

# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΩΝ

Ηρώων Πολυτεχνείου 5, Κτίριο Θεοχάρη

Πολυτεχνειόπολη Ζωγράφου, 157 73 Ζωγράφου

Δρ Σταύρος Κ. Κουρκουλής, Καθηγητής Πειραματικής Μηχανικής

Τηλέφωνα: +210 772 1313, +210 772 1263 (γραφείο)

+210 772 4025, +210 772 4235, +210 772 1317, +210 7721310 (εργαστήρια)

Τηλεομοιότυπο (Fax): +210 7721302

Διεύθυνση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (e-mail): stakkour@central.ntua.gr

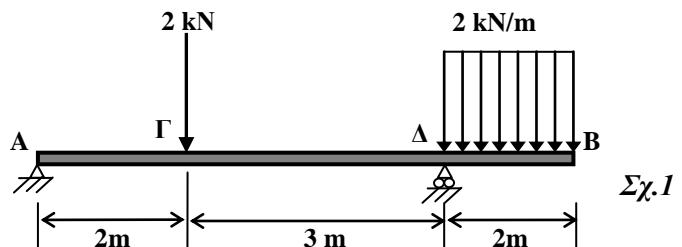


## ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι (ΣΤΑΤΙΚΗ)

### 26<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων: Ολόσωμοι φορείς (Σύνθετα προβλήματα)

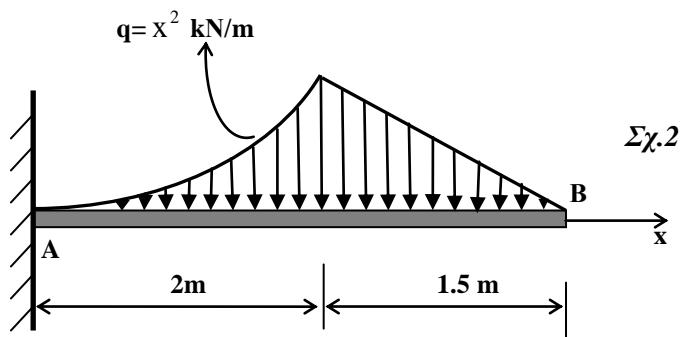
#### Ασκηση 1

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψεως για την αβαρή μονοπροέχουσα δοκό ΑΓΔΒ του Σχ.1 (υπό κατάλληλη κλίμακα).



#### Ασκηση 2

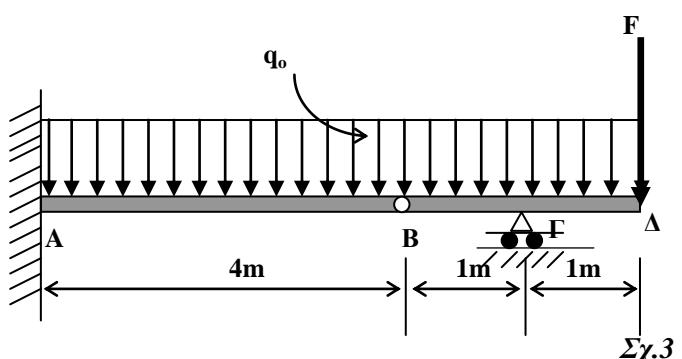
Η αβαρής μονόπακτη δοκός ΑΒ φέρει κατανεμημένο φορτίο όπως φαίνεται στο Σχ.2. Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψεως υπό κατάλληλες κλίμακες.



#### Ασκηση 3

Η αβαρής δοκός του Σχ.3 στηρίζεται με πάκτωση στο Α και κύλιση στο Γ, φέρει δε εσωτερική άρθρωση στο Β. Για τη δεδομένη στο σχήμα φόρτιση να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στηρίξεως και να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψεως υπό κατάλληλες κλίμακες.

Δίνεται:  $q_o = 10 \text{ kN/m}$  και  $F = 50 \text{ kN}$ .



#### Ασκηση 4

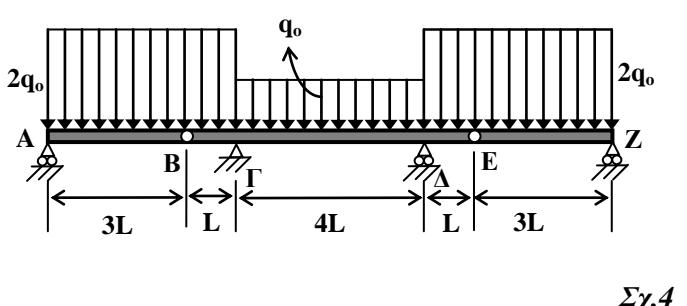
Ο ολόσωμος φορέας του Σχ.4 στηρίζεται με άρθρωση στο Γ και κυλίσεις στα Α, Δ και Ζ, φέρει δε εσωτερικές αρθρώσεις στα σημεία Β και Ε. Α.

α. Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στις στηρίξεις Α, Γ, Δ και Ζ.

β. Να σχεδιασθεί το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων.

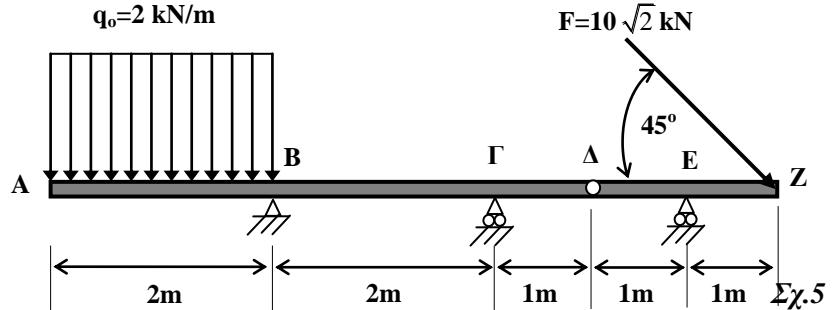
γ. Να σχεδιασθεί το διάγραμμα των καμπτικών ροπών.

Δίνεται ότι  $L=1 \text{ m}$  και  $q_o = 20 \text{ kN/m}$ .



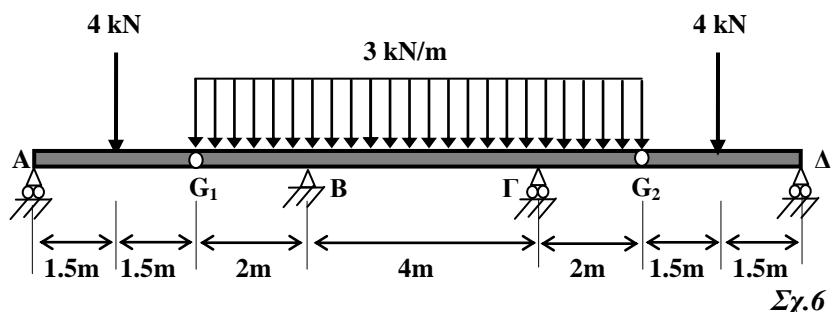
### Άσκηση 5

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα αξονικών δυνάμεων, τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψεως για την αβαρή δοκό ΑΒΓΔΕΖ του Σχ.5 (υπό κατάλληλη κλίμακα). Στο Δ υπάρχει εσωτερική άρθρωση.



### Άσκηση 6

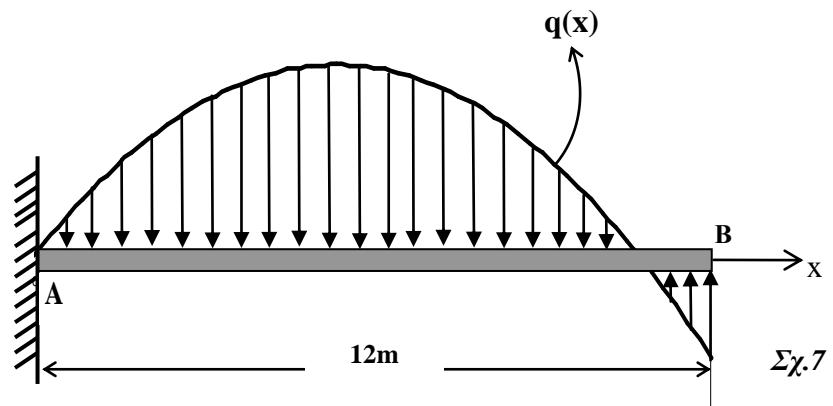
Για το φορέα του Σχ.6 που στηρίζεται με άρθρωση στο Β και κυλίσεις στα Α, Γ και Δ, έχει δε εσωτερικές αρθρώσεις στα G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub> να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψεως (υπό κατάλληλη κλίμακα).



### Άσκηση 7

Ο πρόβολος ΑΒ του Σχ.7 φέρει κατανεμημένο φορτίο που δίνεται ως  $q(x) = 100x - cx^2$ , όπου c προσδιοριστέα σταθερά. Γνωρίζοντας ότι η ροπή πακτώσεως πρέπει να είναι μηδενική:

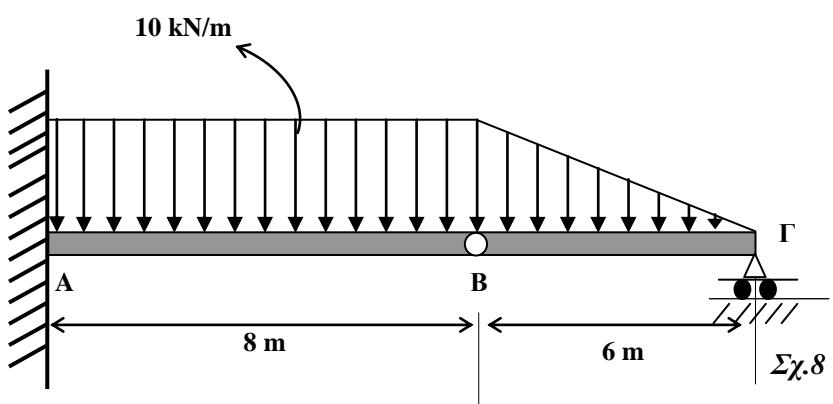
- α. Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στηρίξεως.
- β. Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψεως (υπό κατάλληλη κλίμακα).



### Άσκηση 8

Η δοκός ΑΒΓ (εσωτερική άρθρωση στο Β) του Σχ. 8 στηρίζεται με πάκτωση στο Α και κύλιση στο Γ.

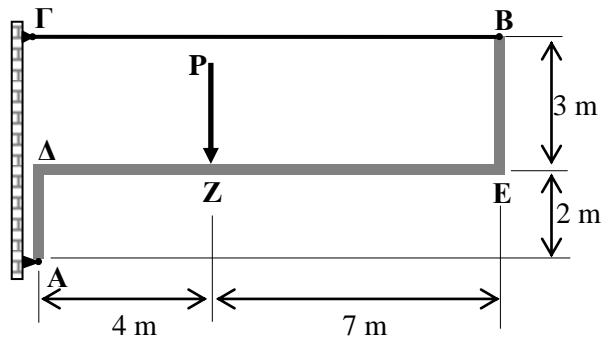
- α. Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στηρίξεως
- β. Να ευρεθεί η δύναμη που μεταβιβάζεται μέσω της άρθρωσης Β.
- γ. Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψεως (υπό κατάλληλη κλίμακα).



