ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΩΝ

Ηρώων Πολυτεχνείου 5, Κτίριο Θεοχάρη
Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, 157 73 Ζωγράφου

Δρ Σταύρος Κ. Κουρκουλής, Καθηγητής Πειραματικής Μηχανικής

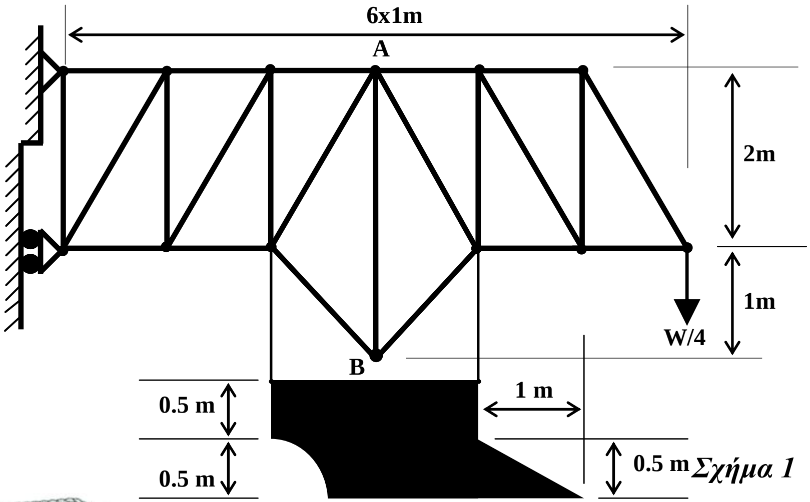
Τηλέφωνα: +210 772 1313, +210 772 1263 (γραφείο)
+210 772 4025, +210 772 4235, +210 772 1317, +210 7721310 (εργαστήρια)
Τηλεομοιότυπο (Fax): +210 7721302
Διεύθυνση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (e-mail): stakkour@central.ntua.gr

ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι (ΣΤΑΤΙΚΗ)

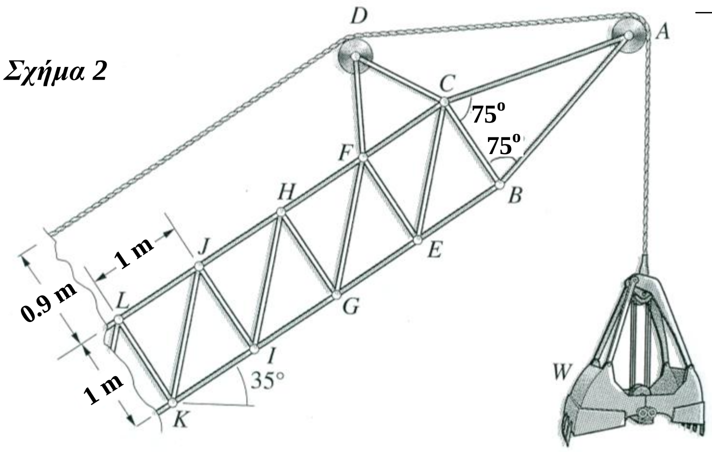
20η σειρά ασκήσεων: Δικτυώματα (μέθοδος των τομών)

Άσκηση 1

Αφού ελεγχθεί η στερεότητα και η στατικότητα του φορέα του Σχ.1 να ευρεθεί η δύναμη στη ράβδο ΑΒ αν το αναρτημένο σώμα, συνολικού βάρους W, έχει πάχος 10 mm και είναι κατασκευασμένο από υλικό ειδικού βάρους γ=78 kN/m^3. *(Το καμπύλο τμήμα του αναρτημένου σώματος είναι τεταρτοκύκλιο).*



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Άσκηση 2

Το βάρος της αρπάγης του δικτυωτού βραχίονα του Σχ.2 είναι W=5 kN. Θεωρώντας τις τροχαλίες στους κόμβους A και D ιδανικές και αμελητέων διαστάσεων και γνωρίζοντας ότι LJ=JH=HF=GC=1m να υπολογισθούν:

α. Η δύναμη στη ράβδο FG.

β. Οι δυνάμεις στις ράβδους EB και BC.

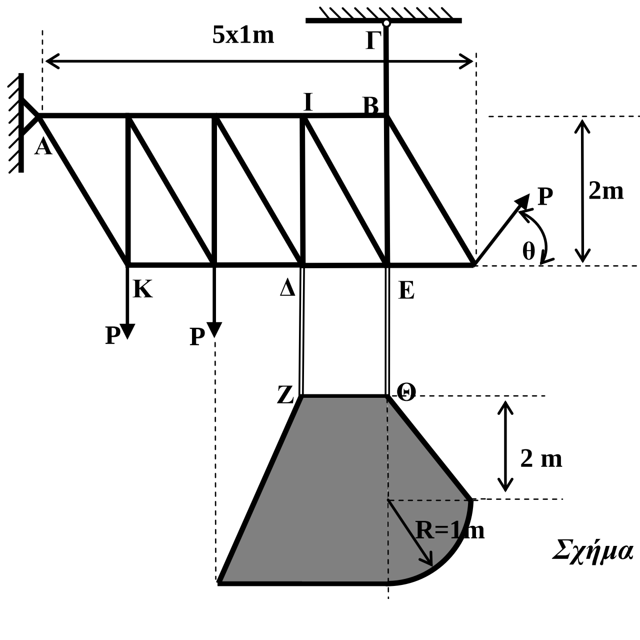
Άσκηση 3

Επίπεδος δικτυωτός φορέας (Σχ.3) στηρίζεται με άρθρωση στο Α και κατακόρυφη δεσμική ράβδο ΒΓ. Από τους κόμβους Δ, Ε αναρτάται με κατακόρυφα σχοινιά ΔΖ και ΕΘ ομογενής πλάκα πάχους 5mm από μέταλλο ειδικού βάρους Px10^5 N/m^3.

α. Να υπολογισθεί η γωνία θ έτσι ώστε η δύναμη στη δεσμική ράβδο ΒΓ να είναι η ελάχιστη δυνατή (0<θ<90).

