

**Αν βρείτε κάποιο λάθος PM τε να το διορθώσω: Georgepan**

# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΩΝ

Ηρώων Πολυτεχνείου 5, Κτίριο Θεοχάρη

Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, 157 73 Ζωγράφου

Δρ Σταύρος Κ. Κουρκουλής, Καθηγητής Πειραματικής Μηχανικής

Τηλέφωνα: +210 772 1313, +210 772 1263 (γραφείο)

+210 772 4025, +210 772 4235, +210 772 1317, +210 772 1310 (εργαστήρια)

Τηλεομοιότυπο (Fax): +210 772 1302

Διεύθυνση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (e-mail): stakkour@central.ntua.gr



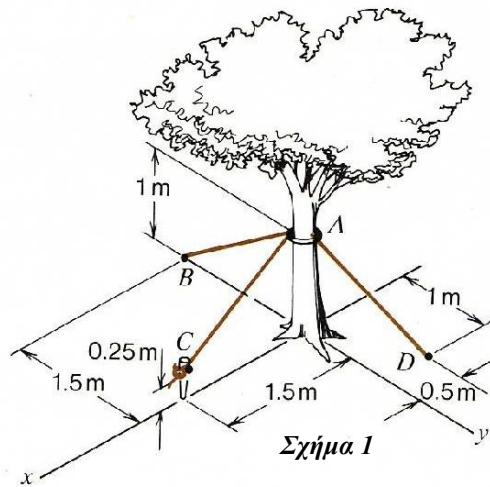
## ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι (ΣΤΑΤΙΚΗ)

### 3<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων: Εφαρμογές του εσωτερικού γινομένου στη Μηχανική

#### Άσκηση 1

Το δέντρο του Σχ.1 στηρίζεται με τη βοήθεια τριών καλωδίων και κάθε ένα από αυτά εφελκύεται με μία δύναμη 250 N.

1. Υπολογίστε τη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στο δέντρο από το καλώδιο AB στη διεύθυνση του καλωδίου AC και εκφράστε την ως καρτεσιανό διάνυσμα.
2. Υπολογίστε τη γωνία μεταξύ των καλωδίων AC και AD.
3. Υπολογίστε τη συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο δέντρο από όλα τα καλώδια στη διεύθυνση του καλωδίου AD και εκφράστε την διανυσματικά.

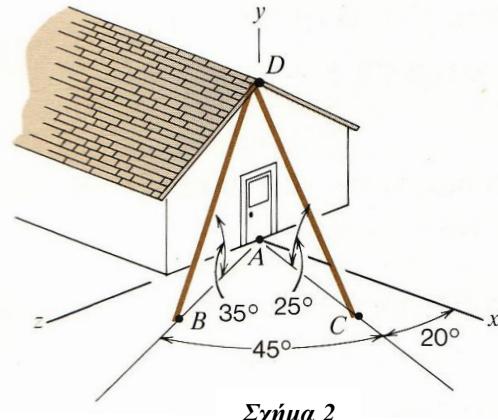


#### Άσκηση 2

Μέσω των συρματόσχοινων BD και CD ασκούνται στο σημείο D του κτηρίου που φαίνεται στο Σχ.2 δύο δυνάμεις.

1. Υπολογίστε τη γωνία μεταξύ των καλωδίων BD και CD.
2. Αν το μέτρο της δύναμης που ασκεί το συρματόσχοινο CD είναι 500 N, υπολογίστε τη συνιστώσα της δύναμης αυτής στη διεύθυνση του καλωδίου DB.
3. Αν το συρματόσχοινο BD εφελκύεται με δύναμη 200 N και το συρματόσχοινο CD με δύναμη 100 N, υπολογίστε τη συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης που είναι παράλληλη στη CD και εκφράστε την ως καρτεσιανό διάνυσμα.

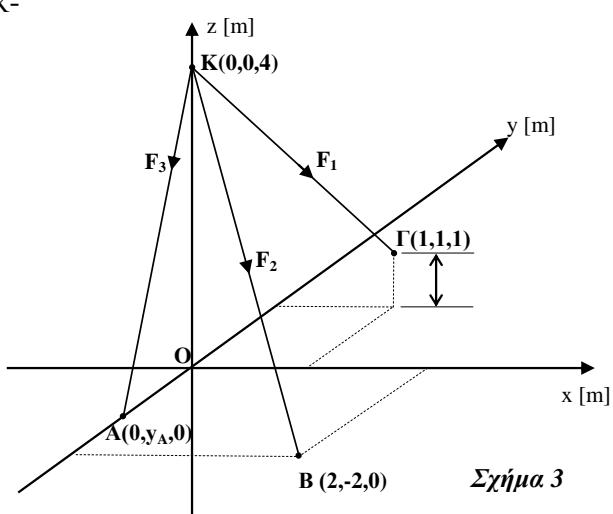
Δίνεται ότι  $AD=4 \text{ m}$ .



#### Άσκηση 3

Τρεις συντρέχουσες δυνάμεις,  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$ ,  $\mathbf{F}_3$ , μέτρων 2 kN, 3 kN, 1kN αντιστοίχως, εφαρμόζονται στο σημείο K όπως φαίνεται στο Σχ.3.

1. Να υπολογισθεί η τιμή της συντεταγμένης  $y_A$  του σημείου A έτσι ώστε το μέτρο της συνισταμένης των τριών δυνάμεων να λάβει τη μέγιστη δυνατή τιμή.

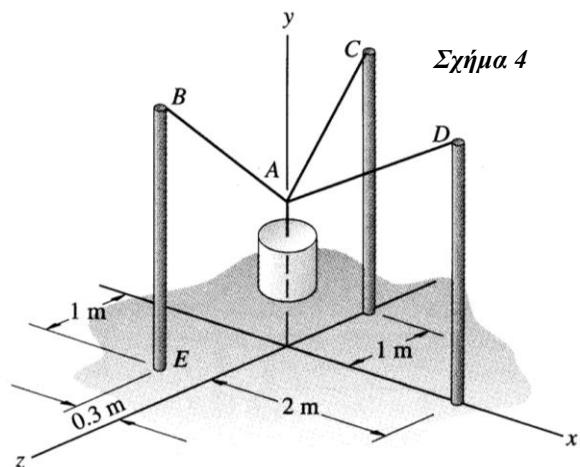


- Να γραφεί ως καρτεσιανό διάνυσμα η συνισταμένη για την τιμή της για τον προηγουμένου ερωτήματος.
- Να υπολογισθεί η προβολή της ανωτέρω συνισταμένης επί της ευθείας ΑΓ.

