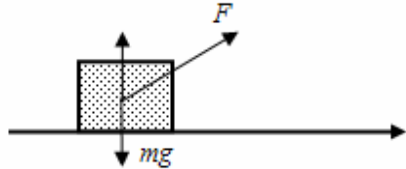


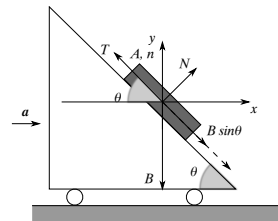
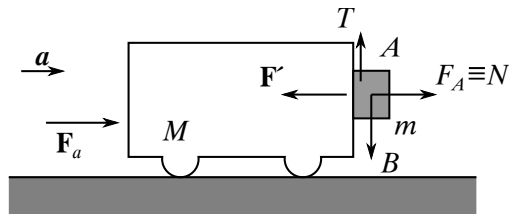
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

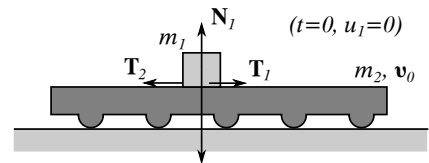
Δυναμική

- Ένα σώμα μάζας m είναι ακίνητο στην αρχή του άξονα x όταν αρχίζει να ασκείται επάνω του η χρονικά μεταβαλλόμενη δύναμη $\vec{F}(t) = F_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) \hat{x}, t \leq \tau$. (α) Να περιγράψετε την κίνηση του σώματος, (β) Να βρείτε την θέση και την ταχύτητά του συναρτήσει του χρόνου και να τις παραστήσετε γραφικά, (γ) Πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα μέχρι να μηδενιστεί η δύναμη; (δ) Να βρείτε τη μέση ταχύτητα του σώματος στο διάστημα $[0, \tau]$.
 - Ένα σώμα μάζας m κινείται σε οριζόντιο επίπεδο $x-y$ χωρίς τριβές. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων και έχει ταχύτητα $\vec{v}(0) = v_0 \hat{y}$. Αν στο σώμα ασκείται δύναμη $\vec{F} = (k - bt) \hat{x} - b t \hat{y}$ με k, b θετικές σταθερές: (α) να υπολογίσετε την ταχύτητα και την θέση του σώματος συναρτήσει του χρόνου, (β) να βρείτε τη σχέση μεταξύ των σταθερών k, b ώστε το σώμα να ξαναπεράσει από την αρχή των αξόνων.
 - Τη στιγμή $t = 0$ μία δύναμη μέτρου $F = kt$ αρχίζει να εφαρμόζεται υπό σταθερή γωνία θ ως προς το οριζόντιο, λείο, δάπεδο σε ένα σώμα μάζας m που είναι ακίνητο. Να υπολογίσετε: α) την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το έδαφος, β) την απόσταση που θα έχει διανύσει τότε.
- 
- Σωματίδιο μάζας m αρχίζει να κινείται, κατά μήκος του άξονα x , από την ηρεμία υπό την επίδραση σταθερής δύναμης F_0 . Με την έναρξη της κίνησης εμφανίζεται δύναμη αντίστασης από τον αέρα αντίθετη της ταχύτητας $\vec{F} = -k\vec{v}, k > 0$. Να βρείτε την ταχύτητα, την επιτάχυνση και την θέση του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου.
 - Ένα σώμα μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα επάνω στο ομογενές πεδίο βαρύτητας της Γης με αρχική ταχύτητα v_0 . Αν στο σώμα ασκείται αεροδυναμική αντίσταση $\vec{F} = -k\vec{v}, k > 0$, να βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει.
 - Ένα σώμα μάζας m στην επιφάνεια της Γης (μάζα M_Γ , ακτίνα R_Γ) βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα v_0 στο μη ομογενές βαρυτικό πεδίο της Γης. Να βρείτε: (α) την ταχύτητα του σώματος συναρτήσει της απόστασης από το κέντρο της Γης, (β) το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει, (γ) την ελάχιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας ώστε να διαφύγει από την έλξη της Γης.
 - Μία ομογενής αλυσίδα μήκους L ολισθαίνει πάνω σε ένα λείο οριζόντιο τραπέζι και πέφτει από το άκρο του λόγω της βαρύτητας. Υποθέστε ότι το ποσοστό μήκους της αλυσίδας που κρέμεται από το τραπέζι αρχικά είναι f και η αρχική ταχύτητά της είναι μηδέν. Να βρείτε τον χρόνο που απαιτείται ώστε η αλυσίδα να εγκαταλείψει ολόκληρη το τραπέζι.
 - Σωματίδιο βάλλεται κατακόρυφα προς τα επάνω, στο ομογενές πεδίο βαρύτητας της Γης, με ταχύτητα v_0 . Κατά την κίνησή του το σώμα δέχεται δύναμη αντίστασης από τον αέρα $\vec{F} = -mkv\vec{v}$. Να λύσετε την εξίσωση κίνησης και να βρείτε την ταχύτητα και την θέση του σώματος συναρτήσει του χρόνου και της απόστασης. Εξετάστε το όριο $k \rightarrow 0$.
 - Ένα μικρό σώμα μάζας m ολισθαίνει στην εσωτερική πλευρά μίας λείας ημισφαιρικής επιφάνειας. Αν το σώμα ήταν αρχικά ακίνητο σε θέση που σχηματίζει γωνία θ_0 με τον άξονα συμμετρίας του ημισφαιρίου, να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα και τη δύναμη που ασκείται από την επιφάνεια συναρτήσει της θέσης του σώματος.

