Rapport Projet Télécommunications
Introduction à l'égalisation : Impact d'un canal de propagation sélectif en fréquence et méthodes d'égalisation

Lauriol François, Gras Yael

Département Sciences du Numérique - Première année
2021-2022

Table des matières

Table des figures

1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce rapport était de tester la mise en place d'un filtre supplémentaire au niveau du récepteur appelé égaliseur pour supprimer les interférences introduites par le canal de propagation.

2 Étude théorique

Question 1 :

On a : $y_e(t) = x_e(t - \tau_0) \times \alpha_0 + x_e(t - \tau_1) \times \alpha_1$

Question 2 :

On sait que :

$$y_e(t) = x_e(t) * h_c(t)$$

Or, d'après la question 1 :

$$y_e(t) = x_e(t) * \delta(t - \tau_0) \times \alpha_0 + x_e(t) * \delta(t - \tau_1) \times \alpha_1$$

Donc :

$$h_c(t) = \alpha_0 \delta(t - \tau_0) + \alpha_1 \delta(t - \tau_1)$$

Question 3 :

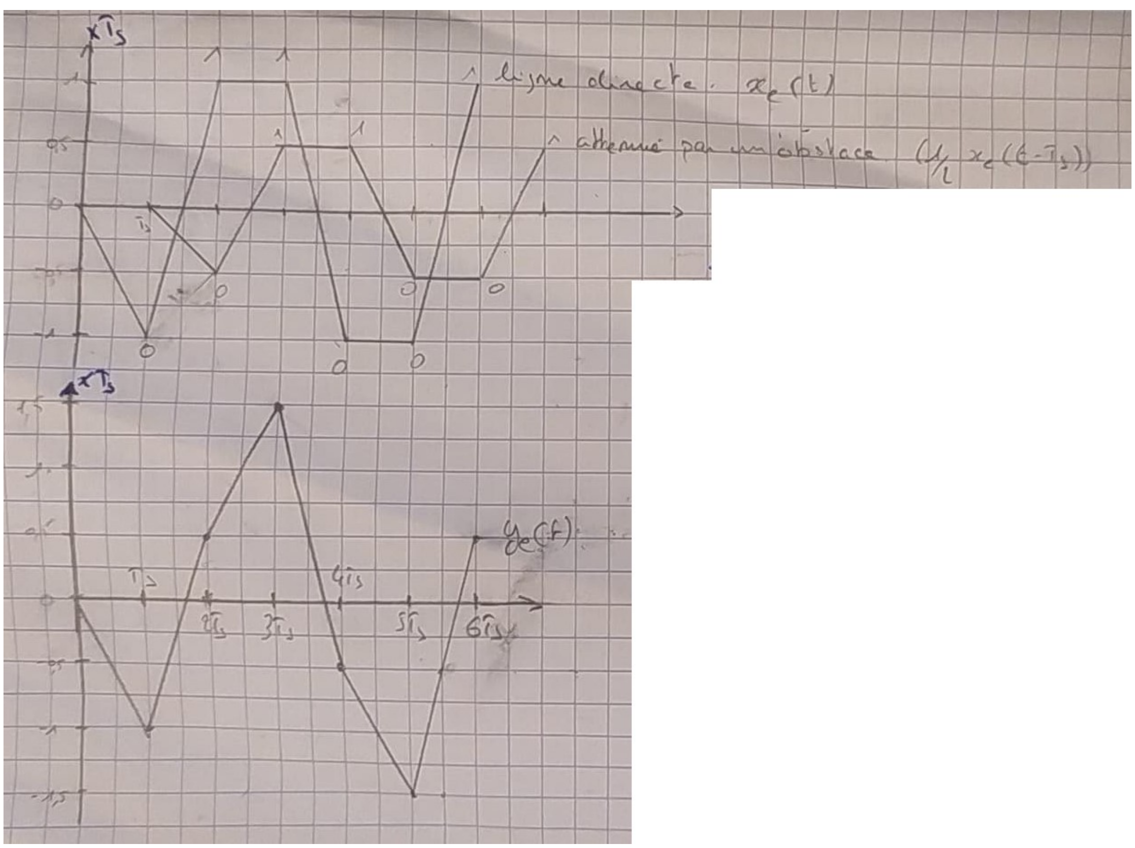

FIGURE 1 – Signal reçu $y_e(t)$

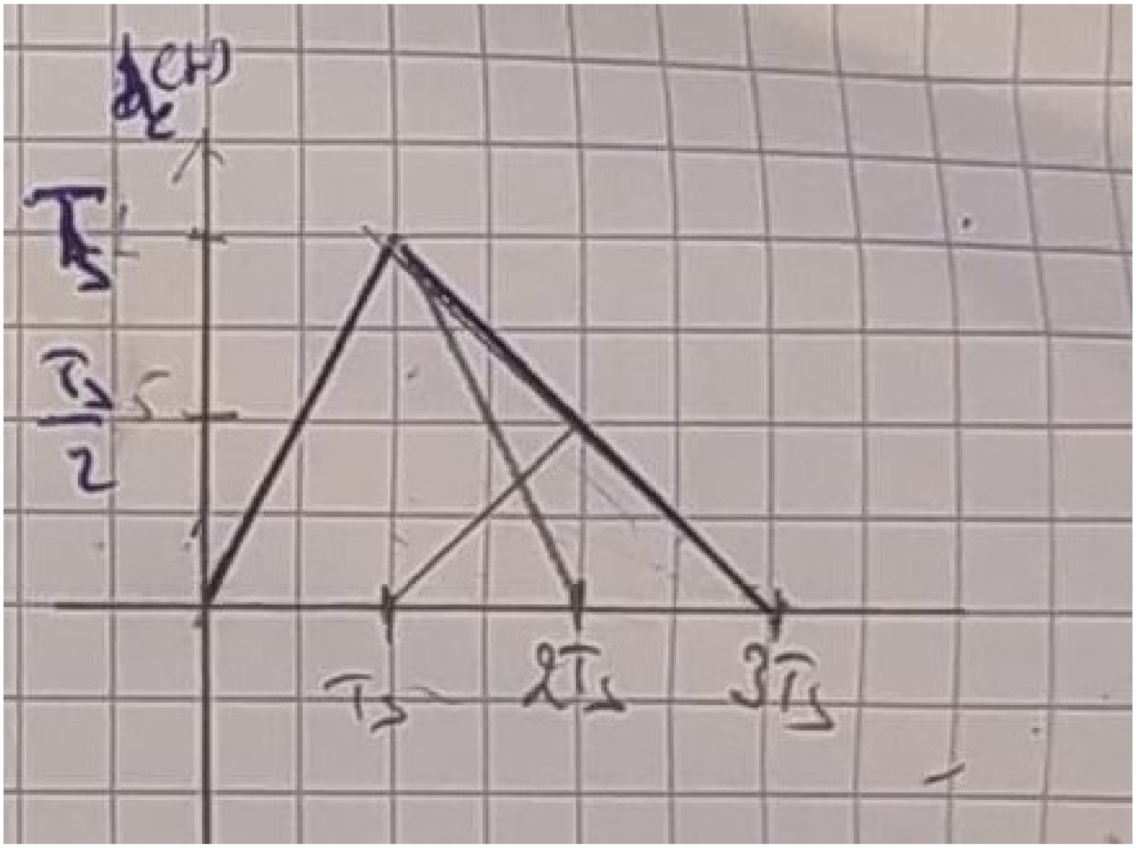

FIGURE 2 – Réponse impusionnelle de la chaîne de transmission

Question 4 :