#### Άσκηση 4

Κυλινδρικό σώμα αναρτάται από σημείο Α (0, 1.2, 0) [m] με τη βοήθεια τριών συρματοσχοίνων, όπως φαίνεται στο Σχ.4. Οι τρεις κατακόρυφοι στύλοι είναι ισοϋψείς με ύψος 2 m. Έστω ότι το συρματόσχοινο ΑC ασκεί δύναμη μέτρου 3 kN.

- Να υπολογισθούν οι γωνίες μεταξύ της  $F_{AC}$  και των συρματοσχοίνων ΑΒ και ΑD.
- Να υπολογισθεί η προβολή της  $F_{AC}$  επί της ευθείας EG, όπου G το βαρύκεντρο του τριγώνου BCD.

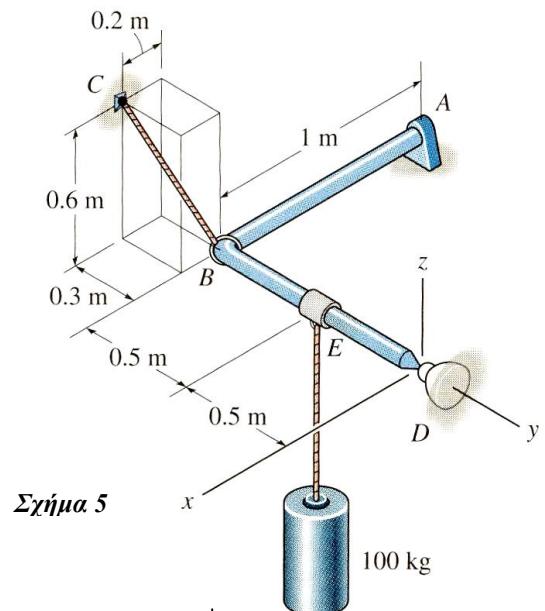


#### Άσκηση 5

Η οριζόντια δοκός ABD ( $\hat{A}BD = 90^\circ$ ) του Σχ.5 στηρίζεται με χωρική άρθρωση στο D, συρματόσχοινο BC και ένσφαιρο τριβέα (ρουλεμάν) στο A.

- Υπολογίστε την προβολή της δύναμης του βάρους του αναρτημένου από το E κυλίνδρου, μάζας 100 kg, επί της ευθείας CA.
- Υπολογίστε την προβολή της δύναμης του βάρους του αναρτημένου από το E κυλίνδρου, στην κατεύθυνση του συρματόσχοινου.

Θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με  $10 \text{ m/s}^2$ .

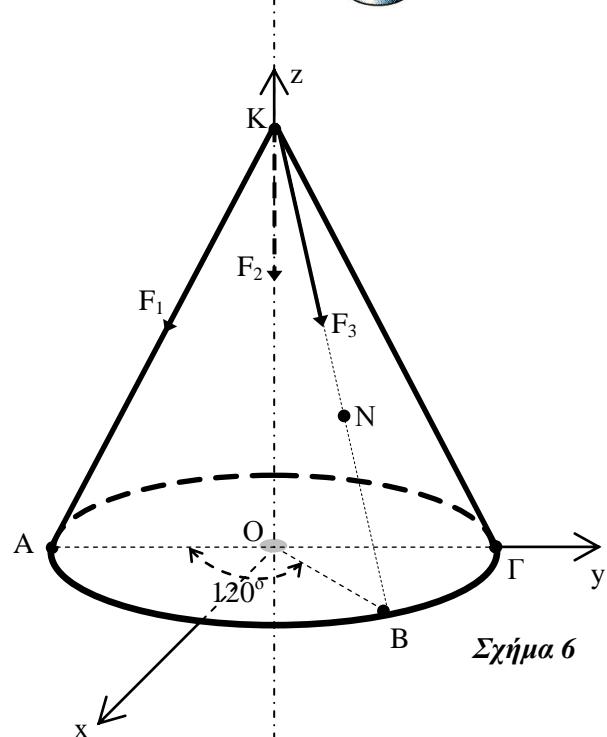


#### Άσκηση 6

Στην κορυφή του κώνου του Σχ.6 ασκούνται τρεις δυνάμεις  $F_1$ ,  $F_2$  και  $F_3$  με μέτρα 16, 2 και 10 kN, αντίστοιχα. Η ακτίνα βάσεως του κώνου είναι  $R=2 \text{ m}$ , και το ύψος του  $OK=4 \text{ m}$ . Επίσης δίνεται ότι  $NK=NB$ .