β. Για την ανωτέρω τιμή της γωνίας θ να υπολογισθεί η μέγιστη επιτρεπτή τιμή της δύναμης P ώστε η δύναμη στη ράβδο ΑΚ να μην υπερβαίνει τα 20 kN.

γ. Για τις ως άνω τιμές των θ και P να προσδιορισθούν οι δυνάμεις στις ράβδους ΙΔ και ΙΕ.



Σχήμα 3

Άσκηση 4

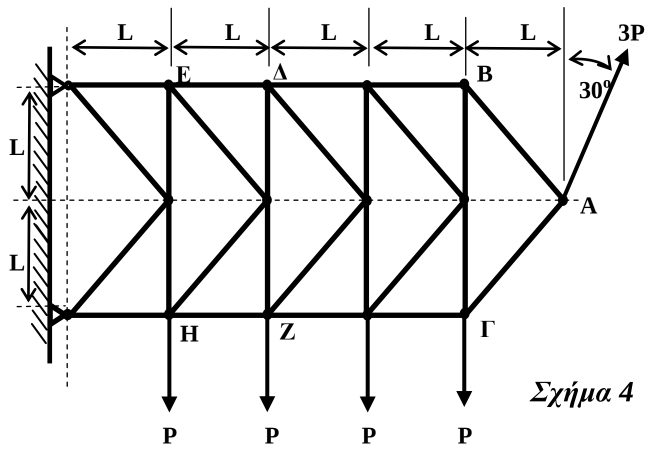
Για τον αμφιαρθρωτό ραβδωτό φορέα του Σχ.4:

α. Να ελέγξετε την στερεότητα και την στατικότητα.

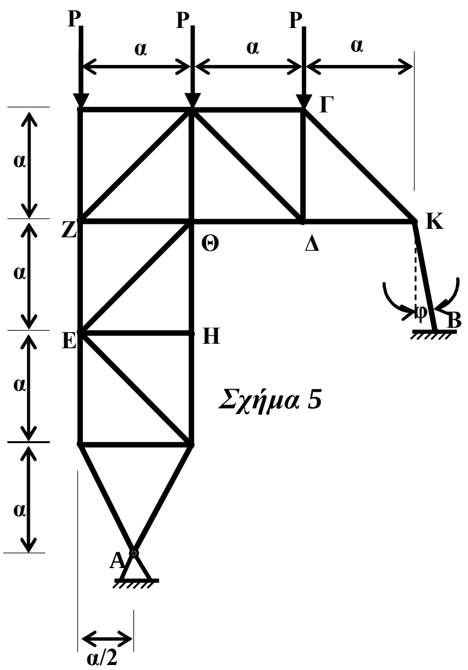
β. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις στις ράβδους ΑΒ, ΑΓ.

γ. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις στις ράβδους ΔΕ, ΖΗ.

Δίνεται P=2kN.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Άσκηση 5

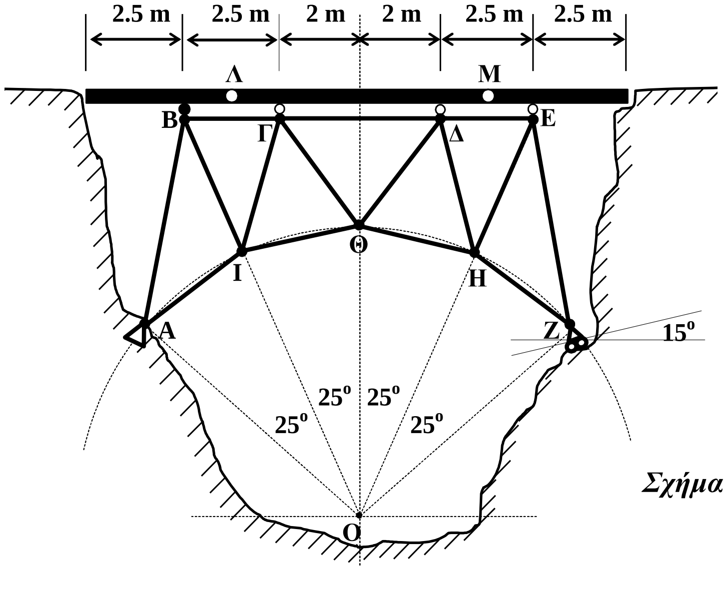
Ο δικτυωτός φορέας του Σχ.5 στηρίζεται με άρθρωση στο Α και με τη ράβδο ΚΒ. Για P=2kN:

α. Για $\varphi=30^o$ να υπολογισθούν οι δυνάμεις στις ράβδους ΚΓ, ΚΔ, ΕΖ, ΕΘ, ΗΘ.

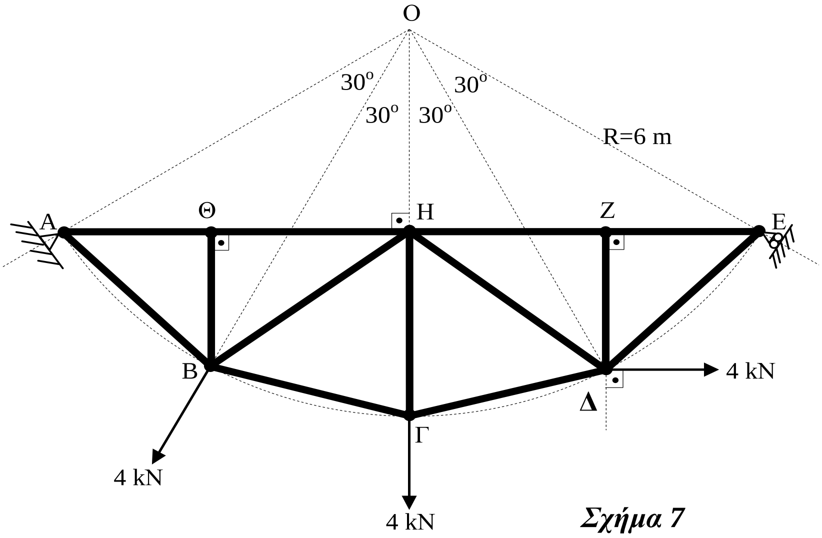
β. Να προσδιορισθεί η γωνία φ ($0\leq\varphi<90^o$) ώστε η δύναμη στη ράβδο ΚΒ να ελαχιστοποιθεί.

