Αν βρείτε κάποιο λάθος PM me να το διορθώσω: Georgepan

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΩΝ

Ηρώων Πολυτεχνείου 5, Κτίριο Θεοχάρη
Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, 157 73 Ζωγράφου

Δρ Σταύρος Κ. Κουρκουλής, Καθηγητής Πειραματικής Μηχανικής

Τηλέφωνα: +210 772 1313, +210 772 1263 (γραφείο)
+210 772 4025, +210 772 4235, +210 772 1317, +210 7721310 (εργαστήρια)
Τηλεομοιότυπο (Fax): +210 7721302
Διεύθυνση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (e-mail): stakkour@central.ntua.gr

ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι (ΣΤΑΤΙΚΗ)

3η σειρά ασκήσεων: Εφαρμογές του εσωτερικού γινομένου στη Μηχανική

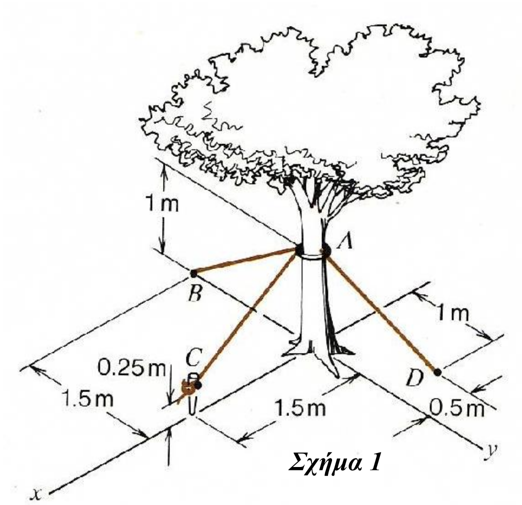
Άσκηση 1

Το δέντρο του Σχ.1 στηρίζεται με τη βοήθεια τριών καλωδίων και κάθε ένα από αυτά εφελκύεται με μία δύναμη 250 N.

1. Υπολογίστε τη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στο δέντρο από το καλώδιο AB στη διεύθυνση του καλωδίου AC και εκφράστε την ως καρτεσιανό διάνυσμα.

2. Υπολογίστε τη γωνία μεταξύ των καλωδίων AC και AD.

3. Υπολογίστε τη συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο δέντρο από όλα τα καλώδια στη διεύθυνση του καλωδίου AD και εκφράστε την διανυσματικά.



Σχήμα 1

Άσκηση 2

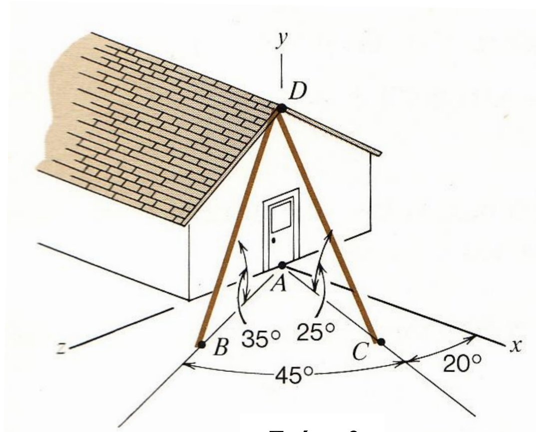
Μέσω των συρματόσχοινων BD και CD ασκούνται στο σημείο D του κτηρίου που φαίνεται στο Σχ.2 δύο δυνάμεις.

1. Υπολογίστε τη γωνία μεταξύ των καλωδίων BD και CD.

2. Αν το μέτρο της δύναμης που ασκεί το συρματόσχοινο CD είναι 500 N, υπολογίστε τη συνιστώσα της δύναμης αυτής στη διεύθυνση του καλωδίου DB.

3. Αν το συρματόχοινο BD εφελκύεται με δύναμη 200 N και το συρματόσχοινο CD με δύναμη 100 N, υπολογίστε τη συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης που είναι παράλληλη στη CD και εκφράστε την ως καρτεσιανό διάνυσμα.

Δίνεται ότι AD=4 m.

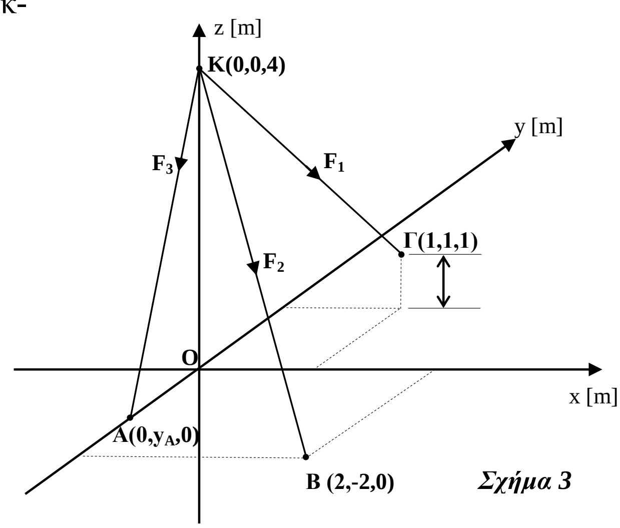


Σχήμα 2

Άσκηση 3

Τρεις συντρέχουσες δυνάμεις, $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$, $\mathbf{F_3}$, μέτρων 2 kN, 3 kN, 1kN αντιστοίχως, εφαρμόζονται στο σημείο K όπως φαίνεται στο Σχ.3.

1. Να υπολογισθεί η τιμή της συντεταγμένης y_A του σημείου A έτσι ώστε το μέτρο της συνισταμένης των τριών δυνάμεων να λάβει τη μέγιστη δυνατή τιμή.



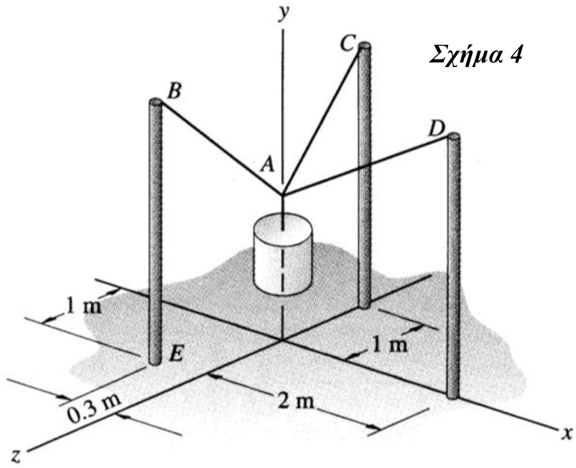
Σχήμα 3

2. Να γραφεί ως καρτεσιανό διάνυσμα η συνισταμένη για την τιμή της y_A του προηγουμένου ερωτήματος.
3. Να υπολογισθεί η προβολή της ανωτέρω συνισταμένης επί της ευθείας ΑΓ.

