

Versuch 245: Induktion

Yago Obispo Gerster

6. Mai 2024

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Motivation	1
1.1 Physikalische Grundlagen	1
1.1.1 Induktionsgesetz	2
1.1.2 Helmholtz-Spulen	2
1.1.3 Induktivität und Spulenimpedanz	3
1.1.4 Magnetfeld der Erde	3
2 Messprotokoll	5
3 Auswertung	11
3.1 Induktionsgesetz	11
3.2 Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom	13
3.3 Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation	14
4 Zusammenfassung und Diskussion	16
4.1 Diskussion	17
5 Quellen und Python Code	20

1 Einleitung und Motivation

1.1 Physikalische Grundlagen

Das Ziel des Versuches besteht darin, uns mit dem Phänomen der Induktion zu beschäftigen. Dabei wird das Induktionsgesetz mit einer Helmholtzspule überprüft. Dazu werden wir eine rotierende Flachspule in das homogene Magnetfeld bringen und die induzierte Spannung in Abhängigkeit von der Drehfrequenz oder bei einem fest eingestellten Winkel untersuchen. Weiterhin setzen wir uns als Ziel die Induktivität der Spule und das Erdmagnetfeld zu bestimmen.

1.1.1 Induktionsgesetz

Das Induktionsgesetz stammt aus einer der Maxwell-Gleichungen:

$$\nabla \times \vec{E} = -\vec{B} \quad (1)$$

Integriert man beide Seite über eine geschlossene Fläche A und wendet den Satz von Stokes an, so erhalten wir:

$$\int_{\partial A} \vec{E} ds = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A} \quad (2)$$

Interpretiert bedeutet dies, dass eine Änderung des magnetischen Flusses

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A} \quad (3)$$

ein elektrisches Feld erzeugt.

In diesem Versuch werden wir uns mit einer drehbaren Flachspule mit N Windungen innerhalb eines homogenen Magnetfeldes beschäftigen. Dabei ist es hilfreich zu wissen, dass bei der Berechnung der induzierten Spannung die Anzahl der Windungen berücksichtigt werden muss:

$$U_{ind} = -N\dot{\Phi} \quad (4)$$

Eine mit einer Winkelgeschwindigkeit w rotierende Spule mit Spulenfläche A induziert eine Spannung von

$$U_{ind}(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -BANwsin(wt) \quad (5)$$

1.1.2 Helmholtz-Spulen

Um ein homogenes Magnetfeld zu erzeugen eignet sich eine *Helmholtzspule*. Diese besteht aus einer parallelen Anordnung von zwei Spulen mit Radius R (siehe Abbildung 1). Dabei besitzt jede Spule jeweils ein inhomogenes Magnetfeld, welches sich jedoch mit dem Feld der anderen Spule überlagert. Bei einem Spulenabstand von genau R überlagern sich die Felder so, sodass im Zwischenraum nahe der Spulenachse sich ein homogenes Magnetfeld ergibt. Da das Volumen des Zwischenraumes relativ gross ist und man ein homogenes Magnetfeld erhält, ist die Helmholtz-Spule in der wissenschaftlichen Praxis sehr üblich. Ihr Magnetfeld beträgt

$$B = \frac{8\mu_0 NI}{\sqrt{125}r} \quad (6)$$

Im Versuch befindet sich in diesem homogenen Magnetfeld die rotierbare Flachspule. Anstatt die Spule zu rotieren, um eine Induktionsspannung zu beobachten, kann auch ein Wechselstrom mit Kreisfrequenz Ω an die Helmholtzspulen

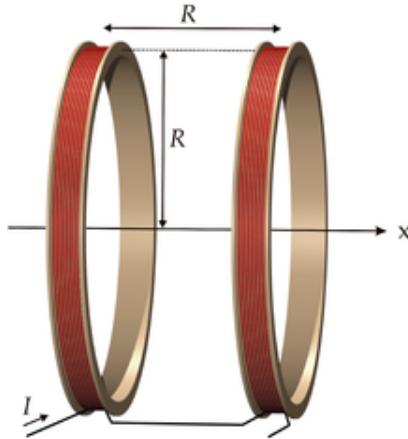


Abbildung 1: Aufbau einer Helmholtz-Spule

angelegt werden, sodass sich das Magnetfeld zeitlich ändert und damit wiederum der magnetische Fluss. Wenn die Flächennormale der Spule dann unter einem Winkel α zum magnetischen Feld liegt, dann beträgt die Induktionsspannung:

$$U_{ind} = U_m \cdot \sin \Omega t \quad (7)$$

mit

$$U_m = NBA\Omega \cos \alpha \quad (8)$$

1.1.3 Induktivität und Spulenimpedanz

Bei einer Spule besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Induktionsspannung und der zeitlichen Änderung des Stromes:

$$U_{ind} = L \dot{I} \quad (9)$$

Die Proportionalitätskonstante L nennt sich *Induktivität*.

Die Selbstinduktion der Spule verursacht neben dem eigentlichen ohmschen Widerstand R eine weitere *Impedanz* Z_L . Um den Gesamtwiderstand einer Spule zu berechnen müssen beide quadratisch miteinander addiert werden:

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{R^2 + (wL)^2} \quad (10)$$

1.1.4 Magnetfeld der Erde

Schaltet man den Strom der Helmholtzspulen aus, so beobachtet man auch eine Induktionsspannung bei rotierender Flachspule. Ursache hierfür ist das Magnetfeld der Erde!

Das B-Feld der Erde kann als Stabmagnetfeld idealisiert werden, wobei der Süd-

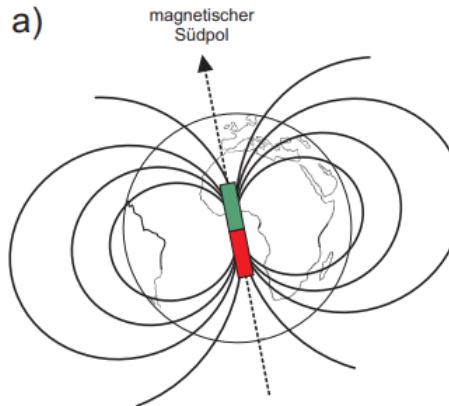


Abbildung 2: B-Feld der Erde als Stabmagnet

pol des Magneten ungefähr in Richtung des geographischen Nordpols gerichtet ist und der magnetische Nordpol in Richtung des geographischen Südpols. Dabei verlaufen die Feldlinien am Äquator parallel und an den Polen senkrecht zur Erdoberfläche (streng genommen gibt es eine sogenannte *Deklination* um $11,5^\circ$).

In Heidelberg können wir annehmen, dass der Inklinationswinkel 66° beträgt. Um die Grösse des Erdmagnetfeldes und den Winkel unter welchem die Feldlinien auf die Erdoberfläche treffen zu bestimmen können wir unsere Flachspule ausnutzen und damit die Induktionsspannung messen. Dazu zerlegen wir gemäß

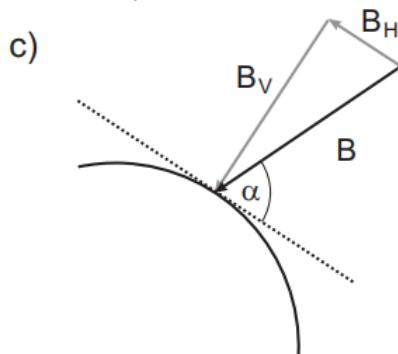


Abbildung 3: Zerlegung des magnetischen Feldes in Komponenten

ss Abbildung 3 das Magnetfeld in eine vertikale und horizontale Komponente.

Dabei kann man geometrisch leicht einsehen, dass

$$\tan\alpha = \frac{B_{vertikal}}{B_{horizontal}} \quad (11)$$

gelten muss.

