la DSP de la chaîne de la transmission sans canal de propagation n'est pas altérée (seule la portion insignifiante est touchée) par le canal de propagation, et ce TEB est donc bien identique à celui de la chaîne de la transmission sans canal de propagation (le critère de Nyquist est respecté comme le montre la figure 11).

2. Pour $BW = 1000$ Hz :

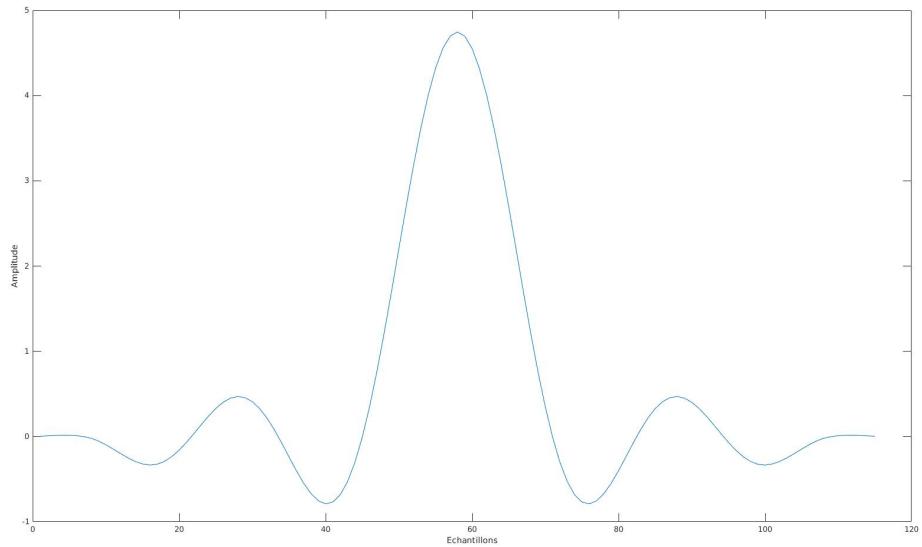


FIGURE 14 – Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission

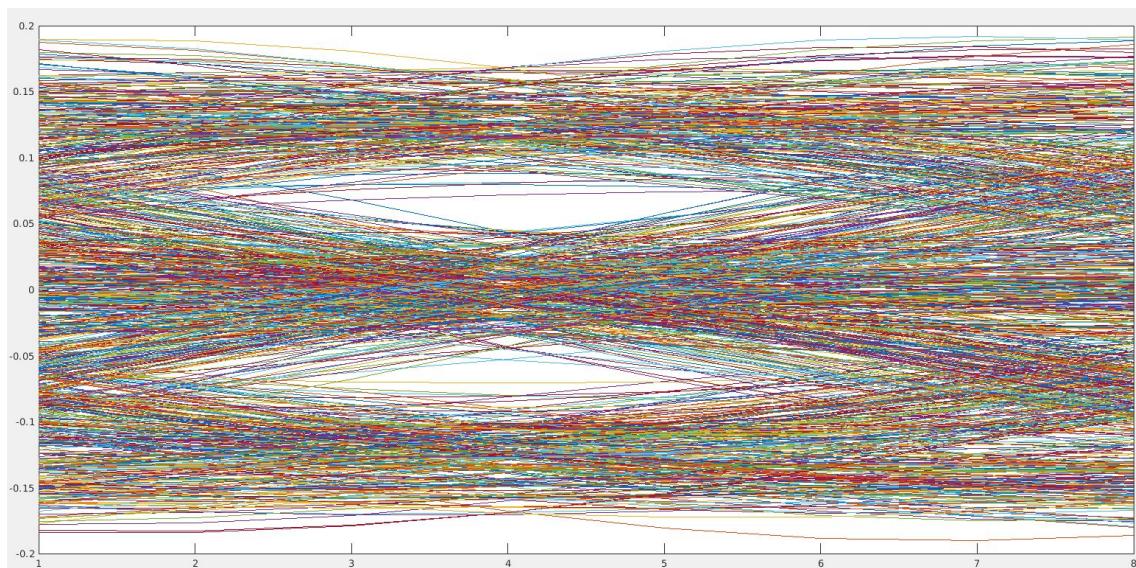


FIGURE 15 – Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception

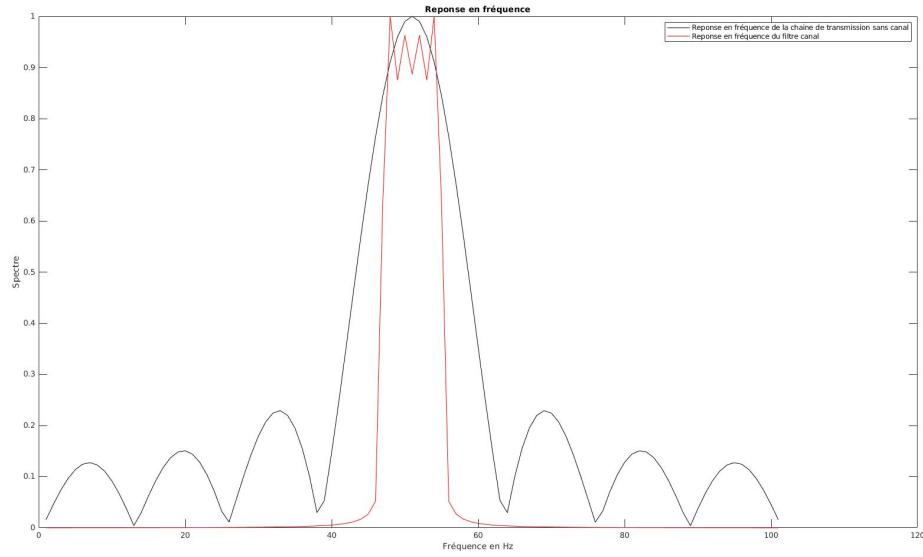


FIGURE 16 – Réponses $|H(f)H_r(f)|$ (en bleu) et $H_c(f)$ (en rouge) normalisées

Avec l'échantillonnage à n_0 optimal ($n_0 = N_s$, obtenu grâce au filtre de réception) on obtient comme TEB :

$$TEB_{optimal} = 0.079$$

Ce TEB se justifie, du fait, que la DSP de la chaîne de la transmission sans canal de propagation est altérée (une portion importante est touchée) par le canal de propagation, et ce TEB est donc bien supérieure à celui de la chaîne de la transmission sans canal de propagation (le critère de Nyquist n'est pas respecté comme le montre la figure 14).

4 Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance

4.1 Introduction

Cette dernière partie est dédiée à l'étude du bruit dans la chaîne de transmission numérique : impact du bruit introduit par le canal sur la transmission, influence du filtrage adapté, calcul et estimation du taux d'erreur binaire (TEB). Pour cela, nous avons implanté sous Matlab différentes chaînes de transmission afin de les analyser et de les comparer en nous focalisant, cette fois, sur leur efficacité en puissance.

4.2 Chaine de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionales des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de durée T_s et de hauteur 1, échantillonnage aux instants $n_0 + mN_s$ optimaux, détecteur à seuil, avec seuil en 0, pour prendre les décisions sur les symboles et demapping adapté au mapping réalisé.

