LAA

Na zápočet: 60% bodů ze 2 pís testů

Komplexní čísla doučit

Komplexní čísla

$a, b \in R$

$\boxed{i^2 = -1}$

· Dvojice reálných čísel → $z = a + bi$

reálná složka, imaginární složka komp. č.

① $z = 1+4i$
$u = -2+3i$

$z + u = -1 + 7i$ → sčítáme $a_1 + a_2$ i $bi_1 + bi_2$

$z \cdot u = (1+4i)\cdot(-2+3i) = -2 + 3i - 8i + 12i^2 =$
$= -2 - 12 - 5i = -14 - 5i$

zbavíme se komp. č. ve jmenovateli

komplexně sdružené číslo

$z \cdot \bar{z} = |z|^2$

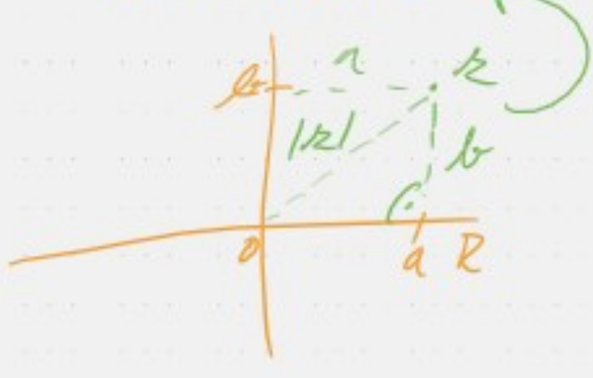
$$\frac{u}{z} = \frac{-2+3i}{1+4i} \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{z}} =$$

$$= \frac{-2+3i}{1+4i} \cdot \frac{1-4i}{1-4i} =$$

$$= \frac{-2+3i+8i-12i^2}{1-4i+4i-16i^2} =$$

$$= \frac{10+11i}{17} = \frac{10}{17} + \frac{11}{17}i$$

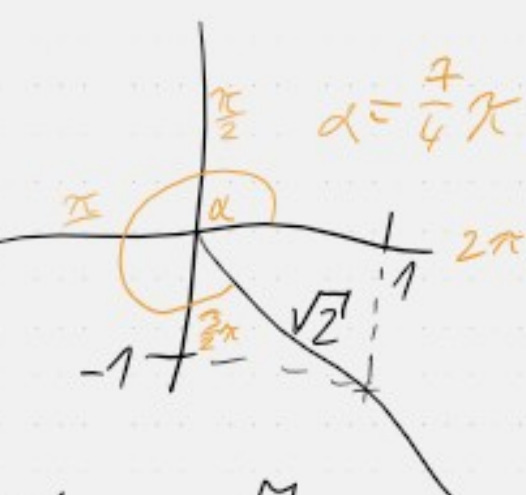
$|z| = \sqrt{a^2+b^2}$



GONIOMETRICKÝ TVAR KOMP. ČÍSLA

$z = |z| \cdot (\cos\alpha + i \sin\alpha)$

② $z = 1 - i$ $\quad |z| = \sqrt{2}$



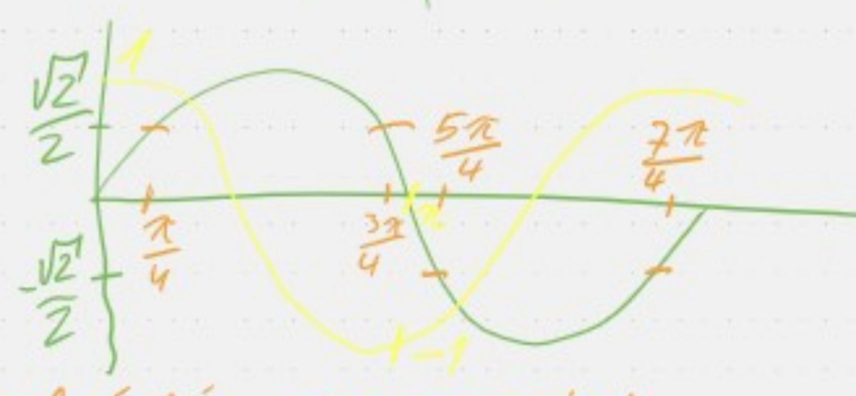
$\sin\alpha = \frac{b}{|z|}$ protilehlá / přepona

$\cos\alpha = \frac{a}{|z|}$ přilehlá

$\sin\alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1

$z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{7}{4}\pi + i \sin\frac{7}{4}\pi\right)$



$z^n = |z|^n \cdot (\cos\alpha \cdot n + i \cdot \sin\alpha \cdot n)$

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \cdot \left(\cos\frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i \cdot \sin\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)$