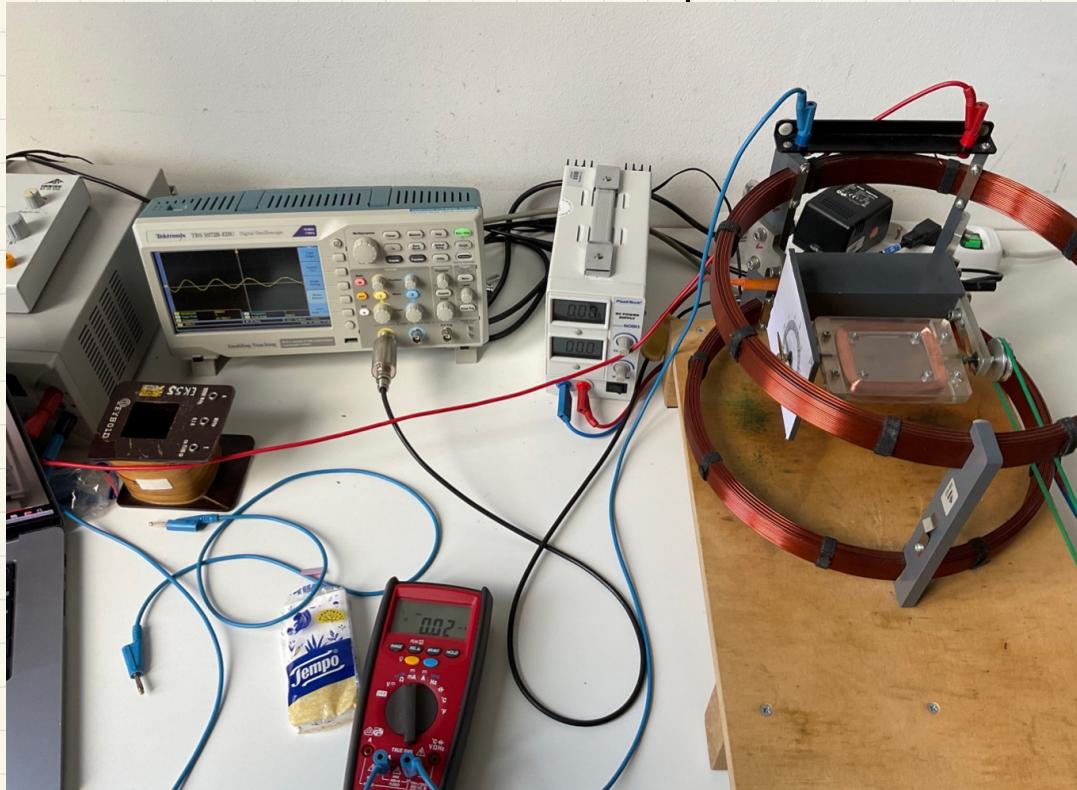
2 Messprotokoll

Versuch 245: Induktion

Yago Obispo Genter
Lennart Bederke
Kristian Triller

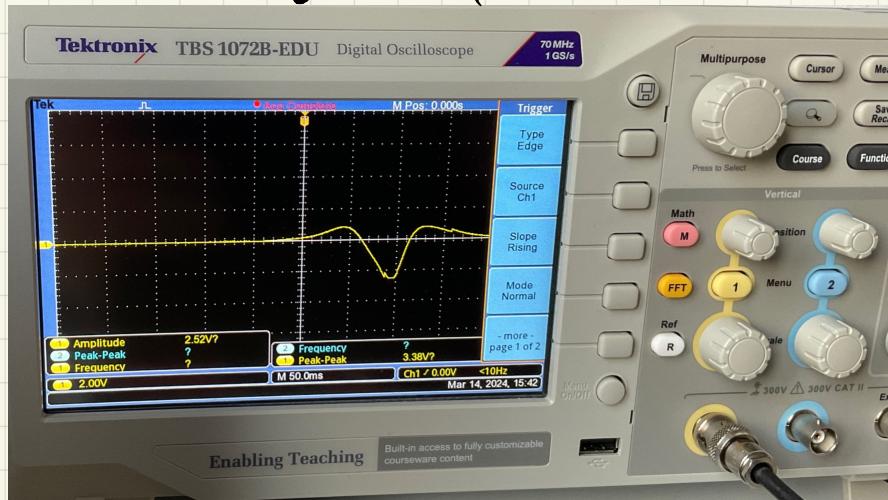
Betreuerin: Lynn Böll
14.03.24 9-12

Skizze 1: Versuchsaufbau



(1) Vorversuch

Foto 1: Stabmagnet fällt durch Spule



Wenn Spule bewegt wird \Rightarrow Äquivalent zu
Bewegung des Stabmagneten nach oben
durch Spule \Rightarrow Unterschiedliche Richtung

(2) Induktionsgesetz verifizieren

Helmholtz-R: $1,7 \Omega$ bei einem Strom von $5A$
 \Rightarrow Max. Betriebs $U = 8,5 V$

Flachspule mit 4000 Windungen

Messung der Scheitelspannung U_m der
Induktionsspannung

Tabelle 1: Bei sich ändernder Drehfrequenz

Frequenz f [Hz]	Δf [Hz]	U_m	ΔU_m
3	0,3	500 mV	20 mV
6	0,3	1,50 V	0,10 V
9	0,3	2,60 V	0,10 V
12	0,3	3,72 V	0,04 V
15	0,3	4,92 V	0,04 V

\uparrow \uparrow
Peak - Peak

Tabelle 2: Bei änderndem Spulenstrom

I [A]	ΔI [A]	U _m [V]	ΔU_m [V]
0,50	0,10	0,500	0,020
1,00	0,10	0,800	0,070
1,50	0,10	1,20	0,05
2,00	0,10	1,50	0,03
2,50	0,10	1,820	0,020
3,00	0,10	2,180	0,020
3,50	0,10	2,56	0,10
4,00	0,10	2,84	0,05
4,50	0,10	3,20	0,05

↳ Frontante Drehfrequenz von 10 Hz

↳ Frequenzschwankung 0,2 Hz um 0,25

(3) Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

Wechselspannung von 100 Hz am Helmholz

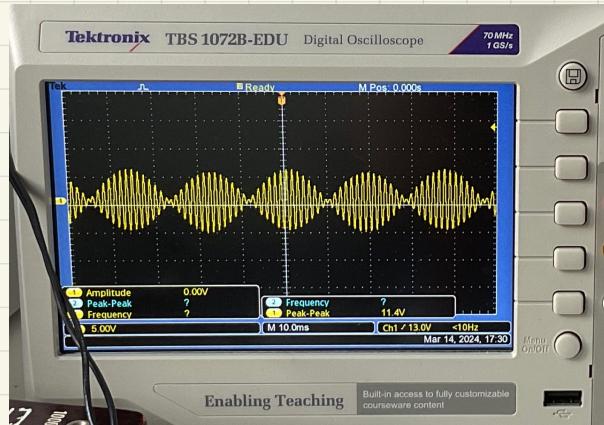
Tabelle 3: U_{ind} in Abhängigkeit von α

α	U _{ind} [V]	ΔU_{ind} [V]	α	U _{ind}	ΔU_{ind}
0	13,40	0,10	210	10,00	0,10
30	10,00	0,10	240	6,00	0,10
60	6,00	0,10	270	0,40	0,10
90	0,00	0,10	300	5,30	0,10
120	6,00	0,10	330	9,6	0,10
150	10,00	0,10	360	11,2	0,10
180	13,40	0,10			