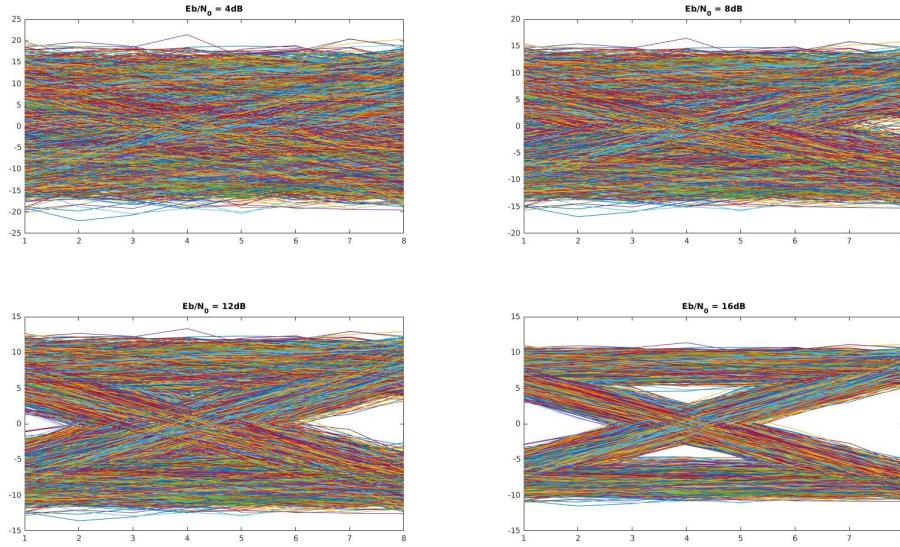


FIGURE 17 – Tracé du diagramme de l’oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0

Comme on peut le remarquer su la figure 17, plus le rapport signal sur bruit est faible, plus l’oeil est fermé car le bruit est prédominant par rapport au signal., ainsi on ne peut pas distinguer les différents symboles. Cependant, plus on augmente ce rapport, plus l’oeil s’ouvre ce qui permet de distinguer les différents symboles et ainsi récupérer l’information transmise.

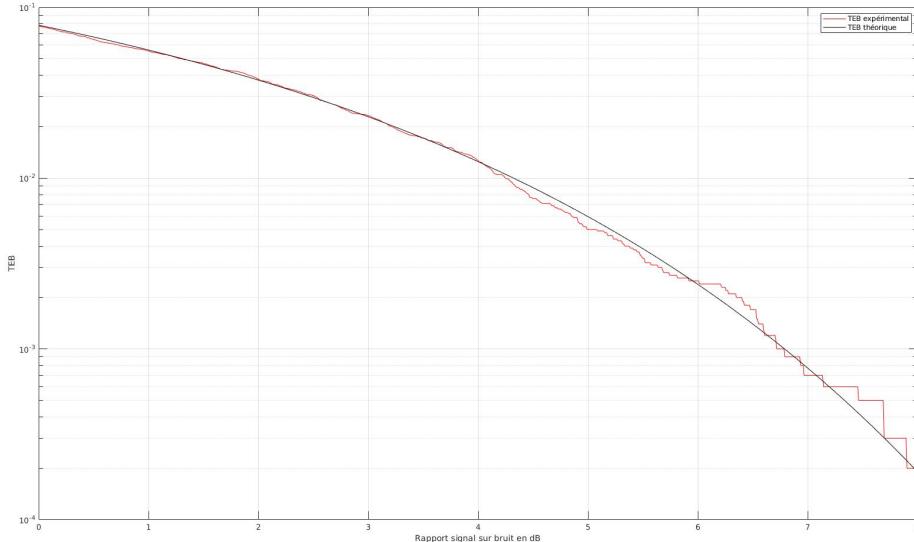


FIGURE 18 – Tracé du taux d’erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l’entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB, avec le TEB théorique de la chaîne étudiée (en rouge).

4.3 Première chaîne à étudier, planter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionales des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , données par la figure 19.