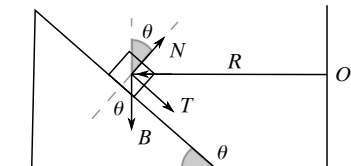
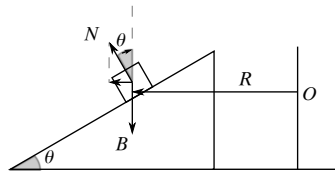
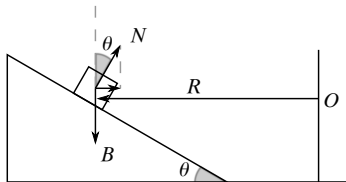
10. Σώμα μάζας m βάλλεται από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας θ με ταχύτητα v_0 προς τα επάνω. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι μεταβλητός και δίνεται από τη σχέση $\mu(x) = \lambda x$, $\lambda > 0$, όπου x είναι η απόσταση από τη βάση του επιπέδου. (α) Βρείτε πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία, (β) αν ο συντελεστής στατικής τριβής είναι ίσος με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης, βρείτε τη συνθήκη ώστε να επιστρέψει το σώμα στη βάση, (γ) αν ισχύει η παραπάνω συνθήκη, με πόση ταχύτητα θα επιστρέψει το σώμα;
11. Δίνεται το παρακάτω σχήμα. Τι επιτάχυνση πρέπει να έχει το αμαξάκι ώστε το σώμα A να παραμείνει προσκολλημένο στην εμπρόσθια κατακόρυφη επιφάνειά του χωρίς να πέσει; Απαντήστε στο ίδιο ερώτημα για το διπλανό σχήμα.



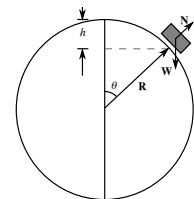
12. Σώμα μάζας m_1 βρίσκεται τοποθετημένο πάνω σε κινούμενη πλατφόρμα μάζας m_2 . Αν δώσουμε ταχύτητα v_0 στην πλατφόρμα, να μελετήσετε την κίνηση των σωμάτων. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και της πλατφόρμας είναι μ . Αν το σώμα αφηθεί στην μία άκρη, πόσο είναι το ελάχιστο μήκος της πλατφόρμας ώστε να μην πέσει κάτω;



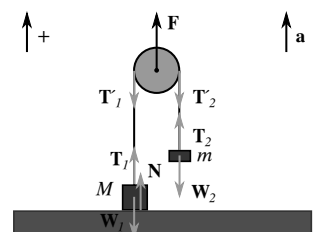
13. Να μελετήσετε την κίνηση ενός σώματος σε στροφή υπό γωνία, με ή χωρίς τριβή.



14. Ένα σώμα ολισθαίνει χωρίς αρχική ταχύτητα και χωρίς τριβές από την κορυφή μίας ακλόνητης σφαίρας ακτίνας R . Σε ποια θέση θα ξεφύγει το σώμα από την επιφάνεια της σφαίρας; Πόση θα είναι η ταχύτητα του σώματος στο σημείο αυτό; Σε πόση απόσταση από την σφαίρα θα φτάσει στο έδαφος;



15. Δύο μάζες ενώνονται με αβαρή τροχαλία, όπως το διπλανό σχήμα. Ποια είναι η μέγιστη δύναμη που πρέπει να εφαρμοστεί στην τροχαλία ώστε χωρίς να ξεκολλήσει η μάζα M από το έδαφος; Πόση θα είναι η επιτάχυνση της άλλης μάζας τότε; Τι θα συμβεί αν η δύναμη έχει μεγαλύτερη τιμή;



16. Αν οι τροχαλίες στις παρακάτω διατάξεις είναι αβαρείς, να βρείτε τις επιταχύνσεις των σωμάτων και τις τάσεις των σχοινιών. Μπορεί σε κάποια από τις δύο περιπτώσεις το σώμα μάζας m_2 να πέφτει με επιτάχυνση μεγαλύτερη από g ;