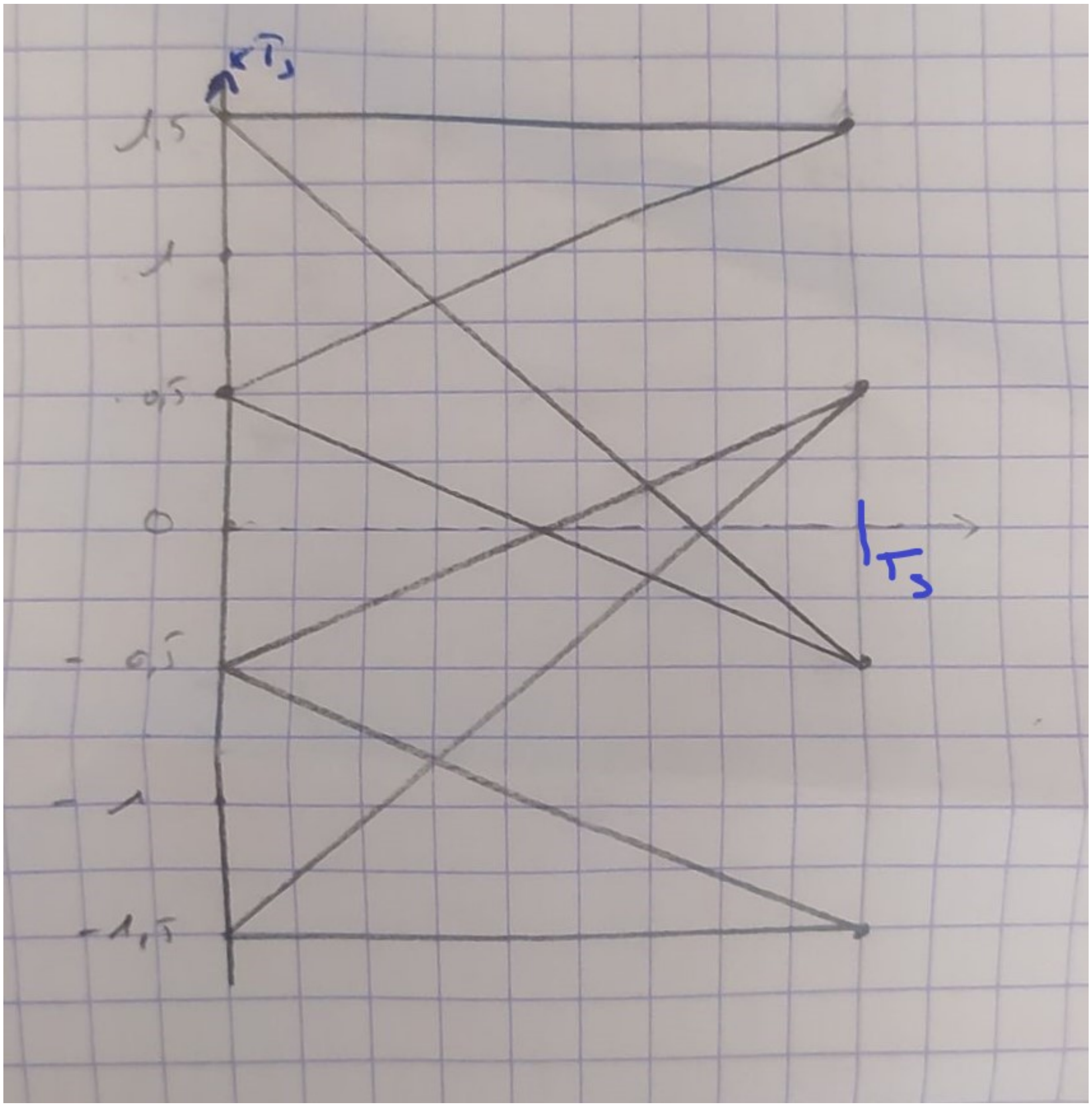

Figure 3 – Diagramme de l'oeil de la chaîne de transmission

Le critère de Nyquist ne peut être vérifier sur cette chaîne de transmission car il n'existe pas de t pour que $g(t+mTs) = 0, \forall m \in \mathbb{Z}$, de plus on voit sur le diagramme de l'oeil 4 symboles différents or d'après le mapping nous devrions n'avoir que 2 symboles différents émis. Cependant nous voyons sur le diagramme de l'oeil que dans notre cas particulier si on prend l'instant d'échantillonnage à Ts, on peut retrouver les symboles. En effet, si le symbole est positif il correspond à un 1 sinon il correspond à un 0. Ainsi il est possible de retrouver l'information même si on ne respecte pas le critère de Nyquist.

