

MA1

POSCOVNOSTI, ŘÁDY COURSEWARE /KMA/MA1

23. 10. - 1. zápočtová práce (20 bodů)
 4. 11. - 2. zápočtová práce (30 bodů)

RNDR. JONAS VOLEK

zápočet ≥ 30 bodů
(3 opravné termíny)

e-mail: volek1@kma.zcu.cz

Kancel: UC-209

Konzultace (e-mail předem): st 12:30 - 13:30
čt 11 - 12:00

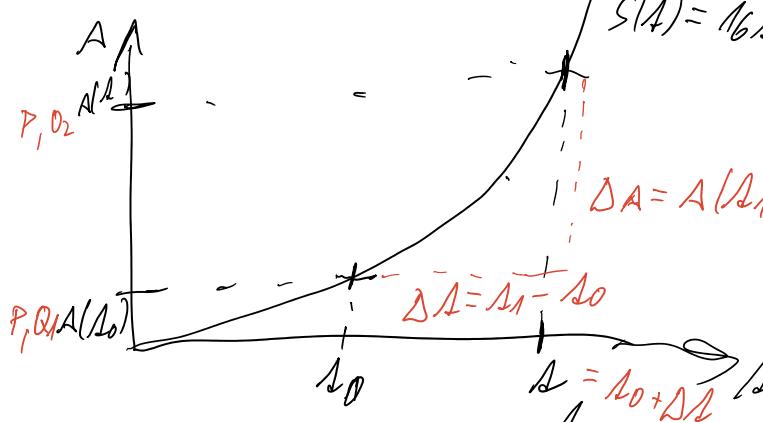
SKRIPTA: DRÁBEK, MIKA: MA1

Z KOUŠKA: PÍEMNA + ÚSTVÍ (detaily na poslední)
přednášcePDF SOVBORY: CVICENÍ + DÚLEŽITÝ
ÚLOHY & *OKAMŽITÁ ZMĚNA (rychlosť)

pohyb

• Jasek rodnoša má " $\frac{10}{0}$ "? $\frac{10}{0}$ je prov. NEVOLČITÝ VÝRAZ

PŘ: $s(t) = 16t^2$



$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

 Δt se blíží k 0

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A(t_1) - A(t_0)}{t_1 - t_0} \approx \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A(t_0 + \Delta t) - A(t_0)}{\Delta t}$$

- JAKÁ JE OKAMŽITÁ RYCHLОСТЬ V BODE P?

SS $\alpha_{1,2} = \text{POZOROVATEL}$ $\alpha_1 \Rightarrow \xi_1, \lambda_0$
 $\alpha_2 \Rightarrow \xi_1, \lambda_1$

$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \text{PRŮMĚRNÁ RYCHLOSТЬ, NE OKAMŽITÁ}$

Pr.: $\frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10^{-6 - (-12)} = 10^6$

$\frac{10^{-12}}{10^{-6}} = 10^{-12 - (-6)} = 10^{-6}$

$\Delta A = A(s_1) - A(s_0)$

$\Delta t = t_1 - t_0$

$t_1 = t_0 + \Delta t$

- LIMITA (BLÍŽENÍ SE)

- DERIVACE (OKAMŽITÁ ZMĚNA)