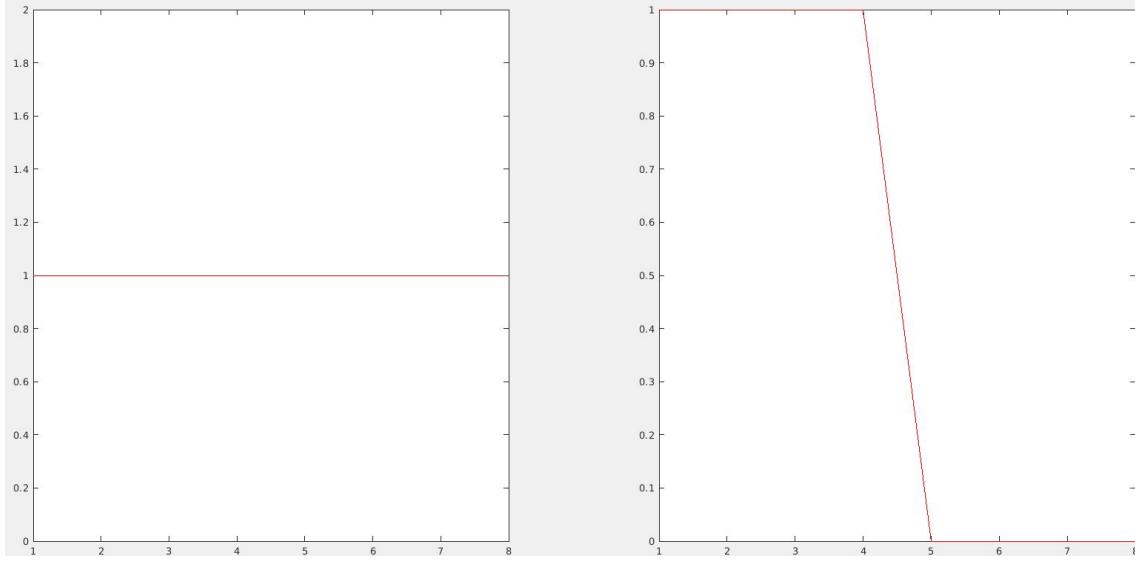


FIGURE 19 – Réponses impulsionales des filtres d'émission (à gauche) et de réception (à droite).

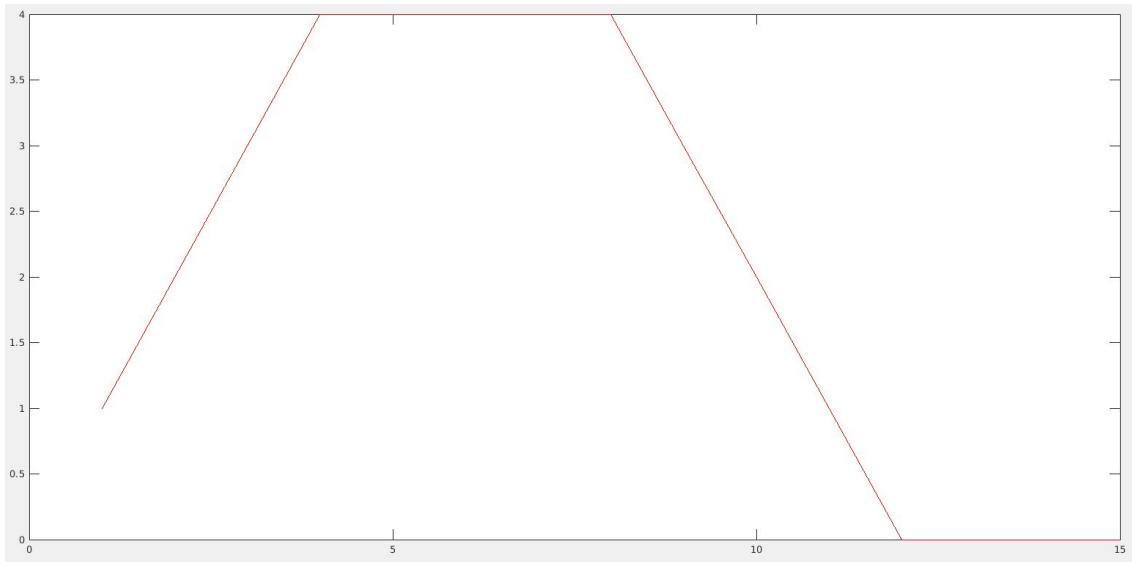


FIGURE 20 – Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$.