Question 5 :

Si on émets un symbole $a_k = -1$, nous recevons si $a_{k-1} = 1$, $-0,5 \times g(t_0) + \omega_n$ ou nous recevons si $a_{k-1} = -1$, $-1,5 \times g(t_0) + \omega_n$. Ainsi :

$$TEB = 0.5 * P(a'_k = 1 | a_k = -1) + 0.5 * P(a'_k = -1 | a_k = 1)$$

Or :

$$\begin{aligned}
P(a'_k = 1|a_k = -1) &= P(a'_{k-1} = -1) \times P(-1,5 \times g(t_0) + \omega_n) + P(a'_{k-1} = 1) \times P(-0,5 \times g(t_0) + \omega_n) \\
&= \frac{1}{2} \times (P(\frac{\omega_n}{\sigma_\omega} > \frac{1,5 \times T_s}{\sigma_\omega}) + P(\frac{\omega_n}{\sigma_\omega} > \frac{0,5 \times T_s}{\sigma_\omega}) \\
P(a'_k = -1|a_k = 1) &= \frac{1}{2} \times (P(\frac{\omega_n}{\sigma_\omega} < \frac{-1,5 \times T_s}{\sigma_\omega}) + P(\frac{\omega_n}{\sigma_\omega} > \frac{-0,5 \times T_s}{\sigma_\omega}))
\end{aligned}$$

Idem :

$$P(a'_k = -1|a_k = 1) = \frac{1}{2} \times (P(\frac{\omega_n}{\sigma_\omega} < \frac{-1,5 \times T_s}{\sigma_\omega} + P(\frac{\omega_n}{\sigma_\omega} > \frac{-0,5 \times T_s}{\sigma_\omega})$$

Ainsi :

$$TEB = \frac{1}{2}(Q(\frac{1,5 \times T_s}{\sigma_\omega}) + Q(\frac{0,5 \times T_s}{\sigma_\omega}))$$

Question 6 :

On a :

$$\begin{aligned}
\sigma_\omega^2 &= \int_{\mathbb{R}} S_\omega(f) df \\
&= N_0 \int_{\mathbb{R}} |H_r(f)|^2 df \\
&= N_0 \int_{\mathbb{R}} |h_r(t)|^2 dt
\end{aligned}$$

Ainsi :

$$\sigma_\omega^2 = N_0 T_s$$

Question 7 :

On a

$$E_s = P_x T_s$$

Or comme les symboles sont à moyenne nulle :

$$\begin{aligned}
S_x(f) &= \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H_e(f)|^2 \\
&= \frac{E(|a_k|^2)^2}{T_s} |H_e(f)|^2 \\
&= \frac{E(|a_k|^2)^2}{T_s} |H(f) H_c(f)|^2
\end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
h(t) * h_c(t) &= h(t) * (\delta(t) + 0,5\delta(t - T_s)) \\
h(t) * h_c(t) &= h(t) + 0,5h(t - T_s) \\
h(t) * h_c(t) &= \Pi_{T_s}(t - \frac{T_s}{2}) + 0,5\Pi_{T_s}(t - \frac{3T_s}{2})
\end{aligned}$$

Ainsi on obtient :

$$\begin{aligned}
P_x &= \int_{\mathbb{R}} S_x(f)df \\
P_x &= \frac{1}{2T_s}\int_{\mathbb{R}} |H_e(f)|^2 df \\
P_x &= \frac{1}{2T_s}\int_{\mathbb{R}} |h_e(t)|^2 dt \\
P_x &= \frac{1}{2T_s}(T_s + 0,25T_s) \\
P_x &= \frac{5}{8}
\end{aligned}$$

Pour conclure on obtient

$$E_s = \frac{5}{8}T_s = E_b$$

Question 8 :

On a : $T_s = \frac{8}{5}E_b$ donc on a $\sigma_\omega^2 = N_0\frac{8}{5}E_b$. Ainsi en injectant dans la formule du TEB trouvé à la question 5 on obtient :

$$TEB = \frac{1}{2}(Q(\sqrt{\frac{18E_b}{5N_0}}) + Q(\sqrt{\frac{2E_b}{5N_0}}))$$

3 Implantation sur Matlab

3.1 Chaine de transmission sans canal

En implémentant la chaine de transmission sans canal, on obtient bien comme TEB de la liaison un TEB nul.