### Άσκηση 9

Ο ολόσωμος φορέας ΑΔΕΒ του Σχ.9 (ΑΔ, ΒΕ: κατακόρυφα, ΔΕ: οριζόντιο) έχει ίδιον βάρος  $w_o=0.5$  kN/m και στηρίζεται με άρθρωση στο Α και οριζόντια ράβδο ΒΓ, φέρουσας ικανότητας 25.35 kN. Στο σημείο Ζ ασκείται η μέγιστη επιτρεπτή κατακόρυφη δύναμη  $P$  η οποία δεν θραύει τη ράβδο. Για ολόκληρο το φορέα ΑΔΕΒ να σχεδιασθούν τα διαγράμματα:

- α.** Αξονικών και τεμνουσών δυνάμεων.
- β.** Καμπτικών ροπών.

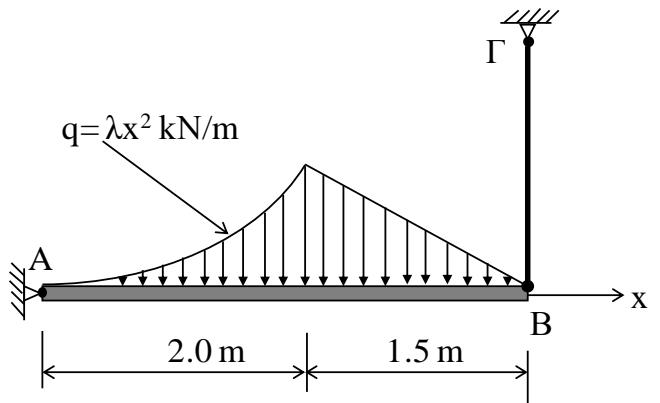


Σχήμα 9

### Άσκηση 10

Η αβαρής δοκός ΑΒ στηρίζεται οριζόντια με άρθρωση στο Α και κατακόρυφη ράβδο ΒΓ. Η μέγιστη δύναμη που μπορεί να ασκηθεί στην ΒΓ είναι 32.86 kN. Η δοκός φέρει εν μέρει παραβολικώς και εν μέρει γραμμικώς κατανεμημένο φορτίο (Σχ. 10). Για τη μέγιστη φόρτιση που μπορεί να ασκηθεί στο φορέα να σχεδιασθούν τα διαγράμματα:

- α.** Τεμνουσών δυνάμεων
- β.** Καμπτικών ροπών



Σχήμα 10

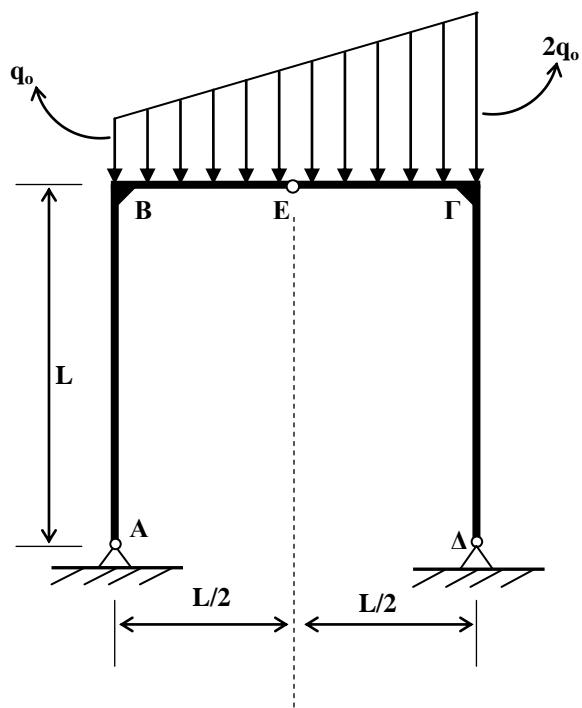


**ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι (ΣΤΑΤΙΚΗ)**  
**27<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων: Ορθογωνικά πλαίσια**

**Άσκηση 1**

Για το αβαρές πλαίσιο του Σχ.1, το οποίο είναι πακτωμένο στο σημείο A:

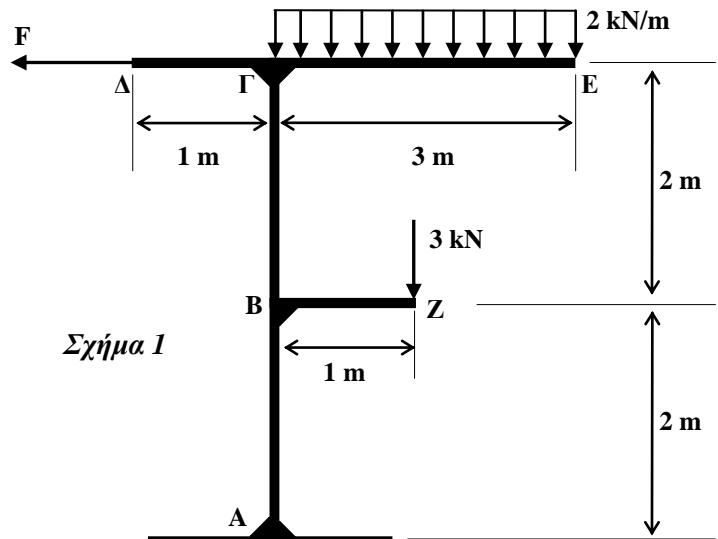
- Να υπολογισθεί η τιμή της οριζόντιας δύναμης F έτσι ώστε η ροπή πακτώσεως να είναι μηδενική.
- Για την ως άνω τιμή της F να σχεδιασθούν τα διαγράμματα αξονικών και τεμνουσών δυνάμεων και το διάγραμμα καμπτικών ροπών.



**Σχήμα 2**

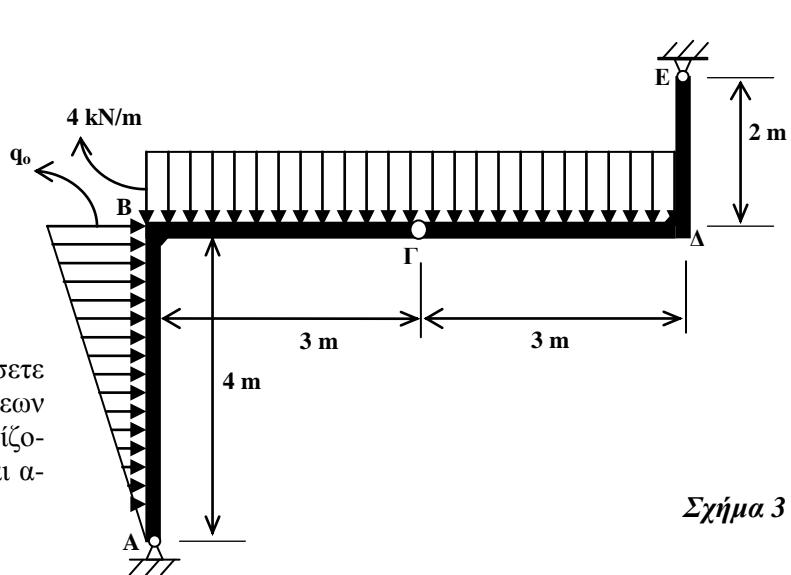
**Άσκηση 3**

Για το τριαρθρωτό πλαίσιο του Σχ.3 να σχεδιάσετε τα διαγράμματα αξονικών και τεμνουσών δυνάμεων καθώς και το διάγραμμα ροπών κάμψεως, γνωρίζοντας ότι η αντίδραση στην άρθρωση E διέρχεται από το μέσον του τμήματος BG.



**Άσκηση 2**

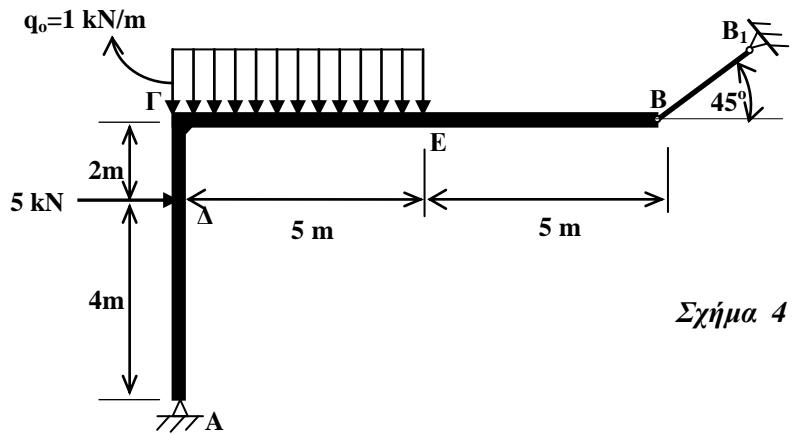
Το πλαίσιο του Σχ.2 οποίο στηρίζεται με αρθρώσεις στα A και Δ και φέρει εσωτερική άρθρωση στο E. Το πλαίσιο φορτίζεται με τραπεζοειδές φορτίο στο οριζόντιο τμήμα του. Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στηρίξεως συναρτήσει των μεγεθών q\_0 και L και στη συνέχεια να σχεδιασθούν τα διαγράμματα αξονικών και τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψεως.



**Σχήμα 3**

#### Άσκηση 4

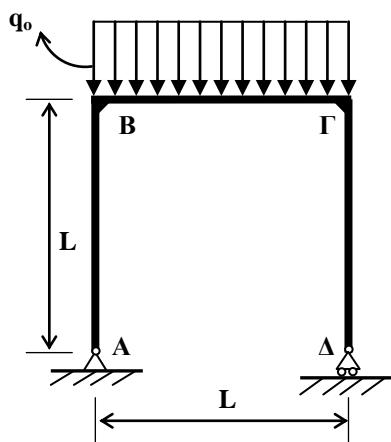
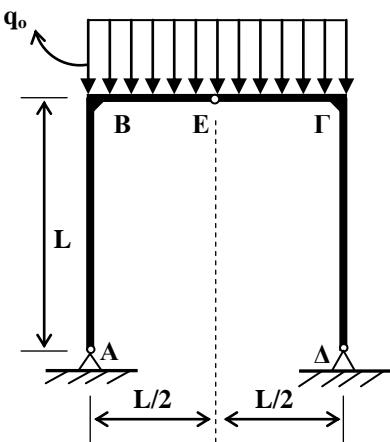
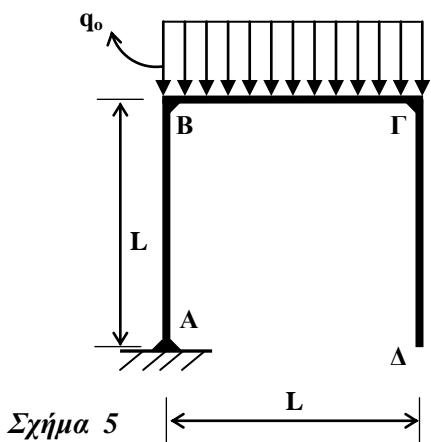
Το πλαίσιο του Σχ.4 στηρίζεται με άρθρωση στο A και με τη βοήθεια της δεσμικής ράβδου BB<sub>1</sub>. Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα αξονικών και τεμνουσών δυνάμεων καθώς και το διάγραμμα ροπών κάμψεως (υπό κατάλληλη κλίμακα).