Tabelle 4: U_{ind} in Abhängigkeit von f

f [Hz]	U_{Hilf} [V]	ΔU_{Hilf} [V]	I [A]	ΔI [A]	U_{ind} [V]	ΔU_{ind} [V]
20	13,20	0,20	2,830	0,010	7	10
40	13,80	0,20	7,920	0,010	8,2	2,0
60	13,60	0,02	7,0230	0,010	9,60	0,70
80	14,60	0,20	1,050	0,010	10,60	0,70
100	14,60	0,20	0,850	0,010	10,80	0,70
120	14,40	0,20	0,710	0,010	10,80	0,70
140	14,20	0,20	0,620	0,010	10,80	0,70
160	14,20	0,20	0,540	0,010	10,80	0,70
180	14,20	0,20	0,480	0,010	10,80	0,70
200	14,00	0,20	0,420	0,010	10,80	0,70
400	14,20	0,20	0,200	0,010	11,00	0,70
600	14,20	0,20	0,7500	0,0010	11,00	0,70
800	14,70	0,20	0,7120	0,0010	11,00	0,70
1000	14,20	0,20	0,7000	0,0010	11,00	0,70
1200	14,20	0,20	0,0760	0,0010	11,00	0,70
1400	14,20	0,20	0,0650	0,0010	11,20	0,70
1600	14,20	0,20	0,0560	0,0010	11,40	0,70
1800	14,20	0,20	0,0500	0,0010	11,80	0,70
2000	14,20	0,20	0,0460	0,0010	11,80	0,70

Qualitativ: Schwingung
Foto 2: Schwingung



(4) Erdmagnetfeld

• Ohne Kompensation:

$$f = (27,30 \pm 0,10) \text{ Hz}$$

$$V = (270 \pm 10) \text{ mV}$$

• Mit Kompensation

$$\text{Ström} : (66 \pm 3) \text{ mA}$$

$$\text{Verbleibende Induktionsspannung: } (76,0 \pm 4) \text{ mV}$$

$$\text{Drehfrequenz: } (27,5 \pm 0,5) \text{ Hz}$$

L. 13.5.21

3 Auswertung

3.1 Induktionsgesetz

Im ersten Versuchsschritt haben wir die Scheitelpotenzial U_M der Induktionsspannung bestimmt. Dazu haben wir zwei unterschiedliche Verfahren verwendet. Bei dem ersten wurde die Drehfrequenz der Flachspule im Bereich von 3Hz bis 15Hz in Schritten von 3Hz und einem Spulenstrom von 5A variiert.

Trägt man U_M gegen die Drehfrequenz f grafisch auf, so erhält man den Verlauf in Abbildung 4. Dabei wurde eine lineare Funktion an die Messwerte angepasst,

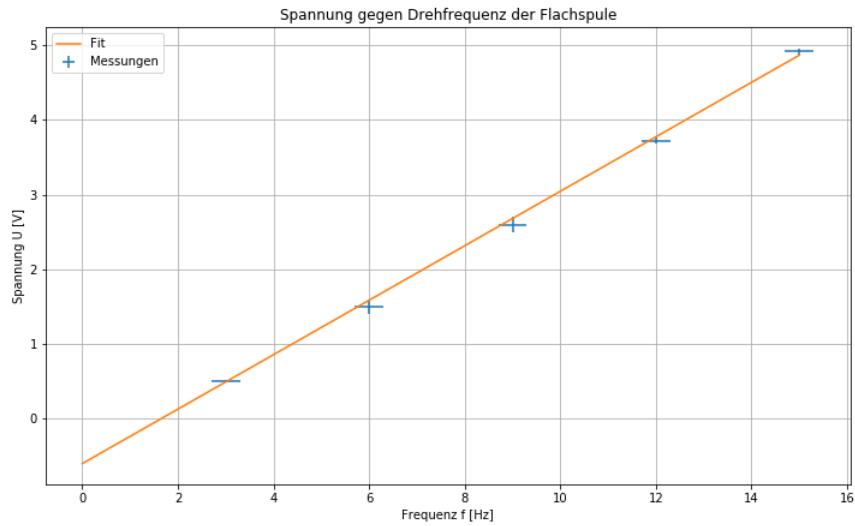


Abbildung 4: Induktionsspannung gegen Frequenz

da wir nach (5) für die maximale Spannung

$$U_M = 2\pi BANf \quad (12)$$

erwarten und somit über die Steigung m der Proportionalitätsfaktor $2\pi BAN$ bestimmt werden kann, was uns ein B-Feld von

$$B = \frac{m}{2\pi AN} \quad (13)$$

$$\Delta B = B \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \quad (14)$$

liefert. Dabei entspricht hier N der Windungszahl der Flachspule. Da die Werte für die Windungszahl und der Fläche dem Praktikumsskript entnommen werden

können, wird der Fehler hierfür vernachlässigt.

Dadurch erhalten wir unser experimentell ermitteltes magnetisches Feld zu

$$B_{expDreh} = (3,48 \pm 0,03) \times 10^{-3} T \quad (15)$$

Das magnetische Feld wollen wir mit einem theoretischen Wert vergleichen. Dazu nutzen wir die allgemeine Formel für das magnetische Feld einer Helmholtzspule (6). Damit erhalten wir

$$B_{theo} = (3,79 \pm 0,08) \times 10^{-3} T \quad (16)$$

Beide Werte - experimentell und theoretisch - werden in der Diskussion miteinander verglichen und deren Abweichung kommentiert.

Bei dem zweiten Verfahren, haben wir die induzierte Spannung für unterschiedliche Magnetfelder untersucht. Dafür haben wir die Flachspule unter einer konstanten Drehfrequenz von 10Hz betrieben, und den Spulenstrom zwischen $0,5$ – $4,5\text{A}$ in $0,5\text{A}$ Schritten variiert. Trägt man die Spannung gegen den Spulenstrom grafisch auf und passt eine lineare Funktion an, so erhält man den Verlauf in Abbildung 5. Dieser entspricht auch dem erwarteten, da das B-Feld der Helm-

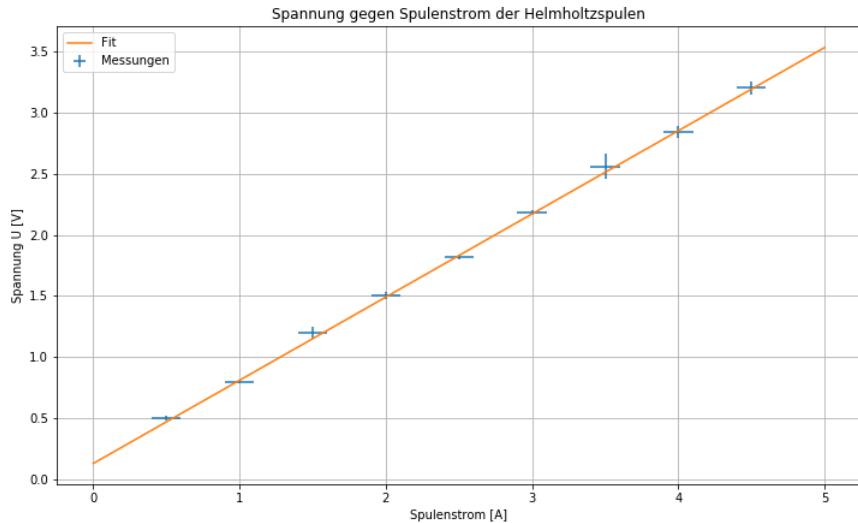


Abbildung 5: Induktionsspannung gegen Spulenstrom (unterschiedliche B)

holtzspule nach (6) proportional zum angelegten Strom ist und weiter die Induktionsspannung nach (12) proportional zum B-Feld, woraus folgt, dass die Spannung auch proportional zum Strom sein muss.

