Αν βρείτε κάποιο λάθος PM me να το διορθώσω: Georgepan

Αν βρείτε κάποιο λάθος PM me να το διορθώσω: Georgepan

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΩΝ

Ηρώων Πολυτεχνείου 5, Κτίριο Θεοχάρη
Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, 157 73 Ζωγράφου

Δρ Σταύρος Κ. Κουρκουλής, Καθηγητής Πειραματικής Μηχανικής

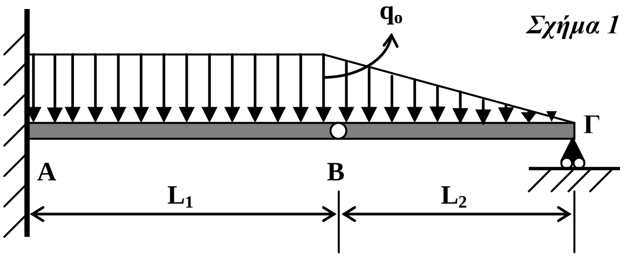
Τηλέφωνα: +210 772 1313, +210 772 1263 (γραφείο)
+210 772 4025, +210 772 4235, +210 772 1317, +210 7721310 (εργαστήρια)
Τηλεομοιότυπο (Fax): +210 7721302
Διεύθυνση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (e-mail): stakkour@central.ntua.gr

ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι (ΣΤΑΤΙΚΗ)

16η σειρά ασκήσεων: Ισορροπία σε δύο διαστάσεις

Άσκηση 1

Αβαρής αρθρωτή δοκός ΑΒΓ (εσωτερική άρθρωση στο Β) στηρίζεται με πάκτωση στο Α και κύλιση στο Γ, φέρει δε κατανεμημένο φορτίο, όπως φαίνεται στο Σχ.1. Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στηρίξεως και η δύναμη που μεταβιβάζεται στην άρθρωση Β.
Δίνεται ότι L_1=2m, L_2=1.5m και q_o=10 kN/m.



Σχήμα 1

Άσκηση 2

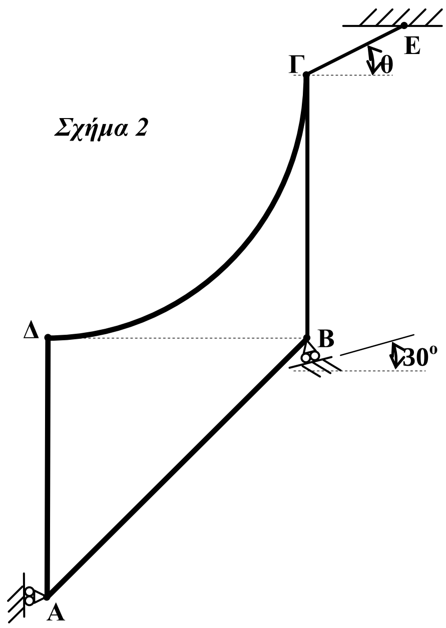
Λεπτό επίπεδο σώμα ΑΒΓΔ στηρίζεται με τη βοήθεια δύο κυλίσεων (στα Α και Β) και του σχοινιού ΓΕ (Σχ.2).

α. Να υπολογισθεί η γωνία θ έτσι ώστε η δύναμη στο σχοινί να είναι η ελάχιστη δυνατή.

β. Για την ανωτέρω τιμή της γωνίας θ να βρείτε το μέγιστο επιτρεπόμενο βάρος ανά μονάδα επιφανείας του σώματος, ώστε να μην σπάει το σχοινί, η αντοχή του οποίου είναι 50 kN.

γ. Για την οριακή αυτή περίπτωση βρείτε τις αντιδράσεις στηρίξεως.

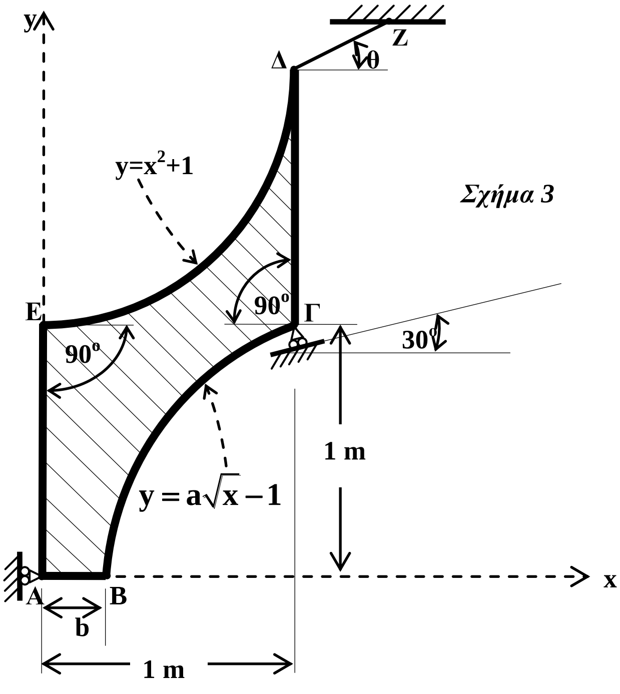
Δίνεται ότι: ΑΔ=ΔΒ=ΒΓ=1m, οι γωνίες ΑΔΒ και ΔΒΓ είναι ορθές, τα ΑΔ και ΒΓ είναι κατακόρυφα και ότι η καμπύλη ΓΔ είναι τεταρτοκύκλιο.



Σχήμα 2

Άσκηση 3

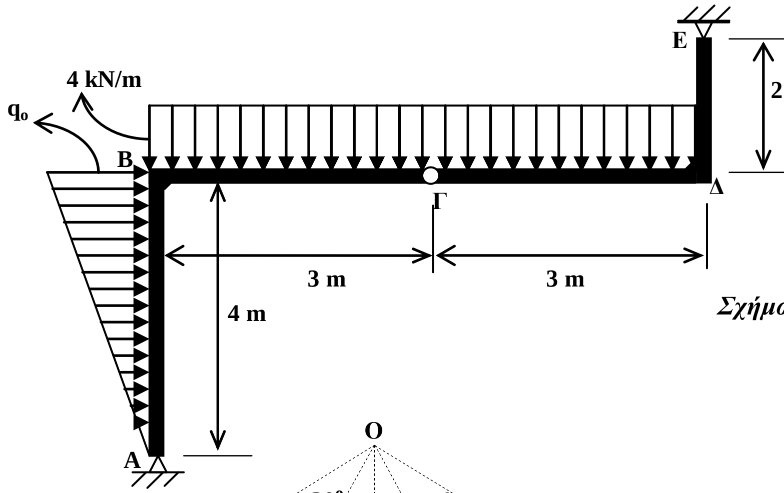
Το επίπεδο σώμα ΑΒΓΔΕ του Σχ.3 έχει πάχος 5 mm και στηρίζεται με τη βοήθεια κυλίσεων (στα σημεία Α, Γ) και σχοινιού ΔΖ. Η στήριξη είναι τέτοια ώστε η πλευρά ΑΕ να είναι κατακόρυφη. Να υπολογίσετε την τιμή της γωνίας θ, για την οποία η δύναμη στο σχοινί είναι η ελάχιστη δυνατή και στη συνέχεια να προσδιορίστε το μέγιστο επιτρεπτό ειδικό βάρος, γ, του σώματος, ώστε να μην σπάσει το σχοινί, το οποίο έχει αντοχή 75 N. Τέλος για τις ως άνω τιμές των θ, γ βρείτε τις αντιδράσεις στις δύο κυλίσεις.