4.3.1 Implantation de la chaîne sans bruit

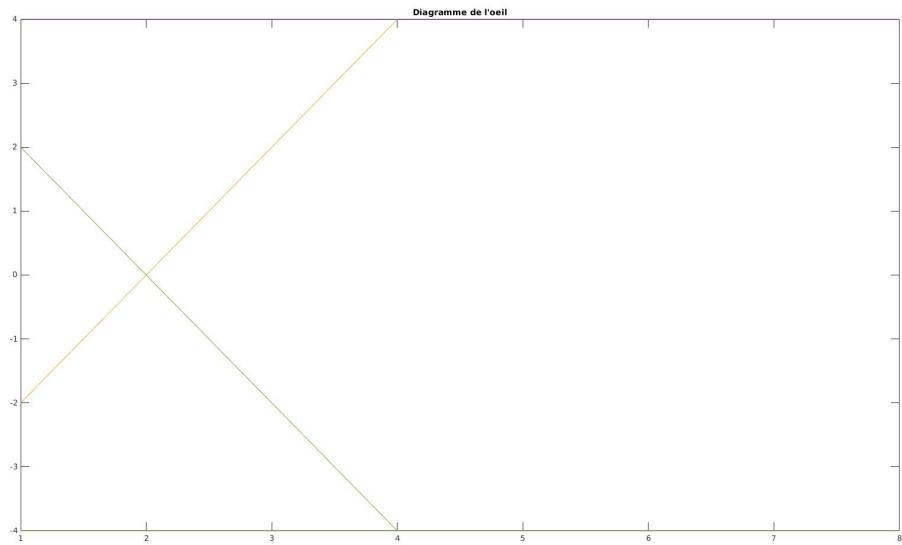


FIGURE 21 – Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception

On observe que les instants optimaux d'échantillonnage $n_0 + mN_s$ sont $n_0 \in [Ns/2 : Ns]$, déterminés par le diagramme de l'oeil (figure 21) : instants où l'on distingue au mieux les signaux correspondants aux bits 1 et 0.

Le diagramme de l'oeil (figure 21) est conforme à ce qui est attendu en théorie

4.3.2 Implantation de la chaîne avec bruit

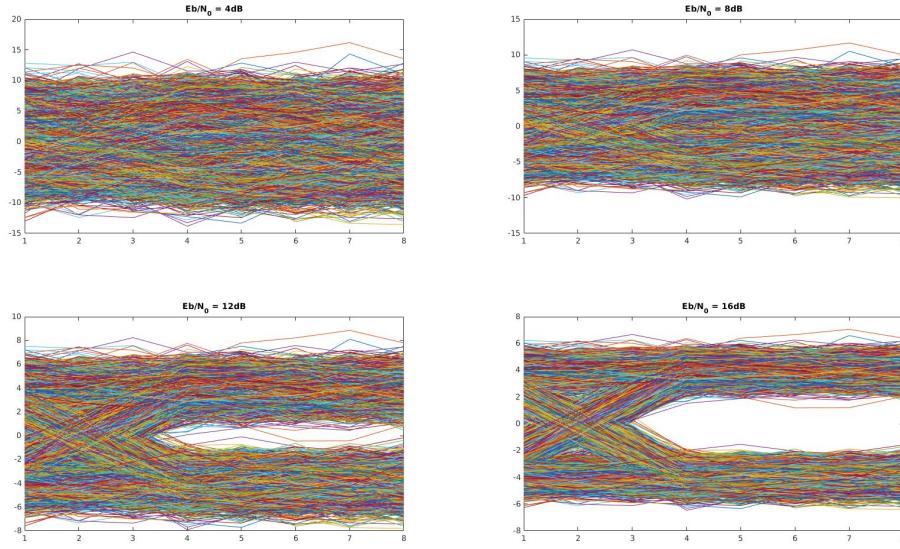


FIGURE 22 – Tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0

Comme on peut le remarquer sur la figure 22, plus le rapport signal sur bruit est faible, plus l'œil est fermé car le bruit est prédominant par rapport au signal., ainsi on ne peut pas distinguer les différents symboles. Cependant, plus on augmente ce rapport, plus l'œil s'ouvre ce qui permet de distinguer les différents symboles et ainsi récupérer l'information transmise.