3.2 Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

Im nächsten Schritt haben wir die Abhängigkeit der Induktionsspannung vom Drehwinkel der Induktionsspule untersucht. Dafür haben wir unter einer Wechselspannung von $100Hz$ an der Helmholtz-Spule, den Winkel zwischen 0 und 360° in 30° Schritten variiert, indem der Winkelmesser an der Seite der Spule verwendet wurde. Für den Fehler bei der Winkelmessung wurde 1° berücksichtigt. In Abbildung 6 wurde die Spannung als Funktion des Winkels aufgetragen. Da wir nach (8) für den Betrag der Spannung

$$|U_M| = a \cdot |\cos\alpha| \quad (17)$$

erwarten, kann diese Funktion entsprechend angepasst werden. Für den Fitparameter a erhalten wir den Wert:

$$a = (11,42 \pm 0,04)V \quad (18)$$

Des Weiteren wurde die Induktionsspannung, der Strom und die Spannung der

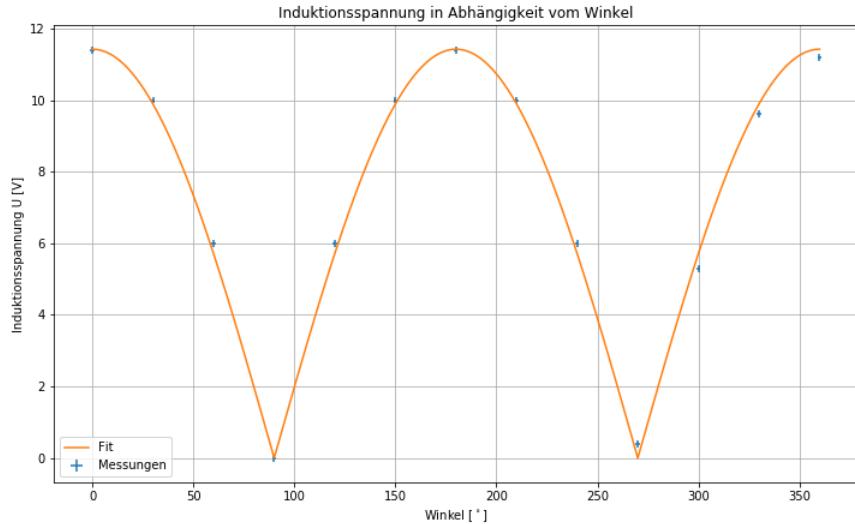


Abbildung 6: Induktionsspannung gegen Winkel

Helmholtzspule als Funktion der Frequenz zwischen $20Hz$ und $2kHz$ aufgezeichnet. Für die Schrittweite wurde zwischen $20 - 200Hz$ ein Betrag von $20Hz$ und darüber von $200Hz$ gewählt.

Das Verhältnis zwischen der induzierten und angelegten Spannung wird als Funktion der Frequenz grafisch in Abbildung 7 dargestellt. Außerdem kann der Frequenzgang des Widerstandes untersucht werden, da sich dieser ja nach

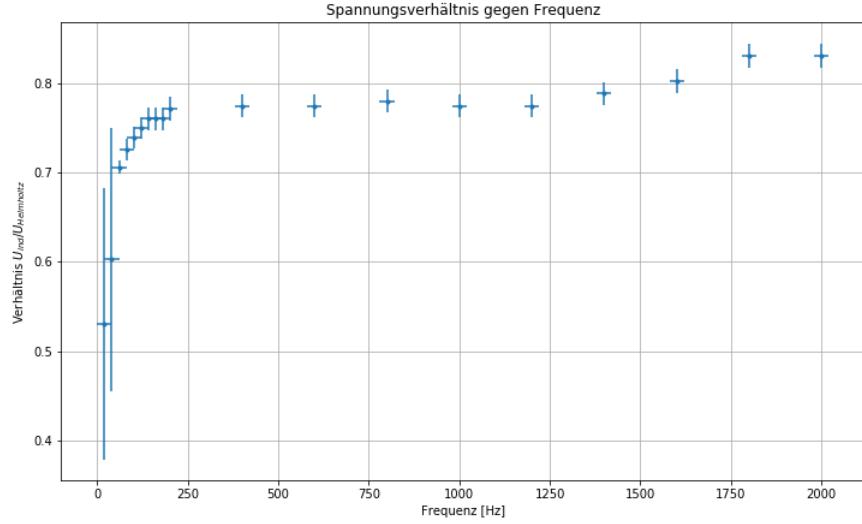


Abbildung 7: Verhältnis von induzierter und angelegter Spannung gegen die Frequenz

dem Ohmschen Gesetz aus dem Verhältnis der Spannung zum Strom ergibt. Der Frequenzgang ist in Abbildung 8 dargestellt. Den Messdaten wurde eine lineare Funktion angepasst. Die Steigung der Gerade b trägt dabei einen Wert von

$$b = (0,1208 \pm 0,0007) \frac{\Omega}{Hz} \quad (19)$$

Diese konnte direkt anhand des Python-Fits ermittelt werden und sie beschreibt das Verhältnis aus Widerstand und Frequenz. Die Induktivität ergibt sich damit dann nach:

$$L = \frac{b}{2\pi} \quad (20)$$

$$\Delta L = \frac{\Delta b}{2\pi} \quad (21)$$

Dies liefert uns ein Ergebnis von

$$L = (1,922 \pm 0,011) \times 10^{-2} H \quad (22)$$

3.3 Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation

Beim Ausschalten des Stromes durch die Helmholtzspulen ist dennoch noch eine Induktionsspannung bei einer sich drehenden Flachspule messbar. Diese liegt an

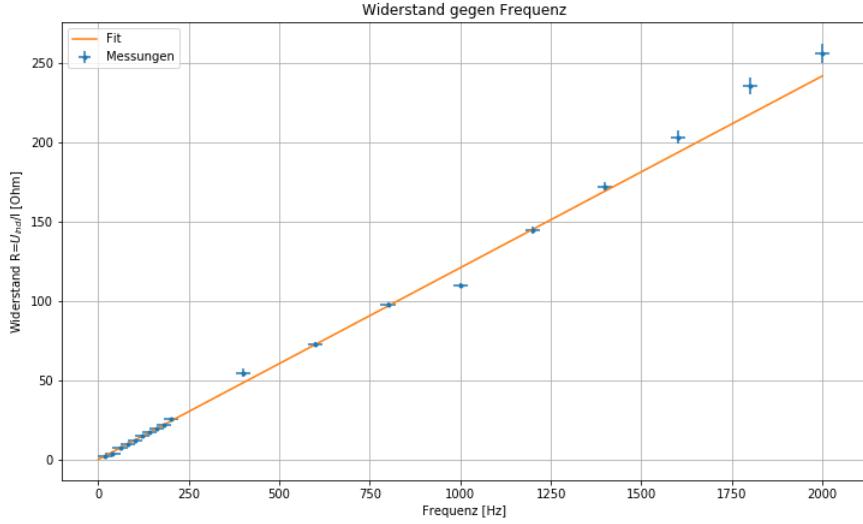


Abbildung 8: Widerstand gegen die Frequenz

dem Magnetfeld der Erde, welches wir im nächsten Schritt bestimmen wollen. Zuerst wurde eine Messung ohne Kompensation durchgeführt indem die Induktionsspule in eine Drehung mit $(27, 30 \pm 0, 10) \text{ Hz}$ versetzt und die Induktionsspannung bei ausgeschaltenem Strom gemessen wurde. Die Spule wurde dazu mit einem Kompass in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet. Dabei haben wir eine Induktionsspannung von $U_{ind} = (270 \pm 10) \text{ mV}$ gemessen. Damit kann der Betrag des Erdmagnetfeldes nach (5) über

$$B_{BetragErd} = \frac{U_{ind}}{N \cdot A \cdot w} = \frac{U_{SS}}{NA4\pi f} \quad (23)$$

$$\Delta B_{BetragErd} = B_{BetragErd} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{SS}}{U_{SS}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (24)$$

berechnet werden. Wobei hier die Windungszahl N für die Induktionsspule steht. Wir erhalten:

$$B_{BetragErd} = (4, 72 \pm 0, 18) \times 10^{-5} T \quad (25)$$

Anschliessend wurde noch eine Messung mit Kompensation durchgeführt. Dabei wurde die vertikale Komponente des Magnetfeldes mit dem Magnetfeld der Helmholtzspule, welches entgegengesetzt zum Erdmagnetfeld wirkt, kompensiert, sodass bei einem gewissen Strom durch die Helmholtzspulen die Induktionsspannung minimal wurde. Dieser verbleibende Rest entsprach dabei der noch

verbleibenden Horizontalkomponente. Damit können die Vertikal- und Horizontalkomponente berechnet werden.