Άσκηση 6

Για τη γεφύρωση ρήγματος κατασκευάστηκε δικτυωτή γέφυρα (Σχ. 6) που στηρίζεται με άρθρωση στο Α και κύλιση στο Ζ. Οι κόμβοι Α, Ι, Θ, Η, Ζ ευρίσκονται επί κύκλου (Ο, R=7.5m) και οι ράβδοι ΒΙ και ΗΕ εκτείνονται κατά μήκος των αντιστοίχων ακτίνων ΟΙ και ΟΗ. Οδόστρωμα, ανηγμένου βάρους w=50 kN/m, εδράζεται στους κόμβους Β, Γ, Δ, Ε του δικτυώματος (άρθρωση στο Β, κυλίσεις στα Γ, Δ, Ε, εσωτερικές αρθρώσεις στα Λ και Μ (μεσα των τμημάτων ΒΓ και ΔΕ αντιστοίχως). Το υλικό των ράβδων που συντρέχουν στον κόμβο Θ έχει φέρουσα ικανότητα 200 N/mm^2. Θεωρώντας ότι οι ράβδοι αυτές είναι κυλινδρικές να ευρεθεί η ελάχιστη επιτρεπτή διάμετρος εκάστης εξ αυτών.



Σχήμα 6



Σχήμα 7

Άσκηση 7

Οι κόμβοι Α, Β, Γ, Δ και Ε του δικτυωτού φορέα του Σχ.7 ευρίσκονται επί τόξου κύκλου (Ο, R=6m). Για τη δεδομένη φόρτιση (δύναμη κατά την ακτίνα ΟΒ στον κόμβο Β, κατακόρυφη δύναμη στον κόμβο Γ κατά την ακτίνα ΟΓ και οριζόντια δύναμη στον κόμβο Δ):

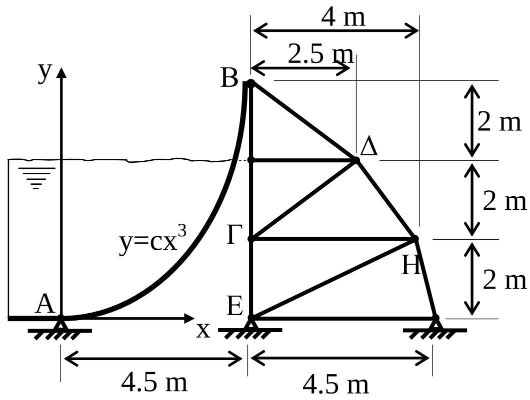
α. Υπολογίστε τις δυνάμεις στις ράβδους ΑΘ και ΑΒ.

β. Υπολογίστε τη δύναμη στη ράβδο ΗΓ.

Άσκηση 8

Η φραγματοθυρίδα ΑΒ του Σχ.8, πλάτους 2 m, στηρίζεται με άρθρωση στο Α και ακουμπά στον κόμβο Β αμφιαρθρωτού δικτυώματος. Η διατομή της θυρίδας περιγράφεται ως $y=cx^3$. Θεωρείται ότι ο κόμβος Β ασκεί στη θυρίδα οριζόντια αντίδραση. Προσδιορίστε την ελάχιστη αξονική δύναμη που πρέπει να αντέχουν οι ράβδοι ΓΕ, ΓΗ και ΔΗ.

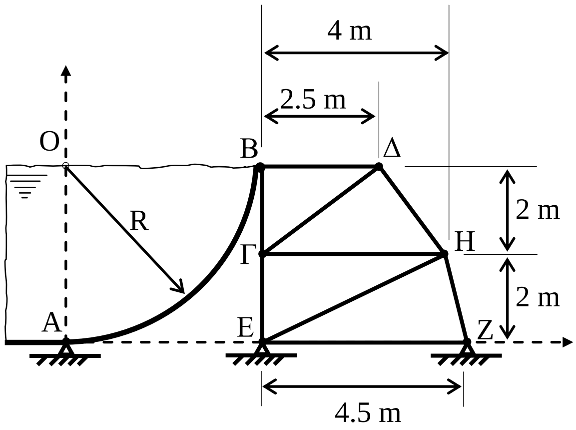
Δίνεται: Ειδικό βάρος του νερού $\gamma=10^4$ N/m^3, $p_{atm}=100$ *kPa.*



Σχήμα 8

Άσκηση 9

Η φραγματοθυρίδα ΑΒ μορφής τεταρτοκυκλίου (Ο, R) του Σχ.9, πλάτους 2 m, στηρίζεται με άρθρωση στο Α και ακουμπά στον κόμβο Β αμφιαρθρωτού δικτυώματος. Αν ο κόμβος Β ασκεί στη θυρίδα οριζόντια αντίδραση να προσδιορίστε την ελάχιστη αξονική δύναμη που πρέπει να αντέχουν οι ράβδοι ΓΕ, ΓΗ και ΔΗ. (*Αγνοήστε την ατμοσφαιρική πίεση. Ειδικό βάρος του νερού* $\gamma=10^4$ N/m^3).



Σχήμα 9

20η Σειρά Ασκήσεων: Δικτυώματα (μέθοδος των τομών)

Άσκηση 1

Από άσκηση 4 σειρά 15 έχω ότι το βάρος ασκείται σε $d=3,24m$ οριζόντια απόσταση από τις στηρίξεις και έχει μέτρο $W=1,6kN$

Έχω 13 κόμβους και 23 ράβδους άρα ισχύει η εξίσωση $\rho=2\kappa-3$. Επίσης, η κατασκευή είναι παράθεση τριγώνων, άρα ο φορέας είναι στερεός. Επίσης, το δικτύωμα στηρίζεται σωστά, με 1 άρθρωση και 1 κύλιση, άρα είναι στατικό.