3.2 Chaine de transmission sans bruit

On s'attendait effectivement à ce genre de constellation (figure 8), étant donné le diagramme de l'oeil que l'on possède (montré question 4, figure 3), ce sont bien les 4 seules valeurs atteignables après un échantillonage avec n0 = Ns.

Le TEB est bien nulle. Comme indiqué dans la partie théorique, on distingue aisément le signal en sortie du filtre de réception puisque comme indiqué dans la partie théorique (Question 4) à l'échantillonnage on décide aisément si le signal correspond à un 1 (positif) ou 0 (négatif).

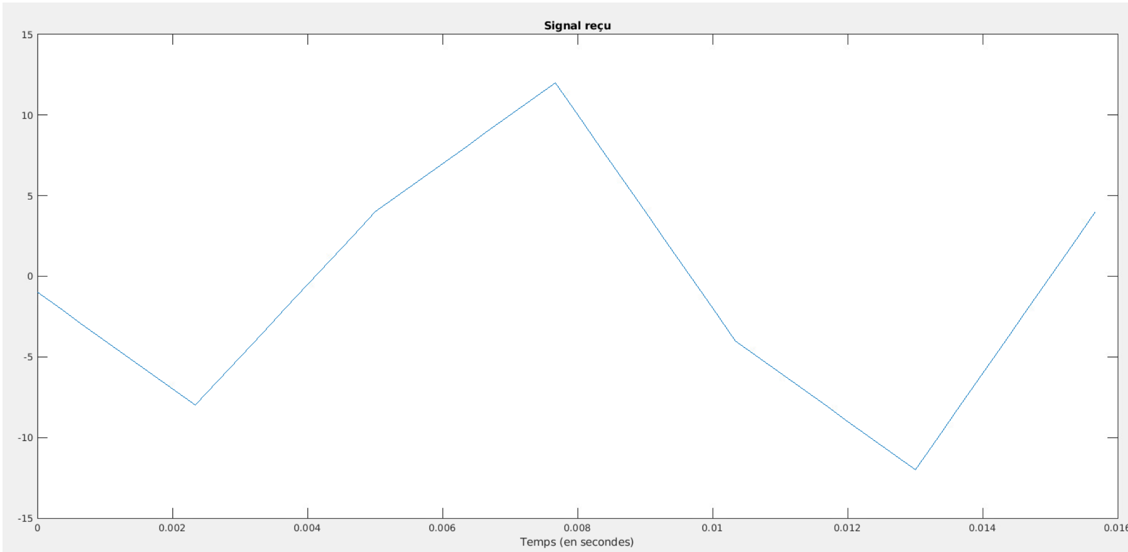

FIGURE 4 – Forme du signal en sortie du filtre de réception

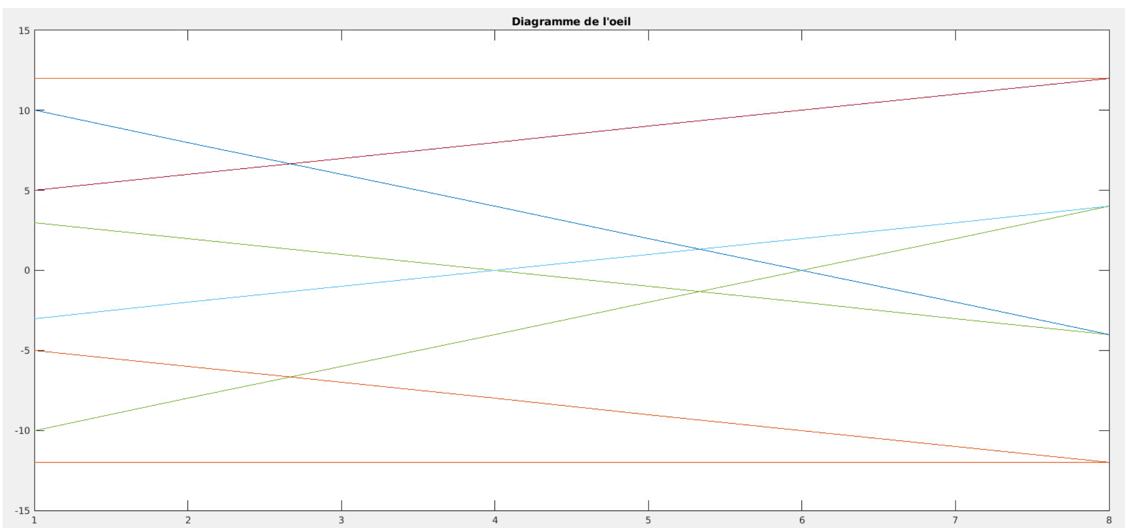

FIGURE 5 – Diagramme de l'oeil

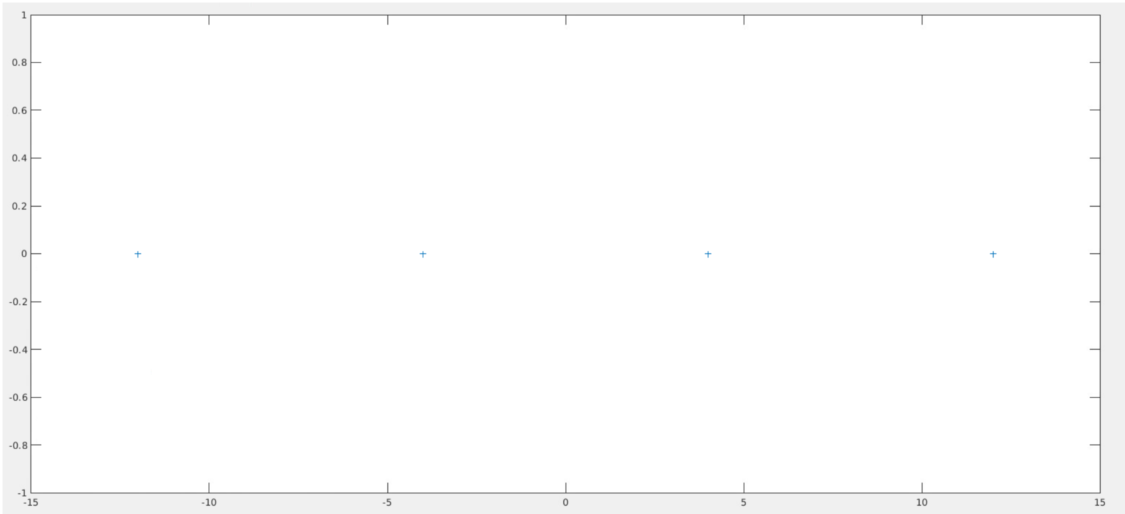

Figure 6 – Constellation obtenue en réception

3.3 Chaine de transmission avec bruit

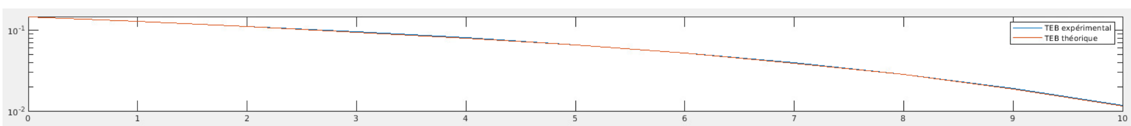

Figure 7 – TEB simulée et TEB théorique (rapport signal à bruit par bruit par bit à l'entrée du récepteur allant de 0 à 10 dB)