Σχήμα 3

Άσκηση 4

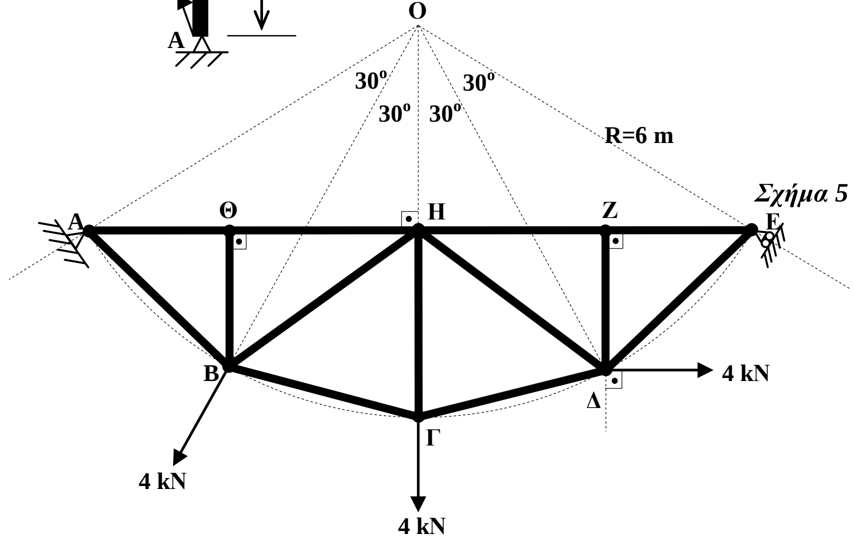
Για το τριαρθρωτό πλαίσιο του Σχ.4 να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στηρίξεως και τη δύναμη που μεταφέρεται μέσω της εσωτερικής άρθρωσης στο Γ, γνωρίζοντας ότι η αντίδραση στην άρθρωση Ε διέρχεται από το μέσον του τμήματος ΒΓ.



Σχήμα 4

Άσκηση 5

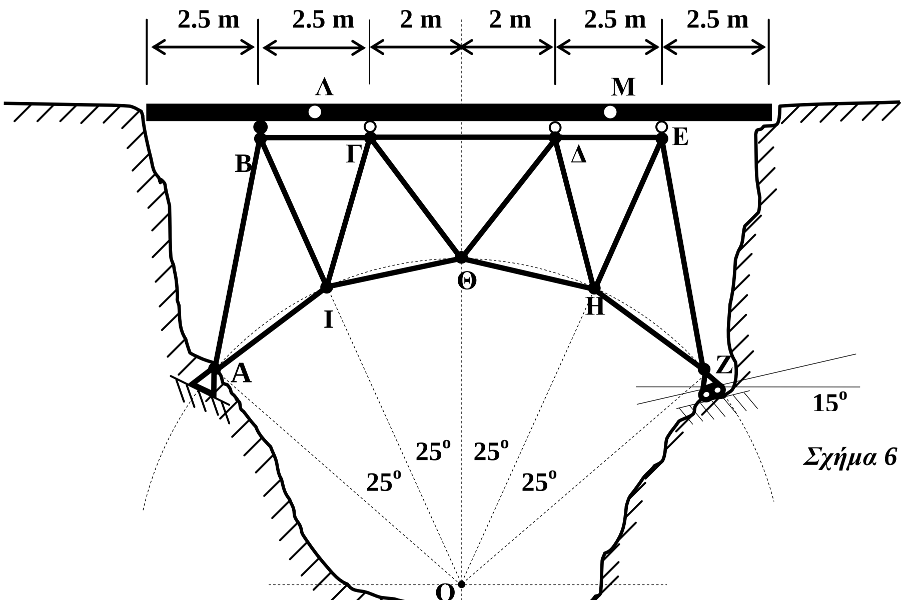
Οι κόμβοι Α,Β,Γ,Δ,Ε του φορέα του Σχ.5 ευρίσκονται επί κύκλου (Ο,R=6m). Για τη δεδομένη φόρτιση (δύναμη κατά την ακτίνα ΟΒ στον κόμβο Β, κατακόρυφη δύναμη στον κόμβο Γ κατά την ακτίνα ΟΓ, οριζόντια δύναμη στον κόμβο Δ) υπολογίστε τις αντιδράσεις στηρίξεως.



Σχήμα 5

Άσκηση 6

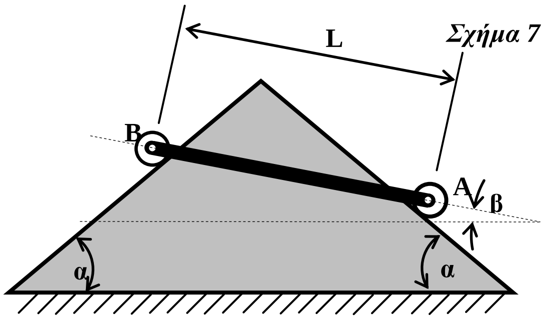
Το δικτύωμα του Σχ.6. στηρίζεται με άρθρωση στο Α και κύλιση στο Ζ. Οι κόμβοι Α,Ι,Θ,Η,Ζ ευρίσκονται επί κύκλου (Ο, R=7.5m) ενώ οι ράβδοι ΒΙ και ΗΕ εκτείνονται κατά μήκος των αντιστοίχων ακτίνων ΟΙ και ΟΗ. Το οδόστρωμα, βάρους w=50 kN/m, εδράζεται στους κόμβους Β, Γ, Δ, Ε του δικτυώματος (άρθρωση στο Β, κυλίσεις στα Γ, Δ, Ε) και φέρει εσωτερικές αρθρώσεις στα Λ και Μ (μέσα των ΒΓ, ΔΕ). Να ευρεθούν οι δυνάμεις που ασκεί το οδόστρωμα στους κόμβους Β,Γ,Δ,Ε καθώς και οι αντιδράσεις στηρίξεως στα Α, Ζ.



Σχήμα 6

Άσκηση 7

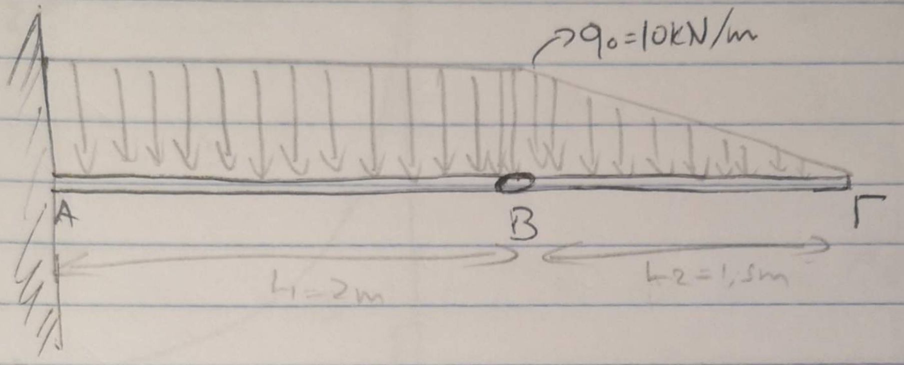
Τα κύλιστρα Α και Β, μαζών m_A και m_B, αντίστοιχα, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρή ράβδο μήκους L. Το σύστημα ισορροπεί όπως στο Σχ.7. Οι επαφές των κυλίστρων με τα αντίστοιχα κεκλιμένα επίπεδα είναι λείες. Να ευρεθεί η σχέση μεταξύ του λόγου των μαζών (m_A/m_B) και των γωνιών α, β.