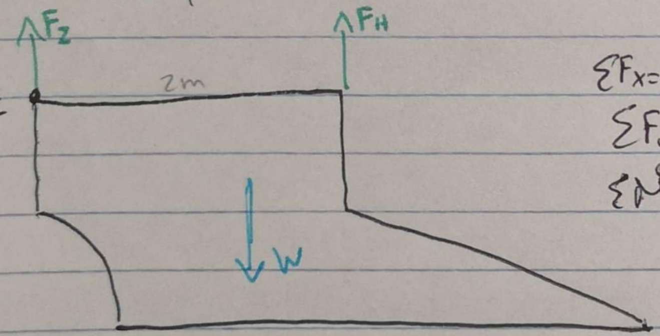
Για όλο το σύστημα: (κάνω ΔΕΣ)

$\Sigma F_x=0 \Rightarrow H=R$

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow V = W+\frac{W}{4} \Rightarrow V=\frac{5W}{4} = 2kN$

$\Sigma M_{άρθρωση}=0 \Rightarrow 2R = W\cdot d+\frac{W}{4}\cdot 6 \Rightarrow 2R=3,24W+1,5W \Rightarrow R=2,37W \Rightarrow R=3,79kN=H$

ΔΕΣ αναρτημένου σώματος



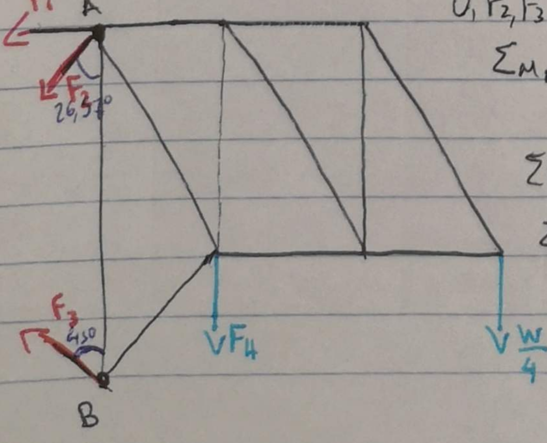
$\Sigma F_x=0$

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_Z+F_H=W \Rightarrow F_Z+F_H=1,6$

$\Sigma M_Ξ=0 \Rightarrow 2F_H=1,24W \Rightarrow F_H=0,62W \Rightarrow F_H=0,99kN \Rightarrow$

$\Rightarrow F_Z=0,61kN$

Κάνω κατακόρυφη τομή Ritter αριστερά του A και έχω (κάνω ΔΕΣ)



O, F_2, F_3 τέμνονται στο Γ.

$\Sigma M_Γ=0 \Rightarrow F_1\cdot 2=F_H\cdot 2+\frac{W}{\cancel{4}}\cdot\cancel{4} \Rightarrow F_1=F_H+\frac{W}{2}=0,99+0,8=1,79kN$

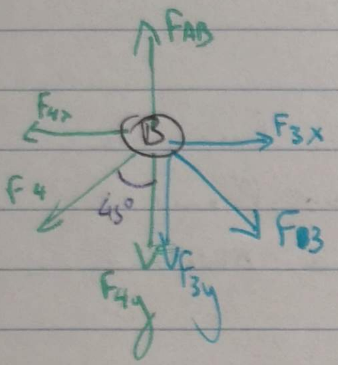
$\Sigma F_x=0 \Rightarrow F_1+F_2\sin(26,57)+F_3\sin(45°)=0 \Rightarrow 0,45F_2+0,71F_3+1,79=0$ (1)

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow 0,71F_3=0,89F_2+F_H+\frac{W}{4}$ (2)

(1) $\overset{(2)}{\Rightarrow} 0,45F_2+0,89F_2+F_H+\frac{W}{4}+1,79=0 \Rightarrow F_2=\frac{-3,18}{1,34}=-2,37kN$

$\Rightarrow F_3 = \frac{-0{,}72}{0{,}71} = -1{,}01\,kN$

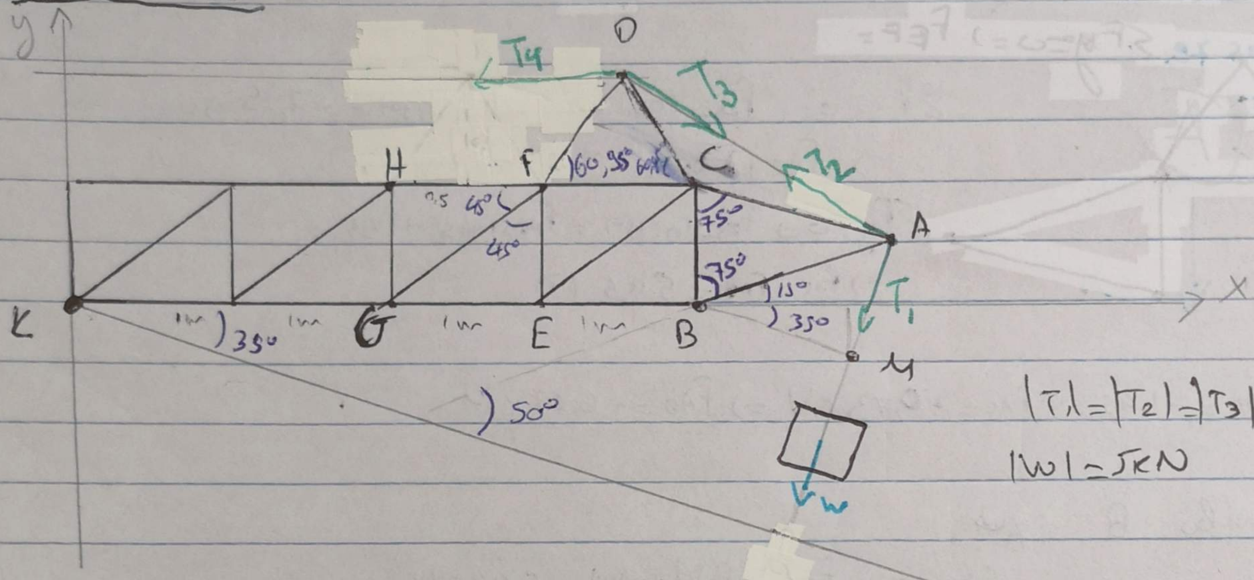
Ισορροπια του κόμβου B:



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{4x} = F_{3x} \Rightarrow F_4 = F_3 = 1{,}01\,kN \Rightarrow F_{4y} = F_4 \sin(45°) = 0{,}71\,kN$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{AB} = 2F_{4y} \Rightarrow F_{AB} = 1{,}43\,kN$

Άσκηση 2



$|T_1| = |T_2| = |T_3| = |T_4|$

$|W| = 5kN$

$\tan(75^\circ) = \frac{d}{0,5} \Rightarrow d = 1,87\,m$, $\sin(75^\circ) = \frac{d}{BA} \Rightarrow BA = \frac{1,87}{\sin(75^\circ)} = 1,94\,m$

A(5,87, 0,5)
D(3,5, 1,9)
K(0,0)
M(5,02, −0,72)

$\cos(50^\circ) = \frac{BM}{BA} \Rightarrow BM = 1,25$

$\sin(35^\circ) = \frac{|y_M|}{BM} \Rightarrow |y_M| = |0,72 \Rightarrow y_M = -0,72\,m$

$\cos(35^\circ) = \frac{x_M - 4}{BM} \Rightarrow x_M = 5,02\,m$

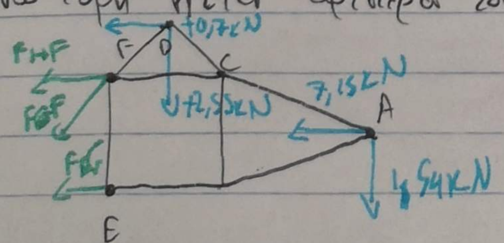
Άρα έχω $\vec{AM} = -0,85\hat{i} - 1,22\hat{j} \Rightarrow |\vec{AM}| = 1,49 \Rightarrow \hat{AM} = -0,57\hat{i} - 0,82\hat{j}$

$\vec{AD} = -2,37\hat{i} + 1,4\hat{j} \rightarrow |\vec{AD}| = 2,75\,m \Rightarrow \hat{AD} = -0,86\hat{i} + 0,51\hat{j} \Rightarrow \hat{DA} = 0,86\hat{i} - 0,51\hat{j}$

Άρα $\vec{W} = \vec{T_1} = -2,85\hat{i} - 4,09\hat{j}\ kN$
$\vec{T_2} = -4,3\hat{i} + 2,55\hat{j}\ kN$ $\Rightarrow \vec{F_A} = \vec{T_1} + \vec{T_2} = -7,15\hat{i} - 1,54\hat{j}\ kN$

$\vec{T_3} = 4,3\hat{i} - 2,55\hat{j}\ kN$
$\vec{T_4} = -5\hat{i} + 0\hat{j}\ kN$ $\Rightarrow \vec{F_D} = \vec{T_3} + \vec{T_4} = -0,7\hat{i} - 2,55\hat{j}\ kN$

Κάνω τομή Ritter αριστερά του F.



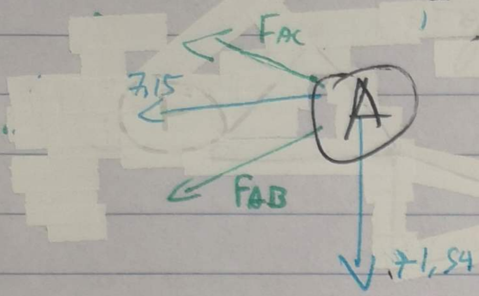
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{HF} + F_{EG} = -7,85$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{FG}\sin(45^\circ) = -4,09 \Rightarrow F_{FG} = -5,78kN$

$\Sigma M_G = 0 \Rightarrow F_{HF} + 0,7 \cdot 1,9 + \frac{7,15}{2} = 2,55 \cdot 1,5 + 1,54 \cdot 3,87 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{HF} = 4,88kN \Rightarrow F_{EG} = -12,73kN$

Για τον κόμβο έχω:

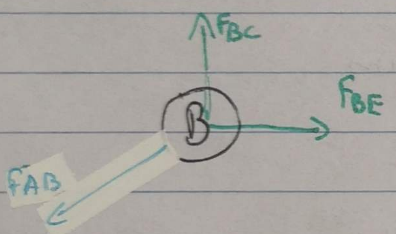


$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{AC}\cos(15^\circ) + F_{AB}\cos(15^\circ) = -7{,}15 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_{AC} + F_{AB} = -7{,}4 \quad (1)$$
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{AC}\sin(15^\circ) = F_{AB}\sin(15^\circ) + 1{,}54 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_{AC} - F_{AB} = 5{,}95 \quad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow 2F_{AC} = -1{,}45 \Rightarrow F_{AC} = -0{,}73\,kN \Rightarrow F_{AB} = -6{,}67\,kN$$

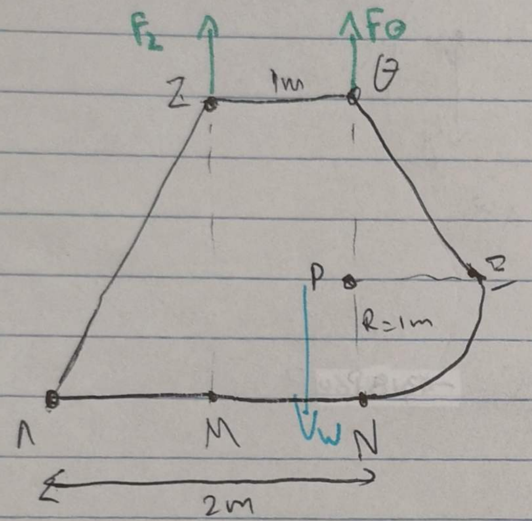
Για τον κόμβο B έχω:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{BE} = |F_{AB}|\cos(15^\circ) = 6{,}44\,kN$$
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{BC} = |F_{AB}|\sin(15^\circ) = 1{,}73\,kN$$



Άσκηση 3

Αρχικά βρίσκω το γ. κέντρο του αναρτώμενου σώματος στο οποίο θα ασκείται η δύναμη του βάρους του.