Άσκηση 4

Κυλινδρικό σώμα αναρτάται από σημείο A (0, 1.2, 0) [m] με τη βοήθεια τριών συρματοσχοίνων, όπως φαίνεται στο Σχ.4. Οι τρεις κατακόρυφοι στύλοι είναι ισοϋψείς με ύψος 2 m. Έστω ότι το συρματόσχοινο AC ασκεί δύναμη μέτρου 3 kN.

1. Να υπολογισθούν οι γωνίες μεταξύ της F_{AC} και των συρματοσχοίνων AB και AD.
2. Να υπολογισθεί η προβολή της F_{AC} επί της ευθείας EG, όπου G το βαρύκεντρο του τριγώνου BCD.



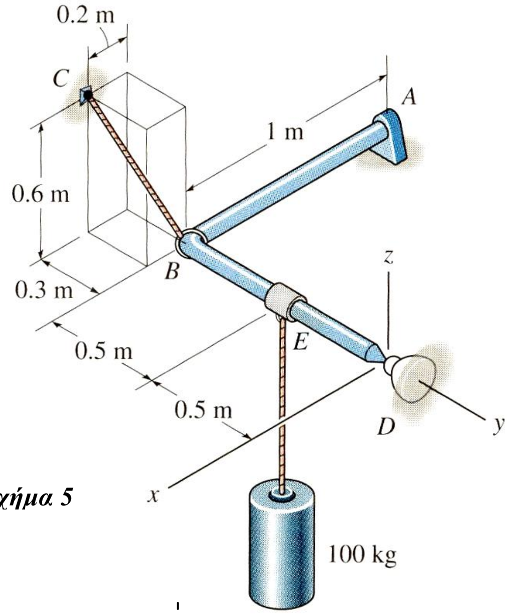
Σχήμα 4

Άσκηση 5

Η οριζόντια δοκός ABD ($A\hat{B}D = 90^o$) του Σχ. 5 στηρίζεται με χωρική άρθρωση στο D, συρματόσχοινο BC και ένσφαιρο τριβέα (ρουλεμάν) στο A.

1. Υπολογίστε την προβολή της δύναμης του βάρους του αναρτημένου από το E κυλίνδρου, μάζας 100 kg, επί της ευθείας CA.
2. Υπολογίστε την προβολή της δύναμης του βάρους του αναρτημένου από το E κυλίνδρου, στην κατεύθυνση του συρματόσχοινου.

Θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με 10 m/s².



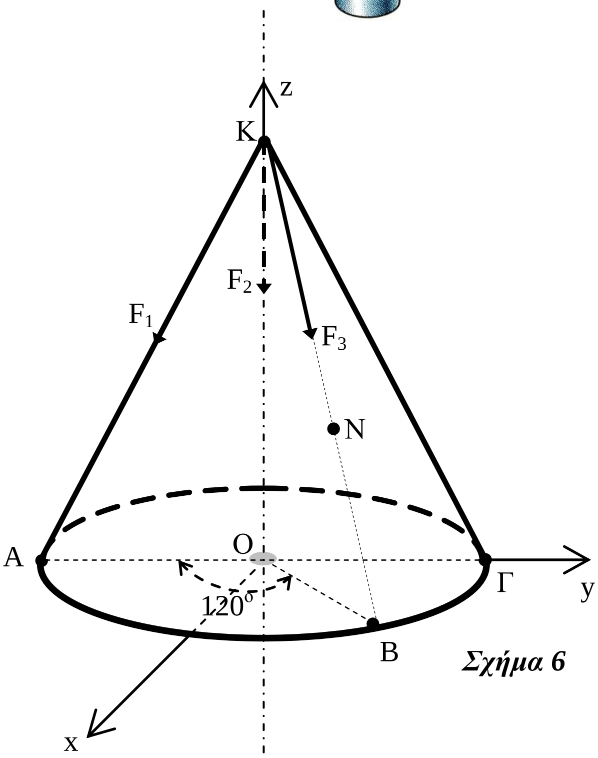
Σχήμα 5

Άσκηση 6

Στην κορυφή του κώνου του Σχ.6 ασκούνται τρεις δυνάμεις F_1, F_2 και F_3 με μέτρα 16, 2 και 10 kN, αντίστοιχα. Η ακτίνα βάσεως του κώνου είναι R=2 m, και το ύψος του OK=4 m. Επίσης δίνεται ότι NK=NB.

1. Υπολογίστε το άθροισμα των προβολών των τριών δυνάμεων επί της ευθείας ON.
2. Υπολογίστε την προβολή της συνισταμένης των τριών δυνάμεων επί της αυτής ως άνω ευθείας ON.

Σχολιάστε.