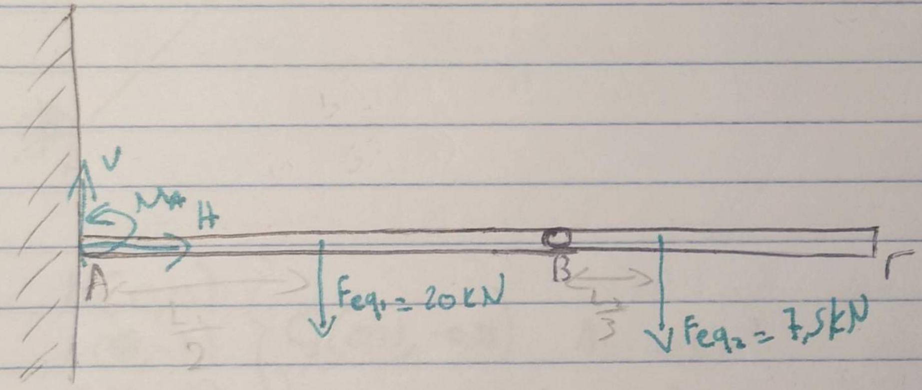
Σχήμα 7

16η σειρά ασκήσεων: Ισορροπία σε δύο διαστάσεις

Άσκηση 1



Κάνω το ΔΕΣ:

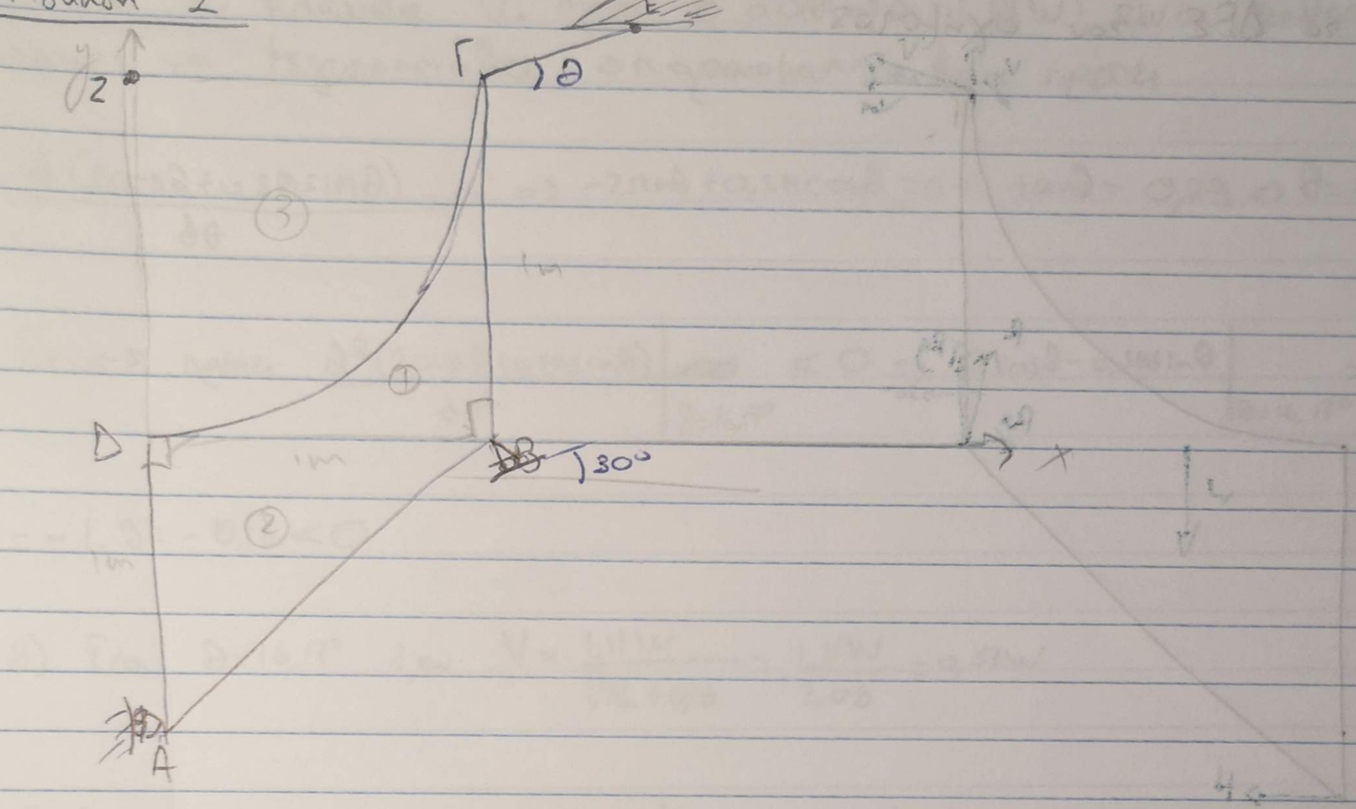


$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H = 0$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V = F_{eq_1} + F_{eq_2} = 27,5kN$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow M_A = F_{eq_1} \cdot \frac{L_1}{2} + F_{eq_2}\left(L_1 + \frac{L_2}{3}\right) = 20 + 2,5 \cdot 7,5 = 18,75 \, kN/m$

Άσκηση 2



Έχω $\Delta(0,0)$, $A(0,-1)$, $B(1,0)$ $\Big\}$ $C_2(0{,}33,\ -0{,}33)$, $A_2 = 0{,}5\,m^2$