Λ(0,0)	$Z\hat{\Lambda}M$ (1)	$G_1(0.67, 1)$ $A_1 = 1.5m^2$
M(1,0)	ZMNΘ(2)	$G_2(1.5, 1.5)$ $A_2 = 3m^2$
Z(1,3)	$P\hat{\Theta}\Xi$ (3)	$G_3(2.33, 1.67)$ $A_3 = 1m^2$
N(2,0)	$P\widehat{N\Xi}$ (4)	$G_4(2.42, 0.58)$ $A_4 = 0.79m^2$
Ξ(3,1)		
P(2,1)	Άρα $A = 6.29\,m^2$	
Θ(2,3)		

Άρα $Q_y = x_1A_1 + x_{c2}A_2 + x_{c3}A_3 + x_{c4}A_4 = 9.75\,m^3 \Rightarrow x_c = \dfrac{Q_y}{A} = \dfrac{9.75}{6.29} = 1.55m$

Άρα το βάρος της πλάκας είναι $W = \gamma V = \gamma A t = 3145P\,N$ και ασκείται σε σημείο απόσταση $x_c = 1.55m$ από το Λ.

Η ισορροπία του αναρτώμενου σώματος:

$$\left.\begin{aligned}&\Sigma F = 0 \Rightarrow F_Z + F_\Theta = W \;(1)\\ &\Sigma M_Z = 0 \Rightarrow F_\Theta = 0.55W = 1729.75P\end{aligned}\right\} \Rightarrow F_Z = 0.45W = 1415.25P$$

Το δικτύωμα ισορροπεί, άρα για την ισορροπία του έχω:

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow F_{Br}\cdot 4 + P\sin\theta\cdot 5 + P\cos\theta\cdot 2 = P\cdot 1 + P\cdot 2 + F_Z\cdot 3 + F_\Theta\cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{Br} = \frac{3P + 4245.75P + 6919P - 5P\sin\theta - 2P\cos\theta}{4}$$

$$\frac{\partial F_{Br}}{\partial\theta} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}\left(2P\sin\theta - 5P\cos\theta\right) = 0 \Rightarrow \frac{P}{2}\sin\theta = \frac{5}{4}P\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = 2.5 \rightarrow \theta = 68.2^\circ$$

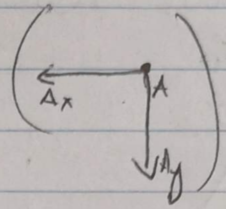
$$\left.\frac{\partial^2 F_{Br}}{\partial\theta^2}\right|_{\theta=68.2^\circ} = \frac{1}{4}\left.\left(2P\cos\theta + 5P\sin\theta\right)\right|_{\theta=68.2^\circ} > 0$$ άρα για $\theta = 68.2^\circ$ έχω $F_{Br} = \min$.

β) Για $\theta = 68,2^\circ$ έχω $F_{B\Gamma} = 11162,36P$ N

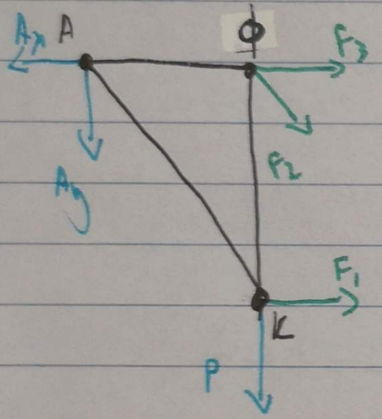
Για την ισορροπία του συστήματος έχω:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x = P\cos(68,2^\circ) \Rightarrow A_x = 0,37P$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y = 11162,36P - 2P - 3145P \Rightarrow A_y = 8015,36P$

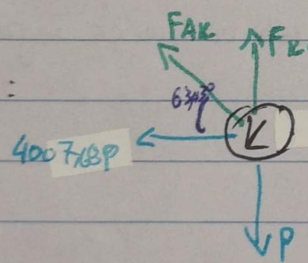


Κάνω καταακόρυφη τομή Ritter δεξιά του K και έχω:



$\Sigma M_\Phi = 0 \Rightarrow 2F_1 + A_y = 0 \Rightarrow F_1 = -\frac{A_y}{2} = -4007,68P$

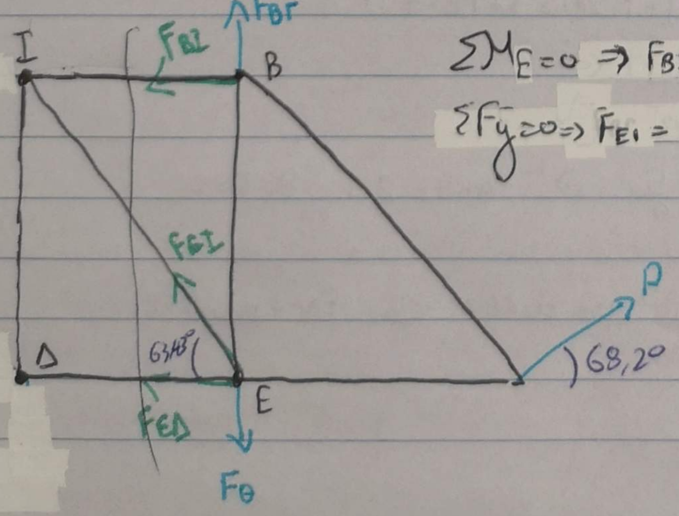
Ο κόμβος K:



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{AK}\cos(63,48) = -4007,68P \Rightarrow F_{AK} = -8959,9P$

Πρέπει $|F_{AK}| \leq 20000 \Rightarrow 8959,9P \leq 20000 \Rightarrow P \leq 2,23$ N άρα $P_{max} = 2,23$N

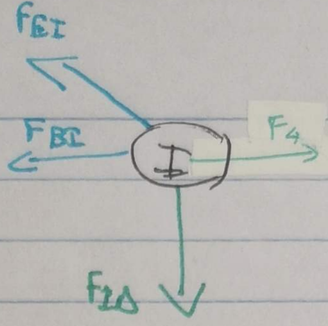
γ) Κάνω ~~κάθετη~~ κάθετη τομή Ritter του Δ και έχω:



$\Sigma M_E = 0 \Rightarrow F_{BI} \cdot 2 + P\sin(68,2^\circ) = 0 \Rightarrow F_{BI} = -1,04$ N