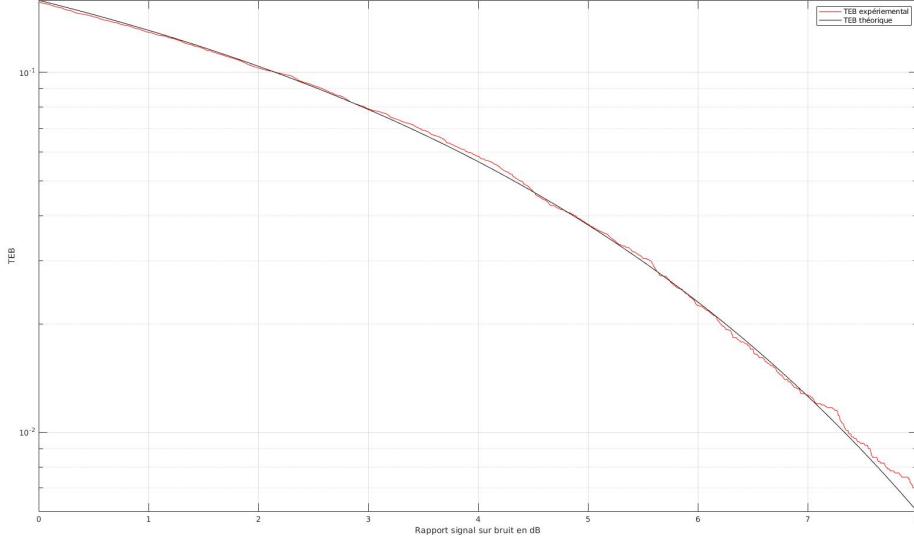


FIGURE 23 – Tracé du taux d’erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l’entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB, avec le TEB théorique de la chaîne étudiée.

La chaîne de transmission est la plus efficace en terme de puissance (la figure 24 montre que pour une même puissance d’émission la chaîne de référence est plus efficace), ce qui est dû au fait que cette chaîne de transmission n’a pas de filtre de réception adapté. Elles ont la même efficacité spectrale étant donné que le signal émis est le même.

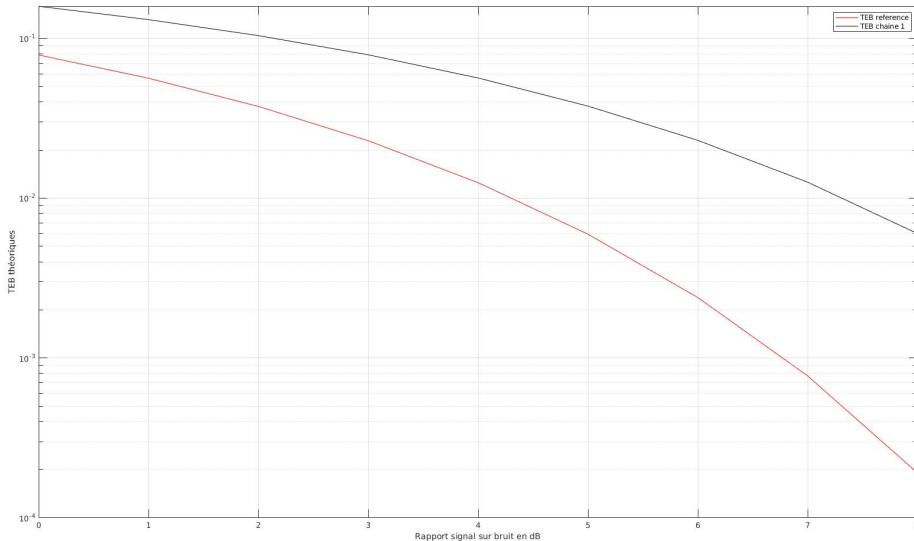


FIGURE 24 – Comparaison des taux d’erreur binaire obtenus avec la nouvelle chaîne et avec la chaîne de référence.

4.4 Deuxième chaîne à étudier, planter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping 4-aire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$), réponses impulsionales des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de hauteur 1 et de durée T_s .