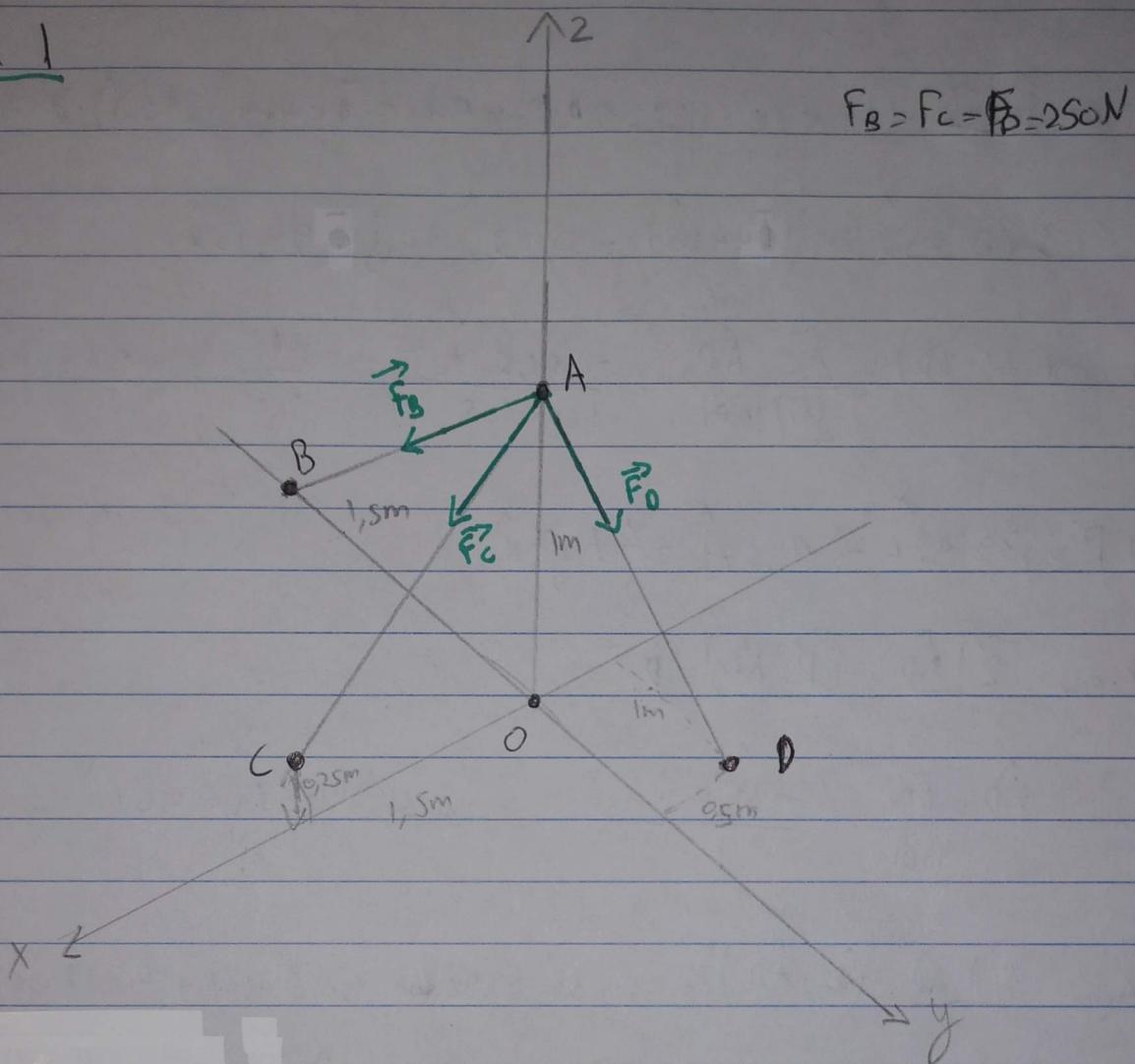
- Υπολογίστε το άθροισμα των προβολών των τριών δυνάμεων επί της ευθείας ON.
- Υπολογίστε την προβολή της συνισταμένης των τριών δυνάμεων επί της αυτής ως άνω ευθείας ON.

Σχολιάστε.



3<sup>η</sup> Σειρά Αστικών: Εργαλείο των επιρρεπών γραμμών στην Μηχανική

Aστικόν 1



1)

$$\Delta F_{xw}: A(0,0,1)$$

$$B(0,-1,5,0)$$

$$C(1,5,0,0,25)$$

$$D(-1,0,5,0)$$

$$\Delta p: \vec{AB} = \vec{OA} - \vec{OB} = 1,5\hat{j} - 1\hat{u} \Rightarrow |\vec{AB}| = 1,8 \text{ m}$$

$$\vec{AC} = 1,5\hat{i} + 0\hat{j} - 0,75\hat{u} \Rightarrow |\vec{AC}| = 1,68 \text{ m}$$

$$\vec{AD} = 0,5\hat{i} + 1\hat{j} - 1\hat{u} \Rightarrow |\vec{AD}| = 1,5 \text{ m}$$

$$\Delta p: \vec{F}_B = \frac{\vec{F}_B}{|\vec{AB}|}, \vec{AB} = \frac{250}{1,8} \vec{AB} = 138,89 (0\hat{i} - 1,5\hat{j} - 1\hat{u}) = 0\hat{i} - 208,34\hat{j} - 138,89\hat{u}$$

$$\vec{F}_C = \frac{|\vec{F}_B|}{|\vec{AC}|}, \vec{AC} = \frac{250}{1,68} \vec{AC} = 148,81 (1,5\hat{i} + 0\hat{j} - 0,7\hat{u}) = 223,22\hat{i} + 0\hat{j} - 111,61\hat{u}$$

$$\vec{F}_D = \frac{|\vec{F}_B|}{|\vec{AD}|}, \vec{AD} = 166,67 \vec{AD} = 166,67 (0,5\hat{i} + 1\hat{j} - 1\hat{u}) = -83,3\hat{i} + 166,67\hat{j} - 166,67\hat{u}$$

$$\vec{e} = \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} = \frac{1}{1,68} (1,5\hat{i} + 0,75\hat{j}) = 0,89\hat{i} + 0,45\hat{j}$$

$$\text{Paralleler } \vec{F}_0 \perp \vec{e} = (\vec{F}_0 \cdot \vec{e}) \vec{e} = (0,03 \cdot 0 - 208,34 \cdot 0) \hat{i} + 0,45 \cdot (-138,88) \hat{j} =$$

$$= 62,5 (0,89\hat{i} + 0,45\hat{j}) = 55,63\hat{i} + 28,13\hat{j}$$

$$2) \cos(\vec{AC}, \vec{AD}) = \frac{\vec{AC} \cdot \vec{AD}}{|\vec{AC}| |\vec{AD}|} = \frac{-0,5 \cdot 1,5 + 0,75}{1,68 \cdot 1,5} = \frac{-1}{1,68} = -0,6 \Rightarrow \angle(\vec{AC}, \vec{AD}) = 120,53^\circ$$

$$3) \vec{R} = 139,92\hat{i} - 41,67\hat{j} - 417,17\hat{u}$$

$$\text{Paralleler } \vec{R} \perp \vec{AD} = (\vec{R} \cdot \vec{AD}) \vec{AD}$$