Σχήμα 4

#### Άσκηση 5

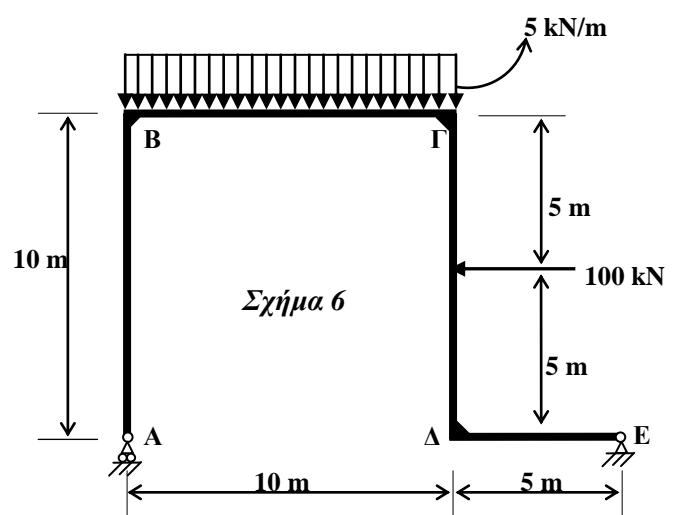
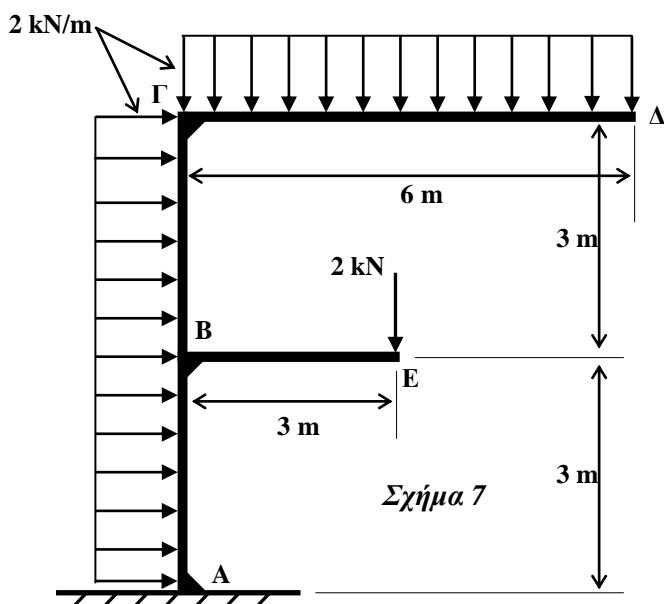
Να σχεδιασθούν υπό κατάλληλη κλίμακα τα διαγράμματα αξονικών και τεμνουσών δυνάμεων καθώς και τα διαγράμματα ροπών κάμψεως των τριών πλαισίων του Σχ.5. Ποιο από τα τρία πλαισία πλεονεκτεί;



#### Άσκηση 6

Το πλαίσιο ΑΒΓΔΕ του Σχ.6 στηρίζεται με κύλιση στο A και άρθρωση στο E.

- α. Να ευρεθούν οι αντιδράσεις των στηρίξεων.
- β. Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα αξονικών και τεμνουσών δυνάμεων και το διάγραμμα καμπτικών ροπών.



#### Άσκηση 7

Για το μονόπακτο (στο σημείο A) πλαίσιο του Σχ.7 να σχεδιάσετε υπό κατάλληλη κλίμακα τα διαγράμματα αξονικών και τεμνουσών δυνάμεων καθώς και το διάγραμμα ροπών κάμψεως.

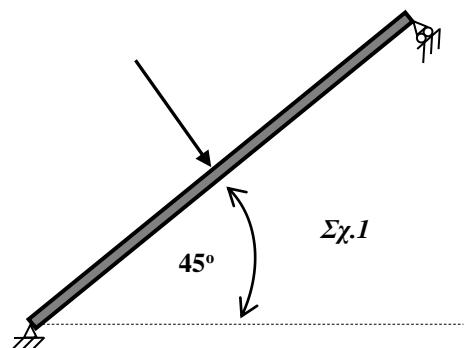


**ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι (ΣΤΑΤΙΚΗ)**  
**28<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων: Κεκλιμένοι φορείς**

**Άσκηση 1α**

Αβαρής δοκός στηρίζεται υπό κλίση  $45^\circ$  ως προς την οριζόντια και φορτίζεται με συγκεντρωμένη δύναμη  $5 \text{ kN}$  η οποία δρά κάθετα στη δοκό στο μέσον του ανοίγματός της (Σχ.1). Η δοκός έχει μήκος  $4 \text{ m}$  και στηρίζεται με άρθρωση και κύλιση, η οποία ασκεί αντίδραση κάθετη στο φορέα της δοκού.

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και αξονικών δυνάμεων και ροπών κάμψεως υπό κατάλληλες κλίμακες.



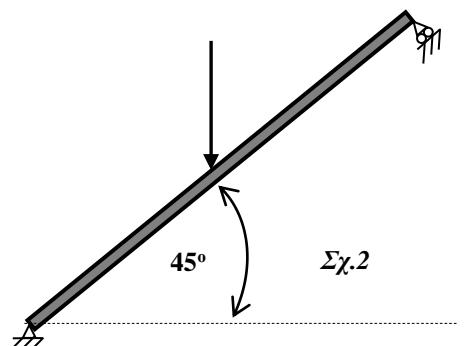
**Άσκηση 1β**

Να επιλυθεί εκ νέου η Άσκηση 1α θεωρώντας ότι η δοκός έχει ίδιον βάρος  $2 \text{ kN/m}$ .

**Άσκηση 2α**

Αβαρής δοκός στηρίζεται υπό κλίση  $45^\circ$  ως προς την οριζόντια και φορτίζεται με συγκεντρωμένη κατακόρυφη δύναμη  $5 \text{ kN}$  στο μέσον του ανοίγματός της (Σχ.2). Η δοκός έχει μήκος  $4 \text{ m}$  και στηρίζεται με άρθρωση και κύλιση, η οποία ασκεί αντίδραση κάθετη στο φορέα της δοκού.

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και αξονικών δυνάμεων και ροπών κάμψεως υπό κατάλληλες κλίμακες.



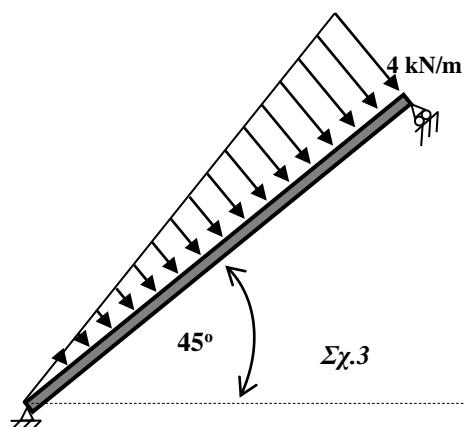
**Άσκηση 2β**

Να επιλυθεί εκ νέου η Άσκηση 2α θεωρώντας ότι η δοκός έχει ίδιον βάρος  $2 \text{ kN/m}$ .

**Άσκηση 3α**

Η αβαρής δοκός του Σχ.3 μήκους  $4 \text{ m}$ , υπό κλίση  $45^\circ$  ως προς την οριζόντια, στηρίζεται με άρθρωση και κύλιση (η οποία ασκεί αντίδραση κάθετη στο φορέα της ράβδου).

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και αξονικών δυνάμεων και ροπών κάμψεως υπό κατάλληλες κλίμακες.



**Άσκηση 3β**

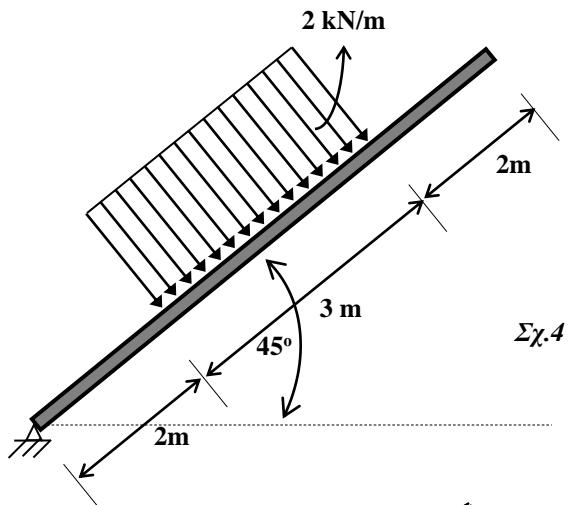
Να επιλυθεί εκ νέου η Άσκηση 3α θεωρώντας ότι η δοκός έχει ίδιον βάρος  $2 \text{ kN/m}$ .

#### Άσκηση 4α

Η αβαρής δοκός του Σχ.4 στηρίζεται, υπό κλίση  $45^\circ$  ως προς την οριζόντια, με άρθρωση και κύλιση (η οποία ασκεί αντίδραση κάθετη στο φορέα της ράβδου). Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και αξονικών δυνάμεων και ροπών κάμψεως υπό κατάλληλες κλίμακες.

#### Άσκηση 4β

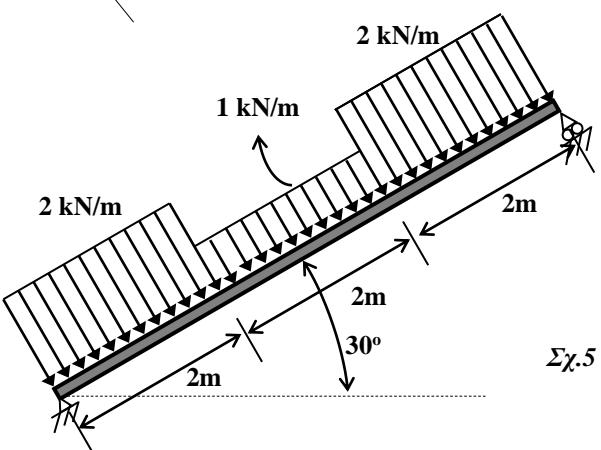
Να επιλυθεί εκ νέου η Άσκηση 4α θεωρώντας ότι η δοκός έχει ίδιον βάρος  $2 \text{ kN/m}$ .



Σχ.4

#### Άσκηση 5α

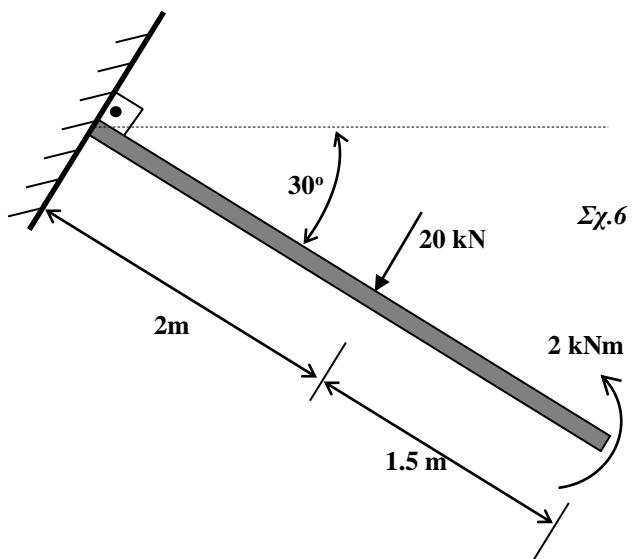
Να σχεδιασθούν υπό κατάλληλες κλίμακες τα διαγράμματα τεμνουσών και αξονικών δυνάμεων και ροπών κάμψεως για την αβαρή δοκό του Σχ.5, η οποία στηρίζεται υπό κλίση  $30^\circ$  ως προς την οριζόντια, με άρθρωση και κύλιση,



Σχ.5

#### Άσκηση 5β

Να επιλυθεί εκ νέου η Άσκηση 5α θεωρώντας ότι η δοκός έχει ίδιον βάρος  $2 \text{ kN/m}$ .