4.5 Implantation de la chaîne sans bruit

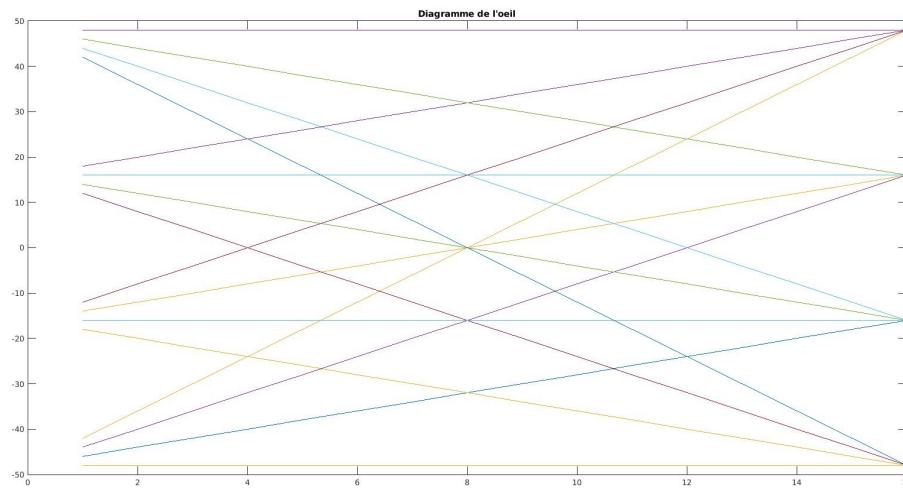


FIGURE 25 – Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception

On observe que l'instant optimal d'échantillonnage $n_0 + mN_s$ est $n_0 = N_s$, déterminé par le diagramme de l'oeil (figure 25) : instants où l'on distingue au mieux les signaux correspondants aux paires de bits de 1 et 0.

Le diagramme de l'oeil (figure 25) est conforme à ce qui est attendu en théorie car nous avons bien 4 symboles différents.

4.6 Implantation de la chaîne avec bruit

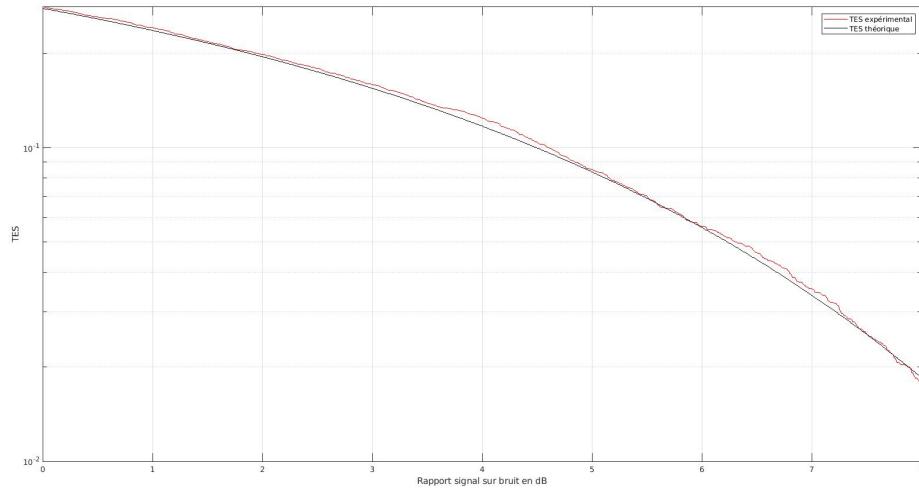


FIGURE 26 – Tracé du TES obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l’entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB, avec le TES théorique de la chaîne étudiée.

