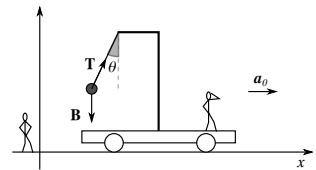


ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

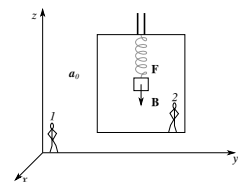
ΕΝΟΤΗΤΑ 3

Σχετική κίνηση - Συστήματα αναφοράς

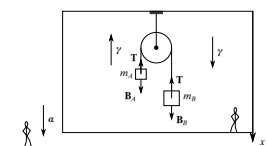
1. Δύο σωματίδια κινούνται στους άξονες x και y αντίστοιχα, με ταχύτητες $\vec{v}_1 = 2\hat{x}$ m/s και $\vec{v}_2 = 3\hat{y}$ m/s. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ τα σώματα βρίσκονται στις θέσεις $(-3,0)$ m και $(0,-3)$ m αντίστοιχα. α) Να υπολογίσετε το διάνυσμα θέσης του πρώτου σωματιδίου ως προς το δεύτερο συναρτήσει του χρόνου, β) Ποια χρονική στιγμή η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων είναι ελάχιστη και ποια η θέση τους τότε;
2. Ένα αεροπλάνο πρέπει να διανύσει απόσταση 200 km προς τα ανατολικά. Από βορειοδυτικά φυσάει άνεμος με ταχύτητα 30 km/h. Να υπολογίσετε το διάνυσμα της ταχύτητας του αεροπλάνου ως προς τον άνεμο αν το αεροπλάνο πρέπει να φτάσει στον προορισμό του σε 40 min.
3. Βάρκα μπορεί να κινείται σε ποταμό πλάτους d με ταχύτητα v ως προς το νερό. Η βάρκα ξεκινά από τη μία όχθη και προσπαθεί να φτάσει στην άλλη, κινούμενη διαρκώς κάθετα προς τη ροή του ποταμού. Η ταχύτητα του νερού είναι μηδέν στις όχθες και αυξάνεται γραμμικά, φτάνοντας την τιμή v στο κέντρο. Να βρείτε την εξίσωση της τροχιάς της βάρκας. Ποια είναι η οριζόντια μετατόπιση της βάρκας στην απέναντι όχθη;
4. Δύο καράβια έχουν παράλληλες πορείες και ταχύτητες $v_{1,2}$ με αντίθετες φορές. Όταν βρίσκονται το ένα απέναντι στο άλλο, το ένα από τα δύο πυροβολεί και η ταχύτητα του βλήματος είναι v_0 . Υπό ποια γωνία πρέπει να φύγει το βλήμα ώστε να πετύχει το δεύτερο καράβι;
5. Στην ίδια όχθη ενός ποταμού και σε απόσταση L μεταξύ τους βρίσκονται δύο λιμάνια A και B. Ένα πλοίο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα πηγαίνει από το A στο B σε χρόνο t_1 και από το B στο A σε χρόνο t_2 . Να υπολογίσετε την ταχύτητα ροής του ποταμού και την ταχύτητα του πλοίου ως προς το νερό.
6. Ένας άνθρωπος A στέκεται σε απόσταση L από ευθύγραμμο αυτοκινητόδρομο όταν βλέπει να έρχεται λεωφορείο Λ με σταθερή ταχύτητα v σε οριζόντια απόσταση S . Ο άνθρωπος μπορεί να τρέξει με ταχύτητα $v < v$. Υπό ποια γωνία ϕ πρέπει να τρέξει ο άνθρωπος ώστε να φτάσει στον αυτοκινητόδρομο, όσο το δυνατόν πιο μπροστά από το λεωφορείο;
7. Σκύλος κυνηγά μία γάτα, η οποία τρέχει κατά μήκος μίας ευθείας με σταθερή ταχύτητα v . Η ταχύτητα του σκύλου έχει μέτρο $v > v$ και κατευθύνεται διαρκώς προς τη γάτα. Αν για $t = 0$ οι δύο ταχύτητες είναι κάθετες και η απόσταση μεταξύ σκύλου και γάτας είναι L , να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο θα πιάσει ο σκύλος την γάτα.
8. Ένα σώμα μάζας m κρέμεται ακίνητο από αβαρές, μη εκτατό νήμα, στηριγμένο σε κινούμενο αμαξίδιο. Ξαφνικά, το αμαξίδιο επιταχύνεται με επιτάχυνση a . Να βρείτε την γωνία που θα σχηματίσει το νήμα ως προς την κατακόρυφο.