Σχ.6

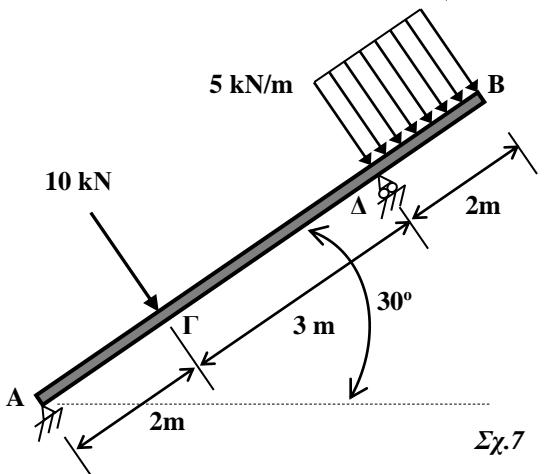
#### Άσκηση 6α

Η αβαρής μονόπακτη δοκός του Σχ.6 στηρίζεται, υπό κλίση  $30^\circ$  ως προς την οριζόντια.

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και αξονικών δυνάμεων και ροπών κάμψεως υπό κατάλληλες κλίμακες.

#### Άσκηση 6β

Να επιλυθεί εκ νέου η Άσκηση 6α θεωρώντας ότι η δοκός έχει ίδιον βάρος  $2 \text{ kN/m}$ .



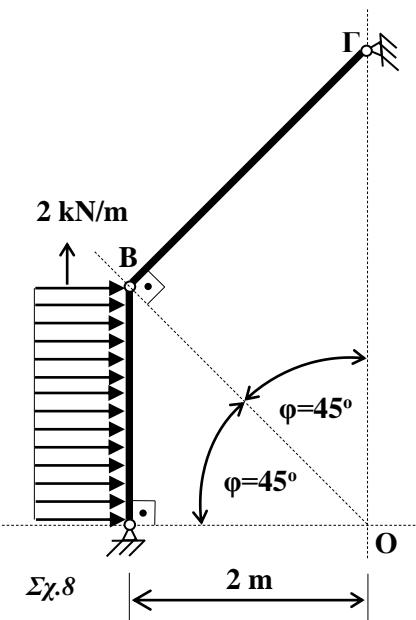
Σχ.7

#### Άσκηση 7

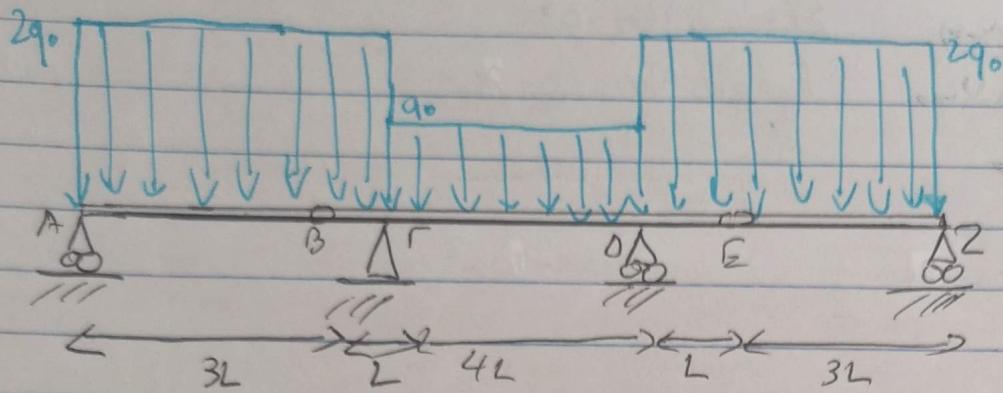
Η αμφιέρειστη δοκός του Σχ.7 στηρίζεται, υπό κλίση  $30^\circ$ , ως προς την οριζόντια. Λόγω διαφορετικής εγκάρσιας διατομής τα τμήματα ΑΓ και ΔΒ έχουν ίδιον βάρος  $1 \text{ kN/m}$  ενώ το τμήμα ΓΔ έχει ίδιον βάρος  $2 \text{ kN/m}$ . Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και αξονικών δυνάμεων και ροπών κάμψεως υπό κατάλληλες κλίμακες.

### Άσκηση 8

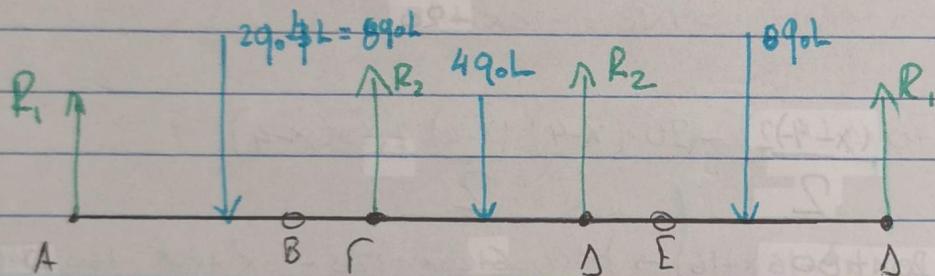
Να σχεδιασθούν υπό κατάλληλες κλίμακες τα διαγράμματα τεμνουσών και αξονικών δυνάμεων και το διάγραμμα ροπών κάμψεως για τον τριαρθρωτό φορέα ΑΒΓ (Σχ.8), ιδίου βάρους 1 kN/m, του οποίου το τμήμα ΑΒ είναι κατακόρυφο.



Arunan 4



Käivu  $\rightarrow$  DEF



Nayn offezios, ois forapess  $\rightarrow$  A uun D uun jaa F uun antoja kesiavises.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 2R_1 + 2R_2 = 20q_0L \Rightarrow R_1 + R_2 = 10q_0L$$

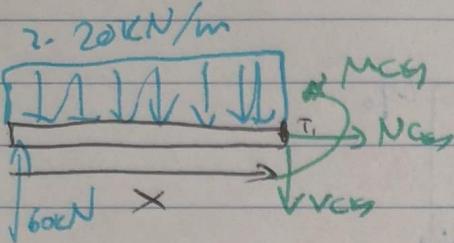
Enekin exw esow apipwan ois B, käivu  $\rightarrow$  DEF uun AB

$$\sum M_{B=0} \Rightarrow R_1 \cdot 3L = 6q_0L \Rightarrow R_1 = 2q_0L \Rightarrow R_2 = 8q_0L$$

$$A_p \quad R_1 = 3 \cdot 20 \cdot 1 = 60kN$$

$$R_2 = 7 \cdot 20 \cdot 1 = 140kN$$

1<sup>η</sup> zofu γρα  $0 \leq x < 4$

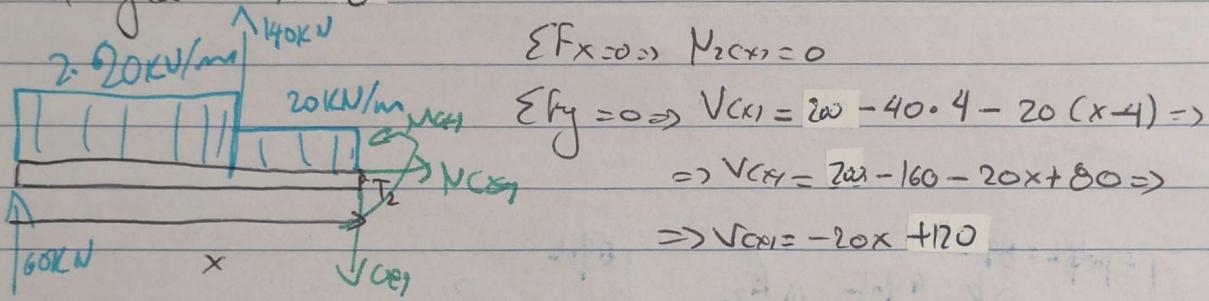


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{C_y} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{C_y} = 60 - 20x$$

$$\sum M_{T_1} = 0 \Rightarrow M_{C_y} = 60x - 40x \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow M_{C_y} = 60x - 20x^2$$

2<sup>η</sup> zofu γρα  $4 \leq x < 8$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{C_y} = 0$$

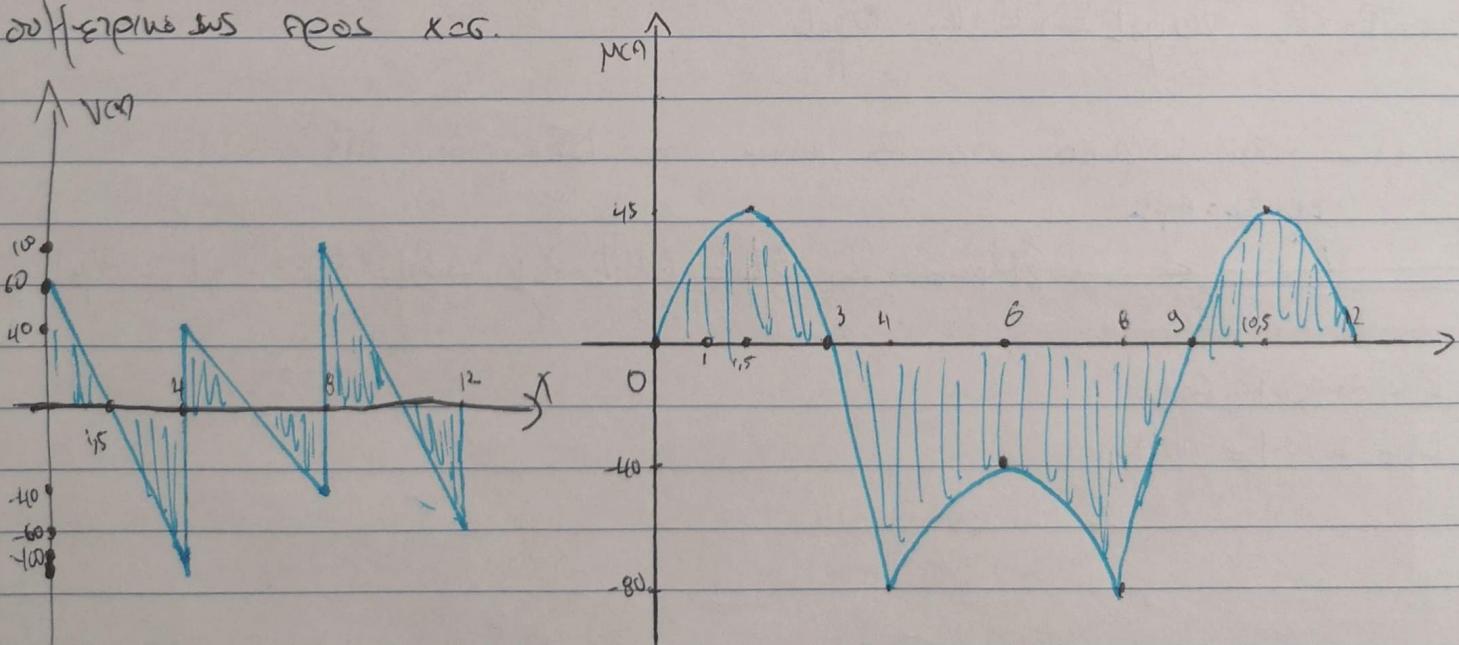
$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 \Rightarrow V_{C_y} &= 200 - 40 \cdot 4 - 20(x-4) \Rightarrow \\ &\Rightarrow V_{C_y} = 200 - 160 - 20x + 80 \Rightarrow \\ &\Rightarrow V_{C_y} = -20x + 120 \end{aligned}$$

$$\sum M_{T_2} = 0 \Rightarrow M_{C_y} = 60x - 40 \cdot 4(x-2) - 20 \cdot (x-4) \cdot \frac{(x-4)}{2} + 140(x-4)$$

$$\Rightarrow M_{C_y} = 60x - 160x + 320 - 10(x^2 - 8x + 16) \Rightarrow M_{C_y} = -160x + 320 - 10x^2 + 80x - 160 + 140x - 360$$