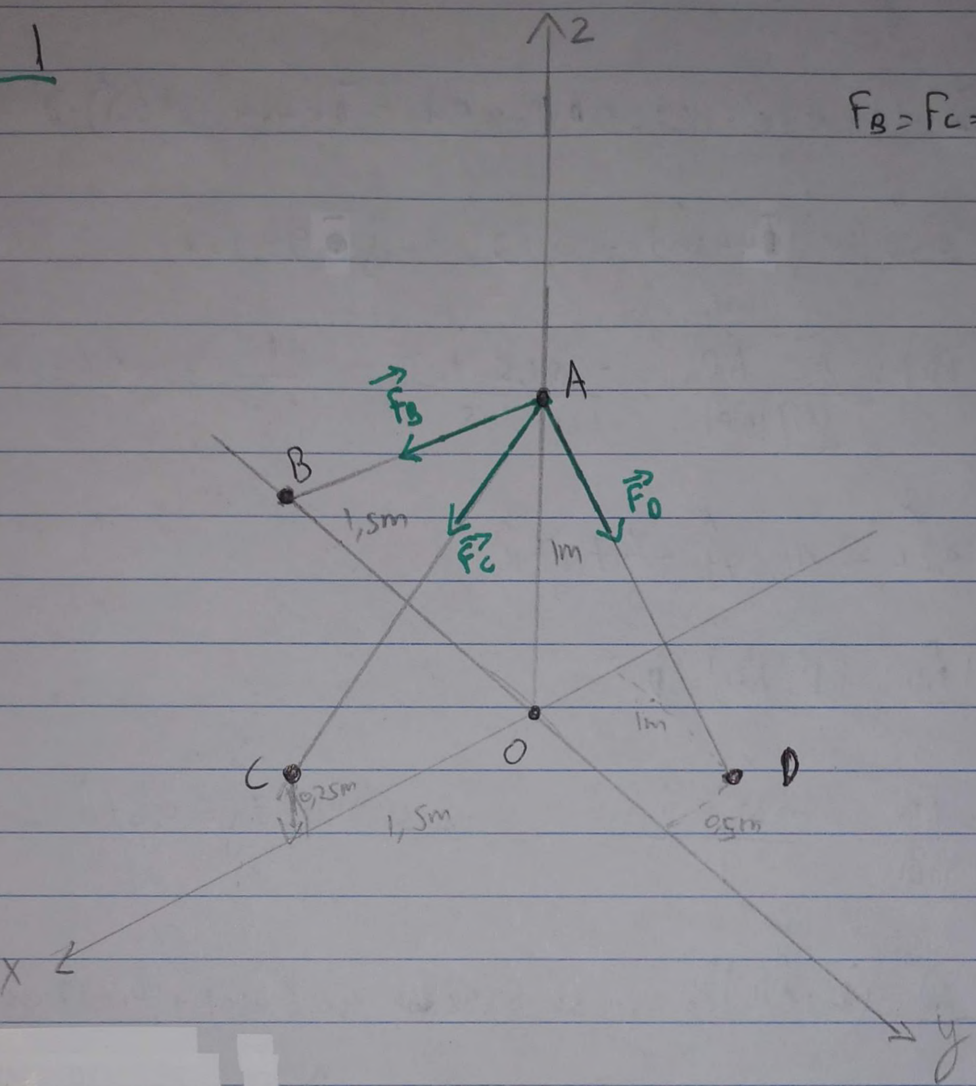


Σχήμα 6

3η Σειρά Ασκήσεων: Εφαρμογές του εσωτερικού γινομένου στη Μηχανική

Άσκηση 1

$F_B = F_C = F_D = 250N$



i)

Έχω: A (0,0,1)

B (0,−1,5, 0)

C (1,5 , 0 , 0,25)

D (−1, 0,5, 0)

Άρα $\vec{AB} = 0\hat{i} - 1{,}5\hat{j} - 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{AB}| = 1{,}8m$

$\vec{AC} = 1{,}5\hat{i} + 0\hat{j} - 0{,}75\hat{k} \Rightarrow |\vec{AC}| = 1{,}68m$

$\vec{AD} = -0{,}5\hat{i} + 1\hat{j} - 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{AD}| = 1{,}5m$

Άρα $\vec{F_B} = \dfrac{|\vec{F_B}|}{|\vec{AB}|}\vec{AB} = \dfrac{250}{1{,}8}\vec{AB} = 138{,}89(0\hat{i} - 1{,}5\hat{j} - 1\hat{k}) = 0\hat{i} - 208{,}34\hat{j} - 138{,}89\hat{k}$

$\vec{F_c} = \dfrac{|\vec{F_c}|}{|\vec{AC}|}.\vec{AC} = \dfrac{250}{1{,}68}\vec{AC} = 148{,}81(1{,}5\hat{i} + 0\hat{j} - 0{,}75\hat{k}) = 223{,}22\hat{i} + 0\hat{j} - 111{,}61\hat{k}$

$\vec{F_D} = \dfrac{|\vec{F_D}|}{|\vec{AB}|}\vec{AD} = \dfrac{250}{1{,}5}\vec{AD} = 166{,}67\vec{AD} = 166{,}67(-0{,}5\hat{i} + 1\hat{j} - 1\hat{k}) = -83{,}3\hat{i} + 166{,}67\hat{j} - 166{,}67\hat{k}$

$\vec e = \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} = \frac{1}{1,68}(1,5\hat i + 0\hat j - 0,75\hat k) = 0,89\hat i + 0\hat j - 0,45\hat k$

Ψάχνω $\underline{\vec{F_D}|\vec e} = (\vec{F_D}\cdot\vec e)\vec e = (0,89\cdot 0 - 208,34\cdot 0 + 0,45\cdot(-138,89))\cdot\vec e =$

$= 62,5(0,89\hat i + 0\hat j - 0,45\hat k) = 55,63\hat i + 0\hat j - 28,13\hat k$

2) $\cos(\widehat{\vec{AC},\vec{AD}}) = \frac{\vec{AC}\cdot\vec{AD}}{|\vec{AC}|\,|\vec{AD}|} = \frac{-0,5\cdot 1,5 + 0,75}{1,68\cdot 1,5} = 0 \Longrightarrow (\widehat{\vec{AC},\vec{AD}}) = 90^\circ$