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{EI} = F_\Theta - F_{B\Gamma} - P\sin(68,2^\circ) = -21036,79$N

Η ισορροπία του κόμβου Ι:

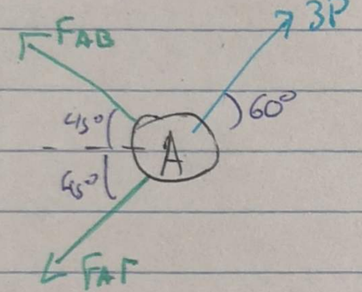


$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{EI} \cdot \sin(63{,}43^\circ) = F_{I\Delta} \Rightarrow F_{I\Delta} = 18815{,}07\,N$$

Άσκηση 4

α) Ξεκινώντας από το στερεό σώμα ΑΒΓ (τρίγωνο) και προσθέτοντας κόμβο με δύο ράβδους μπορούμε να φτιάξουμε τον φορέα. Άρα όλος ο φορέας είναι στερεός. Το σώμα έχει σωστή στήριξη, ωστόσο έχω 2 αρθρώσεις άρα το πρόβλημα είναι υπερστατικό.

β) Για τον κόμβο Α έχω



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 3P\cos(60°) = F_{AB}\cos(45°) + F_{A\Gamma}\cos(45°) \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{AB} + F_{A\Gamma} = 4{,}24 \quad (1)$

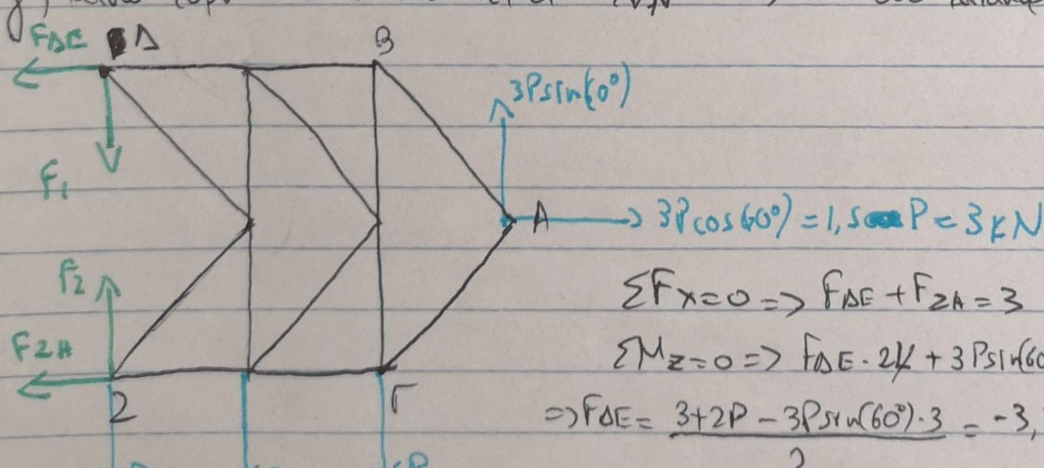
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{AB}\sin(45°) + 3P\sin(60°) = F_{A\Gamma}\sin(45°) \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{A\Gamma} - F_{AB} = 7{,}35 \quad (2)$

$(1)+(2) \Rightarrow 2F_{A\Gamma} = 11{,}59 \Rightarrow F_{A\Gamma} = 5{,}79\,kN \Rightarrow F_{AB} = -1{,}59\,kN$

Άρα η ράβδος ΑΒ θλίβεται με δύναμη 1,55 kN και ράβδος ΑΓ εφελκύεται με δύναμη 5,79 kN

γ) Κάνω τομή Ritter που τέμνει την ΕΔ, τις δύο κατακόρυφες ΔΖ και την ΗΖ και έχω:

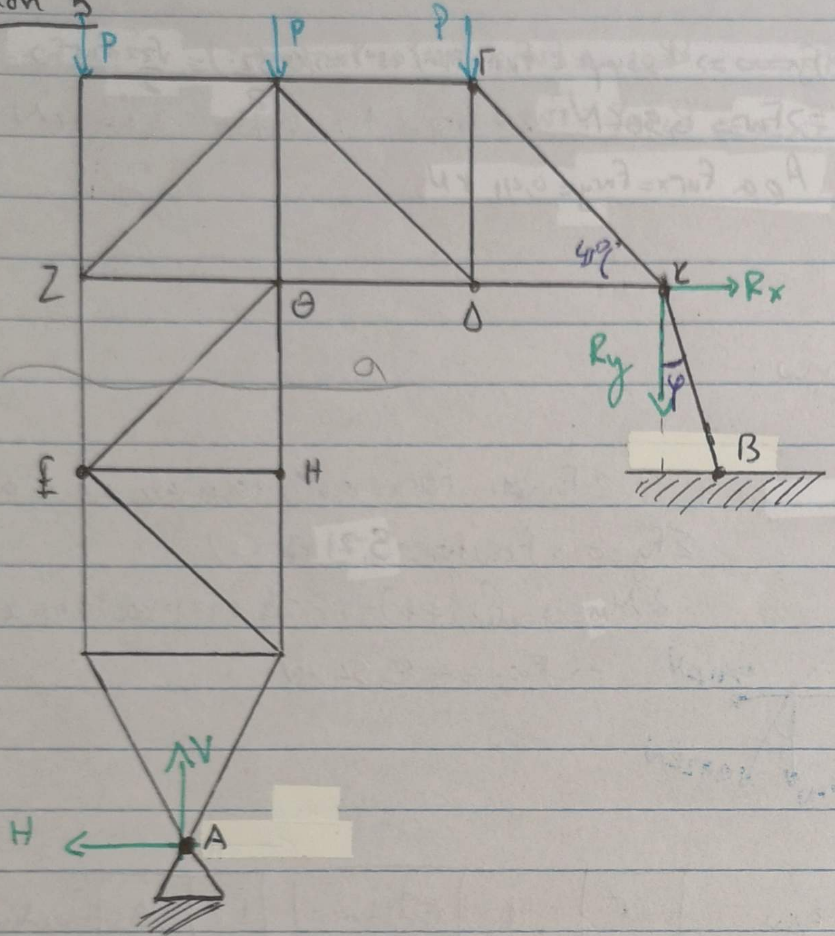


$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\Delta E} + F_{ZH} = 3$

$\Sigma M_Z = 0 \Rightarrow F_{\Delta E}\cdot 2K + 3P\sin(60°)\cdot 3K = P\cdot K + P\cdot 2K + 3\cdot K \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{\Delta E} = \dfrac{3 + 2P - 3P\sin(60°)\cdot 3}{2} = -3{,}29\,kN \Rightarrow F_{ZH} = 6{,}29\,kN$