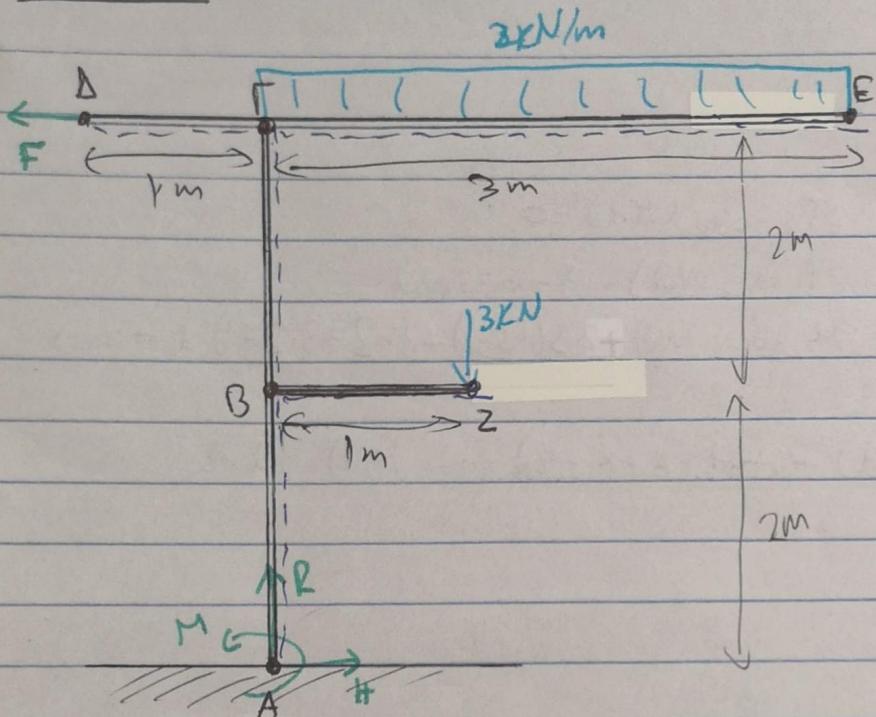
$$\Rightarrow M_{C_y} = -10x^2 - 20x + 160 + 140x - 360 \Rightarrow M_{C_y} = -10x^2 + 120x - 400$$

Ενδιαί έχω να βάψω στη γραφή την καρβούνικη γραμμή τους. Το διαγράφεται  
ταυτόχρονα με την γραμμή της Σ. Η γραμμή της Σ πένθεται στην απόσταση  $x=6$  λαν το διαγράφεται ταυτόχρονα με την γραμμή της Μ.



27<sup>n</sup> ορθοδοξισμός: Ορθοδοξισμός κατά την

Ajumon



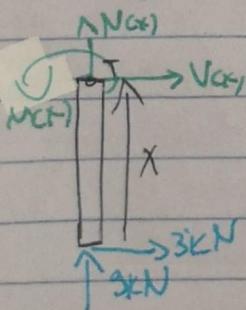
To  $\Delta$  also compare with exw at  $M=0$ .

$$\{F_x = 0 \Rightarrow F = H$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R = 3 + 2 \cdot 3 = 9 \text{ kN}$$

$$\sum M_{A=0} \Rightarrow M - 3 \cdot 1 - 6 \cdot 1,5 + F \cdot 4 = 0 \Rightarrow 4F = 12 \Rightarrow F = 3 \text{ kN}$$

for  $y = 0 \leq x < 2$

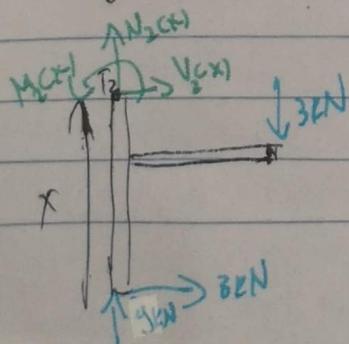


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{Q_3} = -9kN$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V(x) = -3kN$$

$$\{M_{\tau=0} \Rightarrow M_{(x)} = -3x$$

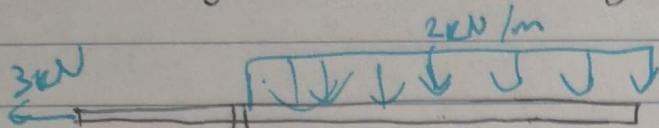
$$\tan x \quad 2 \leq x \leq 4$$



$$\Sigma F \uparrow = 0 \Rightarrow N_2(x_1) = -6kN, \quad \Sigma f \rightarrow = 0 \Rightarrow V_2(x_1) = -3kN$$

$$\{M_t = 0 \Rightarrow M(x) = 3 - 3x\}$$

Ta-in ja zo kofaci BZ ja a  $0 \leq d \leq 1$

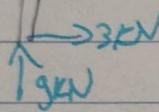


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N(d) = 0$$

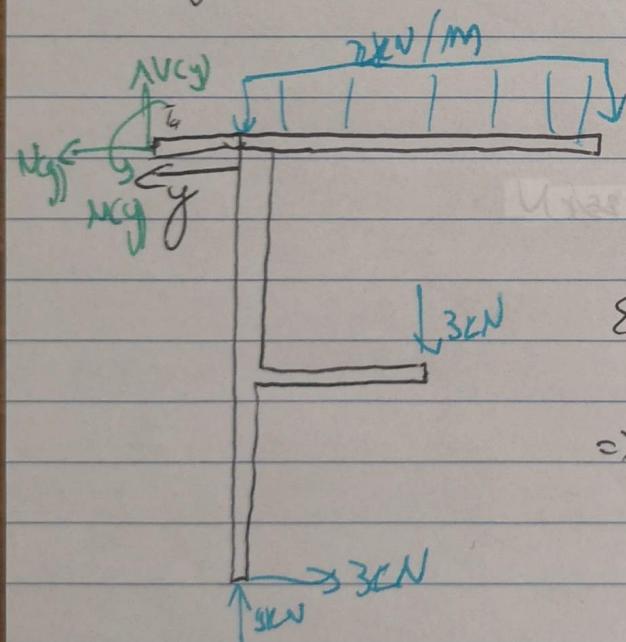
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(d) = 9 - 6 = 3 \text{ kN}$$

$$\sum M_{T_2} = 0 \Rightarrow M(d) - 2 \cdot 3(1.5 - d) + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 - 9 \cdot d = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M(d) = 9 + 6d + 6 + 6 - 9d = 0 \Rightarrow M(d) = 3d - 3$$



Ta-in ja zo kofaci RD ja a  $0 \leq y \leq 1$



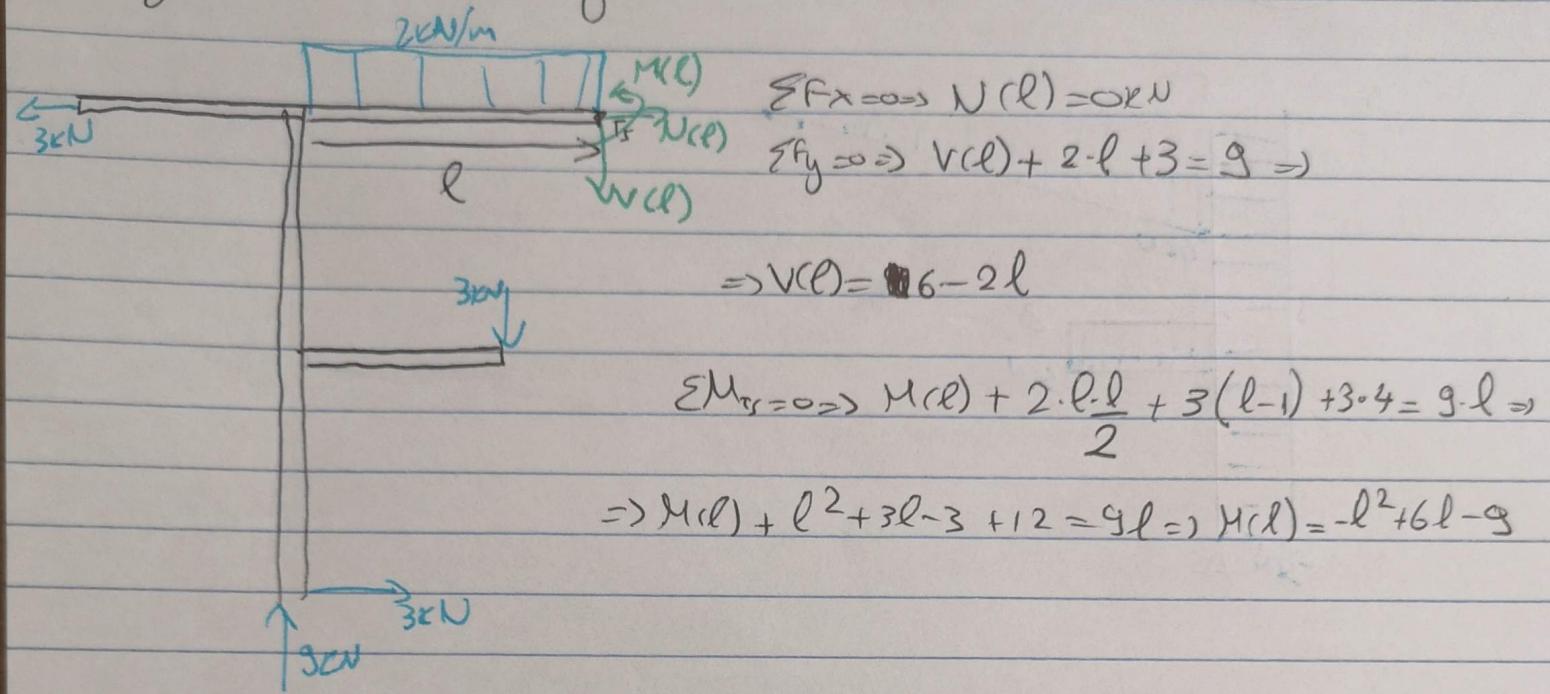
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N(y) = 3 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(y) = 6 + 3 - 9 = 0 \text{ kN}$$

$$\sum M_{T_2} = 0 \Rightarrow M(y) + 3 \cdot 4 + 9 \cdot y = 3(y+1) + 12 \cdot 3 \cdot (y+1,5) \Rightarrow$$

