Derivadas discretas por el lado derecho

Cesar Yael Gomez Gonzalez

04/03/2024

1 Diferenciación automática

1.1 Ejercicios:

Dado x = 6, Resolver:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 7x + 12}$$

Escribimos en numeros duales:

$$\frac{(x^2, 2x) - (4, 0)}{(x^2, 2x) - (7x, 7) + (12, 0)}$$

Sustituimos los valores de x = 6

$$\frac{(6^2, 2(6)) - (4, 0)}{((6)^2, 2(6)) - (7(6), 7) + (12, 0)}$$

$$\frac{(36, 12) - (4, 0)}{(36, 12) - (42, 7) + (12, 0)}$$

$$\frac{((4, 0)}{(6, 5)}$$

$$(\frac{32}{6}, -\frac{22}{9})$$

Respuesta:

$$f'(6) = -\frac{22}{9}$$

Dado x = 0.5, Resolver:

$$f(x) = x^2(sinx)$$

Escribimos en numeros duales:

$$(x^2, 2x) * (sinx, cosx)$$

$$(x^2sinx, x^2cosx + 2xsinx)$$

Sustituimos los valores de x = 0.5

$$((0.5)^2sin(0.5), (0.5)^2cos(0.5) + 2(0.5)sin(0.5))$$

$$((0.5)^2 sin(0.5), 0. + 2(0.5)sin(0.5))$$

$$((0.5)^2 sin(0.5), 0.219 + 0.479)$$

Respuesta:

$$f'(0.5) \approx 0.698$$

$$f(x) = (sinx)^{tanx}$$

Escribimos en numeros duales:

$$(sin(x,1))^{(tanx, sec^2 x)}$$

$$e^{Ln|(sinx,cosx)^{tanx,sec^2 x}|}$$

$$e^{(tanx,sec^2 x)*Ln|(sinx,cosx)|}$$

$$e^{(tanx,sec^2 x)*(Ln|sinx|,\frac{cosx}{sinx})}$$

$$e^{tanxLn|sinx|,sec^2 xLn|sinx|+\frac{tanxcosx}{sinx})}$$

$$(e^{tanxLn|sinx|}, (sec^2 xLn|sinx| + 1)e^{tanxLn|sinx|})$$

$$((sinx)^{tanx}, (sec^2 xLn|sinx| + 1)(sinx)^{tanx})$$

$$((sin0.5)^{tan0.5}, (sec^2 0.5Ln|sin0.5| + 1)(sin0.5)^{tan0.5})$$

Respuesta:

$$f'(0.5) \approx 0.66923$$

2 Diferenciacia central por extrapolacion de Richardson

2.1 Ejercicios:

Formula de Richardson:

$$G = \frac{2^p g(\frac{h}{2}) - g}{2^p - 1}$$

Diferencia central:

$$D = \frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2}}{h})$$

Respuesta:

$$R = \frac{4}{3}\frac{f(x + \frac{h}{4}) - f(x - \frac{h}{4})}{\frac{h}{2}} - \frac{1}{3}\frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2})}{\frac{h}{2}} + h(O^4)$$

$$R = \frac{8f(x + \frac{h}{4}) + f(x - \frac{h}{2}) - f(x + \frac{h}{2}) - 8f(x - \frac{h}{4})}{3h} + h(O^4)$$