



Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA

Curso: Ciência da Computação

Disciplina: Lógica Matemática

Professor: Hudson Costa

Entrega: 18/05/2022

Tarefa 02 - Consequência e Equivalência Lógica, Introdução aos Sistemas Dedutivos e Aspectos Intuitivos da Dedução

1. [**Consequência e Equivalência Lógica**] Considere as fórmulas H_1, \dots, H_{10} , que são formadas utilizando os símbolos proposicionais p e q e possuem a tabela-verdade indicada abaixo:

p	q	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7	H_8	H_9	H_{10}
V	V	V	V	V	V	F	V	F	V	F	F
V	F	V	V	V	F	V	V	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V	V	F	V	F	V	F
F	F	V	F	V	V	V	F	V	V	F	F

- Identifique os valores de i tais que H_i implica H_j .
- Identifique os valores de i tais que $H_i \not\equiv H_j$ para todo j .
- Identifique os valores de i, j, k diferentes entre si, tais que H_i implica H_j e H_k implica H_k . Certifique-se de que H_i implica H_k .
- Existem valores de i, j diferentes entre si, tais que H_i implica H_j e H_j implica H_i ? Como deve ser a relação entre as colunas de H_i e H_j para que essas relações de implicação ocorram?
- Existem valores de i, j tais que H_i implica H_j e $H_j \not\equiv H_i$?
- Existem valores de i, j, k diferentes entre si, tais que H_i implica H_j , H_j implica H_k e H_k implica H_i ? Como deve ser a relação entre as colunas de H_i, H_j e H_k para que essas relações de implicação ocorram?
- O conjunto de fórmulas H_2, H_3, H_4, H_5 é satisfatível?
- Qual o maior conjunto satisfatível das fórmulas H_1, \dots, H_{10} ?
- Identifique as fórmulas H_i que são tautologias, as que são satisfatíveis e as que são contraditórias.
- Construa as fórmulas H_1, \dots, H_{10} a partir dos símbolos proposicionais p e q .

2. [**Consequência e Equivalência Lógica**] Sejam H e G as fórmulas a seguir. Identifique, justificando sua resposta, os casos em que H implica G .

- a) $H = p \wedge q, G = p$
- b) $H = p \vee q, G = p$
- c) $H = \neg p \vee \neg q, G = false$
- d) $H = false, G = p$
- e) $H = p, G = true$

3. [**Introdução aos Sistemas Dedutivos**] Utilizando o Sistema P_a (apresentado na gravação da aula do dia 10.05.2021) provar que:

$$\text{Se } \beta \vdash (A \rightarrow B) \text{ e } \beta \vdash (C \vee A) \text{ então } \beta \vdash (B \vee C)$$

4. [**Aspectos Intuitivos da Dedução**] Construir as deduções:

- a) De $P \rightarrow Q$ a partir da premissa $\neg Q \rightarrow \neg(P \vee Q)$.
- b) De Q usando as premissas $P \rightarrow Q, \neg P \rightarrow R, R \rightarrow (P \vee Q)$.
- c) De $\neg Q \rightarrow P$ tomando como premissa $\neg P \rightarrow Q$.
- d) De P a partir de $\neg P \rightarrow Q$ e $\neg P \rightarrow \neg Q$.

5. [**Aspectos Intuitivos da Dedução**] Construir uma sequência dedutiva para os argumentos seguintes:

- a) Meu capote está na sala ou no quarto. Não está na sala. Logo, acha-se no quarto.
- b) A reta CM é perpendicular à reta AB , no ponto M , se, e somente se, o ângulo AMC for reto. Logo, CM , é perpendicular a AB no ponto M e é paralela a DE , se, e somente se, o ângulo AMC for reto e CM paralelo a DE .
- c) Se eu for ao casamento, terei que passar o fim de semana em São Paulo. Mas, se eu passar o fim de semana em São Paulo, não poderei simultaneamente fazer os exercícios e estudar Física. Se não fizer os exercícios, terei que dar uma desculpa ao professor e não será possível fazê-lo. Além disso, tenho que estudar Física. Logo, não poderei ir ao casamento (C, S, F, D para casamento, São Paulo, exercícios, Física e desculpa, respectivamente).
- d) Se ele tivesse se casado com mulher bonita, estaria ciumento; se tivesse se casado com mulher caseira, estaria desgostoso. Quer com ciúmes, quer desgostoso, seria infeliz. Mas ele não está infeliz. Logo, não se casou com mulher bonita nem com mulher caseira (B, C, D, E, I por bonita, ciúmes, caseira, desgostoso e infeliz, respectivamente).

6. [**Consequência Lógica**] Provar que:

- a) Se $A \models B$ e $B \models C$, então $A \models C$ (transitividade de \models).
- b) Se $A \equiv B$ e $B \equiv C$, então $A \equiv C$ (transitividade de \equiv).