NĚJAKÁ VĚTA

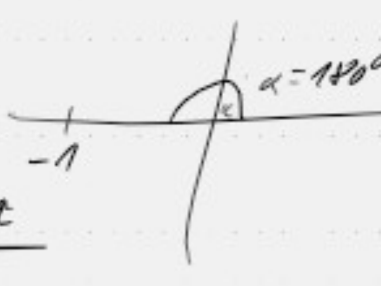
k = libovolné celé číslo $\quad 2k\pi$ = perioda

③ V KOMPLEXNÍCH ČÍSLECH MÁ 3 ŘEŠENÍ

$x^3 + 1 = 0 \quad \vee \quad x^3 = -1$
$x_1 = -1 \quad\quad x_2 = \sqrt[3]{-1}$

GON. TVAR $u - 1$

$-1 = 1 \cdot (\cos\pi + i \sin\pi)$

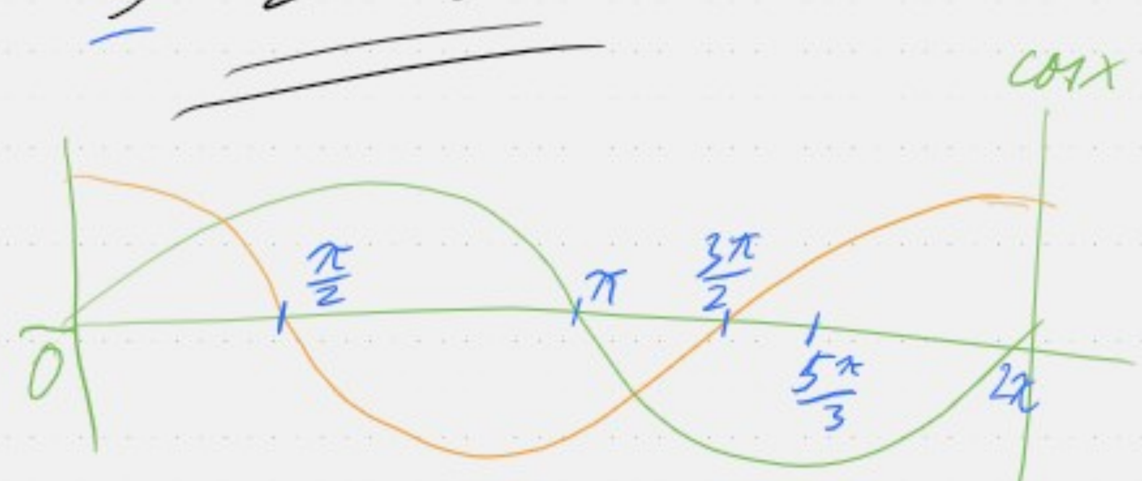


$\sqrt[3]{-1} = \cos\frac{\pi + 2k\pi}{3} + i \sin\frac{\pi + 2k\pi}{3}$

1, $k=0$ $\quad \sqrt[3]{-1} = \cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

2, $k=1$ $\quad \sqrt[3]{-1} = \cos\frac{\pi + 2\pi}{3} + i \sin\frac{3\pi}{3} = \cos\pi + i \sin\pi = -1$

3, $k=2$ $\quad \sqrt[3]{-1} = \cos\frac{5\pi}{3} + i \sin\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$



NEBO JDE TAKY:

$a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp ab + b^2)$

$x^3 + 1^3 = 0$

$x^3 + 1^3 = (x+1) \cdot (x^2 - x + 1)$

$x + 1 = 0$
$x_1 = -1$

$x^2 - x + 1 = 0$
$D = b^2 - 4ac$
$D = 1 - 4$
$D = -3$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{-3}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{3 \cdot (-1)}}{2}$ ← i^2

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{3i^2}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ← VŽDY ODDĚLIT IMAGINÁRNÍ SLOŽKU OD REÁLNÉ

ROVNICE PŘÍMKY

R^3

$x = a_1 + u_1 \cdot t$
$y = a_2 + u_2 \cdot t$
$z = a_3 + u_3 \cdot t$

a… libovolný bod na přímce $a \in p$
$t \in R$
$A = [a_1; a_2; a_3]$
$\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$
směrový vektor

④ PAR. RCE

p: $x = 1 + t$
$y = -2 + t$
$z = -1 - t$

q: $x = 0 + s$
$y = 1 - s$
$z = -2$

$\vec{u} = (1; 1; 1)$
$\vec{v} = (1; -1; 0)$

PRŮSEČÍK (SPOLEČNÝ BOD)

$1 + t = 0 + s$
$-2 + t = 1 - s$
$-1 - t = -2$ ↗ $t = 1$

$1 + 1 = s \rightarrow s = 2$
$-2 + 1 = 1 - s$
$s = 2$

p: $x = 1 + 1$, $y = -2 + 1$, $z = -1 - 1$ $\quad$ $x = 2$, $y = -1$, $z = -2$ $=$ q: $x = 0 + 2$, $y = 1 - 2$, $z = -2$ $\quad$ $x = 2$, $y = -1$