Άσκηση 5



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H = R_x = R\sin\varphi \Rightarrow H = R\sin\varphi$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V = 3P + R_y \Rightarrow V = 3P + R\cos\varphi \Rightarrow V = 6 + R\cos\varphi$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow R_y \cdot 2{,}5\cancel{\alpha} + R_x \cdot 3\cancel{\alpha} + P\cdot\cancel{\frac{\alpha}{2}} + P\cdot\frac{3\cancel{\alpha}}{2} = P\cdot\cancel{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2{,}5R\cos\varphi + 3R\sin\varphi + \frac{3P}{2} = 0 \Rightarrow 5R\cos\varphi + 6R\sin\varphi + 3P \overset{(3)}{=} 0 \Rightarrow$

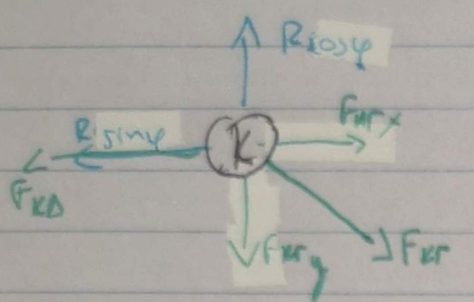
$\Rightarrow 5R\cos\varphi + 6R\sin\varphi + 15P = 12P \Rightarrow 5V + 6H = 12P \Rightarrow 5V + 6H = 24$ (4)

α) Για $\varphi = 30^\circ$ έχω $H = \frac{R}{2}$ και $V = 6 + \frac{\sqrt{3}}{2}R$ άρα (4) $\Rightarrow 5\left(6 + \frac{\sqrt{3}}{2}R\right) + 6\frac{R}{2} = 24 \Rightarrow$

$\Rightarrow 30 + \frac{5\sqrt{3}}{2}R + 3R = 24 \Rightarrow R\left(\frac{5\sqrt{3}}{2} + 3\right) = -6 \Rightarrow R = \frac{-6}{7{,}33} = -0{,}82\,kN \Rightarrow H = -0{,}41\,kN$

και $V = 5{,}29\,kN$

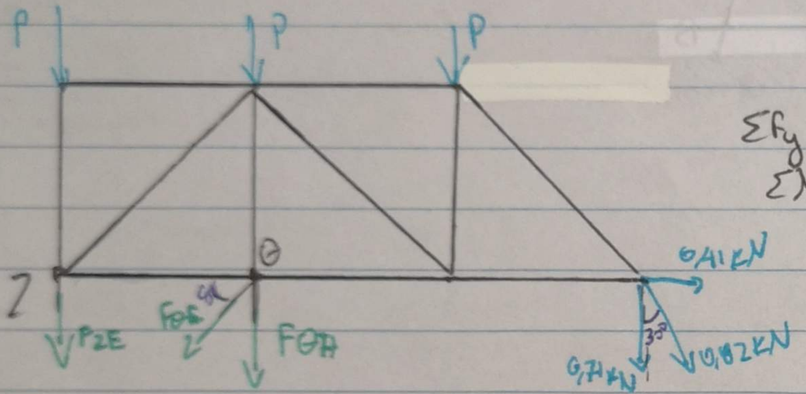
Για τον κόμβο Κ έχω:



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R\cos\varphi = F_{K\Gamma}\sin(45°) \Rightarrow F_{K\Gamma}\sin 45° = 0{,}71 \Rightarrow F_{K\Gamma} = 1kN$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R\sin\varphi + F_{K\Delta} = F_{K\Gamma x} \Rightarrow F_{K\Delta} = 0{,}71 - 0{,}41 = 0{,}3\,kN$

Κάνω την τομή α και έχω:



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\Theta E x} = 0{,}41 \Rightarrow F_{\Theta E}\sin(45°) = 0{,}41 \Rightarrow F_{\Theta E} = 0{,}57kN$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ZE} + F_{\Theta H} = -0{,}71 \quad (5)$

$\Sigma M_E = 0 \Rightarrow (F_{\Theta H} + P)\alpha + P\cdot 2\alpha + 0{,}71\cdot 3\alpha + 0{,}41\cdot\alpha = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{\Theta H} = -8{,}54\,kN$

Άρα (5) $\Rightarrow F_{ZE} = 1{,}83$. και άρα έχω

ΚΓ	1	Θλίψη
ΚΔ	0,3	Εφελκυσμός

ΕΖ	1,83	Εφελκυσμός
ΕΘ	0,57	Εφελκυσμός
ΗΘ	8,54	Θλίψη

β) (3) $R(5\cos\varphi + 6\sin\varphi) = -6 \Rightarrow R = \dfrac{-6}{5\cos\varphi + 6\sin\varphi} \Rightarrow |R| = \dfrac{6}{5\cos\varphi + 6\sin\varphi}$

Θέλω $|R| = min \Rightarrow (5\cos\varphi + 6\sin\varphi) = max$

$\dfrac{d(5\cos\varphi + 6\sin\varphi)}{d\varphi} = 0 \Rightarrow 6\cos\varphi - 5\sin\varphi = 0 \Rightarrow 5\sin\varphi = 6\cos\varphi \Rightarrow \tan\varphi = \dfrac{6}{5} \Rightarrow \varphi = 50{,}19°$

και πρέπει $\left.\dfrac{d^2(5\cos\varphi - 6\sin\varphi)}{d\varphi^2}\right|_{\varphi=50,19} < 0 \Rightarrow -6\sin(50{,}19) - 5\cos(50{,}19°) < 0$ ισχύει.