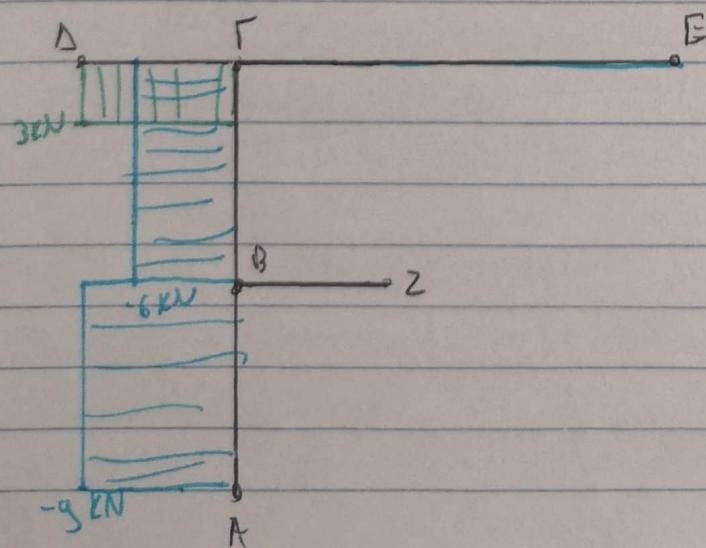
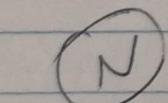
$$\Rightarrow M(y) = 3y + 3 + 6y + 9 - 12 - 9y \Rightarrow M(y) = 0$$

Total jia  $\approx$  von  $0 \leq l \leq 3$

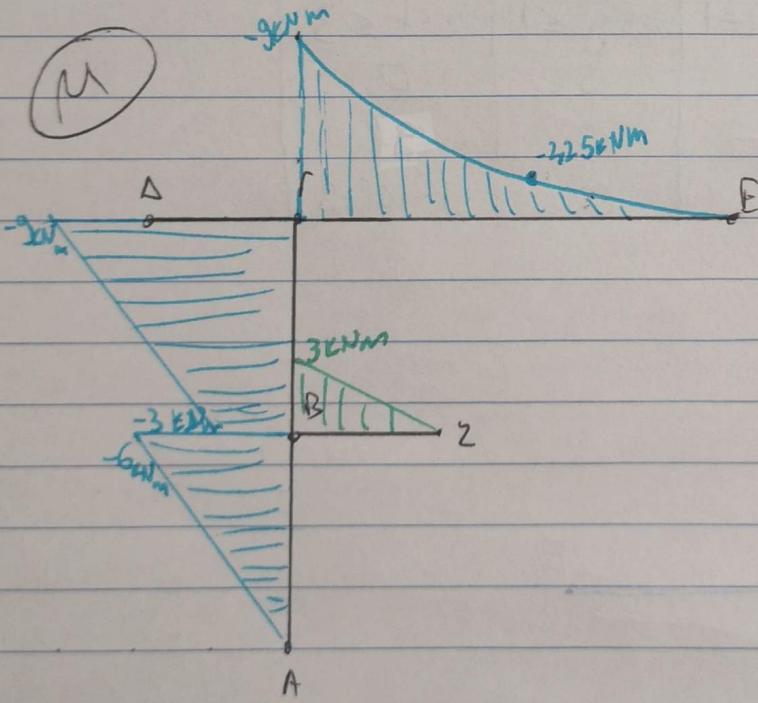
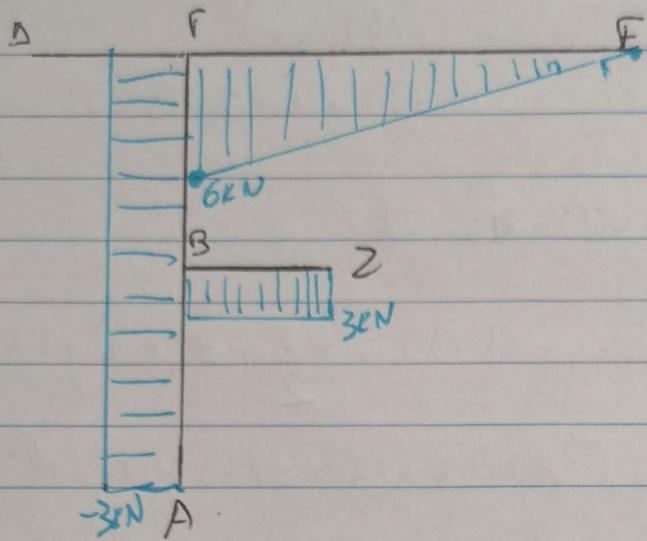


	AB	BF	BZ	FD	FE
N	$0 \leq x < 2$	$2 \leq x \leq 4$	$0 \leq l \leq 1$	$0 \leq y \leq 1$	$0 \leq l \leq 3$
V	-3kN	-3kN	0	3	0
M	$-3x$	$3-3x$	$3l-3$	0	$-l^2+6l-9$

To Sägeraff-Area:

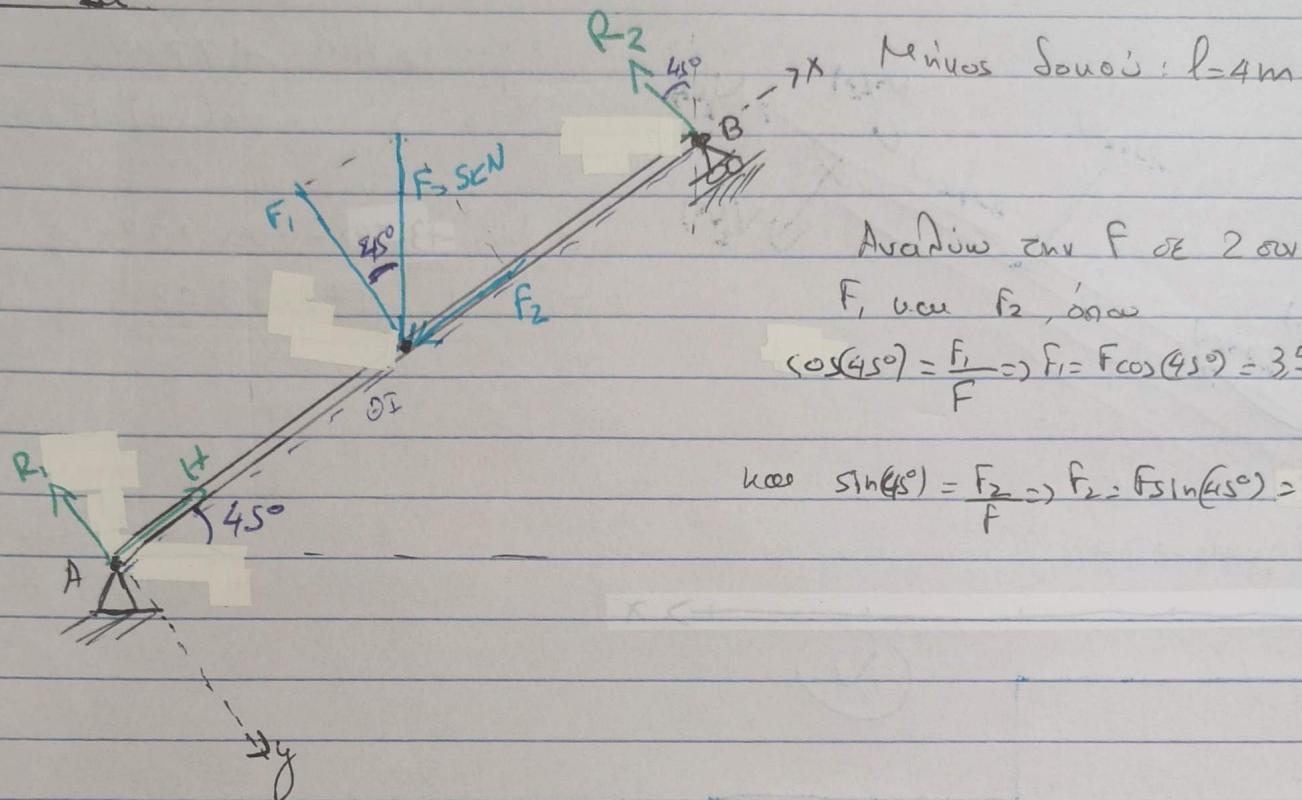


(V)



28<sup>η</sup> Σεπτ αριθμών & τελιφίνοι πόροις

Άσυνον 2a



Mήκος σουνού:  $l=4\text{m}$

Aνατίναχτη  $F$  σε 2 συνδέσμους

$F_1$  και  $F_2$ , ίσα

$$\cos(45^\circ) = \frac{F_1}{F} \Rightarrow F_1 = F \cos(45^\circ) = 3,54\text{ kN}$$

$$\text{καθώς } \sin(45^\circ) = \frac{F_2}{F} \Rightarrow F_2 = F \sin(45^\circ) = 3,54\text{ kN}$$

H σουνούς ισοπεδεύεται όπως:

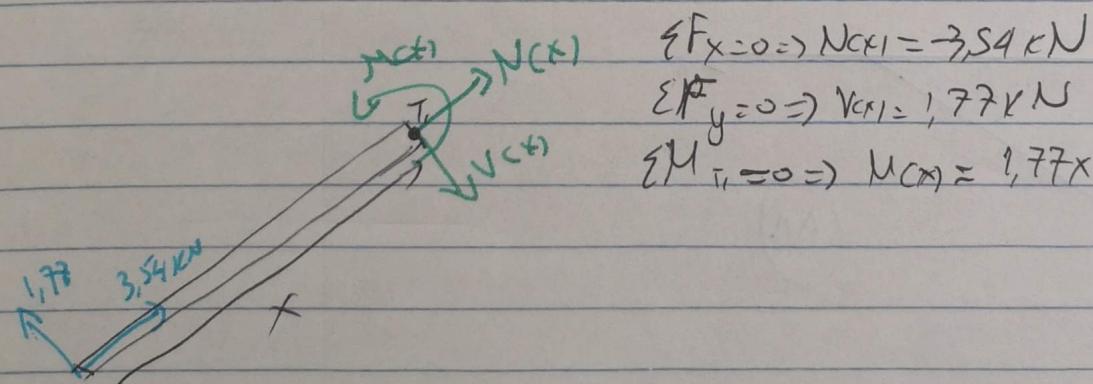
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H = F_2 = 3,54\text{ kN} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 = F_1 \Rightarrow R_1 + R_2 = 3,54 \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_1 \cdot \frac{l}{2} = R_2 \cdot l \Rightarrow R_2 = \frac{F_1}{2} \Rightarrow R_2 = 1,77\text{ kN} \quad (3)$$

$$\text{Από (2)} \Rightarrow R_1 = 1,77\text{ kN} = R_2$$

Κάνω τοπή για  $0 \leq x \leq 2$

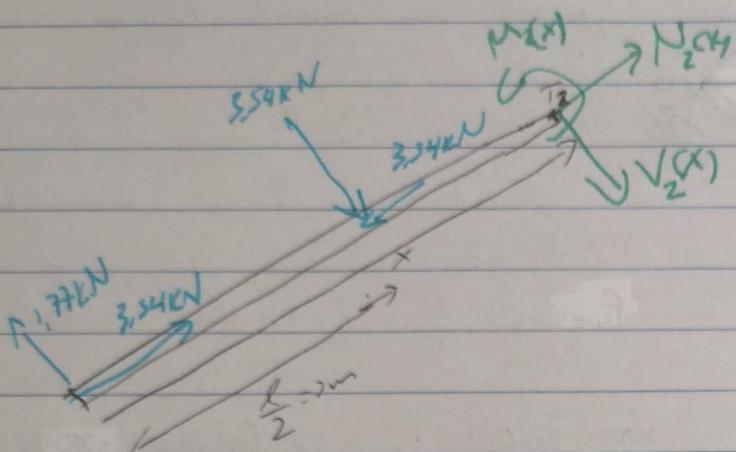


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N(x) = -3,54\text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = 1,77\text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M(x) = 1,77x$$