3) $\vec R = 139,92\hat i - 41,67\hat j - 417,17\hat k$

Ψάχνω $\underline{\vec R\,|\,\hat{AD}} = (\vec R\cdot\hat{AD})\,\hat{AD}$

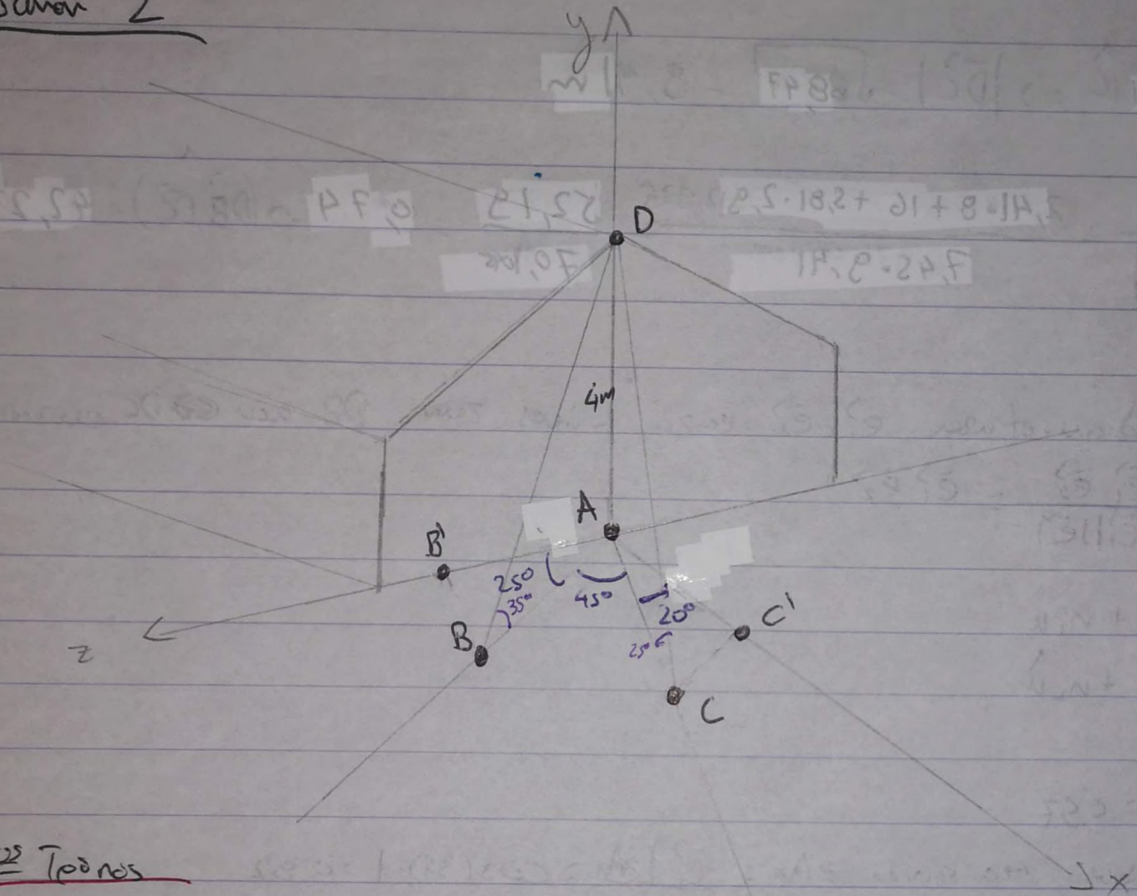
Έχω $\hat{AD} = \frac{\vec{AD}}{|\vec{AD}|} = \frac{-0,5\hat i + 1\hat j - 1\hat k}{1,5} = -0,33\hat i + 0,67\hat j - 0,67\hat k$

Άρα $\underline{\vec R\,|\,\hat{AD}} = (\vec R\cdot\hat{AD})\vec{AD} = (-0,33\cdot 139,92 - 0,67\cdot 41,67 + 417,17\cdot 0,67)\,\vec{AD} =$

$= (-46,17 - 27,92 + 279,5)\vec{AD} = 204,66(-0,33\hat i + 0,67\hat j - 0,67\hat k) =$

$= -67,54\hat i + 137,12\hat j - 137,12\hat k$

Árvore 2



1os Pontos

$\tan(35) = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow AB = \frac{AD}{\tan(35)} = \frac{4}{0,7} = 5,714m$

$\sin(25) = \frac{BB'}{AB} \Leftrightarrow BB' = AB \cdot \sin(25) = 2,414m$

$\cos(25) = \frac{AB'}{AB} \Leftrightarrow AB' = \cos(25)AB = 5,179$

$\tan(25) = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{AD}{\tan(25)} = \frac{4}{0,466} = 8,583m$

$\sin(20) = \frac{CC'}{AC} \Leftrightarrow CC' = \sin(20)AC = 2,935m$

$\cos(20) = \frac{AC'}{AC} \Leftrightarrow AC' = \cos(20)AC = 8,065$

$\Rightarrow$

$A(0,0,0)$

$D(0,4,0)$

$B(2,414, 0, 5,179)$

$C(8,065, 0, 2,935)$

$\vec{DB} = 2,414\,\hat{i} - 4\,\hat{j} + 5,179\,\hat{k} \Rightarrow |\vec{DB}| = \sqrt{48,05} = 6,975$

και

$\vec{DC} = 8,065\,\hat{i} - 4\,\hat{j} + 2,935\,\hat{k} \Rightarrow |\vec{DC}| = \sqrt{89,66} = 9,468$

$19,46 + 16 + 15,2$

$\cos(\widehat{\vec{DB},\vec{DC}}) = \dfrac{\vec{DB}\cdot\vec{DC}}{|\vec{DB}||\vec{DC}|} = \dfrac{2,414\cdot 8,065 + 16 + 5,179\cdot 2,935}{6,975\cdot 9,468} = \dfrac{50,66}{66,039} = 0,767 \Rightarrow (\widehat{\vec{DB},\vec{DC}}) = 39,9^\circ$

2ος Τρόπος

Έστω τα παράλληλα διανύσματα $\vec{e_1}, \vec{e_2}$ κατά μήκος των DB και DC αντίστοιχα.

τότε $\cos(\widehat{DB, DC}) = \dfrac{\vec{e_1}\cdot\vec{e_2}}{|\vec{e_1}||\vec{e_2}|} = \vec{e_1}\cdot\vec{e_2}$

Έχω $\begin{cases} \vec{e_1} = l_1\hat{i} + m_1\hat{j} + n_1\hat{k} \\ \vec{e_2} = l_2\hat{i} + m_2\hat{j} + n_2\hat{k} \end{cases}$

Έχω $m_1 = \sin(35)\cdot 1 = 0,57$

Η προβολή του $\vec{e_1}$ πάνω στο επίπεδο zAx: $\vec{e_1}|_{zAx} = \cos(35)\cdot 1 = 0,82$

$l_1 = \vec{e_1}|_{zAx}\cdot\sin(25) = 0,35$

$n_1 = \vec{e_1}|_{zAx}\cdot\cos(25) = 0,74$

Άρα $\vec{e_1} = 0,35\,\hat{i} - 0,57\,\hat{j} + 0,74\,\hat{k}$

Επίσης, έχω $m_2 = \sin(25)\cdot 1 = 0,42$

Η προβολή του $\vec{e_2}$ πάνω στο επίπεδο zAx: $\vec{e_1}|_{zAx} = \cos(25)\cdot 1 = 0,91$

$n_2 = \vec{e_2}|_{zAx}\cdot\sin(20) = 0,91\cdot 0,34 = 0,31$

$l_2 = \vec{e_2}|_{zAx}\cdot\cos(20) = 0,91\cdot 0,94 = 0,86$

Άρα $\vec{e_2} = 0,85\,\hat{i} - 0,42\,\hat{j} + 0,31\,\hat{k}$

Άρα $\cos(\widehat{DB, DC}) = 0,35\cdot 0,85 + 0,42\cdot 0,57 + 0,31\cdot 0,74 = 0,2975 + 0,2394 + 0,2294 = 0,7663 \Rightarrow (\widehat{DB, DC}) = 39,98$

2) Αν $|\vec{F}_{DC}| = 500N$, να βρω $\underline{\vec{F}_{DC} \mid \hat{DB}} = \underline{\vec{F}_{DC} \mid \vec{e}_2} = \underline{\vec{F}_{DC} \mid \frac{\vec{DB}}{|\vec{DB}|}}$

$\vec{F}_{DC} = \frac{|\vec{F}_{DC}|}{|\vec{DC}|} \cdot \vec{DC} = \frac{500}{9,468} \cdot (8,065\hat{i} - 4\hat{j} + 2,935\hat{k}) = 52,81(8,065\hat{i} - 4\hat{j} + 2,935\hat{k}) =$

$= 425,91\hat{i} - 211,24\hat{j} + 155\hat{k}$

08,72

Έχω $\underline{\vec{F}_{DC} \mid \vec{e}_1} = (\vec{F}_{DC} \cdot \vec{e}_1)\vec{e}_1 = \vec{e}_1(425,91 \cdot 0,35 + 211,24 \cdot 0,57 + 155 \cdot 0,74) =$

$= 384,18 \cdot \vec{e}_1 = 384,18(0,35\hat{i} - 0,57\hat{j}\ 0,74\hat{k}) = 134,46\hat{i} - 218,98\hat{j} + 284,29\hat{k}$

3) Αν $|\vec{F}_{DB}| = 200N$ και $|\vec{F}_{DC}| = 100N$ τότε

$\vec{F}_{DB} = |\vec{F}_{DB}| \cdot \vec{e}_1 = 200(0,35\hat{i} - 0,57\hat{j} + 0,74\hat{k}) = 70\hat{i} - 114\hat{j} + 148\hat{k}$

$\vec{F}_{DC} = |\vec{F}_{DC}| \cdot \vec{e}_2 = 100(0,85\hat{i} - 0,42\hat{j} + 0,31\hat{k}) = 85\hat{i} - 42\hat{j} + 31\hat{k}$

Άρα $\vec{R} = 155\hat{i} - 156\hat{j} + 179\hat{k}$

Ψάχνω $\underline{\vec{R} \mid \vec{e}_2} = (\vec{R} \cdot \vec{e}_2)\vec{e}_2 = (155 \cdot 0,85 + 156 \cdot 0,42 + 179 \cdot 0,31)\vec{e}_2 = (131,75 + 65,52 + 55,49)\vec{e}_2 =$

$= 252,76\,\vec{e}_2 = 252,76(0,85\hat{i} - 0,42\hat{j} + 0,31\hat{k}) = 214,85\hat{i} - 106,16\hat{j} + 78,36\hat{k}$

Άσκηση 3

2) Από σειρά ασκήσεων 2, άσκηση 7 έχω $y_A = -0{,}58$

και άρα $\vec{R} = 1{,}82\hat{i} + \left(\frac{y_A}{\sqrt{y_A^2+16}} - 0{,}62\right)\hat{j} + \left(-4{,}24 - \frac{4}{\sqrt{y_A^2+16}}\right)\hat{k} =$

$$= 1{,}82\hat{i} + \left(\frac{-0{,}58}{\sqrt{0{,}58^2+16}} - 0{,}62\right)\hat{j} + \left(-4{,}24 - \frac{4}{\sqrt{0{,}58^2+16}}\right)\hat{k} =$$

$$= 1{,}82\hat{i} + \left(\frac{-0{,}58}{4{,}04} - 0{,}62\right)\hat{j} + \left(-4{,}24 - \frac{4}{4{,}04}\right)\hat{k} = 1{,}82\hat{i} - 0{,}76\hat{j} - 5{,}23\hat{k}$$

3) Ισχύω $\underline{\vec{R}_{|\hat{A\Gamma}}} = (\vec{R}\cdot\hat{A\Gamma})\hat{A\Gamma}$

Έχω $\hat{A\Gamma} = \frac{\vec{A\Gamma}}{|\vec{A\Gamma}|}$

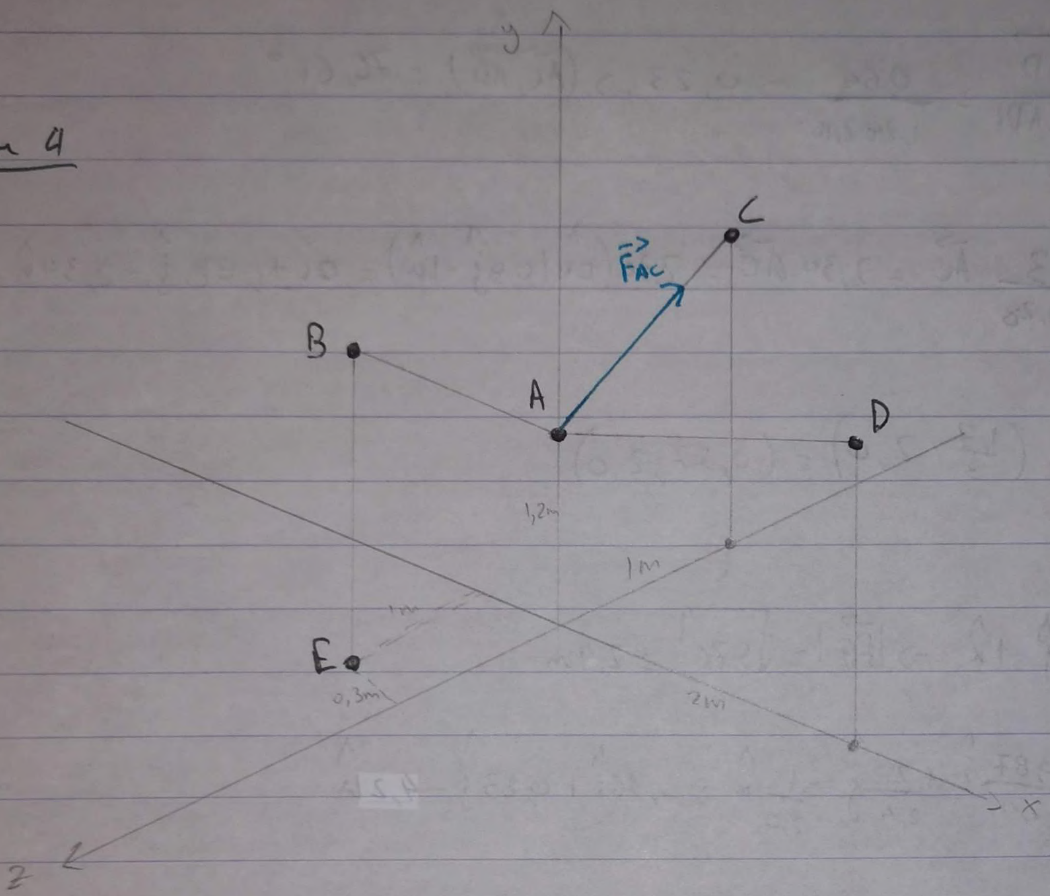
Έχω $\vec{A\Gamma} = 1\hat{i} + 1{,}58\hat{j} + 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{A\Gamma}| = \sqrt{1+1+2{,}5} = 2{,}12\,m$

Άρα $\hat{A\Gamma} = \frac{1}{2{,}12}\hat{i} + \frac{1{,}58}{2{,}12}\hat{j} + \frac{1}{2{,}12}\hat{k} = 0{,}47\hat{i} + 0{,}75\hat{j} + 0{,}47\hat{k}$

Άρα $\underline{\vec{R}_{|\hat{A\Gamma}}} = (\vec{R}\cdot\hat{A\Gamma})\hat{A\Gamma} = (1{,}82\cdot 0{,}47 - 0{,}76\cdot 0{,}75 - 5{,}23\cdot 0{,}47)\hat{A\Gamma} = (0{,}86 - 0{,}57 - 2{,}46)\hat{A\Gamma} = -2{,}17\hat{A\Gamma}$

$$= -2{,}17(0{,}47\hat{i} + 0{,}75\hat{j} + 0{,}47\hat{k}) = -1{,}02\hat{i} - 1{,}63\hat{j} - 1{,}02\hat{k}$$

'Άσκηση 4



A(0, 1,2, 0) $|\vec{F}_{AC}| = 3kN$

B(-0,3, 2, 1)

C(0, 2, -1) E(-0,3, 0, 1)

D(2, 2, 0)

i)

$\vec{AC} = 0\hat{i} + 0,8\hat{j} - 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{1,64} = 1,28\ m$

$\vec{AB} = -0,3\hat{i} + 0,8\hat{j} + 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{1,73} = 1,32\ m$

$\vec{AD} = 2\hat{i} + 0,8\hat{j} + 0\hat{k} \Rightarrow |\vec{AD}| = \sqrt{4,64} = 2,16\ m$

$(\hat{F_{AC}, AB}) = (\hat{\vec{AC}, \vec{AB}})$ και $(\hat{\vec{F}_{AC}, AD}) = (\hat{\vec{AC}, \vec{AD}})$

· Έχω $\cos(\hat{\vec{AC}, \vec{AB}}) = \dfrac{\vec{AC} \cdot \vec{AB}}{|\vec{AC}||\vec{AB}|} = \dfrac{0,8^2 - 1}{1,28 \cdot 1,32} = \dfrac{-0,36}{1,69} = -0,21 \Rightarrow (\hat{\vec{AC}, \vec{AB}}) = 102,12°$

$$\cos(\widehat{\vec{AC},\vec{AD}}) = \frac{\vec{AC}\cdot\vec{AD}}{|\vec{AC}|\,|\vec{AD}|} = \frac{0{,}64}{1{,}28\cdot 2{,}16} = 0{,}23 \Rightarrow (\widehat{\vec{AC},\vec{AD}}) = 76{,}61^\circ$$

2) $$\vec{F}_{AC} = \frac{|\vec{F}_{AC}|}{|\vec{AC}|}\cdot\vec{AC} = \frac{3}{1{,}28}\vec{AC} = 2{,}34\,\vec{AC} = 2{,}34(0\hat{i} + 0{,}8\hat{j} - 1\hat{k}) = 0i + 1{,}88\hat{j} - 2{,}34\hat{k}$$

$$G\left(\frac{2-0{,}3}{3}, \frac{2\cdot 3}{3}, 0\right) = \left(\frac{1{,}7}{3}, 2, 0\right) = (0{,}57, 2, 0)$$

$E(-0{,}3, 0, 1)$

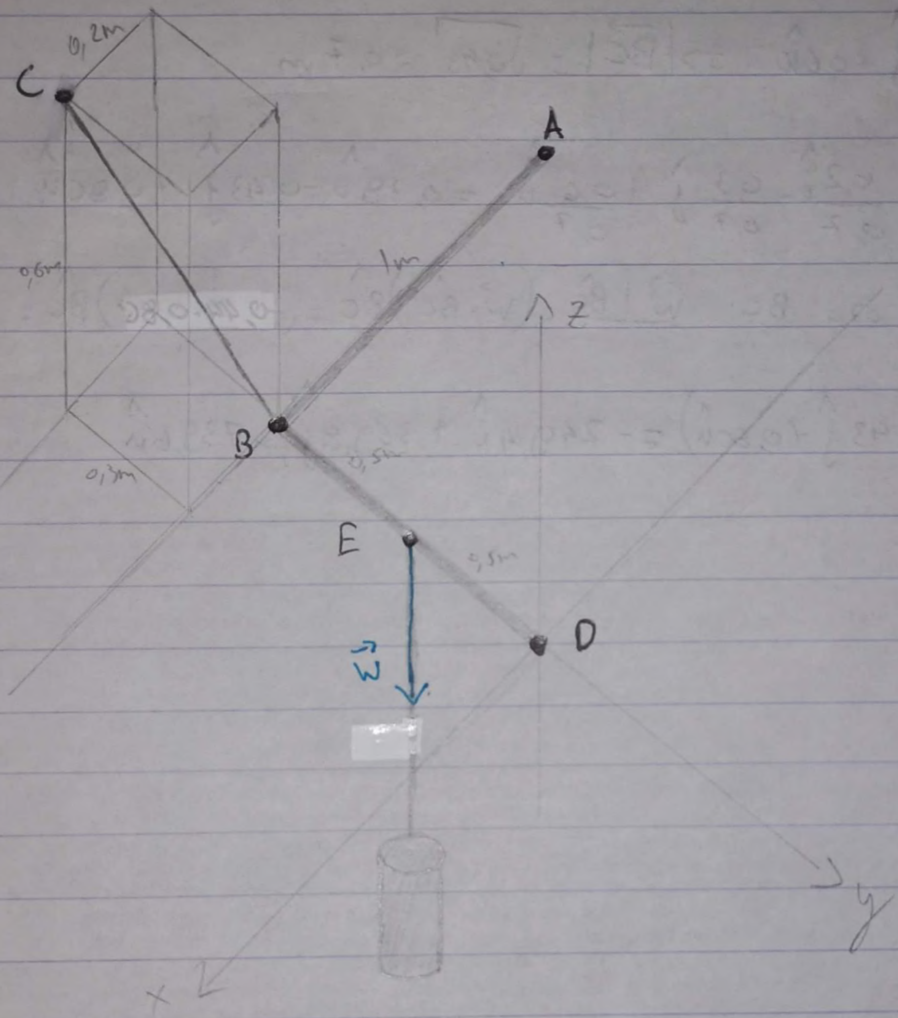
Άρα $\vec{EG} = 0{,}87\hat{i} + 2\hat{j} - 1\hat{k} \Rightarrow |\vec{EG}| = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4m$

Άρα $$\hat{EG} = \frac{\vec{EG}}{|\vec{EG}|} = \frac{0{,}87}{2{,}4}\hat{i} + \frac{2}{2{,}4}\hat{j} - \frac{1}{2{,}4}\hat{k} = 0{,}36\hat{i} + 0{,}83\hat{j} - 0{,}42\hat{k}$$

Άρα $$\underline{\vec{F}_{AC}|\hat{EG}} = (\vec{F}_{AC}\cdot\hat{EG})\hat{EG} = (1{,}88\cdot 0{,}83 + 0{,}42\cdot 2{,}34)\hat{EG} = (1{,}56 + 0{,}98)\hat{EG} = 2{,}54\,\hat{EG} =$$

$$= 2{,}54(0{,}36\hat{i} + 0{,}83\hat{j} - 0{,}42\hat{k}) = 0{,}91\hat{i} + 2{,}11\hat{j} - 1{,}07\hat{k}$$

Άσκηση 5



Έχω: A$(-1,-1,0)$
B$(0,-1,0)$
C$(0{,}2, -1{,}3, 0{,}6)$
D$(0,0,0)$
E$(0,-0{,}5,0)$

$|\vec{W}| = 1000N$

$\vec{CA} = -1{,}2\hat{i} + 0{,}3\hat{j} - 0{,}6\hat{k} \Rightarrow |\vec{CA}| = \sqrt{1{,}89} = 1{,}37\,m$

$\hat{CA} = \frac{\vec{CA}}{|\vec{CA}|} = \frac{-1{,}2}{1{,}37}\hat{i} + \frac{0{,}3}{1{,}37}\hat{j} - \frac{0{,}6}{1{,}37}\hat{k} = -0{,}88\hat{i} + 0{,}22\hat{j} - 0{,}44\hat{k}$

Το $\vec{W}$ έχει μέτρο $|\vec{W}| = 1000N$ με φορά προς τα κάτω (κάθετα στο επίπεδο xOy), άρα $\vec{W} = 0\hat{i} + 0\hat{j} - 1000\hat{k}$

i)
Η προβολή του βάρους στην CA: $\vec{W}|_{CA} = (\vec{W}\cdot\hat{CA})\hat{CA} = 0{,}44\cdot 1000\cdot\hat{CA} = 440(0{,}88\hat{i} + 0{,}22\hat{j} - 0{,}44\hat{k})$
$= 387{,}2\hat{i} + 96{,}8\hat{j} - 193{,}6\hat{k}$

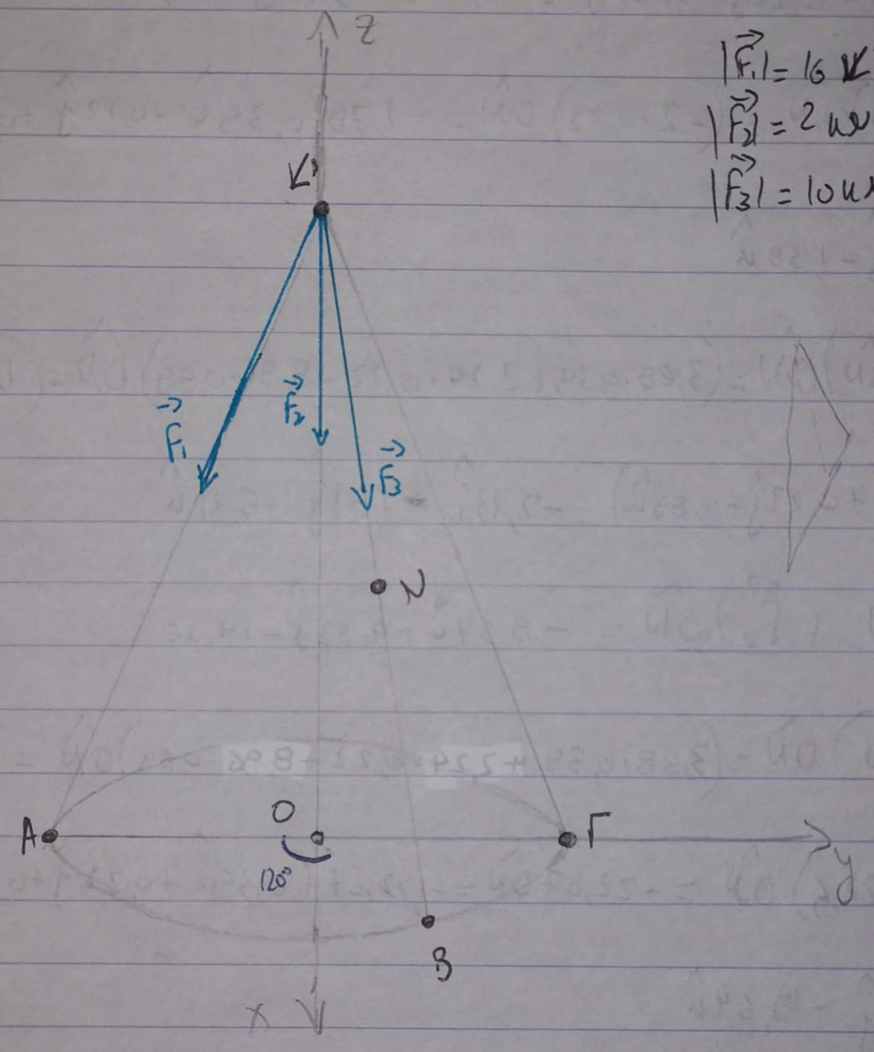
2) $\vec{BC} = 0{,}2\hat{i} - 0{,}3\hat{j} + 0{,}6\hat{k} \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{0{,}49} = 0{,}7\,m$

Άρα $\hat{BC} = \dfrac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|} = \dfrac{0{,}2}{0{,}7}\hat{i} - \dfrac{0{,}3}{0{,}7}\hat{j} + \dfrac{0{,}6}{0{,}7}\hat{k} = 0{,}29\hat{i} - 0{,}43\hat{j} + 0{,}86\hat{k}$

Η προβολή του $\vec{W}$ στο BC: $\vec{W}\,|\,\hat{BC} = (\vec{W}\cdot\hat{BC})\hat{BC} = (-0{,}86\cdot 1000)\hat{BC} =$

$= -860(0{,}29\hat{i} - 0{,}43\hat{j} + 0{,}86\hat{k}) = -249{,}4\hat{i} + 369{,}8\hat{j} - 739{,}6\hat{k}$

Άσκηση 6



$|\vec{F_1}| = 16\ kN$ $\quad R = 2m$

$|\vec{F_2}| = 2\ kN$ $\quad OK = 4m$

$|\vec{F_3}| = 10\ kN$ $\quad NK = NB$

Από 2η Σειρά ασκήσεων, άσκηση 9 έχω:

$$\left.\begin{aligned} \vec{F_1} &= 0\hat{i} - 7{,}16\hat{j} - 14{,}32\hat{k} \\ \vec{F_2} &= 0\hat{i} + 0\hat{j} - 2\hat{k} \\ \vec{F_3} &= 3{,}88\hat{i} + 2{,}24\hat{j} - 8{,}96\hat{k} \end{aligned}\right\} \vec{R} = 3{,}88\hat{i} - 4{,}92\hat{j} - 25{,}28\hat{k}$$

Επίσης, έχω $N\left(\frac{0+1{,}73}{2}, \frac{0+1}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (0{,}87, 0{,}5, 2)$

Άρα $\vec{ON} = 0{,}87\hat{i} + 0{,}5\hat{j} + 2\hat{k} \Rightarrow |\vec{ON}| = \sqrt{4{,}99} = 2{,}24m$

Άρα $\hat{ON} = \frac{\vec{ON}}{|\vec{ON}|} = \frac{0{,}87}{2{,}24}\hat{i} + \frac{0{,}5}{2{,}24}\hat{j} + \frac{2}{2{,}24}\hat{k} = 0{,}39\hat{i} + 0{,}22\hat{j} + 0{,}89\hat{k}$

1) $\underline{\vec{F_1}\,|\,\hat{ON}} = (\vec{F_1}\cdot\hat{ON})\,\hat{ON} = (-7{,}16\cdot 0{,}22 - 14{,}22\cdot 0{,}89)\,\hat{ON} = (-1{,}58 - 12{,}66)\,\hat{ON} = -14{,}24\,\hat{ON} =$

$= -14{,}24\,(0{,}39\hat{i} + 0{,}22\hat{j} + 0{,}89\hat{k}) = -5{,}55\hat{i} - 3{,}13\hat{j} - 12{,}67\hat{k}$

$\underline{\vec{F_2}\,|\,\hat{ON}} = (\vec{F_2}\cdot\hat{ON})\,\hat{ON} = (-2\cdot 0{,}89)\,\hat{ON} = -1{,}78\,(0{,}39\hat{i} + 0{,}22\hat{j} + 0{,}89\hat{k}) =$

$= -0{,}69\hat{i} - 0{,}39\hat{j} - 1{,}58\hat{k}$

$\underline{\vec{F_3}\,|\,\hat{ON}} = (\vec{F_3}\cdot\hat{ON})\,\hat{ON} = (3{,}88\cdot 0{,}39 + 2{,}24\cdot 0{,}22 - 8{,}96\cdot 0{,}89)\,\hat{ON} = (1{,}51 + 0{,}49 - 7{,}97)\,\hat{ON}$

$= -5{,}97\,(0{,}39\hat{i} + 0{,}22\hat{j} + 0{,}89\hat{k}) = -2{,}33\hat{i} - 1{,}31\hat{j} - 5{,}31\hat{k}$

$\underline{\vec{F_1}\,|\,\hat{ON}} + \underline{\vec{F_2}\,|\,\hat{ON}} + \underline{\vec{F_3}\,|\,\hat{ON}} = -8{,}57\hat{i} - 4{,}83\hat{j} - 19{,}56$

2) $\underline{\vec{R}\,|\,\hat{ON}} = (\vec{R}\cdot\hat{ON})\,\hat{ON} = (3{,}88\cdot 0{,}39 - 4{,}92\cdot 0{,}22 - 25{,}28\cdot 0{,}89)\,\hat{ON} =$

$= (1{,}51 - 1{,}08 - 22{,}5)\,\hat{ON} = -22{,}07\,\hat{ON} = -22{,}07\,(0{,}39\hat{i} + 0{,}22\hat{j} + 0{,}89\hat{k})$

$= -8{,}6\hat{i} - 4{,}85\hat{j} - 19{,}64\hat{k}$

Άρα $\underline{\vec{F_1}\,|\,\hat{ON}} + \underline{\vec{F_2}\,|\,\hat{ON}} + \underline{\vec{F_3}\,|\,\hat{ON}} = \underline{\vec{R}\,|\,\hat{ON}}$