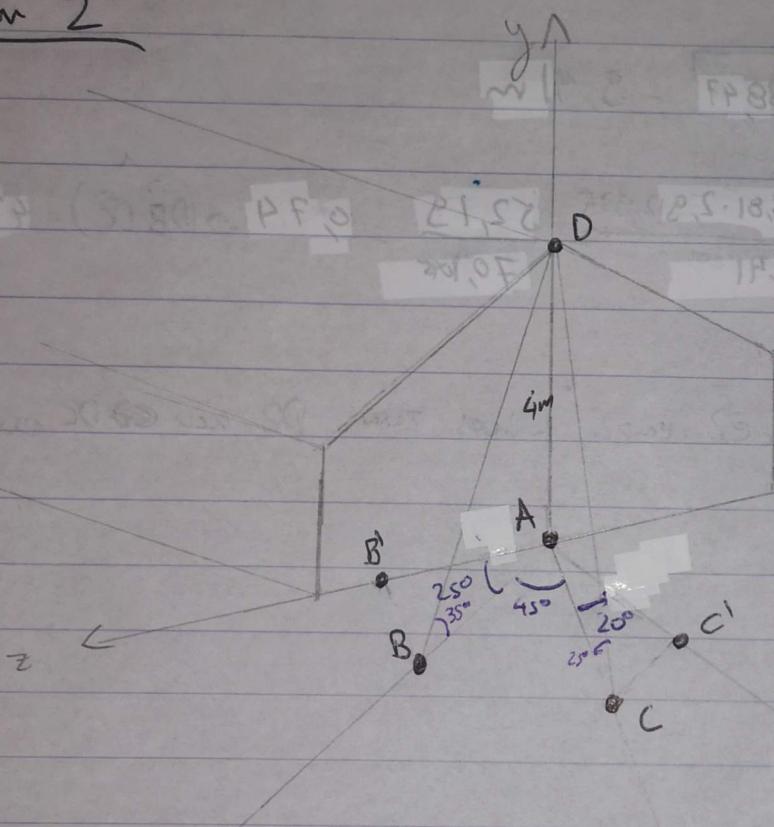
$$\text{Für } \vec{AD} = \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \frac{-0,5\hat{i} + 1\hat{j} - 1\hat{u}}{1,5} = -0,33\hat{i} + 0,67\hat{j} - 0,67\hat{u}$$

$$\text{Also } \vec{R} \perp \vec{AD} = (\vec{R} \cdot \vec{AD}) \vec{AD} = (-0,33 \cdot 139,92 - 0,67 \cdot 41,67 + 417,17 \cdot 0,67) \vec{AD} =$$

$$= (-46,17 - 27,92 + 279,5) \vec{AD} = 204,66 (-0,33\hat{i} + 0,67\hat{j} - 0,67\hat{u}) =$$

$$= -67,54\hat{i} + 137,12\hat{j} - 137,12\hat{u}$$

## Aufgabe 2



102 Topos

$$\tan(35) = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow AB = \frac{AD}{\tan(35)} = \frac{4}{0,7} = 5,714 \text{ m}$$

$$\sin(25) = \frac{BB'}{AB} \Leftrightarrow BB' = AB \cdot \sin(25) = 2,414 \text{ m}$$

$$\cos(25) = \frac{AB'}{AB} \Leftrightarrow AB' = \cos(25)AB = 5,179$$

$$\tan(25) = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{AD}{\tan(25)} = \frac{4}{0,466} = 8,693 \text{ m}$$

$$\sin(20) = \frac{CC'}{AC} \Leftrightarrow CC' = \sin(20)AC = 2,935 \text{ m}$$

$$\cos(20) = \frac{AC'}{AC} \Leftrightarrow AC' = \cos(20)AC = 8,065$$

$$A(0,0,0)$$

$$D(0,4,0)$$

$$B(2,414,0,5,179)$$

$$C(8,065,0,2,935)$$

$$\overrightarrow{DB} = 2,414 \hat{i} - 4 \hat{j} + 5,179 \hat{u} \Rightarrow |\overrightarrow{DB}| = \sqrt{48,05} = 6,975$$

nach

$$\overrightarrow{DC} = 8,065 \hat{i} - 4 \hat{j} + 2,935 \hat{u} \Rightarrow |\overrightarrow{DC}| = \sqrt{89,66} = 9,468.$$

$$\cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}}{|\overrightarrow{DB}| |\overrightarrow{DC}|} = \frac{13,46 + 16 + 152}{\sqrt{48,05} \cdot \sqrt{89,66}} = \frac{50,66}{66,039} = 0,767 \Rightarrow (\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}) = 39,9^\circ$$

2. als Tasnos

Erst zu bestimmen die Vektoren  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  nach Liniensatz zum  $\overrightarrow{DB}$  und  $\overrightarrow{DC}$  aufgesucht.

$$\cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2}{|\vec{e}_1| |\vec{e}_2|} = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2$$

$$\begin{cases} \vec{e}_1 = l_1 \hat{i} + m_1 \hat{j} + n_1 \hat{u} \\ \vec{e}_2 = l_2 \hat{i} + m_2 \hat{j} + n_2 \hat{u} \end{cases}$$

$$\text{Exw } m_1 = \sin(35) \cdot 1 = 0,57$$

$$\text{H} \quad \text{nachdem zu } \vec{e}_1 \text{ nach rechts } z\text{Ax: } \vec{e}_1 |_{z\text{Ax}} = \cos(35) \cdot 1 = 0,82$$

$$l_1 = \vec{e}_1 |_{z\text{Ax}} \cdot \sin(25) = 0,2200 \cdot 0,35$$

$$n_1 = \vec{e}_1 |_{z\text{Ax}} \cdot \cos(25) = 0,74$$

$$\text{Apa } \vec{e}_1 = 0,35 \hat{i} - 0,57 \hat{j} + 0,74 \hat{u}$$

$$\text{Endens, Exw } m_2 = \sin(25) \cdot 1 = 0,42$$

$$\text{H} \quad \text{nachdem zu } \vec{e}_2 \text{ nach rechts } z\text{Ax: } \vec{e}_2 |_{z\text{Ax}} = \cos(25) \cdot 1 = 0,82$$

$$m_2 = \vec{e}_2 |_{z\text{Ax}} \cdot \sin(20) = 0,82 \cdot 0,34 = 0,31$$

$$l_2 = \vec{e}_2 |_{z\text{Ax}} \cdot \cos(20) = 0,82 \cdot 0,94 = 0,78$$

$$\text{Apa } \vec{e}_2 = 0,85 \hat{i} - 0,42 \hat{j} + 0,31 \hat{u}$$

$$\text{Apa } \cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}) = 0,35 \cdot 0,85 + 0,42 \cdot 0,57 + 0,31 \cdot 0,74 = 0,2975 + 0,2399 + 0,2294 = 0,7663 \Rightarrow (\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}) = 39,9^\circ$$

