设优化目标函数如下

其中，

根据Gauss Newton法，

因此，关键在于求解。

在这里，就是每个点到对应平面或直线的距离。

设第k帧第i个点为（表明是在第k帧的Lidar系下的），设第k帧到第k-1帧的变换为，设点到平面的距离函数为，为一点，为第k-1帧点云，这里m不是变量，则点到平面的loss函数表示如下，



其中表示在kL系下第k帧到k-1帧的位移（即）的位移，对应程序中calculateTransformationSurf函数中的，表示第k帧到k-1帧的转换矩阵，对应的RPY角为第k帧转换后Lidar系的YXZ轴，旋转角度分别为程序中calculateTransformationSurf函数中的transformCur[0]，transformCur[1]，transformCur[2]，分别设为，，， 因此有









一项一项进行推导，



的含义：的含义是转换到第k-1帧点云坐标系下的坐标，设，因此，其物理意义是点到平面的距离对点的坐标求导，可以理解为求一个点的变化（移动）方向，使得d变化的更快，也就是求, 点往哪个方向移动, 点到平面/直线的距离变化的更快?答案是沿着垂线方向。对于点到平面的距离来说，该方向就是平面的法线方向（且导数的大小，即模必为1）。记平面单位法线为（程序中在findCorrespondingSurfFeatures函数中已求出），则。



若设， ，则有



该公式与函数calculateTransformationSurf中求arx的代码完全一致。

同理可推导。

对于，推导如下：



该公式与函数calculateTransformationSurf中求aty的代码完全一致。

根据如下公式，

先对rx，rz，ty进行梯度下降，有，



上式即函数calculateTransformationSurf中的matA。