Für die Kompensation war ein Strom von $I = (66 \pm 3) \text{mA}$ notwendig. Nach (6) gilt:

$$B_{\text{vertikal}} = \frac{8\mu_0 NI}{\sqrt{125r}} \quad (26)$$

$$\Delta B_{\text{vertikal}} = \frac{8\mu_0 \Delta IN}{\sqrt{125r}} \quad (27)$$

wobei die Windungszahl N hierbei für die Helmholtzspule steht. Für die vertikale Komponente erhalte ich somit:

$$B_{\text{vertikal}} = (5,01 \pm 0,23) \times 10^{-5} \text{T} \quad (28)$$

Eine Restspannung von $U_{\text{ind}} = (76 \pm 4) \text{mV}$ wurde gemessen. Aus (5) folgt damit die horizontale Komponente:

$$B_{\text{horizontal}} = \frac{U_{\text{ind}}}{2\pi ANf} \quad (29)$$

$$\Delta B_{\text{horizontal}} = B_{\text{horizontal}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{\text{ind}}}{U_{\text{ind}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (30)$$

wobei die Windungszahl N hierbei für die Induktionsspule steht. Durch Einsetzen der Werte erhalte ich

$$B_{\text{horizontal}} = (2,64 \pm 0,15) \times 10^{-5} \text{T} \quad (31)$$

Damit kann auch der Inklinationswinkel über (11) bestimmt werden:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{B_{\text{vertikal}}}{B_{\text{horizontal}}}\right) \quad (32)$$

$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{B_{\text{horizontal}} \Delta B_{\text{vertikal}}}{B_{\text{horizontal}}^2 + B_{\text{vertikal}}^2}\right)^2 + \left(\frac{B_{\text{vertikal}} \Delta B_{\text{horizontal}}}{B_{\text{horizontal}}^2 + B_{\text{vertikal}}^2}\right)^2} \quad (33)$$

Damit erhalte ich:

$$\alpha = (89,47 \pm 0,03)^\circ \quad (34)$$

Die Ergebnisse werden in der Diskussion mit Ihren entsprechenden Literaturwerten verglichen.

4 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir uns in diesem Versuch mit dem Phänomen der Induktion beschäftigt und diese anhand einer rotierenden Flachspule im homogenen Magnetfeld von einer Helmholtzspule untersucht.

Im ersten Schritt wurde das Induktionsgesetz verifiziert. Dazu haben wir erst die Induktionsspannung unter unterschiedlichen Rotationsfrequenzen der Flachspule untersucht und dessen Abhängigkeit grafisch dargestellt. Das magnetische Feld konnte über die Steigung einer angepassten linearen Funktion ermittelt werden: $B_{expDreh} = (3,48 \pm 0,03) \times 10^{-3} T$. Weiterhin wurde über die bekannte theoretische Formel des Magnetfeldes einer Helmholtzspule das theoretische magnetische Feld berechnet werden zu $B_{theo} = (3,79 \pm 0,08) \times 10^{-3} T$.

Daraufhin wurde nicht mehr die Drehfrequenz, sondern der Spulenstrom bei konstanter Drehfrequenz variiert und die Induktionsspannung gemessen. Die proportionale Beziehung zwischen beiden wurde dabei verifiziert.

Im zweiten Versuchsschritt wurde die Induktionsspannung in Abhängigkeit vom eingestellten Winkel der Flachspule gemessen, wobei eine Wechselspannung von $100 Hz$ angelegt wurde. Anhand der grafischen Darstellung der Messdaten kann man erkennen, dass eine Kosinusfunktion diese ziemlich genau beschreibt Abbildung 7, was die Theorie verifiziert hat.

Die Induktionsspannung wurde außerdem für unterschiedliche Wechselspannungen aufgezeichnet und eine weitere Messung des Stroms erlaubte es uns, den Frequenzgang des Widerstands aufzunehmen. Durch Anpassung einer linearen Funktion und Bestimmung dessen Steigung konnte die Induktivität zu $L = (1,922 \pm 0,011) \times 10^{-2} H$ bestimmt werden.

Im letzten Versuchsschritt haben wir uns für das Erdmagnetfeld interessiert. Über eine Messung der Induktionsspannung bei bekannter Frequenz und ausgeschaltetem Strom für die Helmholtz-Spule wurde der Betrag des Erdmagnetfeldes zu $B_{BetragErd} = (4,72 \pm 0,18) \times 10^{-5} T$ bestimmt. Durch eine Kompressionsmessung konnten weiterhin die horizontale Komponente des magnetischen Feldes zu $B_{horizontal} = (2,64 \pm 0,15) \times 10^{-5} T$ und die vertikale zu $B_{vertikal} = (5,01 \pm 0,23) \times 10^{-5} T$ bestimmt werden. Geometrische Überlegungen lieferten uns weiterhin den Inklinationswinkel der Erde $\alpha = (89,47 \pm 0,03)^\circ$.

4.1 Diskussion

Im folgenden werde ich die Ergebnisse des Versuches genauer untersuchen, deren Fehlerquellen kritisch kommentieren und einige Verbesserungsvorschläge der Durchführung präsentieren um diese zu minimieren.

Für die Sigma-Abweichung wird die übliche Formel von

$$\frac{|Wert1 - Wert2|}{\sqrt{Fehler1^2 + Fehler2^2}} \quad (35)$$

verwendet.

Im ersten Versuchsschritt haben wir bei der Verifikation des Induktionsgesetzes die Induktionsspannung gegen die Frequenz grafisch aufgetragen und über die Steigung des linearen Fits in Abbildung 4 das experimentelle Magnetfeld bestimmt. Dabei will ich anmerken, dass wir nach unserer Formel für die maximale Spannung (5) für eine Frequenz von $0 Hz$ auch eine entsprechende Spannung von $0 V$ erwarten. Dennoch sehen wir anhand Abbildung 4 dass der lineare Zusammenhang nur in gutem Masse gilt, wenn die lineare Funktion nicht genau

durch den Ursprung geht sondern die Ordinate etwas tiefer schneidet (die freie Konstante die der Funktion hinzugefügt wurde ergab nicht 0 sondern einen negativen Wert). Eine Anpassung mit einer linearen Funktion durch den Ursprung wurde dabei verworfen, da diese nicht durch die Messwerte geht. Das impliziert jedoch, dass bei einer verschwindenden Frequenz immer noch eine Induktionsspannung gemessen wird. Da alle Werte um diesen negativen Wert verschoben scheinen, liegt sehr wahrscheinlich ein systematischer Fehler bei der Frequenzmessung vor, sodass diese kleiner gemessen wird, als sie vermutlich ist. Dies könnte daran liegen, dass das Band, welches verwendet wurde, um den antreibenden Motor mit der Flachspule zu verbinden, nicht immer perfekt gespannt war, was zu Abweichungen geführt haben kann. Ein systematischer Fehler der Messung der Induktionsspannung wird dabei verworfen, da diese bei der Messung in Abhängigkeit des Spulenstroms gut messbar war, was daran erkannt werden kann, dass der lineare Fit in Abbildung 5 fast durch den Ursprung geht.

Zwischen dem experimentellen magnetischen Feld $B_{expDreh} = (3,48 \pm 0,03) \times 10^{-3} T$ und dem theoretischen $B_{theo} = (3,79 \pm 0,08) \times 10^{-3} T$ kommt es zu einer Sigma-Abweichung von 4σ , was überhalb der üblichen Signifikanzgrenze von 3σ liegt. Jedoch beträgt die absolute Abweichung $0,0003 T$ und ist damit ziemlich klein, weshalb die hohe Sigma-Abweichung vor allem darauf zurückführbar ist, dass einige Fehler wie die der Induktionsspannung und des Stromes zu niedrig eingeschätzt wurden. Weitere systematische Fehler könnten am Versuchsaufbau liegen. Beispielsweise geht die theoretische Formel für die Berechnung des Magnetfeldes davon aus, dass die Helmholtzspulen exakt parallel in einem Abstand von dem Radius angeordnet sind, was jedoch praktisch schwer realisierbar ist.

Im zweiten Versuchsschritt wurde die Induktionsspannung in Abhängigkeit vom Winkel aufgenommen. An die Messwerte wurde in Abbildung 6 die theoretisch dazu passende Kosinusfunktion angefittet, was sich im Nachhinein als sinnvoll herauskristallisiert hat, da die Messwerte ziemlich genau auf dem Kurvenverlauf liegen. Jedoch ist uns erst bei der Auswertung aufgefallen, dass die Anzahl an Messwerten relativ gering ist, weshalb für eine Verbesserung dieser Beobachtung kleinere Winkelschritte gewählt werden sollten. Damit könnte man die Theorie eindeutiger verifizieren.

Daraufhin wurde die Induktionsspannung und der Strom bei einer Änderung der Frequenz gemessen. Dabei kann man anhand Tabelle 4 des Messprotokolls erkennen, dass der Strom mit zunehmender Frequenz ebenfalls abnimmt. Dies kann dadurch erklärt werden, dass der Widerstand für höhere Frequenzen auch ebenfalls ein anderer ist, wie man in Abbildung 8 erkennen kann.

Im letzten Versuchsschritt wurden mehrere Größen des Erdmagnetfeldes erfasst: Betrag, Horizontalkomponente, Vertikalkomponente und Inklinationswinkel. Diese werden anschließend tabellarisch in Tabelle 1 mit ihrem Literaturwert verglichen. Die Literaturwerte wurden dabei der Quelle Helmholtz-Zentrum Potsdam: IRGF Declination-Calculator entnommen und wurden in Abbildung 9 noch einmal angegeben.

Dabei können wir sehen, dass der Betrag und die vertikale Komponente eine

	Ermittelter Wert	Literaturwert	Sigma
B_{Betrag}	$(4,72 \pm 0,18) \times 10^{-5} T$	$48908,7 nT$	1
B_{hor}	$(2,64 \pm 0,15) \times 10^{-5} T$	$20446,2 nT$	4
B_{ver}	$(5,01 \pm 0,23) \times 10^{-5} T$	$44429,9 nT$	2,5
Inklinationswinkel	$(89,47 \pm 0,03)^\circ$	65°	800

Tabelle 1: Vergleich der Erdmagnetfeldwerte mit den Literaturwerten

Komponente / Components	Wert / Value	Säkularvariation / Secular Variation
Deklination* / Declination*	$3^\circ 30'$	10.5 arcmin/year
Totalintensität / Total Intensity	48908.7 nT	52.3 nT/year
Inklination / Inclination	$65^\circ 17'$	0.9 arcmin/year
Horizontalintensität / Horizontal Intensity	20446.2 nT	10.1 nT/year
Nord-Komponente / North Component	20408.2 nT	6.2 nT/year
Ost-Komponente / East Component	1245.3 nT	62.7 nT/year
Vertikal Komponente / Vertical Component	44429.9 nT	52.9 nT/year

Abbildung 9: Literaturwerte vom Helmholtzzentrum Potsdam

Sigma-Abweichung aufweisen, welche unter der signifikanten 3σ -Schwelle liegt. Dies deutet auf eine korrekte Versuchsdurchführung hin und bestätigt die Theorie. Dabei ist jedoch auffällig das der Fehler des Betrages am kleinsten ist. Die Ursache hierfür liegt vermutlich darin, dass für den Betrag keine Kompensationsmessung durchgeführt werden musste. Vermutlich führt die Kompensation zu grösseren Fehlern.

Der Inklinationswinkel weist jedoch eine enorme Abweichung vom Literaturwert auf, welche nur durch einen wichtigen systematischen Fehler begründet werden kann. Dieser Fehler stammt nur von der horizontalen und vertikalen Komponente des Magnetfeldes. Wir vermuten, dass der Versuchsaufbau nicht genau genug in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet wurde. Hierfür wurde nämlich ein Kompass verwendet, der jedoch nicht sehr gut funktionierte, weshalb wir den Versuchsaufbau nicht grossartig gedreht haben, wobei wir im Nachhinein festgestellt haben, dass dies nötig gewesen wäre. Damit wurde nicht exakt die horizontale bzw. die vertikale Komponente gemessen, was zu einem fehlerhaften Inklinationswinkel führt. Dabei ist jedoch ebenfalls zu erwähnen, dass der Fehler der Kompensa-

tionsmessung deutlich höher abgeschätzt hätte werden sollen, da ein absoluter Fehler von $0,03^\circ$ einem prozentualen Fehler von 0,03% entspricht und damit sehr klein ist.

Insgesamt sind wir mit den Ergebnissen des Versuches zufrieden und konnten die vorab theoretischen Annahmen über die Induktion experimentell bestätigen.

5 Quellen und Python Code

- PAP 2.2 Anleitung der Universität Heidelberg
- Helmholtz-Zentrum Potsdam: IRGF Declination-Calculator (für die Literaturwerte)

April 8, 2024

1 Auswertung des Versuches 245: Induktion

1.0.1 Yago Obispo Gerster | mn304 | yago.obispo_gerster@stud.uni-heidelberg.de

```
[1]: #Importiere nützliche Module
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
import scipy.integrate as integrate
from scipy.stats import chi2

#Eigene Funktion um Vergleiche in Diskussion schneller zu durchführen
def literatur_Vergleich(name,mess,sig_mess,lit,sig_lit):
    print(name,": ")
    print("Absolute Abweichung: ",np.abs(mess-lit))
    print("Prozentualer Fehler ",np.abs(mess-lit)/mess)
    print("Sigma: ",np.abs(mess-lit)/np.sqrt(sig_mess**2 + sig_lit**2))
```

1.1 Aufgabe 1: Verifikation des Induktionsgesetzes

```
[2]: N_1 = 4000 #Windungszahl Induktionsspule
N = 124 #Windungszahl einer Helmholtz
r = 147e-3
A = 41.7e-4 #Fläche Induktionsspule in m^2
mu_0 = 4*np.pi*1e-7

#Spannung gegen Frequenz grafisch auftragen
f = np.array([3,6,9,12,15]) #Hz
sig_f = np.ones(5)*0.3 #Hz
U_1 = np.array([500e-3,1.5,2.6,3.72,4.92])#V
sig_U_1 = np.array([20e-3,0.1,0.1,0.04,0.04])#V
I = 5 #A
sig_I = 0.1

#Anpassung linearer Funktion
def linear(x,a,b):
```

```

    return a*x + b
popt,pcov = curve_fit(linear,f,U_1,sigma=sig_U_1,absolute_sigma=True)

#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(f,U_1,xerr = sig_f,yerr = sig_U_1,fmt="none",label="Messungen")
plt.grid()
x = np.linspace(0,15,1000)
plt.plot(x,linear(x,*popt),label="Fit")
plt.title("Spannung gegen Drehfrequenz der Flachspule")
plt.xlabel("Frequenz f [Hz]")
plt.ylabel("Spannung U [V]")
plt.legend()

plt.savefig("AAUgegenDreh.png",format="png")

m = popt[0]
sig_m = np.sqrt(pcov[0][0])
print("Steigung m: ",m,"+/-",sig_m)

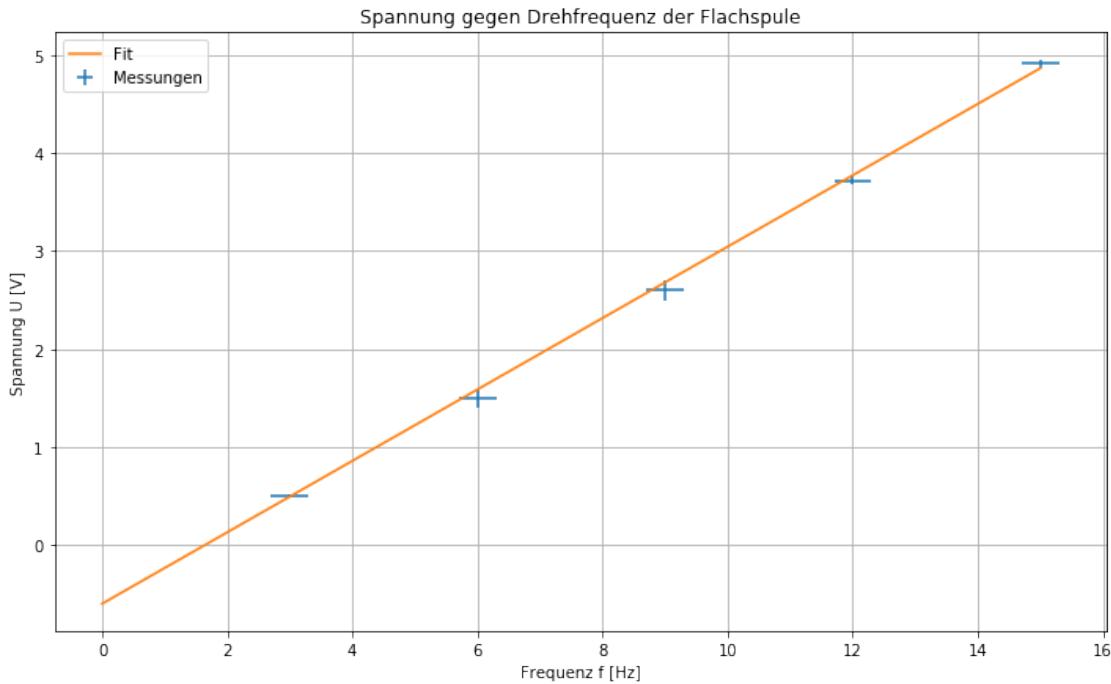
#Berechne B-Feld über Steigung
B = m/(2*np.pi*A*N_1)
sig_B = B*sig_m/m
print("B= ",B,"+/-",sig_B)

#Vgl mit den theoretisch zu erwartenden Werte
B_th = 8*mu_0*N*I/(np.sqrt(125)*r)
sig_B_th = B_th*sig_I/I
print("Btheo= ",B_th,"+/-",sig_B_th)

#Abweichung zwischen beiden
literatur_Vergleich("Ex und Theo B ",B,sig_B,B_th,sig_B_th)