$B(1,0)$, $\Gamma(1,1)$, $Z(0,1)$ $\Big\}$ $C_1(0{,}5,\ 0{,}5)$, $A_1 = 1\,m^2$

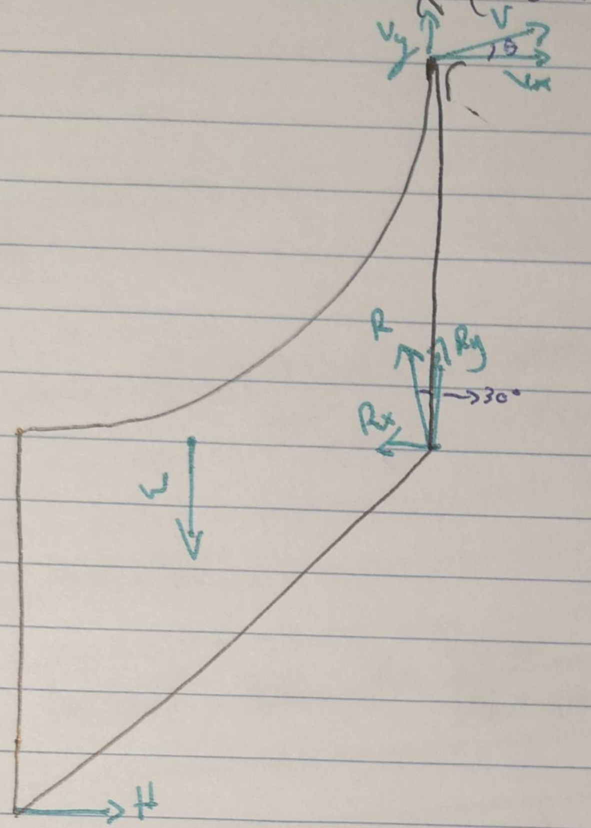
Έχω $C_3\left(\frac{4R}{3\pi},\ 1-\frac{4R}{3\pi}\right) = \left(\frac{4}{3\pi},\ 1-\frac{4}{3\pi}\right) = (0{,}42,\ 0{,}58)$, $A_3 = \frac{\pi}{4} = 0{,}79\,m^2$

$Q_y = Q_{y_1} + Q_{y_2} - Q_{y_3}$, $A = A_1 + A_2 - A_3 = 0{,}71\,m^2$

$Q_{y_1} = x_{c_1} A_1 = 0{,}5\,m^3$, $Q_{y_2} = x_{c_2} A_2 = 0{,}165\,m^3$, $Q_{y_3} = x_{c_3} A_3 = 0{,}33\,m^3$

Άρα $Q_y = 0{,}335\,m^3 \Rightarrow x_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{0{,}335}{0{,}71} = 0{,}47\,m$

Κάνω το ΔΕΣ του σχήματος



Έχω $R_x = R\sin(30^\circ) = \frac{R}{2}$ και $R_y = R\cos(30^\circ) = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

και $V_x = V\cos\theta$ και $V_y = V\sin\theta$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H - R_x + V_x = 0 \Rightarrow \frac{R}{2} = H + V\cos\theta \Rightarrow R = 2H + 2V\cos\theta$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W = R_y + V_y \Rightarrow W = \frac{R\sqrt{3}}{2} + V\sin\theta \Rightarrow \frac{R\sqrt{3}}{2} = W - V\sin\theta \Rightarrow R = \frac{2}{\sqrt{3}}(W - V\sin\theta)$ (2)

Άρα έχω (από (1) και (2)): $2H + 2V\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}(W - V\sin\theta) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow H + V\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}(W - V\sin\theta)$ (3)

$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow H \cdot 1 + W \cdot 0{,}53 = V\cos\theta \Rightarrow H = V\cos\theta - 0{,}53W$ (4)

Άρα (3) $\xrightarrow{(4)}$ $2V\cos\theta - 0{,}53W = 0{,}58W - 0{,}58V\sin\theta \Rightarrow 2V\cos\theta + 0{,}58V\sin\theta = 1{,}11W \Rightarrow$

$\Rightarrow V = \frac{1{,}11W}{2\cos\theta + 0{,}58\sin\theta}$ (5)

Ψάχνω το ελάχιστο V. Αφού ο αριθμητής (1,11W) είναι σταθερός, αρκεί να μεγιστοποιηθεί ο παρονομαστής, άρα πρέπει

$$\frac{d(2\cos\theta+0,58\sin\theta)}{d\theta}=0 \Rightarrow -2\sin\theta+0,58\cos\theta=0 \Rightarrow \tan\theta=0,29 \Rightarrow \theta=16,17^\circ$$

Επίσης, πρέπει $\left.\frac{d^2(2\cos\theta+0,58\sin\theta)}{d\theta^2}\right|_{\theta=16,17^\circ}<0 \Rightarrow \left.-2\cos\theta-0,58\sin\theta\right|_{\theta=16,17^\circ}=$

$=-1,92-0,16<0$

β) Για $\theta=16,17^\circ$ έχω $V=\frac{1,11W}{1,92+0,16}=\frac{1,11W}{2,08}=0,53W$

Καθώς το σκοινί έχει αντοχή 50kN, πρέπει $V\leq 50 \Leftrightarrow 0,53W\leq 50 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow W\leq 94,34$ άρα το μέγιστο επιτρεπόμενο βάρος του σώματος είναι $W=94,34kN$

Άρα το μέγιστο επιτρεπόμενο βάρος ανά μονάδα επιφάνειας είναι $\frac{W}{A}=\frac{94,34}{0,71}=132,87\frac{kN}{m^2}$

γ) Για $W=94,34\,kN$ και $\theta=16,17^\circ$ έχω

$(5) \Rightarrow V=\frac{104,72}{2,08}=50,35\,kN$ άρα

$(4) \Rightarrow H=50,35\cdot 0,96-0,53\cdot 94,34=-1,66\,kN$ και άρα

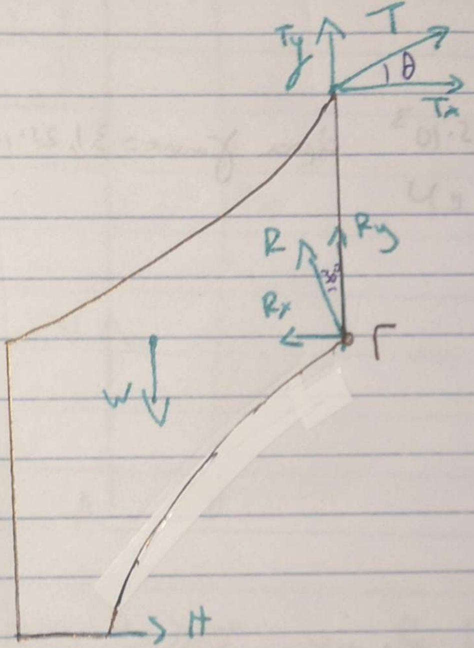
$(1) \Rightarrow R=-3,32+96,72=93,4\,kN$

Άσκηση 3

$t = 5mm = 5 \cdot 10^{-3} m$

Από άσκηση 7 σειρά 4 έχω $x_c = 0,48$ και $A = 0,91 m^2$

Κάνω το ΔΕΣ του αυτόκλειστου



· Έχω $T_x = T\cos\theta$ και $T_y = T\sin\theta$

$$R_x = \frac{R}{2} \text{ και } R_y = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H + T_x = R_x \Rightarrow H + T\cos\theta = \frac{R}{2} \Rightarrow R = 2H + 2T\cos\theta \quad (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W = R_y + T_y \Rightarrow W = \frac{R\sqrt{3}}{2} + T\sin\theta \Rightarrow W - T\sin\theta = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2}{\sqrt{3}}(W - T\sin\theta) \quad (2)$

$\Sigma M_\Gamma = 0 \Rightarrow W \cdot 0,52 + H \cdot 1 = T\cos\theta \Rightarrow H = T\cos\theta - 0,52W \quad (3)$

Άρα

$(1),(2) \Rightarrow 2H + 2T\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}(W - T\sin\theta) \overset{(3)}{\Rightarrow} T\cos\theta - 0,52W + T\cos\theta = 0,58W - 0,58T\sin\theta \Rightarrow$