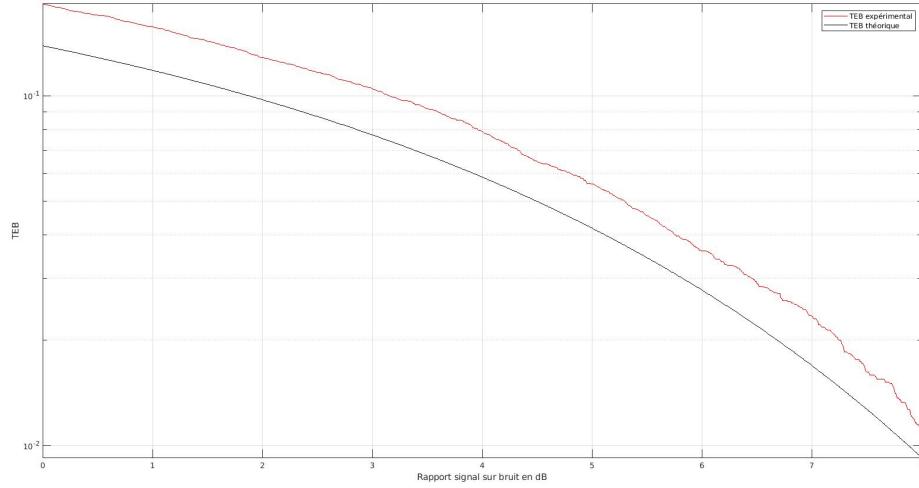


FIGURE 27 – Tracé du TEB obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l’entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB, avec le TEB théorique de la chaîne étudiée.

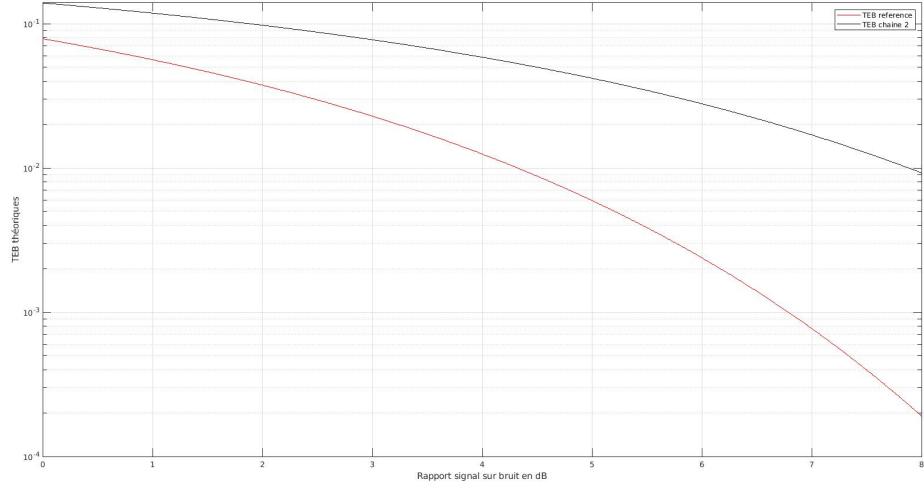


FIGURE 28 – Tracés des taux d’erreur binaire obtenus avec la nouvelle chaîne avec celle de la chaîne de référence.

La chaîne la plus efficace en puissance est la chaîne de référence car son TEB est plus faible $\forall \text{SNR} \in [0, 8]$. Cela est dû au fait que pour la chaîne de référence on utilise le même filtre de réception que celui de mise en forme alors que la chaîne que l’on étudie n’a pas les mêmes filtres. Ainsi, le fait d’avoir les filtres de mise en forme et de réception identique permet d’augmenter l’efficacité en puissance de la chaîne de transmission.

La chaîne de référence utilise le modulateur 1 vu au début du rapport alors que la chaîne que l’on étudie utilise le modulateur 3 pour émettre le signal. Or, d’après les densité spectrales de la figure 7, nous savons que le modulateur 3 est plus efficace spectralement que le modulateur 1. Cela est dû à l’ordre de modulation choisi (4 pour la chaîne que l’on étudie) et au filtre de mise en forme.

5 Conclusion

Pour conclure, nous avons mis en place plusieurs chaînes de transmission en bande de base qui nous ont permis d'observer les différentes performances atteignables par ces chaînes, en terme d'efficacité spectrale et en puissance. Nous avons aussi pu voir qu'une chaîne plus efficace spectralement ne l'est pas forcément en puissance.

6 Références

- Cours sur les Transmissions bande de base (Séquence 1)
- Cours sur les Transmissions bande de base (Séquence 2)
- Cours sur les Transmissions bande de base (Séquence 3)