```

Steigung m: 0.36471718878508896 +/- 0.003238852686366869
 B= 0.0034800085986646818 +/- 3.090404166557263e-05
 Btheo= 0.0037924441976557284 +/- 7.584888395311457e-05
 Ex und Theo B :
 Absolute Abweichung: 0.00031243559899104666
 Prozentualer Fehler 0.08978012270168864
 Sigma: 3.814699453448339

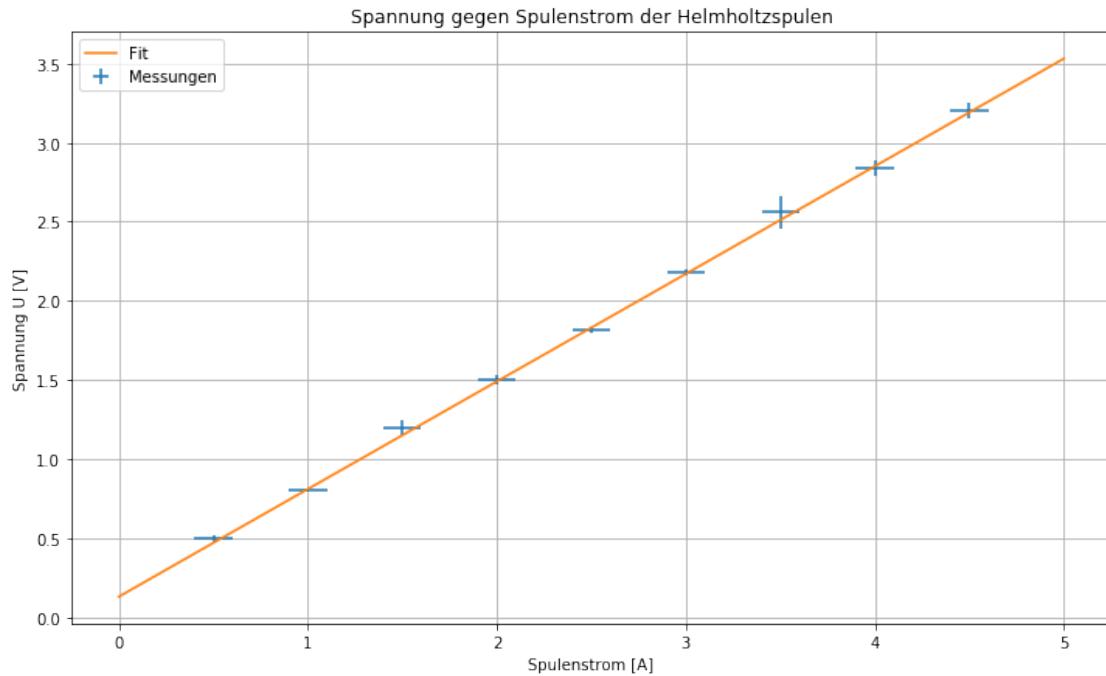


```
[3]: #Spannung gegen Spulenstrom
I = np.array([0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5])
sig_I = 0.1
U_M = np.array([0.5,0.8,1.2,1.5,1.82,2.18,2.56,2.84,3.20])
sig_U_M = np.array([0.02,0.01,0.05,0.03,0.02,0.02,0.1,0.05,0.05])

#Anpassung einer linearen Funktion
def linear(x,a,b):
    return a*x + b
popt,pcov = curve_fit(linear,I,U_M,sigma=sig_U_M,absolute_sigma=True)

#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(I,U_M,xerr = sig_I,yerr = sig_U_M,fmt="none",label="Messungen")
plt.grid()
x = np.linspace(0,5,1000)
plt.plot(x,linear(x,*popt),label="Fit")
plt.title("Spannung gegen Spulenstrom der Helmholtzspulen")
plt.xlabel("Spulenstrom [A]")
plt.ylabel("Spannung U [V]")
plt.legend()

plt.savefig("AAUgegenStrom.png",format="png")
```



1.2 Aufgabe 2: Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

```
[4]: #Gemessene Spannung als Funktion des Winkels grafisch auftragen
winkel = np.arange(0,390,30) #deg
sig_winkel = np.ones(13)*1
U_i = np.array([11.4,10,6,0,6,10,11.4,10,6,0.4,5.3,9.6,11.2]) #V
sig_U_i = np.ones(13)*0.1

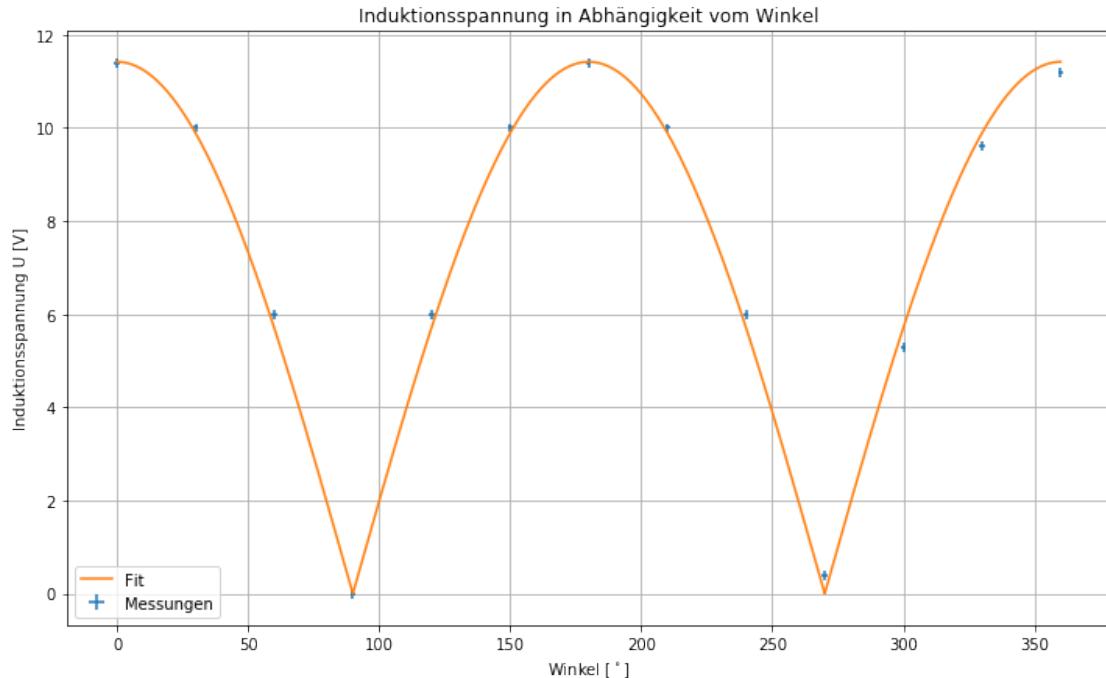
#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(winkel,U_i,xerr=sig_winkel,yerr =
             sig_U_i,fmt="none",label="Messungen")
plt.grid()
plt.title("Induktionsspannung in Abhängigkeit vom Winkel")
plt.xlabel("Winkel [°]")
plt.ylabel("Induktionsspannung U [V]")

#Anpassung einer Betragskosinusfunktion
def bcos(x,a):
    return a*np.abs(np.cos(np.radians(x)))
popt,pcov = curve_fit(bcos,winkel,U_i,sigma=sig_U_i,absolute_sigma = True)
x = np.linspace(0,360,10000)
plt.plot(x,bcos(x,*popt),label="Fit")

plt.legend()
```

```
plt.savefig("SpannungWinkel.png",format="png")
print("Fitparameter a: ",popt[0],"+/-",np.sqrt(pcov[0][0]))
```