$P = [2; -1; -2]$

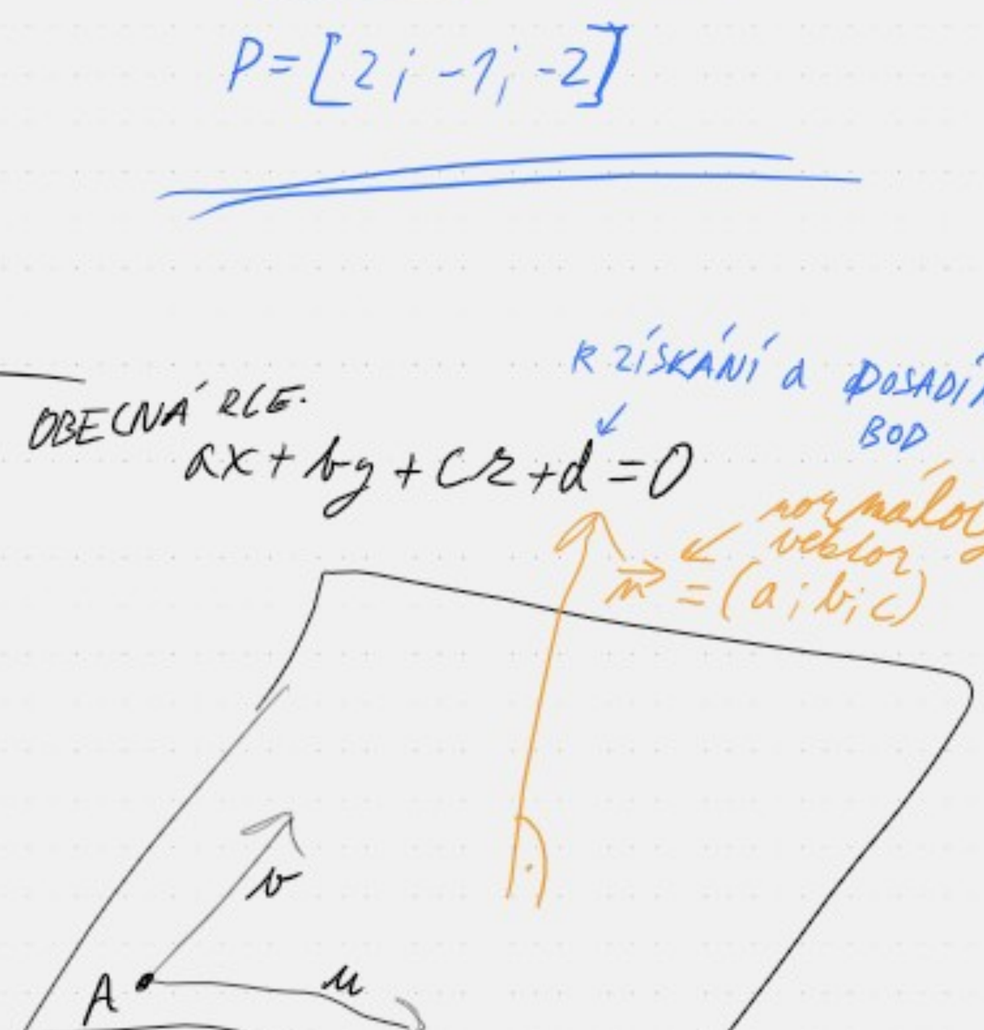
ROVNICE ROVINY

PAR. $x = a_1 + u_1 t + v_1 s$
$y = a_2 + u_2 t + v_2 s$
$z = a_3 + u_3 t + v_3 s$

OBECNÁ RCE.
$ax + by + cz + d = 0$

k získání d dosadíme bod

normálový vektor $\vec{n} = (a; b; c)$



PAR. → OBECNÁ

⑤ $x = 1 + t + s$
$y = 2 - t - s$
$z = -1 + s$

$x - z = 2 + t$
$y + z = 1 - t$

$x + y = 3$
$x + y - 3 = 0$

⑥ $\vec{u} = (1; -1; 0)$
$\vec{v} = (1; -1; 1)$

$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$
VEKTOROVÝ SOUČIN

JEN V R^3 FUNGUJE VEKTOROVÝ SOUČIN NA ZÍSKÁNÍ NORMÁLOVÉHO VEKTORU (2 VEKTORŮ)

$\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$
$\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$

$\boxed{u \times v = (u_2 v_3 - u_3 v_2;\ u_3 v_1 - u_1 v_3;\ u_1 v_2 - u_2 v_1)}$

$\vec{n} = (-1; -1; 0)$
a b c

$ax + by + cz + d = 0$
$-x - y + d = 0$
$-1 - 2 + d = 0$
$d = 3$

$\boxed{-x - y + 3 = 0}$