$$2) \text{ Av } |\vec{F}_{DB}| = 500 \text{ N , var } \vec{F}_{DC} \mid \hat{DB} = \vec{F}_{DC} \mid \vec{e}_2 = \vec{F}_{DC} \mid \frac{\hat{DB}}{|\hat{DB}|}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_{DC} &= \frac{|\vec{F}_{DB}|}{|\hat{DB}|} \cdot \hat{DC} = \frac{500}{9,468} \cdot (8,065\hat{i} - 4\hat{j} + 2,935\hat{u}) = 52,81 (8,065\hat{i} - 4\hat{j} + 2,935\hat{u}) = \\ &= 425,91\hat{i} - 21,24\hat{j} + 155\hat{u}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Axw } \vec{F}_{DC} \mid \vec{e}_2 &= (\vec{F}_{DC} \cdot \vec{e}_2) \vec{e}_2 = (425,91 \cdot 0,85 + 21,24 \cdot 0,42 + 155 \cdot 0,31) \vec{e}_2 = \vec{e}_2 (364,02 + 8,72 + 48,05) \\ &= 498,79 \vec{e}_2 = 498,79 (0,85\hat{i} - 0,42\hat{j} + 0,31\hat{u}) = 423,97\hat{i} - 209,49\hat{j} + 154,62\hat{u}\end{aligned}$$

$$3) \text{ Av } |\vec{F}_{DB}| = 200 \text{ N var } |\vec{F}_{DC}| = 100 \text{ N z.B.}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_{DB} &= |\vec{F}_{DB}| \cdot \vec{e}_1 = 200 (0,35\hat{i} - 0,57\hat{j} + 0,74\hat{u}) = 70\hat{i} - 114\hat{j} + 148\hat{u} \\ \vec{F}_{DC} &= |\vec{F}_{DC}| \cdot \vec{e}_2 = 100 (0,85\hat{i} - 0,42\hat{j} + 0,31\hat{u}) = 85\hat{i} - 42\hat{j} + 31\hat{u}\end{aligned}$$

$$\text{Avo } \vec{R} = 155\hat{i} - 156\hat{j} + 179\hat{u}$$

$$\begin{aligned}\text{Axw } \vec{R} \mid \vec{e}_2 &= (\vec{R} \cdot \vec{e}_2) \vec{e}_2 = (155 \cdot 0,85 + 156 \cdot 0,42 + 179 \cdot 0,31) \vec{e}_2 = (131,75 + 65,52 + 55,49) \vec{e}_2 = \\ &= 252,76 \vec{e}_2 = 252,76 (0,85\hat{i} - 0,42\hat{j} + 0,31\hat{u}) = 214,85\hat{i} - 106,16\hat{j} + 78,36\hat{u}\end{aligned}$$

Arunon 3

2) Arw σεριν αριθμ 2, αρυνον 7 έχω γ<sub>A</sub> = ~0,58

$$\text{κατ} \quad \vec{R} = 1,82\hat{i} + \left( \frac{y_A}{\sqrt{y_A^2+16}} - 0,62 \right) \hat{j} + \left( -4,24 - \frac{4}{\sqrt{y_A^2+16}} \right) \hat{k} =$$

$$= 1,82\hat{i} + \left( \frac{-0,58}{\sqrt{0,58^2+16}} - 0,62 \right) \hat{j} + \left( -4,24 - \frac{4}{\sqrt{0,58^2+16}} \right) \hat{k} =$$

$$= 1,82\hat{i} + \left( \frac{-0,58}{4,04} - 0,62 \right) \hat{j} + \left( -4,24 - \frac{4}{4,04} \right) \hat{k} = 1,82\hat{i} - 0,76\hat{j} - 5,23\hat{k}$$

3) ταχνω  $\vec{R} | \vec{A}\Gamma = (\vec{R} \cdot \vec{A}\Gamma) \vec{A}\Gamma$

$$\tau_{χνω} \vec{A}\Gamma = \frac{\vec{A}\Gamma}{|\vec{A}\Gamma|}$$

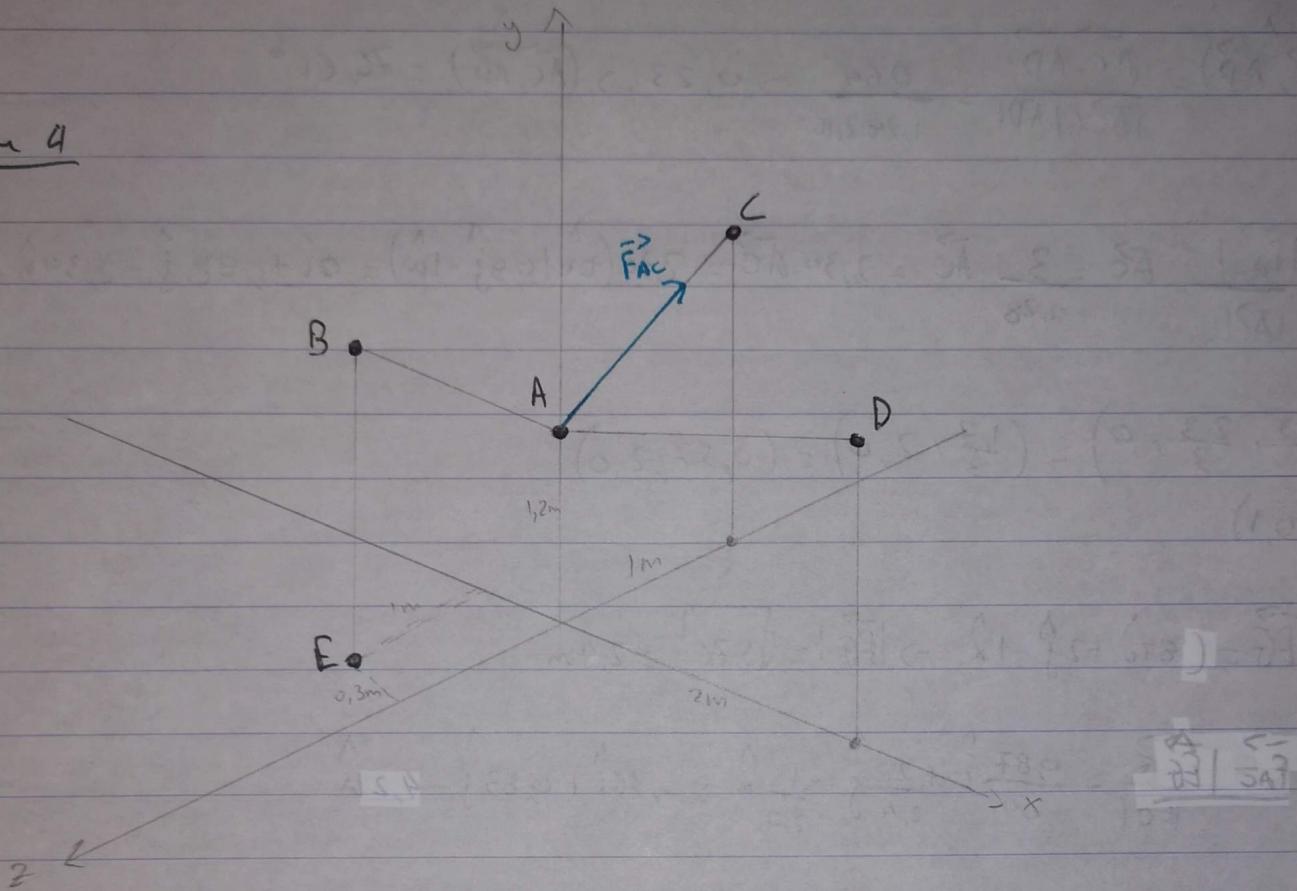
$$\tau_{χνω} \vec{A}\Gamma = \hat{i} + 1,58\hat{j} + 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{A}\Gamma| = \sqrt{1+1+2,5^2} = 2,12 \text{ m}$$

$$\tau_{A\Gamma} \vec{A}\Gamma = \frac{1}{2,12} \hat{i} + \frac{1,58}{2,12} \hat{j} + \frac{1}{2,12} \hat{k} = 0,47\hat{i} + 0,75\hat{j} + 0,47\hat{k}$$

$$(A\Gamma) \vec{R} | \vec{A}\Gamma = (\vec{R} \cdot \vec{A}\Gamma) \vec{A}\Gamma = (1,82 \cdot 0,47 - 0,76 \cdot 0,75 - 5,23 \cdot 0,47) \vec{A}\Gamma = (0,86 - 0,57 - 2,46) \vec{A}\Gamma = -2,17 \vec{A}\Gamma$$

$$= -2,17(0,47\hat{i} + 0,75\hat{j} + 0,47\hat{k}) = -1,02\hat{i} - 1,63\hat{j} - 1,02\hat{k}$$

#### Aufgabe 4



$$A(0, 1, 2, 0) \quad |\vec{F}_{AC}| = 3 \text{ N}$$

$$B(-0,3, 2, 1)$$

$$C(0, 2, -1) \quad E(-0,3, 0, 1)$$

$$D(2, 2, 0)$$

$$\vec{AC} = \hat{i} + 0,8\hat{j} - 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{1,64} = 1,28 \text{ m}$$

$$\vec{AB} = -0,3\hat{i} + 0,8\hat{j} + 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{1,73} = 1,32 \text{ m}$$

$$\vec{AD} = 2\hat{i} + 0,8\hat{j} + 0\hat{k} \Rightarrow |\vec{AD}| = \sqrt{4,64} = 2,16 \text{ m}$$

$$(\vec{F}_{AC}, \vec{AB}) = (\vec{AC}, \vec{AB}) \quad \text{und} \quad (\vec{F}_{AC}, \vec{AD}) = (\vec{AC}, \vec{AD})$$

$$\cdot \vec{F}_{AC} \cos(\vec{AC}, \vec{AB}) = \frac{\vec{AC} \cdot \vec{AB}}{|\vec{AC}| |\vec{AB}|} = \frac{0,8^2 - 1}{1,28 \cdot 1,32} = \frac{-0,36}{1,69} = -0,21 \Rightarrow (\vec{AC}, \vec{AB}) = 102,12^\circ$$

$$\cos(\vec{AC}, \vec{AD}) = \frac{\vec{AC} \cdot \vec{AD}}{|\vec{AC}| |\vec{AD}|} = \frac{0,64}{1,28 \cdot 2,16} = 0,23 \Rightarrow (\vec{AC}, \vec{AD}) = 76,61^\circ$$

$$2) \vec{F}_{AC} = \frac{|\vec{F}_{AC}|}{|\vec{AC}|} \cdot \vec{AC} = \frac{3}{1,28} \vec{AC} = 2,34 \vec{AC} = 2,34(0\hat{i} + 0,8\hat{j} - 1\hat{k}) = 0\hat{i} + 1,88\hat{j} - 2,34\hat{k}$$

$$G\left(\frac{2-0,3}{3}, \frac{2,3}{3}, 0\right) = \left(\frac{1,7}{3}, 2,0\right) = (0,57, 2,0)$$

EC  $\rightarrow 3, 0, 1$

~~Apo~~

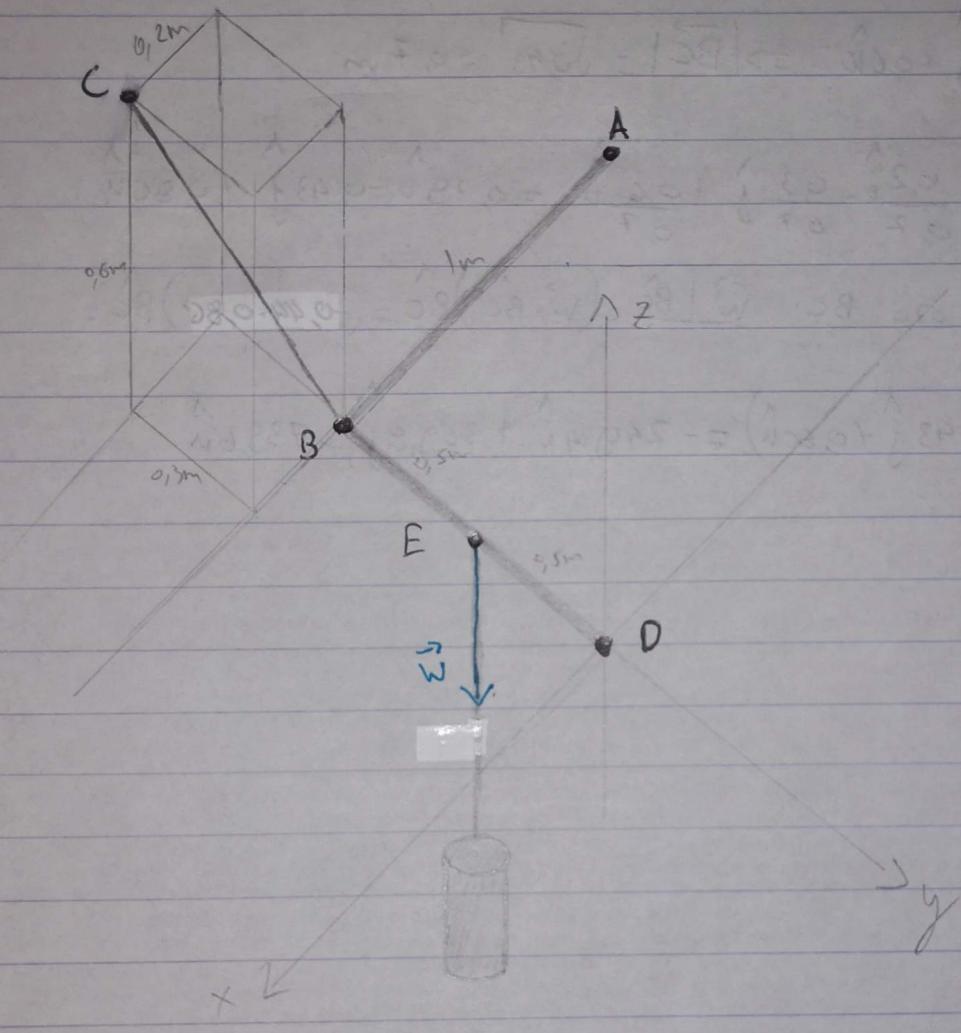
$$A_{apo} \vec{EG} = 0,87\hat{i} + 2\hat{j} - 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{EG}| = \sqrt{5,76} = 2,4m$$

$$A_{apo} \vec{EG} = \frac{\vec{EG}}{|\vec{EG}|} = \frac{0,87}{2,4}\hat{i} + \frac{2}{2,4}\hat{j} - \frac{1}{2,4}\hat{k} = 0,36\hat{i} + 0,83\hat{j} - 0,42\hat{k}$$

$$A_{apo} \frac{|\vec{F}_{AC}|}{|\vec{EG}|} \vec{EG} = (\vec{F}_{AC} \cdot \vec{EG}) \vec{EG} = (1,88 \cdot 0,83 + 0,42 \cdot 2,34) \vec{EG} = (1,56 + 0,98) \vec{EG} = 2,54 \vec{EG} = (1,0,1,0)$$

$$= 2,54 (0,36\hat{i} + 0,83\hat{j} - 0,42\hat{k}) = 0,91\hat{i} + 2,11\hat{j} - 1,07\hat{k}$$

Ausgabe 5



Eigene:  $A(-1, -1, 0)$        $B(0, -1, 0)$        $C(0,2, -1,3, 0,6)$        $D(0, 0, 0)$        $E(0, -0,5, 0)$

$$|\vec{W}| = 1000 \text{ N}$$
$$\vec{CA} = -1,2\hat{i} + 0,3\hat{j} - 0,6\hat{k} \Rightarrow |\vec{CA}| = \sqrt{1,89} = 1,37 \text{ m}$$
$$\hat{c}_A = \frac{\vec{CA}}{|\vec{CA}|} = \frac{-1,2}{1,37}\hat{i} + \frac{0,3}{1,37}\hat{j} - \frac{0,6}{1,37}\hat{k} = -0,88\hat{i} + 0,22\hat{j} - 0,44\hat{k}$$

To  $\vec{W}$  exist f. ex.  $|\vec{W}| = 1000 \text{ N}$  &  $\vec{W}$  acts at point A (according to diagram), then

$$\vec{W} = 0\hat{i} + 0\hat{j} - 1000\hat{k}$$

1)  $H$  ~~points~~  $\vec{W}$  acts at point A:  $\vec{W}|_{CA} = (\vec{W} \cdot \hat{c}_A)\hat{c}_A = 0,44 \cdot 1000 \cdot \hat{c}_A = 440(0,88\hat{i} + 0,22\hat{j} - 0,44\hat{k})$

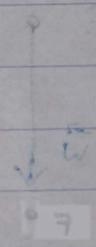
$$= 387,2\hat{i} + 96,8\hat{j} - 193,6\hat{k}$$

$$2) \vec{BC} = 0,2\hat{i} - 0,3\hat{j} + 0,6\hat{u} \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{0,49} = 0,7 \text{ m}$$

$$\text{Aho } \hat{BC} = \frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|} = \frac{0,2\hat{i} - 0,3\hat{j} + 0,6\hat{u}}{0,7} = 0,28\hat{i} - 0,43\hat{j} + 0,86\hat{u}$$

H nebst  $\vec{w}$  zu  $\vec{BC}$ :  $\vec{w} \perp \hat{BC} = (\vec{w} \cdot \hat{BC}) \hat{BC} = (-0,86 \cdot 1000) \hat{BC} =$

$$= -860(0,28\hat{i} - 0,43\hat{j} + 0,86\hat{u}) = -240,4\hat{i} + 369,8\hat{j} - 739,6\hat{u}$$



$$\begin{aligned} & \text{Handwritten notes above the diagram:} \\ & \text{W} \cdot \hat{BC} = 0,86 \cdot 1000 \cdot 0,28 = 240,4 \\ & \text{W} \cdot \hat{BC} = 0,86 \cdot 1000 \cdot 0,43 = 369,8 \\ & \text{W} \cdot \hat{BC} = 0,86 \cdot 1000 \cdot 0,86 = 739,6 \end{aligned}$$

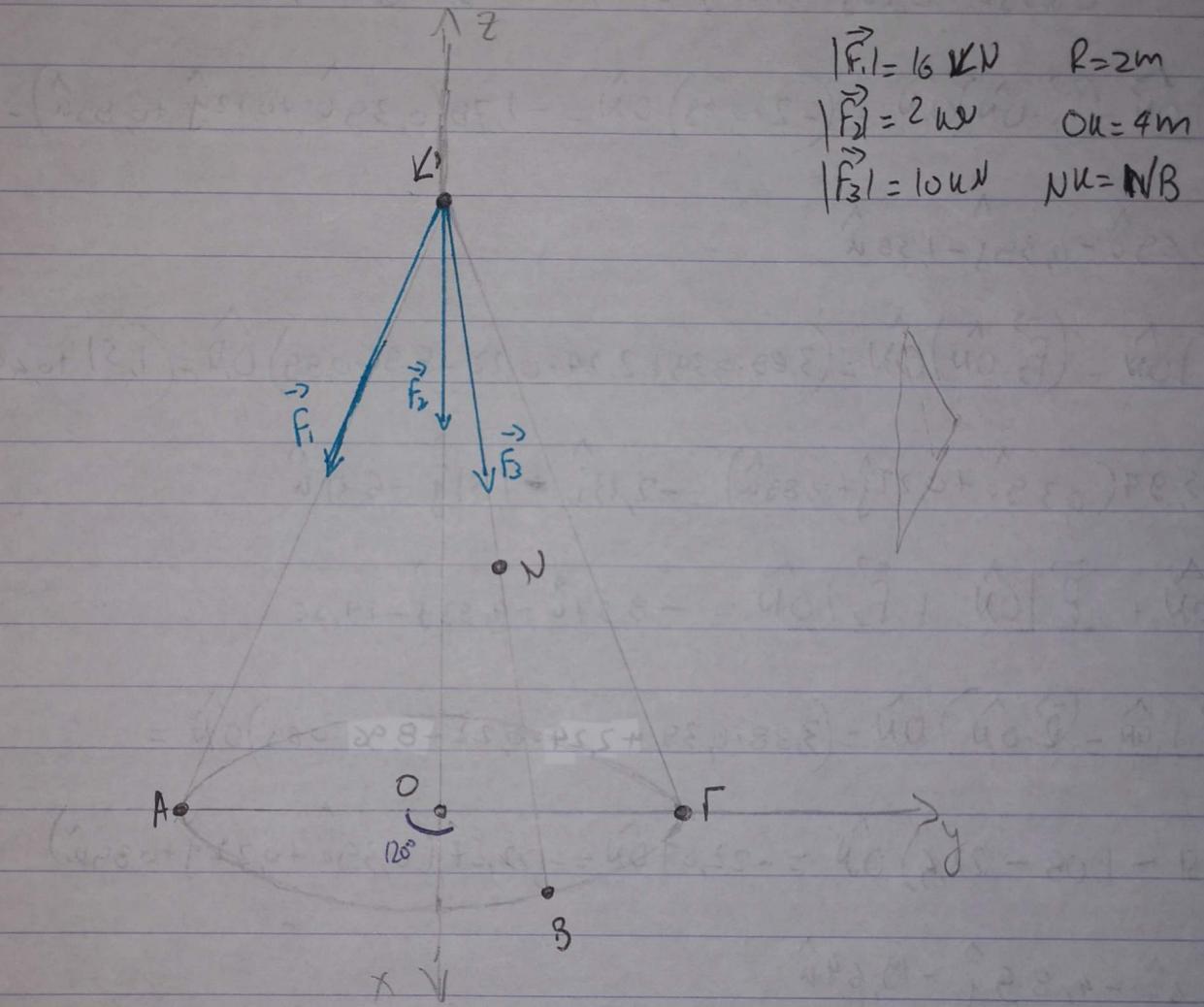
Handwritten note below the diagram:

length of  $\vec{w}$  is given by norm of  $(0,1,0)$  or  $(0,1,-0,7)$

$$1 = \sqrt{3}/2 = (0,1,0)^2 = \sqrt{3} = 1567 \cdot 1000 \times 0,28 \approx 43273$$

$$\sqrt{0,01 - 1^2 + 0^2} = \sqrt{3},1567 = \vec{w}$$

## Ahom 6



Ans 2h Σερδ ανισοταν, ασυμ αγ εκω.

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= 0i - 7,16j - 14,32k \\ \vec{F}_2 &= 0i + 0j - 2k \\ \vec{F}_3 &= 3,88i + 2,24j - 8,96k \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = 3,88i + 4,92j - 25,28k \end{array} \right.$$

$$\text{Επιπλ } N\left(\frac{0+1,73}{2}, \frac{0+1}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (0,87, 0,5, 2)$$

$$\text{1ηρ } \vec{ON} = 0,87i + 0,5j + 2k \Rightarrow |\vec{ON}| = \sqrt{4,96} = 2,24\text{m}$$

$$\text{2ηρ } \hat{ON} = \frac{\vec{ON}}{|\vec{ON}|} = \frac{0,87i + 0,5j + 2k}{2,24} = 0,39i + 0,22j + 0,89k$$

$$1) \vec{F}_1 | \hat{ON} = (\vec{F}_1 \cdot \hat{ON}) \hat{ON} = (-7, 16, -22 - 14, 22, 0, 89) \hat{ON} = (-1, 58 - 12, 66) \hat{ON} = -14, 24 \hat{ON} =$$

$$= -14, 24 (0, 39\hat{i} + 0, 22\hat{j} + 0, 89\hat{u}) = -5, 55\hat{i} - 3, 13\hat{j} - 12, 67\hat{u}$$

$$\vec{F}_2 | \hat{ON} = (\vec{F}_2 \cdot \hat{ON}) \hat{ON} = (-2, 0, 89) \hat{ON} = -1, 78 (0, 39\hat{i} + 0, 22\hat{j} + 0, 89\hat{u}) =$$

$$= -0, 69\hat{i} - 0, 39\hat{j} - 1, 58\hat{u}$$

$$\vec{F}_3 | \hat{ON} = (\vec{F}_3 \cdot \hat{ON}) \hat{ON} = (3, 88, 0, 39 + 2, 24, 0, 22 - 8, 96, 0, 89) \hat{ON} = (1, 51 + 0, 49 - 7, 97) \hat{ON}$$

$$= -5, 97 (0, 39\hat{i} + 0, 22\hat{j} + 0, 89\hat{u}) = -2, 33\hat{i} + 1, 31\hat{j} - 5, 31\hat{u}$$

$$\vec{F}_1 | \hat{ON} + \vec{F}_2 | \hat{ON} + \vec{F}_3 | \hat{ON} = -8, 57\hat{i} - 4, 83\hat{j} - 19, 56\hat{u}$$

$$2) \vec{R} | \hat{ON} = (\vec{R} \cdot \hat{ON}) \hat{ON} = (3, 88, 0, 39 - 4, 82, 0, 22 - 25, 23, 0, 89) \hat{ON} =$$

$$= (1, 51 - 1, 08 - 22, 5) \hat{ON} = -22, 07 \hat{ON} = -22, 07 (0, 39\hat{i} + 0, 22\hat{j} + 0, 89\hat{u})$$

$$= -8, 6\hat{i} - 4, 85\hat{j} - 19, 64\hat{u}$$

$$A_{p_0} \quad \vec{F}_1 | \hat{ON} + \vec{F}_2 | \hat{ON} + \vec{F}_3 | \hat{ON} = \vec{R} | \hat{ON}$$