Matematická analýza 1

2025/2026

Contents

1 Výroková logika

1.1 Výrok

Výrok – oznamovací věta, u které má smysl se bavit o pravdivosti, avšak pravdivost nemusí být zjistitelná. O výroku, pro který lze o pravdivosti rozhodnout a zároveň je pravdivý říkáme, že je dokazatelný.

Příklady:

- Venku prší. – je výrok.
- $1 + 1 = 2$ – je výrok.
- Běž ven. – není výrok.
- $x + 2 = 3$ – není výrok.

1.2 Negace výroku

Negace výroku – má opačnou pravdivostní hodnotu. “Není pravda, že A.“ Zapisuje se jako $\rceil A$

1.3 Složené výroky

Složené výroky – výroky lze spojovat do složených výroků pomocí logických spojek.

- Konjukce ($\wedge$) – “A a zároveň B.“
- Disjukce ($\vee$) – “A nebo B.“
- Implikace ($\Rightarrow$) – “Pokud A, potom B.“ “Je-li A, potom B.“
- Ekvivalence ($\Leftrightarrow$) – “A právě tehdy, když B.“ (Pozn.: (A $\Rightarrow$ B) $\wedge$ (A $\Rightarrow$ B))

Tabulka pravdivostních hodnot:

A	B	$\rceil$A	A $\wedge$ B	A $\vee$ B	A $\Rightarrow$ B	A $\Leftrightarrow$ B
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

1.3.1 Pravdivost implikace

Implikace $A \Rightarrow B$ je pravdivá vždy, když platí předpoklad A a současně i závěr B, nebo když předpoklad A neplatí.

Například (Pozn.: $m|n$ značí “n je dělitelné m“.):

$$6|2 \Rightarrow 3|2$$

Jestliže 6 dělí 2, pak 3 dělí 2. Tato implikace je pravdivá, protože podmínka “6 dělí 2“ není splněna. Implikace tedy nic neslibuje, pokud předpoklad neplatí.

Za zmínku stojí i související pojmy:

- $\rceil A \Rightarrow \rceil B$ je **obměněná implikace**.
- $B \Rightarrow A$ se nazývá **obrácená implikace**.

1.3.2 Vztahy v implikaci

Implikace $A \Rightarrow B$. A je **dostačující podmínka** pro B. B je **nutná podmínka** pro A.

Ukážeme si to na příkladu.

$$\forall(n \in \mathbb{N}) : 6|n \Rightarrow 3|n$$

Přeloženo: pro každé přirozené n platí: jestliže číslo 6 dělí n, pak číslo 3 dělí n. Výrok “$6|n$“ je pouze dostačující podmínkou, protože každé n, které je dělitelné třemi, nezaručuje, že je zároveň dělitelné šesti.

2 Množiny

- Omezená zdola – $\exists\, d \in \mathbb{R}\ \forall\, x \in A : x \geq d$
- Omezená shora – $\exists\, h \in \mathbb{R}\ \forall\, x \in A : x \leq h$
- Negace om. shora – $\forall\, h \in \mathbb{R}\, \exists\, x \in A : x > h$
- Omezená shora i zdola – konjunkce ($\wedge$) obou zápisů

Minimum – ideální dolní hranice (u omezených množin / intervalů)
Infimum – dolní hranice, nemusí být součástí množiny / intervalu, ale plní funkci minima
Maximum – ideální horní hranice (u omezených množin / intervalů)
Supremum – horní hranice, nemusí být součástí množiny / intervalu, ale plní funkci maxima
Př.: $A =< 1; \infty)$ – $\exists \min A = \inf A = 1$ a $\sup A = +\infty$, ale $\nexists \max A$
Př.: $A = (1; \infty)$ – $\exists \inf A = 1$ a $\sup A = +\infty$ – ale $\nexists \min A$ ani $\nexists \max A$
Každá množina má supremum i infimum, ale nemusí mít minimum a maximum

3 Cvičení

3.1 1. cvičení 17. 9. 2025

3.1.1 Příklad 1

1. $\min A = -4; \max A = 10; \inf A = -4; \sup A = 10$
2. $\min A = \nexists; \max A = 6; \inf A = -2; \sup A = 6$
3. x
4. $\min A = 2; \max A = 4; \inf A = 2; \sup A = 4$
5. $\min A = \nexists; \max A = \nexists; \inf A = 1; \sup A = 5$ Pozn.: zde se narozdíl od celých čísel můžeme příblížit ideální dolní/horní hranici
6. x
7. x
8. $\min A = \nexists; \max A = 1; \inf A = -\infty; \sup A = 1$
9. $\min A = \nexists; \max A = \nexists; \inf A = -\infty; \sup A = 3$ // $x * (x^2 - x - 6) < 0 = x * (x - 3) * (x + 2) < 0$ // interval bude vypadat: $(-\infty; -2) \cup (0; 3)$