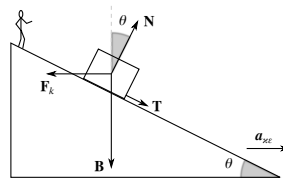
9. Στην οροφή ενός ανελκυστήρα είναι πακτωμένο το άκρο ενός ελατηρίου, στο άλλο άκρο του οποίου αναρτάται σώμα μάζας m . Αν ο ανελκυστήρας επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση a_0 , να βρείτε την θέση ισορροπίας της μάζας.



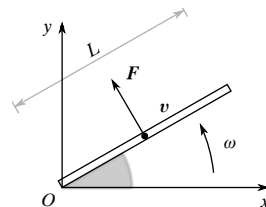
10. Μία μηχανή του Atwood (αβαρής τροχαλία με δύο μάζες $m_{1,2}$ κρεμασμένες σε κάθε πλευρά) βρίσκεται τοποθετημένη στην οροφή ανελκυστήρα. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση των μαζών και την τάση του νήματος αν ο ανελκυστήρας επιταχύνεται με επιτάχυνση a_0 . Να διακρίνετε δύο περιπτώσεις ανάλογα με τη φορά της επιτάχυνσης του ανελκυστήρα.



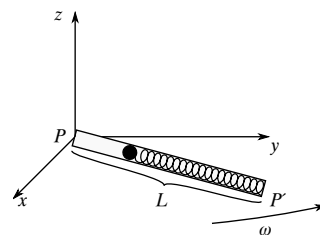
11. Ένα σώμα μάζας m βρίσκεται ακίνητο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο μάζας M και γωνίας θ . Οι συντελεστές στατικής τριβής (μ_s) και τριβής ολίσθησης (μ) μεταξύ σώματος και επιπέδου θεωρούνται γνωστοί. Ξαφνικά, το επίπεδο αποκτά σταθερή επιτάχυνση a_0 . Να βρείτε: α) την μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης a_0 ώστε το σώμα να παραμείνει ακίνητο σχετικά με το επίπεδο, β) την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα αν η a_0 γίνει μεγαλύτερη.



12. Λεπτή ράβδος μήκους L περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της. Κατά μήκος της ράβδου κυλά, χωρίς τριβή, σφαιρίδιο μάζας m το οποίο ξεκινά από το σταθερό άκρο της ράβδου με αρχική ταχύτητα v_0 . Να βρείτε: α) πότε θα φτάσει η μάζα στο άλλο άκρο, β) πόση δύναμη ασκεί η ράβδος στο σφαιρίδιο.



13. Λεπτή ράβδος μήκους L περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδο που διέρχεται από το ένα της άκρο. Η ράβδος έχει μία κοιλότητα, στην οποία μπορεί να κυλά χωρίς τριβή μία σφαίρα μάζας m , η οποία είναι προσαρτημένη στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου με φυσικό μήκος $\beta < L$ και σταθερά k , ενώ το άλλο του άκρο είναι πακτωμένο στο περιστρεφόμενο άκρο της ράβδου. α) Να βρείτε το σημείο ισορροπίας της σφαίρας, β) Ποια είναι η συνθήκη για να εκτελεί η σφαίρα απλή αρμονική ταλάντωση και με πόση συχνότητα;



14. Ένα σύστημα συντεταγμένων Σ' περιστρέφεται ως προς ένα αδρανειακό σύστημα Σ με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega} = 2t\hat{x} - t^2\hat{y} + (2t+4)\hat{z}$ (SI). Το διάνυσμα θέσης ενός σωματιδίου ως προς το περιστρεφόμενο σύστημα είναι $\vec{r}' = (t^2+1)\hat{x} - 6t\hat{y} + 4t^3\hat{z}$ (SI). Να βρείτε: α) την ταχύτητα του σώματος στο περιστρεφόμενο σύστημα, β) την ταχύτητα του σώματος στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Επαναλάβετε για την επιτάχυνση.
15. Ένα αντικείμενο αφήνεται να πέσει ελεύθερο, 400 m πάνω από την επιφάνεια της Γης, κάπου στον ισημερινό. Αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα, πόσο μακριά βρίσκεται το σημείο όπου θα κτυπήσει τη Γη από το σημείο που βρίσκεται ακριβώς κάτω από την αρχική θέση;
16. Ένα κωνικό εκκρεμές αποτελείται από μία μάζα m και ένα νήμα μήκους L και κινείται επί οριζοντίου κύκλου ακτίνας R . Να βρείτε: α) την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, β) την τάση του νήματος.
17. Η περίοδος ενός απλού εκκρεμούς σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς είναι T_0 . Να βρείτε την περίοδο του ίδου εκκρεμούς αν στερεωθεί στην οροφή ενός τραίνου που κινείται με σταθερή ταχύτητα v_0 σε συκλική τροχιά ακτίνας R .