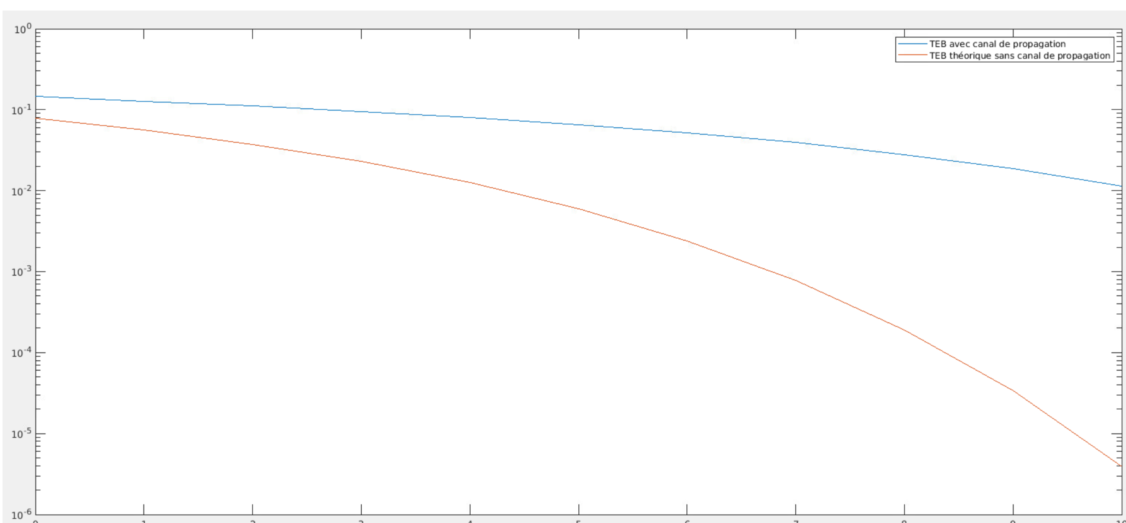

Figure 8 – Comparaisson du TEB de la chaine de transmission implantée avec le TEB obtenu pour la même chaine de transmission sans filtrage canal

4 Egalisation ZFE

4.1 Implantation sous Matlab sans bruit

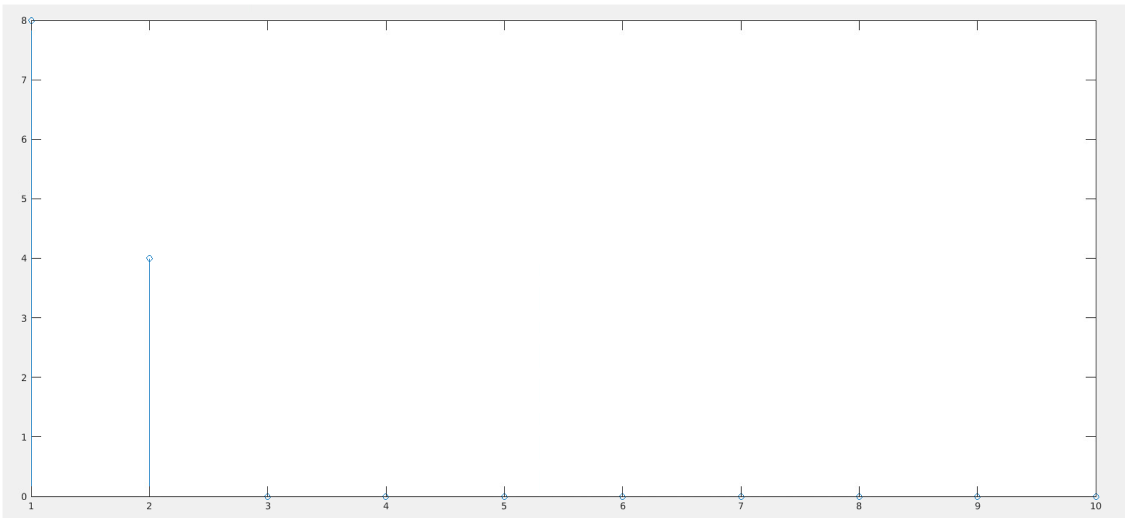

FIGURE 9 – Coefficients de l'égaliseur en plaçant un Dirac à l'entrée de la chaîne