Kauz zohu yia  $2 \leq x \leq 4$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{2(x)} = 0$$

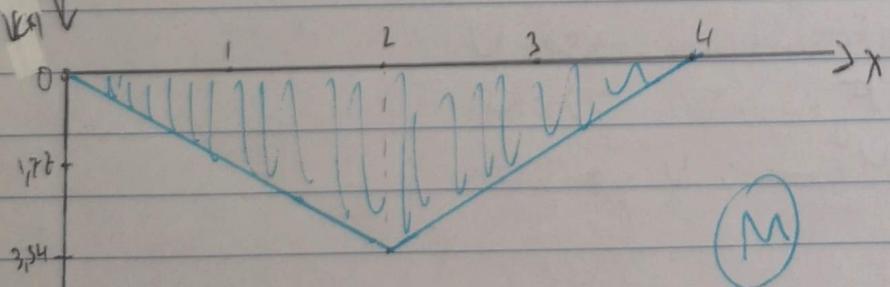
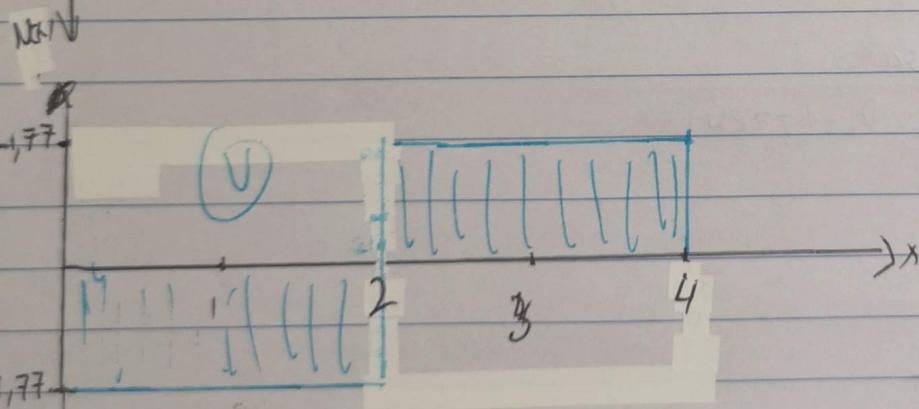
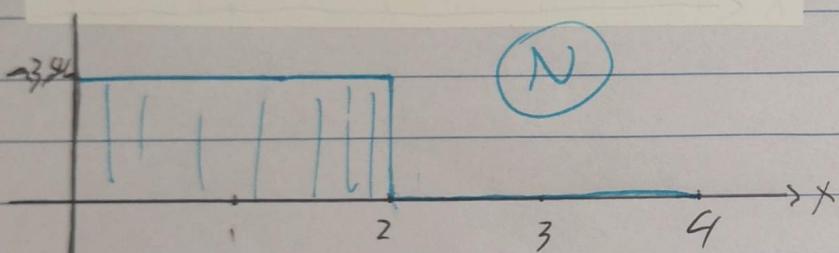
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{2(x)} = -1,77 \text{ kN}$$

$$\sum M_{x_2} = 0 \Rightarrow M_{(x)} + 3,54(x-2) = 1,77x \Rightarrow$$

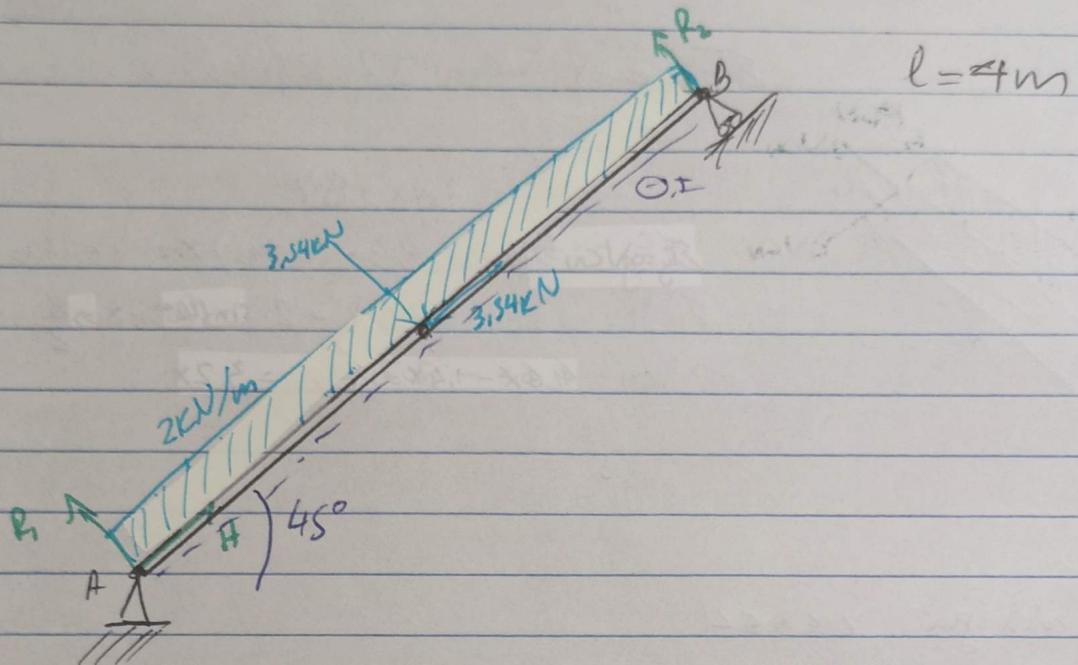
$$\Rightarrow M_{(x)} + 3,54x - 7,08 = 1,77x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{(x)} = -1,77x + 7,08$$

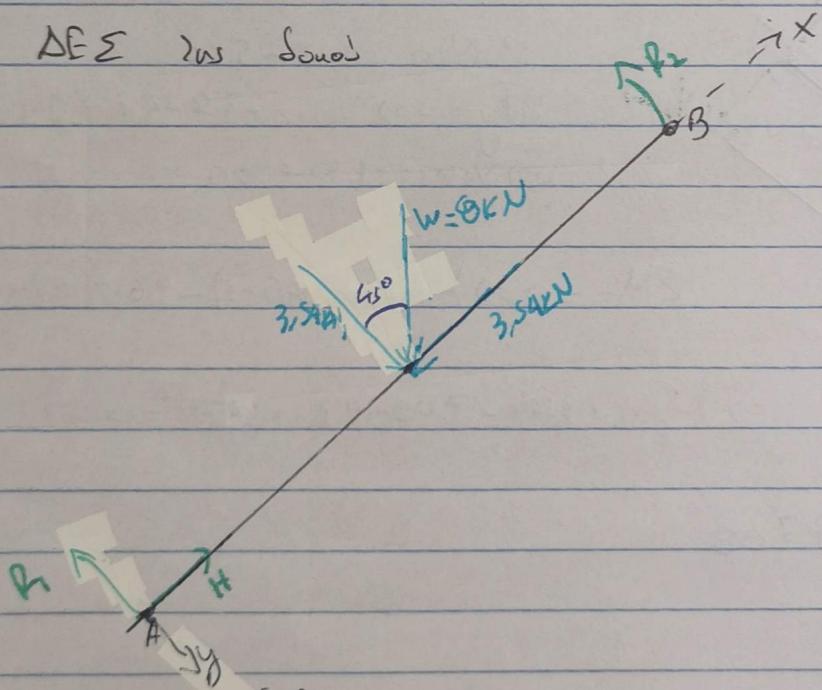
Ta diagonaffara:



Auflösung 2B



Kauw  $\Rightarrow \Delta F \Sigma \rightarrow$  0 somit

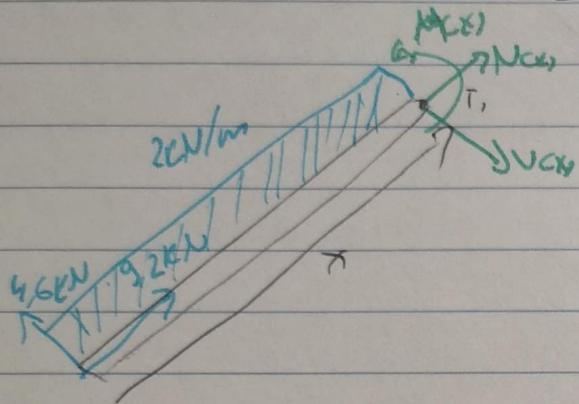


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H = 3,54 + 8 \sin(45^\circ) = 9,2\text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\Rightarrow R_1 + R_2 = 3,54 + 8 \cos(45^\circ) = 9,2\text{ kN} \\ \sum M_A = 0 &\Rightarrow (3,54 + 8 \cos(45^\circ)) \cdot \frac{l}{2} = R_2 \cdot l \Rightarrow R_2 = 4,6\text{ kN} \end{aligned} \quad \left. \right\} \Rightarrow R_1 = R_2 = 4,6\text{ kN}$$

Kräfte am Balken für  $0 \leq x \leq 2$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N(x) + 9,2 - 2 \sin(45^\circ) \cdot x = 0$$

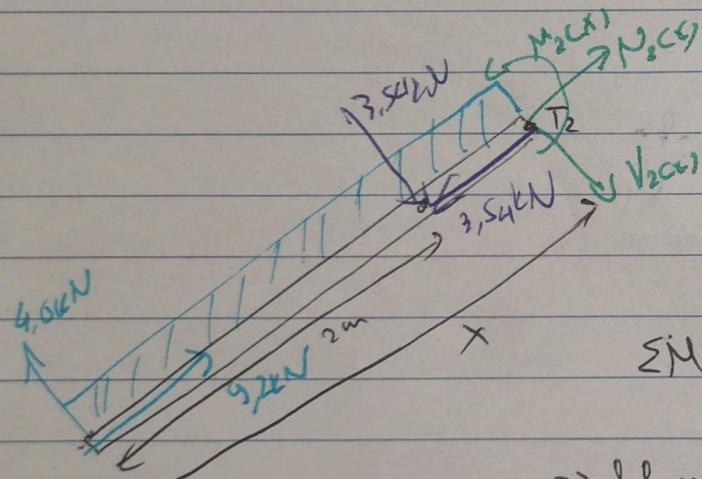


$$\Rightarrow N(x) = 1,4x - 9,2$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = 4,6 - 2 \cos(45^\circ) \cdot x = 4,6 - 1,4x$$

$$\sum M_{T_1} = 0 \Rightarrow M(x) = 4,6 \cdot x - 2 \cdot \cos(45^\circ) \cdot x \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow M(x) = 4,6x - 0,7x^2$$