$\Rightarrow 2T\cos\theta + 0,58T\sin\theta = 1,1W \Rightarrow T = \frac{1,1W}{2\cos\theta + 0,58\sin\theta} \quad (5)$

Για να ελαχιστοποιηθεί η $T \xRightarrow{\text{άσκηση 2}} \theta = 16,17^\circ$

Άρα $T = \frac{1,1 W}{2,08} = 0,53W$

Έχω $\gamma = \frac{W}{V} = \frac{W}{At} \Rightarrow W = \gamma A t = \gamma \cdot 0,91 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 4,55 \cdot 10^{-3}$

Άρα $T = 2,4 \cdot 10^{-3} \gamma$

Πρέπει $T \leq 75 \Rightarrow 2,4 \cdot 10^{-3} \gamma \leq 75 \Leftrightarrow \gamma \leq 31,25 \cdot 10^{3}$ άρα $\gamma_{max} = 31,25 \cdot 10^{3}$

Άρα $W = \gamma V = \gamma A t = 31,25 \cdot 10^{3} \cdot 0,91 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 142,19\ kN$

Για $\gamma = 31,25 \cdot 10^{3}$ και $\theta = 16,17^\circ$ έχω:

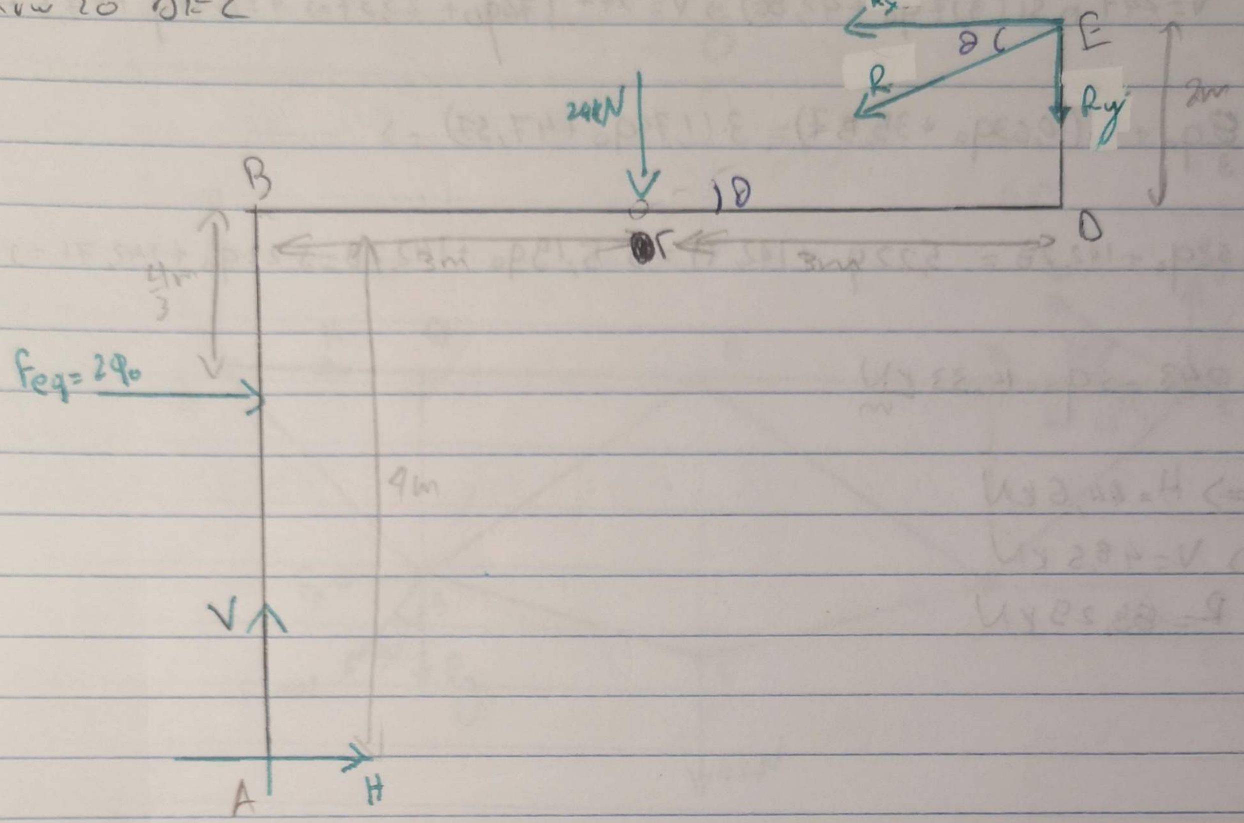
$(5) \Rightarrow T = \frac{1,1 \cdot 142,19}{2,08} = 75,2\ kN$

$(3) \Rightarrow H = 75,2 \cdot 0,96 - 0,52 \cdot 142,19 = -1,75\ kN$

$(1) = R = 2(-1,75 + 75,2 \cdot 0,96) = 2 \cdot 70,44 = 140,88\ kN$

Άσκηση 4

Κάνω το ΔΕΣ



$\tan\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = 33{,}69^\circ$, άρα $R_x = R\cos\theta = 0{,}83R$ και $R_y = R\sin\theta = 0{,}55R$

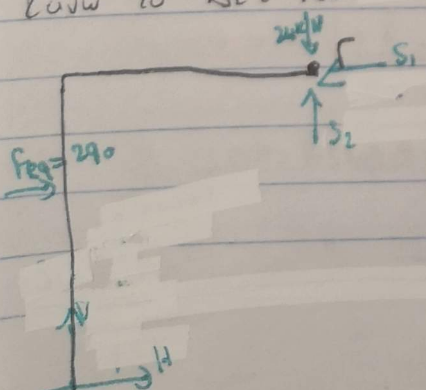
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H + 2q_0 = 0{,}83R$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V = 24 + 0{,}55R$ (2)

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 2q_0 \cdot \left(4 - \frac{4}{3}\right) + 24 \cdot 3 + 0{,}55R \cdot 6 = 0{,}83R \cdot 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{16}{3}q_0 + 72 + 3{,}3R = 4{,}98R \Rightarrow 1{,}68R = \frac{16}{3}q_0 + 72 \Rightarrow R = 3{,}17q_0 + 42{,}86$ (3)

Κάνω το ΔΕΣ του , αφού το Γ είναι εσωτερική άρθρωση.



$\Sigma M_\Gamma = 0 \Rightarrow 2q_0 \cdot \frac{4}{3} + H \cdot 4 = V \cdot 3$ (4)

$Επίλυση \quad (1) \xrightarrow{(3)} H + 2q_0 = 0{,}83(3{,}17q_0 + 42{,}86) \Rightarrow H = 0{,}63q_0 + 35{,}57 \quad (5)$

$(2) \xrightarrow{(3)} V = 24 + 0{,}55(3{,}17q_0 + 42{,}86) \Rightarrow V = 24 + 1{,}74q_0 + 23{,}57 \Rightarrow V = 1{,}74q_0 + 47{,}57 \quad (6)$

$(4) \xrightarrow{(5)(6)} \frac{8}{3}q_0 + 4(0{,}63q_0 + 35{,}57) = 3 \cdot (1{,}74q_0 + 47{,}57) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{8}{3}q_0 + 2{,}52q_0 + 142{,}28 = 5{,}22q_0 + 142{,}71 \Rightarrow 5{,}19q_0 + 142{,}28 = 5{,}22q_0 + 142{,}71 \Rightarrow$

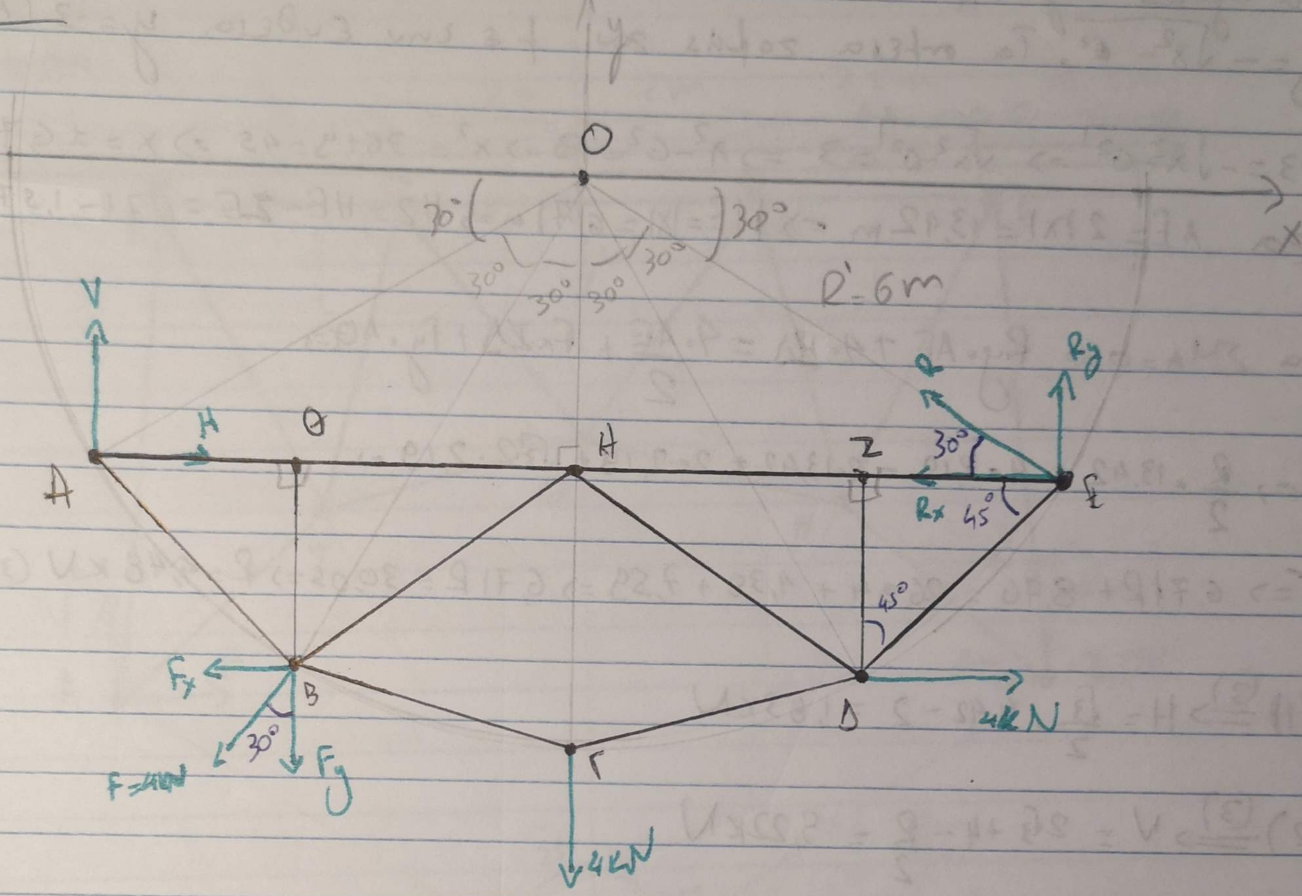
$\Rightarrow 0{,}03q_0 = 0{,}43 \Rightarrow q_0 = 14{,}33 \, \frac{kN}{m}$

Άρα $(5) \Rightarrow H = 44{,}6 \, kN$

$(6) \Rightarrow V = 48{,}5 \, kN$

$(3) \Rightarrow R = 88{,}29 \, kN$

Άσκηση 5



Έχω $R_x = R\cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}R$ και $R_y = R\sin(30) = \frac{R}{2}$

και $F_x = F\cos(60°) = \frac{F}{2} = 2kN$ και $F_y = F\sin(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}F = 2\sqrt{3}\,kN$

Έχω $\Delta E^2 = 2R'^2(1-\cos(30)) = 72 \cdot 0{,}13 = 9{,}65 \Rightarrow \Delta E = 3{,}10$

Άρα $\sin(45°) = \frac{Z\Delta}{\Delta E} \Rightarrow Z\Delta = \Delta E\sin(45°) = \frac{3{,}10 \cdot \sqrt{2}}{2} = 1{,}55 \cdot \sqrt{2} = 2{,}19\ m = ZE$

Έχω: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H + 4 = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}R \Rightarrow H + 2 = \frac{\sqrt{3}}{2}R$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V + \frac{R}{2} = 2\sqrt{3} + 4$ (2)

$\sin(30) = \frac{OH}{OE} \Rightarrow OH = R'\sin(30) = \frac{R'}{2} = 3\,m = H\Gamma = \frac{R'}{2}$

Για άξονες x-y έχω ότι το ημικύκλιο δίνεται από τον τύπο: $y=-\sqrt{x^2-6^2}$. Τα σημεία τομής του f σε την ευθεία $y=-3$ (Α και Ε):

$$-3=-\sqrt{x^2-6^2} \Rightarrow \sqrt{x^2-6^2}=3 \Rightarrow x^2-6^2=9 \Rightarrow x^2=36+9=45 \Rightarrow x=\pm 6{,}71$$

Άρα $AE=2|x|=13{,}42m \Rightarrow HE=|x|=6{,}71m \Rightarrow HZ=HE-ZE=6{,}71-2{,}19=4{,}6m$.

Άρα $\Sigma M_A=0 \Rightarrow R_y \cdot AE+4\cdot Z\Delta=4\cdot\frac{AE}{2}+F_x\cdot Z\Delta+F_y\cdot A\Theta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{R}{2}\cdot 13{,}42+4\cdot 2{,}19=2\cdot 13{,}42+2\cdot 2{,}19+\sqrt{3}\cdot 2\cdot 2{,}19 \Rightarrow$$

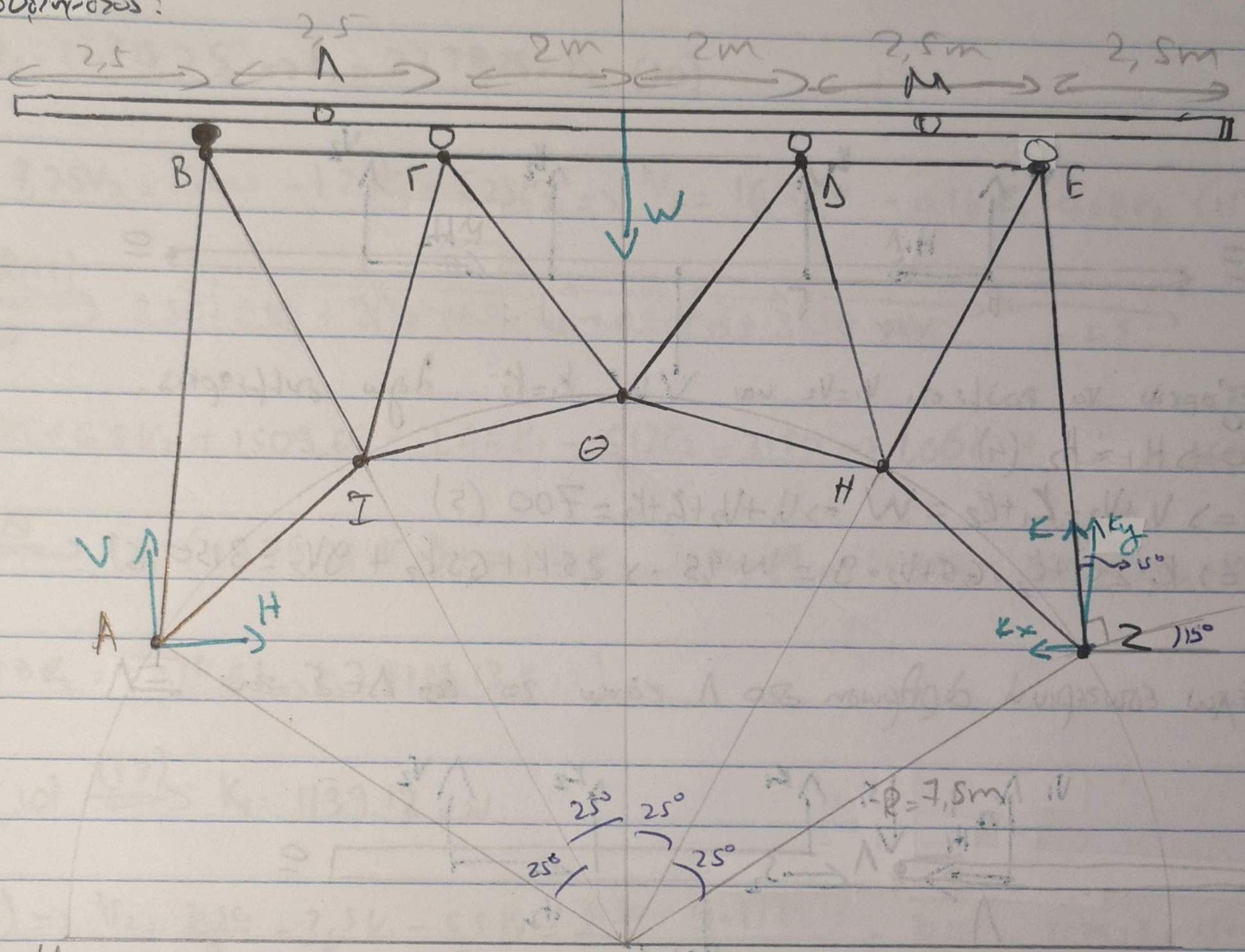
$$\Rightarrow 6{,}71R+8{,}76=26{,}84+4{,}38+7{,}59 \Rightarrow 6{,}71R=30{,}05 \Rightarrow R=4{,}48\,kN \quad (3)$$

$$(1) \xRightarrow{(3)} H=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 4{,}42-2=1{,}83\,kN$$

$$(2) \xRightarrow{(3)} V=2\sqrt{3}+4-\frac{R}{2}=5{,}22\,kN$$

Άσκηση 6

ΔΕΣ συστήματος:



$W = 50 kN/m \Rightarrow W = 50 \cdot 14 = 700 \, kN$

Έχω $K_x = K\sin(15°) = 0{,}26K$ και $K_y = K\cos(15°) = 0{,}97K$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H = K_x = 0{,}26K \; (1)$

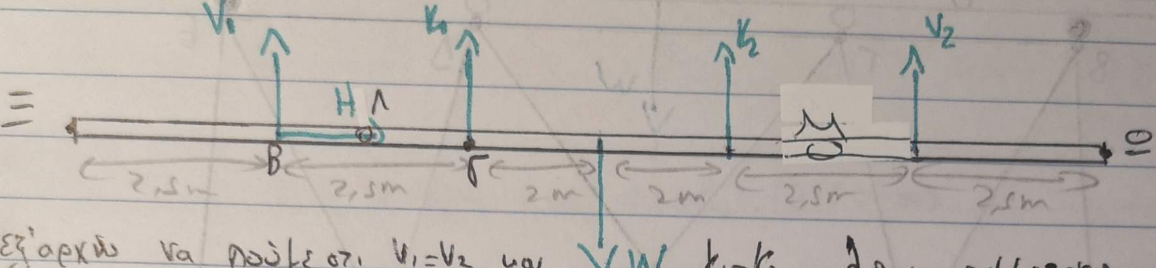
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V + K_y = W \Rightarrow V + 0{,}97K = 700 \; (2)$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow W \cdot \cancel{4{,}5} = K_y \cdot 9^2 \Rightarrow K_y = \frac{W}{2} = 450 kN \Rightarrow 0{,}97K = 450 \Rightarrow K = 463{,}92 kN \; (3)$

Άρα $(1) \overset{(3)}{\Rightarrow} H = 0{,}26 \cdot 463{,}92 = 120{,}62 kN$

$(2) \overset{(3)}{\Rightarrow} V = 700 - 450 = 450 kN$

Κάνω το ΔΕΣ του οδοστρώματος



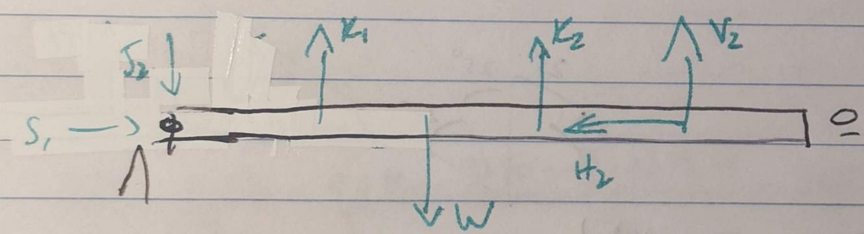
Γίνεται εξ' αρχής να πούμε ότι $V_1=V_2$ και $K_1=K_2$ λόγω συμμετρίας.

$\Sigma F_x=0 \Rightarrow H=0$ (4)

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow V_1+V_2+K_1+K_2=W \Rightarrow V_1+V_2+K_1+K_2=700$ (5)

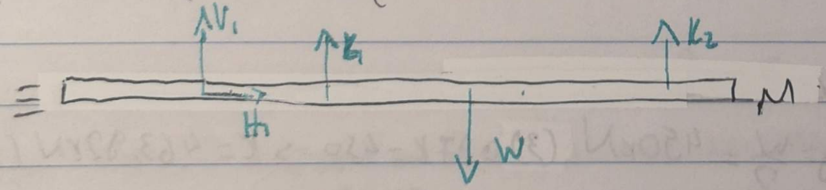
$\Sigma M_B=0 \Rightarrow K_1\cdot 2{,}5+K_2\cdot 6{,}5+V_2\cdot 9=W\cdot 4{,}5 \Rightarrow 2{,}5\cdot K_1+6{,}5\cdot K_2+9V_2=3150$ (6)

Αφού έχω εσωτερική άρθρωση στο Λ, κάνω το ΔΕΣ του ΛΘ



$\Sigma M_\Lambda=0 \Rightarrow K_1\cdot 1{,}25+K_2\cdot 5{,}25+V_2\cdot 7{,}75=W\cdot 3{,}25 \Rightarrow 1{,}25K_1+5{,}25K_2+7{,}75V_2=1300$ (7)

Αφού έχω εσωτερική άρθρωση στο Μ, κάνω το ΔΕΣ του ΞΜ



$\Sigma M_M=0 \Rightarrow K_2\cdot 1{,}25+K_1\cdot 5{,}25+V_1\cdot 7{,}75=3{,}25W \Rightarrow 1{,}25K_2+5{,}25K_1+7{,}75V_1=1300$ (8)

$(7)+(8) \Rightarrow 6{,}5K_1+6{,}5K_2+7{,}75V_1+7{,}75V_2=2600 \Rightarrow 6{,}5(K_1+K_2)+7{,}75(V_1+V_2)=2600 \Rightarrow$

$\Rightarrow V_1+V_2=\frac{2600}{7{,}75}-\frac{6{,}5}{7{,}75}(K_1+K_2) \Rightarrow V_1+V_2=335{,}48-0{,}84(K_1+K_2)$ (9)

$(5) \xrightarrow{(9)} 335{,}48 - 0{,}84(k_1+k_2) + k_1 + k_2 = 700 \Rightarrow 0{,}16(k_1+k_2) = 364{,}52 \Rightarrow$

$\Rightarrow k_1 + k_2 = 2278{,}25 \Rightarrow k_1 = 2278{,}25 - k_2 \quad (10)$

$(7) \Rightarrow 7{,}75V_2 = 1300 - 1{,}25k_1 - 5{,}25k_2 \Rightarrow V_2 = 167{,}74 - 0{,}16k_1 - 0{,}68k_2 \quad (11)$

$(6) \xrightarrow{(11)} 2{,}5k_1 + 6{,}5k_2 + 9(167{,}74 - 0{,}16k_1 - 0{,}68k_2) = 3150 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2{,}5k_1 + 6{,}5k_2 + 1509{,}66 - 1{,}44k_1 - 6{,}12k_2 = 3150 \Rightarrow 1{,}06k_1 + 0{,}38k_2 = 1640{,}34 \quad (12)$

$(12) \xrightarrow{(10)} 1{,}06(2278{,}25 - k_2) + 0{,}38k_2 = 1640{,}34 \Rightarrow 2414{,}95 - 1{,}06k_2 + 0{,}38k_2 = 1640{,}34 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}68k_2 = 774{,}61 \Rightarrow k_2 = 1139{,}13\,kN \quad (13)$

Άρα $(10) \xrightarrow{(13)} k_1 = 1139{,}13\,kN$

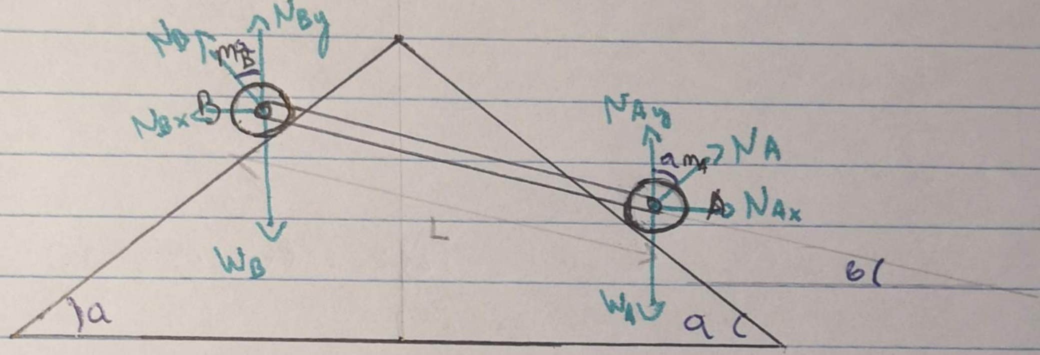
και $(6) \Rightarrow V_2 = \frac{3150}{9} - \frac{2{,}5}{9}k_1 - \frac{6{,}5}{9}k_2 = \frac{3150 - 9 \cdot 1139{,}13}{9} = \frac{3150}{9} - 1139{,}13 = 350 - 1139{,}13 \Rightarrow$

$\Rightarrow V_2 = -789{,}13\,kN$

Άρα $(9) \Rightarrow V_1 = 789{,}13 + 335{,}48 - 0{,}84 \cdot 2 \cdot 1139{,}13 = 1124{,}61 - 1913{,}74 = -789{,}13\,kN$

Άρα έχω: Η δυνάμεις που ασκούνται στους κόμβους Β,Ε είναι κατακόρυφες και εφελκυστικές με μέτρο 789,13 kN, ενώ οι δυνάμεις που ασκούνται στους κόμβους Γ και Δ είναι θλιπτικές με μέτρο 1139,13

Άσκηση 7



Έχω $N_{Bx} = \sin a N_B$ και $N_{By} = \cos a \cdot N_B$

και $N_{Ax} = \sin a N_A$ και $N_{Ay} = \cos a \cdot N_A$

Το σύστημα ισορροπεί άρα έχω

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_{Bx} = N_{Ax} \Rightarrow N_B \sin a = N_A \sin a \Rightarrow N_A = N_B$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_{By} + N_{Ay} = W_A + W_B \Rightarrow N_B \cos a + N_A \cos a = m_A g + m_B g \Rightarrow \cos a (N_A + N_B) = g(m_A + m_B)$ (2)

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow N_{By} \cdot L\cos b = W_B \cdot L\cos b + N_{Bx} \cdot L \sin b \Rightarrow N_B \cos a \cdot L \cos b = m_B g L\cos b + N_B \sin a L \sin b \Rightarrow$

$\Rightarrow N_B \cancel{L} (\cos a \cos b - \sin a \sin b) = m_B \cdot \cancel{L} \cos b \Rightarrow N_B(\cos a \cos b - \sin a \sin b) = m_B \cos b \Rightarrow$

$\Rightarrow N_B \cos(a+b) = m_B \cos b \Rightarrow N_B = \frac{m_B \cos b}{\cos(a+b)}$ (3)

(2) $\xRightarrow{(1)}$ $2N_B \cos a = g(m_A + m_B) \Rightarrow m_A + m_B = \frac{2N_B \cos a}{g}$ (4)

(4) $\xRightarrow{(3)}$ $m_A + m_B = \frac{2 m_B \cos b \cos a}{g \cos(a+b)} \Rightarrow m_A = m_B \left(\frac{2\cos b \cos a}{g\cos(a+b)} - 1 \right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{2\cos b \cos a - g\cos(a+b)}{g\cos(a+b)}$