Pozn.: Veličina (zde rovn. A) se může měnit, definice okamžité změny je stejná

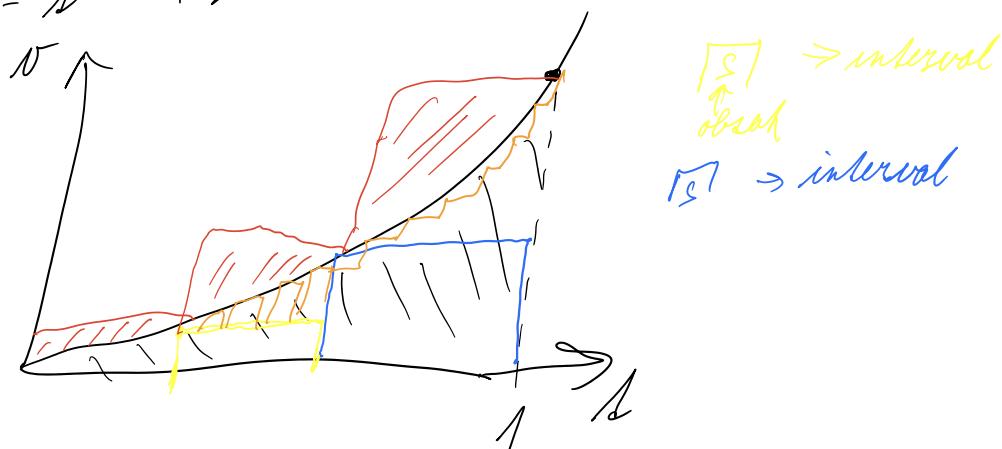
Např.: $i(A) = q'(A)$ el. proud

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A(\tau_1) - A(\tau_0)}{\tau_1 - \tau_0} \approx \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A(\tau_0 + \Delta t) - A(\tau_0)}{\Delta t}$$

stejna
NAPŘ.: $i(s) = q'(s)$ el. proud
 $a(s) = v'(s)$ zrychlení

II. PLOCHA POD GRAFEM FCE

Příklad: $v(t) = t^2$ (rychlosť v čase t)



(?) Jakou dráhu urazil lin. bod za první hodinu svého záběhu?

$$S_0 \leq S \leq S_1$$

lim
 $\Delta t \rightarrow 0$

ÚSTŘEDNÍ POJEM:

INTEGRÁL (plocha pod grafem)

Pozn.: obdobně opět pro další veličiny
např. ENERGIE vs. VÝKON

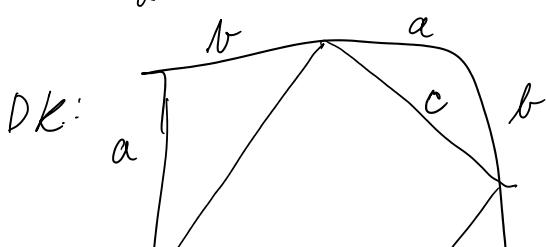
RYCHLOSŤ vs. ZRYCHLENÍ

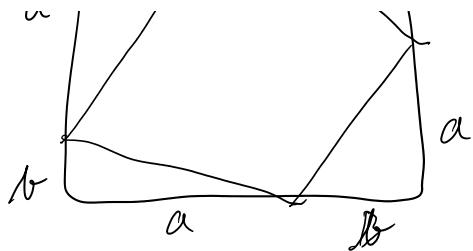
III.

obrázek a intuice vs. rigorózní důkaz

PYTHAGOROVÁ VĚTA

$$a^2 + b^2 = c^2$$



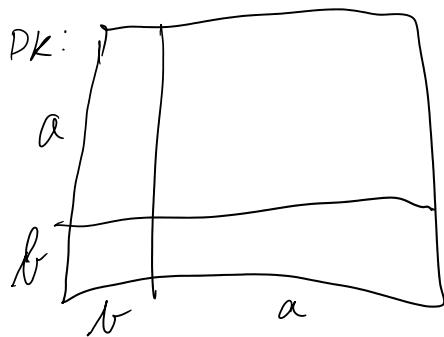


$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ALGEBRAICKÝ VZOREC

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

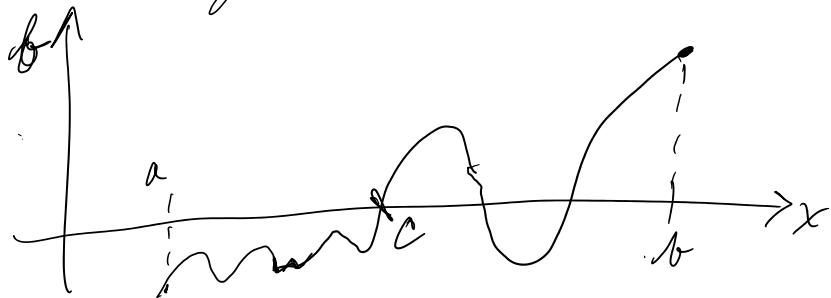


Pozn.

$$\begin{aligned} & (a+b)^3 \\ & (a+b)^4 \\ & (a+b)^n \\ & (a+b) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{uz si nevýdávám} \\ \text{uz si nevýdávám} \end{array} \right\}$$

Cauchyova věta o nulové

je-li funkce spojita na intervalu $[a, b]$
 $a + f(a) \cdot f(b) \leq 0$, potom existuje bod
 $c \in (a, b)$ takový, že $f'(c) = 0$.