Kräfte am Balken für  $2 \leq x \leq 4$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_2(x) + 9,2 - 3,54 - 2 \sin(45^\circ) \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow N_2(x) = 1,4x - 5,66$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_2(x) + 3,54 - 4,6 + 2 \cdot \cos(45^\circ) \cdot x = 0 \Rightarrow$$

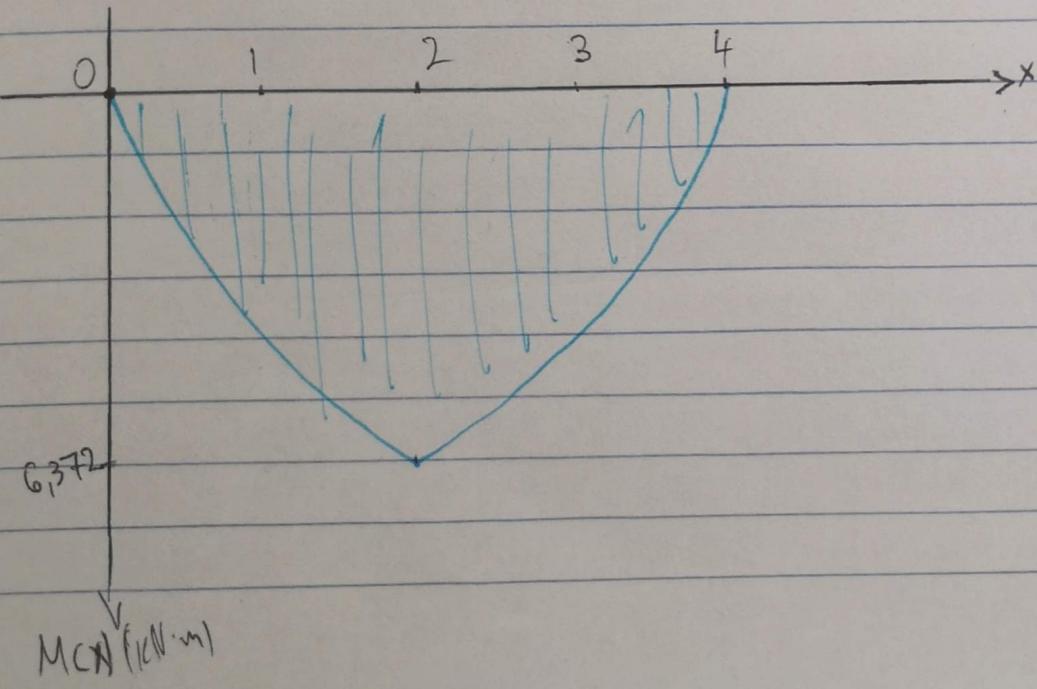
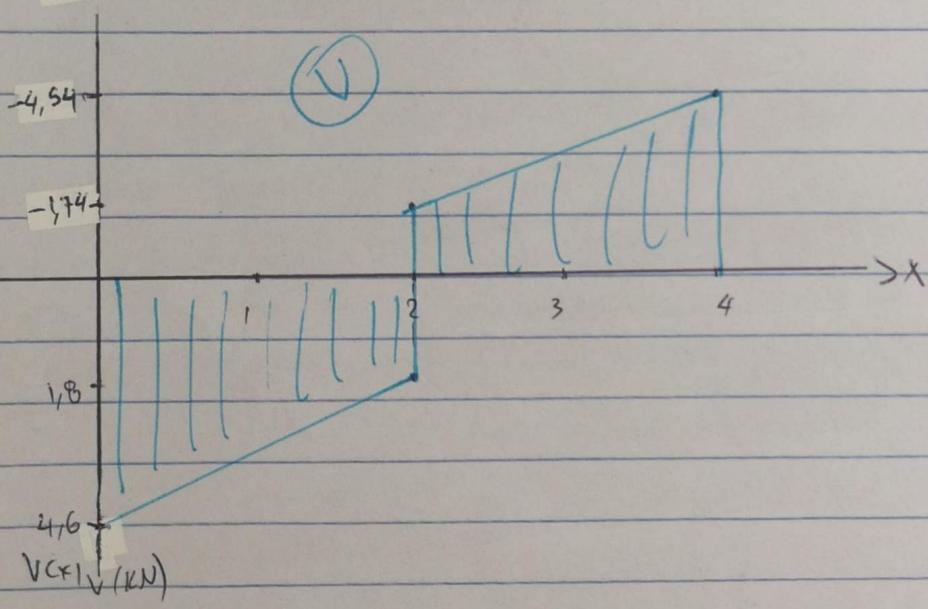
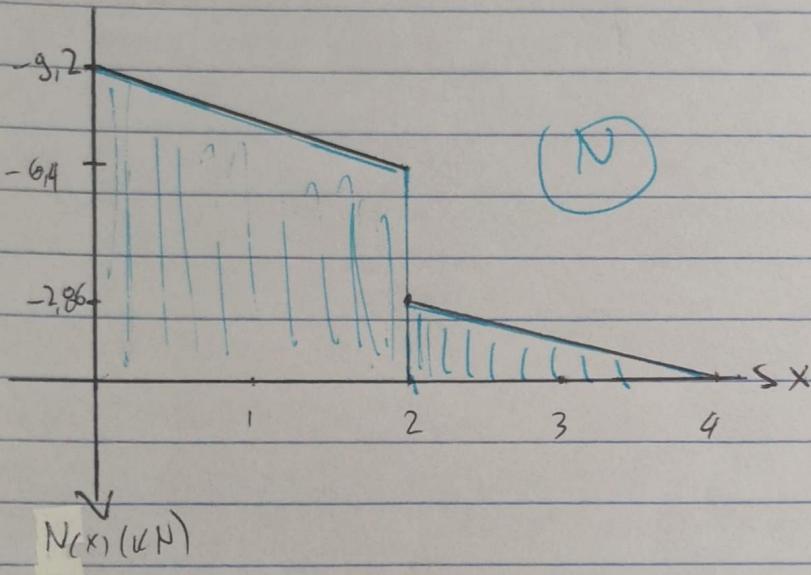
$$\Rightarrow V_2(x) = -1,4x + 1,06$$

$$\sum M_{T_2} = 0 \Rightarrow M_2(x) + 3,54(x-2) - 4,6 \cdot x + 2 \cdot \cos(45^\circ) \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow$$

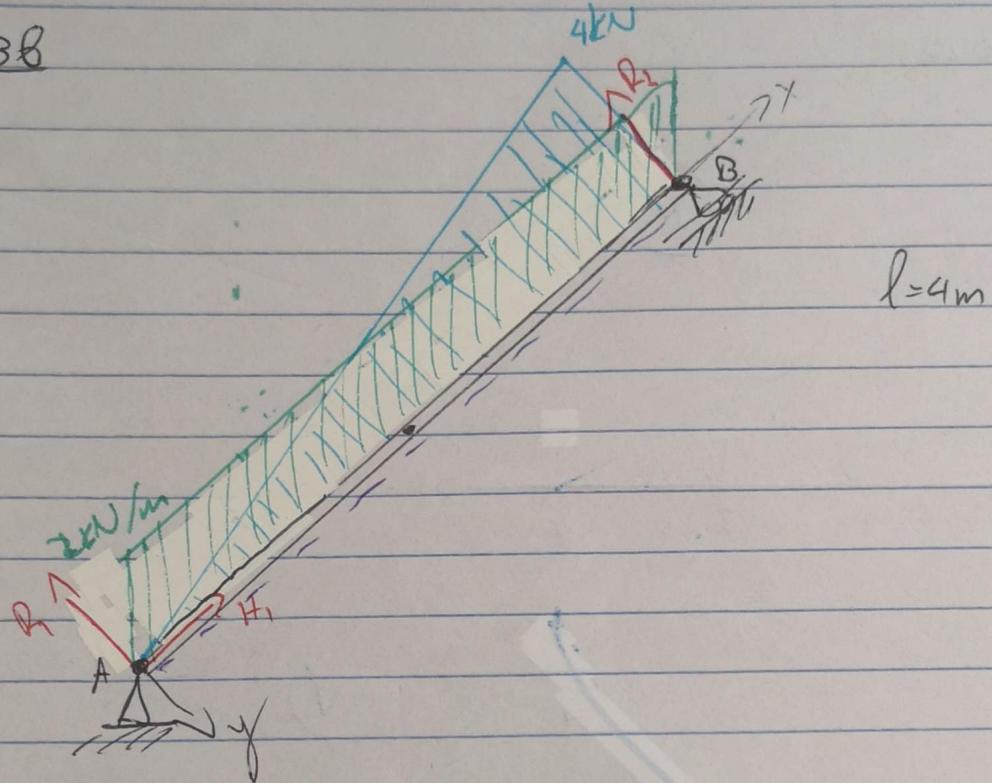
$$\Rightarrow M_2(x) + 3,54x - 7,08 - 4,6x + 0,7x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_2(x) = -0,707x^2 + 1,06x + 7,08$$

Ta Sfageaffara:



Aanman 38



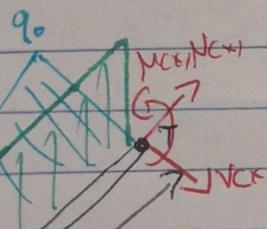
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H = 2 \cdot \cos(45^\circ) \cdot 4 = 5,66 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{4 \cdot 4^2}{2} + 2 \cdot \sin(45^\circ) \cdot 4 \Rightarrow R_1 + R_2 = 13,66 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_2 \cdot 4 = \frac{4 \cdot 16}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot \cos(45^\circ) \cdot 2 \Rightarrow R_2 = 8,16 \text{ kN} \Rightarrow R_1 = 5,8 \text{ kN}$$

Kunw zwv zgh i ja  $0 \leq x \leq 4$

$$F_{XW} \text{ or } \frac{A}{4} = \frac{q_0}{x} \Rightarrow x = q_0$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{Cx} = -5,66 + 2 \cdot \sin(45^\circ) \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_{Cx} = 5,66 + 1,41x$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{Cx} = 5,5 - 2 \cdot \cos(45^\circ) \cdot x - \frac{q_0 \cdot x}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{Cx} = 5,5 - 1,41x - 0,5x^2$$

$$\sum M_T = 0 \Rightarrow M_{Cx} = 5,5x - \frac{q_0 \cdot x \cdot x}{2} - 2 \cdot \cos(45^\circ) \cdot x \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow M_{Cx} = 5,5x - \frac{x^3}{6} - 0,705x^2$$

Kurve zuerst freigestalten:

