



Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA

Curso: Ciência da Computação

Disciplina: Matemática Discreta

Professor: Hudson Costa

Aula de Relações e Equivalências

1. Seja $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Desenhe o grafo associado à relação $<$ em X . Esse grafo deve ser orientado ou não orientado?
2. Defina uma relação em \mathbb{Z} por aRb se $a^2 = b^2$.
 - a) Prove que R é uma relação de equivalência.
 - b) Descreva as classes de equivalência.
3. Explique por que a relação R em $\{0, 1, 2\}$ dada por $R = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (0, 1), (1, 2), (2, 1)\}$ não é uma relação de equivalência. Seja específico.
4. Lembre da definição de números pares.

Definição: Um inteiro n é par se $n = 2k$ para algum inteiro k .

Defina uma relação R em \mathbb{Z} assim: xRy quando $x + y$ é par.

- a) Mostre que R é uma relação de equivalência.
 - b) Descreva as classes de equivalência formadas por essa relação.
5. Seja o lema: A relação " $\equiv \text{mod } n$ " em \mathbb{Z} é transitiva. Mostre que essa relação (equivalente módulo n) também é simétrica e reflexiva.

Observe a demonstração da transitividade de " $\equiv \text{mod } n$ ":

Demonstração: Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$, e suponha que $a \equiv b \text{ mod } n$ e $b \equiv c \text{ mod } n$. Isso significa que $a = b + kn$ e $b = c + ln$ para alguns inteiros k e l . Substituindo a segunda equação na primeira, descobrimos que $a = (c + ln) + kn = c + (l + k)n$ e assim $a \equiv c \text{ mod } n$, como exigido para a transitividade.

6. Seja T o conjunto de todos os atores e atrizes de cinema. Para $x, y \in T$, determine xRy se existe algum filme onde tanto x quanto y aparecem. Quais as propriedades de relações de equivalência R satisfaz?
7. Seja X um conjunto. Defina uma relação R em $P(X)$ por $ARB \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ para $A, B \in P(X)$. Determine se essa relação é reflexiva, simétrica e/ou transitiva.