Když funkce je nezávislá
jen 1 z řešení (základ)
DK.: pomocí hranice bisenze

MATEMATICKÁ LOGIKA a STRUKTURA MATEM. TEXT

- VÝROK - Označovací věta, kterou má smysl uvažit.

MATHEMATICKÝ LUJIK A DISKURTIKA MATEM. TEXT

- VÝROK - Označovací věta, jíž má smysl soudit, zda je pravdivá či nepravdivá.
- DÍL.: A: Venku prší. ✓ $\neg(A) = 0$ nepravdivý výrok
 B: $1+1=2$ ✓ $\neg(B) = 1$ pravdivý výrok

PRAVDIVOSTNÍ
HODNOTA

- C: Bez ven! ✗
 D: $x+1=2$ ✗ ↗ nejsou výroky
 ↗ 'konička' forma

- NEGACE VÝROKU - opačný výrok, jenž má opač. pravd. hod.
 „Není pravda, že A“

ZNAČENÍ: \bar{A} , $\neg A$, $\text{non } A$, ...

PL.: „Není pravda, že venku prší.“
 „Není pravda, že $1+1=2$.“

- SLOŽENÉ VÝROKY - výroky lze spojovat do složených výroků pomocí logických spojek

KONJUNKCE $A \wedge B$ "A a rávoceně B"

DISJUNKCE $A \vee B$ "A nebo B"

IMPLIKACE $A \Rightarrow B$ "POKUD A, POTOM B"
 "Je-li A, potom B"

EQUIVALENCE $A \Leftrightarrow B$ "A právě dleží, $\neg B$.
 Pozn.: $(\neg A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow \neg A)$ "

TABULKA PRAVD. HODNOT

A	B	\bar{A}	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

IMPLEMENTACE: $A \Rightarrow B$

(ZAPÓČET)
 A je postačující podmínkou pro B
 B je nutnou podm. pro A



B je následnou podm. pro A
 (ZÁPOČET) (ZKOUŠKA)
ZKOUŠKA \Rightarrow ZÁPOČET

$$A \Rightarrow B$$

OBRÁCENÁ IMPLIKACE $B \Rightarrow A \Rightarrow$ jiná pravd. hod.

ODMĚNĚNA IMPLIKACE $\bar{B} \Rightarrow \bar{A} \Rightarrow$ stejná pravd. hod.
 souvise se s nejčísnějším důkazem

2. přednáška 12.9. 2025

Implikace: $A \Rightarrow B$

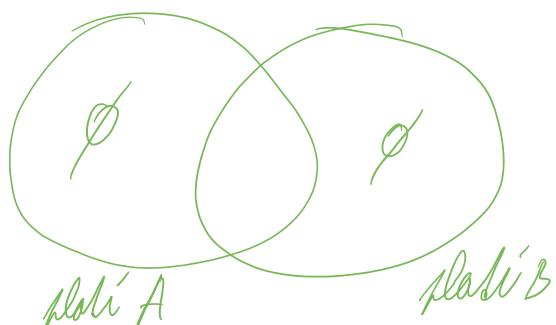
↑
předpoklad(y) závěr



A	B	\bar{A}	\bar{B}	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$
1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1

Ekvivalence: $A \Leftrightarrow B$

to je $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$



to je
 "platí A" = "platí B"

- A je nutnou o poslajející podm. pro B (a naopak)

Negace složených výroků

$$\begin{array}{l} \overline{A \wedge B} \Leftrightarrow \overline{A} \vee \overline{B} \\ \overline{A \vee B} \Leftrightarrow \overline{A} \wedge \overline{B} \\ \overline{A \Rightarrow B} \Leftrightarrow A \wedge \overline{B} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \text{de Morganova pravidla}$$