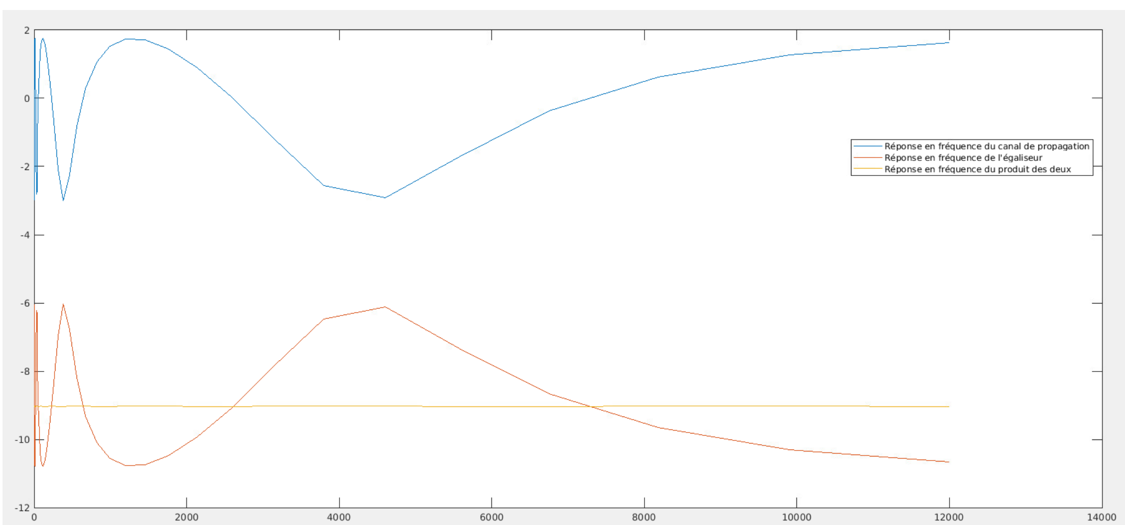

FIGURE 10 – Réponse en fréqunce du canal de propagation, de l'égaliseur et du produit des deux

On conclut de la figure 10 que tout signal émis par l'émetteur est reçue simplement atténué par le récepteur après l'égaliseur.

On conclut de la figure 11 que tout signal émis par l'émetteur est reçue sans interférences par le récepteur après l'égaliseur.

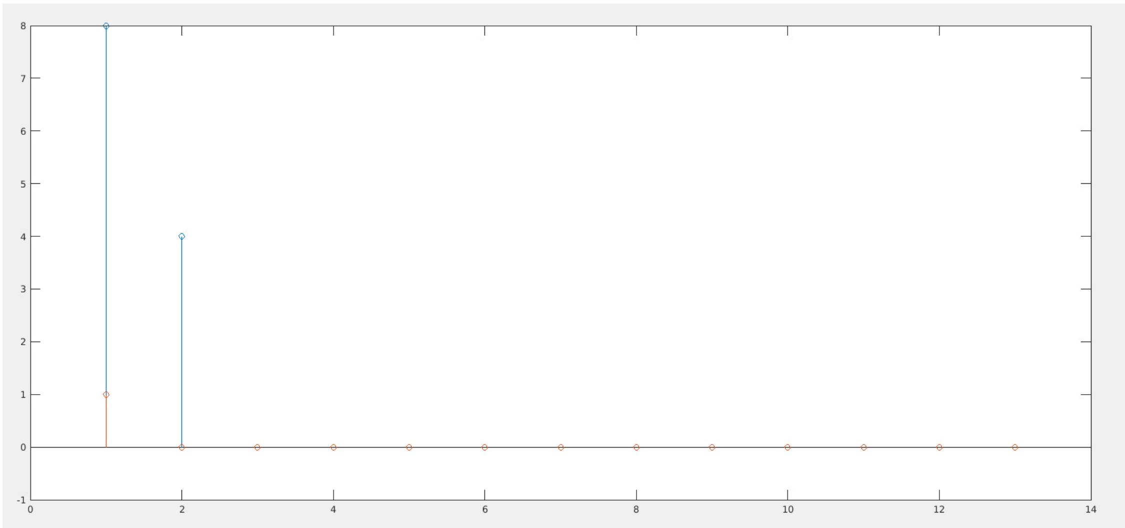

FIGURE 11 – Réponse impulsionnelle de la chaine de transmission echantillonn ee ‘a Ns avec et sans egalisation