Kvantifikované výroky

Pr.: $V(x) : x+1=2$

I-jsemmile dosadím za x, stane se z toho výrok (pravdivý nebo nеправdivý)

VÝROK VÁ' FORMA

- tvrzení obsahující proměnnou (-é), které se po dosazení stává výrokem

Kvantifikátory

\forall -velký, obecný "pro všechna"
"pro každé"

\exists - malý, existenční "existuje"

pzn.: \nexists "neexistuje"

$\exists!$ "existuje právě jedno"

Pr.: $\forall x \in M : V(x)$

$\exists x \in M : V(x)$

$M = \mathbb{R}, V(x) : x+1=2$

$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} : x+1=2$

výrokové formy

pravdivotní hodnota

$x=0 (x=0)$
 $x=1 (x=1)$

$$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} : x+1=2 \quad p=0 \quad (x=0)$$

$$\exists x \in \mathbb{R} : x+1=2 \quad p=1 \quad (x=1)$$

platí výrok

$$\exists x \in M \forall y \in N : V(x, y)$$

$$\forall x \in M \exists y \in N : V(x, y)$$

$$\forall y \in N \exists x \in M : V(x, y)$$

**ZÁLEŽÍ NA POŘADI
KVANTIFIKATORŮ**

PODMNOŽINY \mathbb{R}

$$N = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$$

$$N_0 = N \cup \{0\}$$

$$Z = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

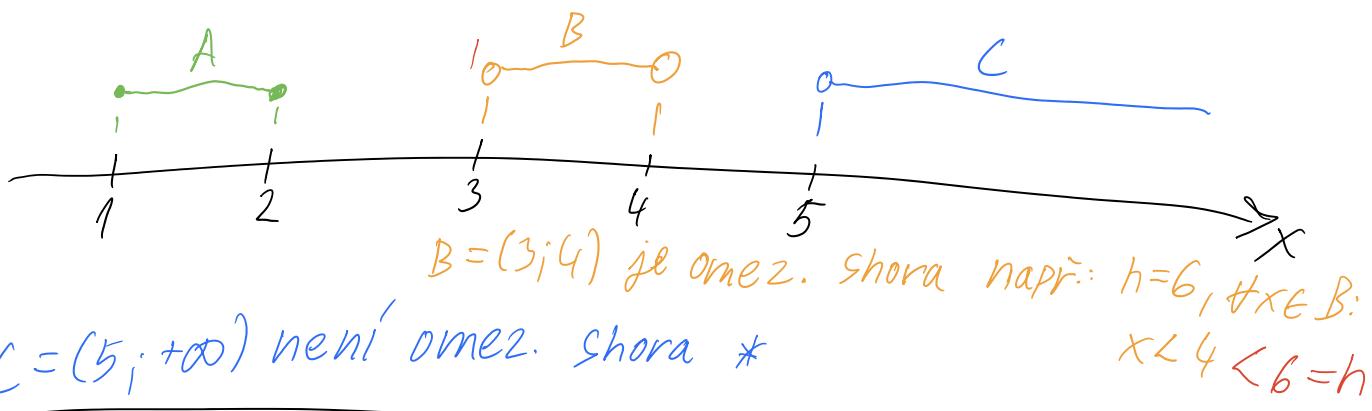
$$Q = \text{racionální čísla}$$

$$R = \text{reálné čísla}$$

$$A = \{1; 2\} = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}$$

$$B = (3; 4) = \{x \in \mathbb{R} : 3 < x < 4\}$$

$$C = (5; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > 5\}$$



$$\exists h \in \mathbb{R} \forall x \in C : x \leq h$$

$$\forall h \in \mathbb{R} \exists x \in C : x > h$$

$\exists n \in \mathbb{N} : x \leq n$

$\forall h \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : x > h$

OMEZ. SHORA $h \leq 5 \dots x = 6$
 $h > 5 \dots x = h +$

NEGACE OMEZ. SHORA
(*důkaz)

OMEZENÁ MNOŽINA

Definice: ACR

1, Řekneme, že A je omezená zdola, pokud:

$\exists d \in \mathbb{R} \forall x \in A : d \leq x$
DOLNÍ ZÁVORA

2, Řekneme, že A je omezená shora, pokud:

$\exists h \in \mathbb{R} \forall x \in A : x \leq h$
HORNÍ ZÁVORA

3, Řekneme, že A je omezená, pokud je omezená shora a zároveň zdola

Definice (min/max) ACR

1, Řekneme, že $a \in A$ je infimum množiny A, pokud:

a) $a \in A$

b) $\forall x \in A : a \leq x$

Píšeme: $a = \inf A$

2, Řekneme, že $b \in B$ je maximum množiny B, pokud:

Zjednodušme, že $b \in K$ je maximum množiny B , pokud:

$$a) b \in A$$

$$b) \forall x \in A: x \leq b$$

Píšeme: $b = \max A$

$$A = \langle 1; 2 \rangle = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}$$

$$B = (3; 4) = \{x \in \mathbb{R} : 3 < x < 4\}$$

$$a = \min A = 1 \quad \dots \quad a = 1 \in A \quad \checkmark$$

$$\forall x \in A: a = 1 \leq x \quad \checkmark$$

$\nexists \min B \quad \dots \quad a = 3 \quad \text{a} \neq x \text{ není min}$

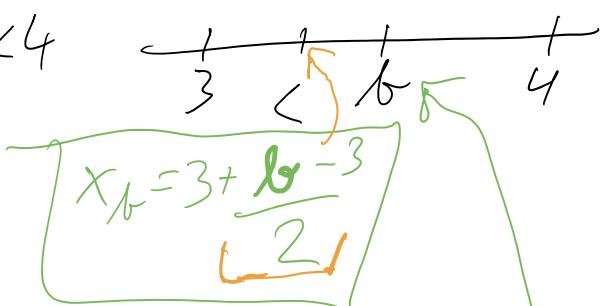
$$a = 3,0001$$

$$\checkmark \quad x = 3,00001 \in A \quad b \neq x$$

m: $b \in B$ libovolný

$$\Rightarrow b > 3$$

$$b < 4$$



$$x_b \in B$$

$$3 < 3 + \frac{b-3}{2} < 4$$

$$6 < 6 + b - 3 < 8$$

$$3 + \frac{b-3}{2} < b \quad \checkmark$$

$$6 + b - 3 < 2b$$

$$3 < b \quad \checkmark$$

$$3 < b < 5 \quad \checkmark$$

$$\boxed{3 < b < 5}$$

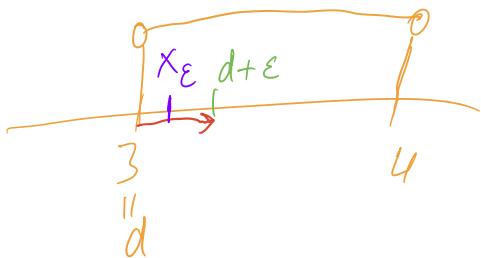
Definice (infimum, supremum) ACR

Budc $\emptyset \neq A$, A omezená'

1, Řekněme, že d je infimum množiny A, pokud:

a) $\forall x \in A: d \leq x$ (d je dolní závora)

b) $\forall \epsilon > 0 \exists x_\epsilon \in A: d + \epsilon > x_\epsilon$ (d je největší dolní závora)



2, Řekněme, že h je supremum množiny A, pokud:

a) $\forall x \in A: x \leq h$ (h je horní závora)

b) $\forall \epsilon > 0 \exists x_\epsilon \in A: x_\epsilon > h - \epsilon$ (h je nejménší horní závora)

Plati: $\exists \min A \Rightarrow \inf A = \min A$

$\exists \max A \Rightarrow \sup A = \max A$

Pr.: $A = \langle 1; 2 \rangle$ $B = (3; 4)$

$\min A = 1$ $\nexists \min B$

$\max A = 2$ $\nexists \max B$

$\inf A = 1$ $\inf B = 3$

$\sup A = 2$ $\sup B = 4$

Věta: $\emptyset \neq A \subset \mathbb{R}$, omezená' $\Rightarrow \exists! \inf A, \exists! \sup A$

Dk.: nebudeme provádět, výplývá z konst. R