Fitparameter a: 11.420657998562106 +/- 0.03779644737200502

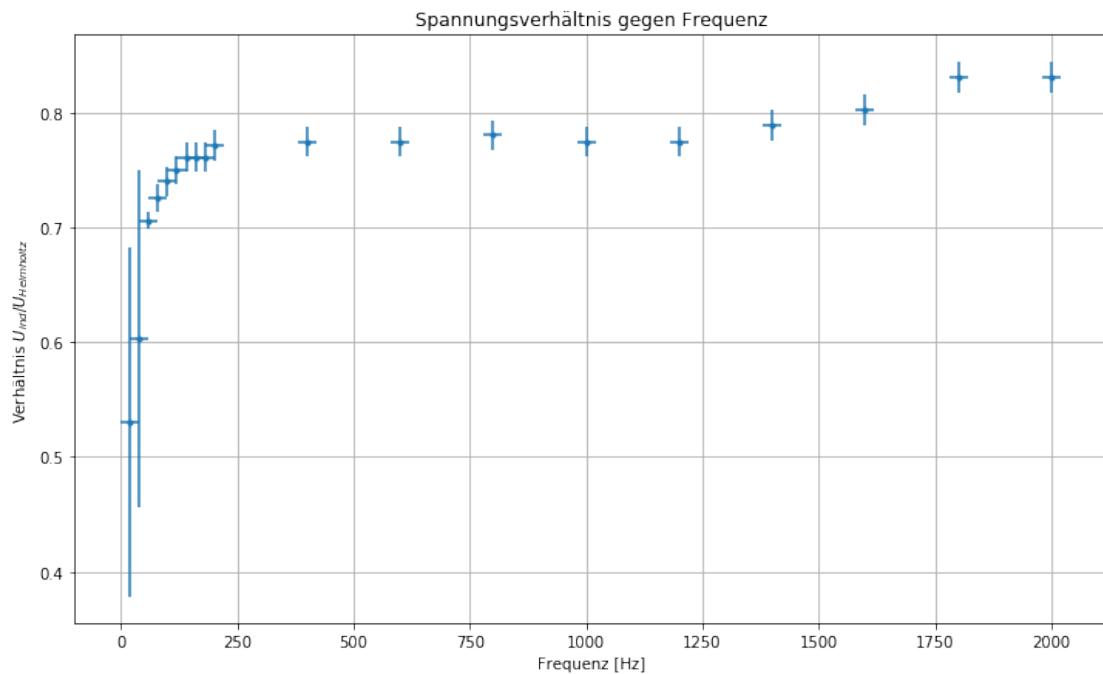


```

plt.grid()
plt.title("Spannungsverhältnis gegen Frequenz")
plt.xlabel("Frequenz [Hz]")
plt.ylabel("Verhältnis  $U_{ind}/U_{Helmholtz}$ ")

plt.savefig("IndAngFreq.png", format="png")

```



```

[6]: #Widerstand gegen Frequenz grafisch darstellen
R = U_i/I
sig_R = R*np.sqrt((sig_U_i/U_i)**2 + (sig_I/I)**2)

#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(f,R,xerr=sig_f,yerr =sig_R ,fmt=". ",label="Messungen")
plt.grid()
plt.title("Widerstand gegen Frequenz")
plt.xlabel("Frequenz [Hz]",size=10)
plt.ylabel("Widerstand  $R=U_{ind}/I$  [Ohm]",size=10)

#Anpassung einer linearen Funktion
def linear(x,a,b):
    return a*x + b

popt,pcov = curve_fit(linear,f,R,sigma=sig_R,absolute_sigma=True)
x = np.linspace(0,2000,10000)

```

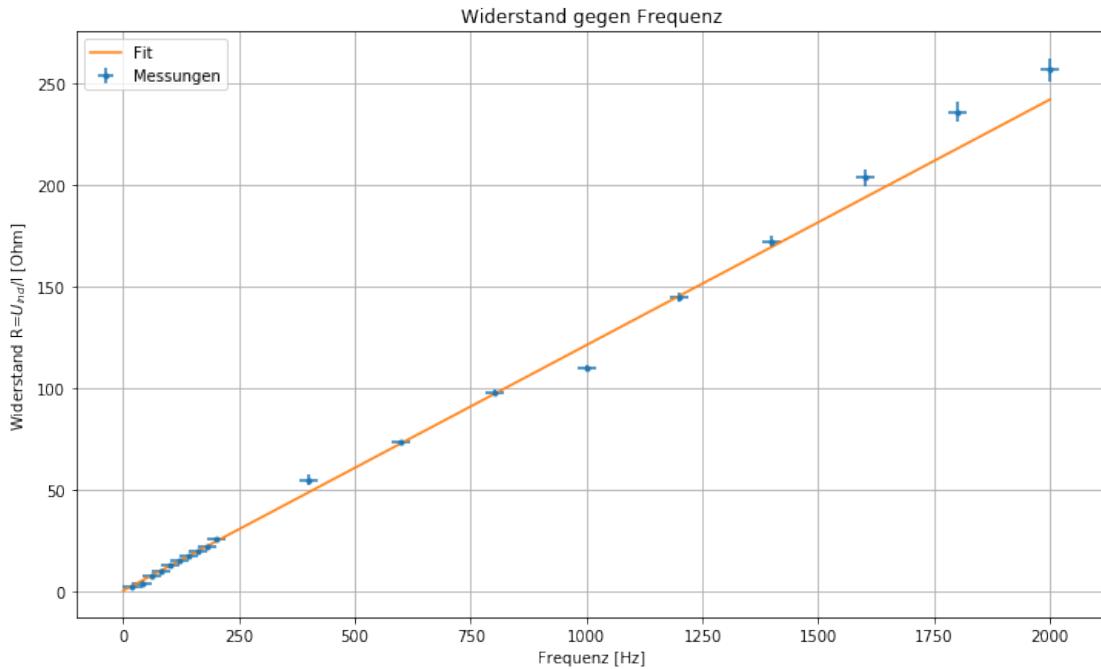
```

plt.plot(x,linear(x,*popt),label="Fit")
plt.legend()
plt.savefig("WidFreq.png",format="png")

print("Fitparameter: ",popt[0],"+/-",np.sqrt(pcov[0][0]))

```

Fitparameter: 0.1207644199476497 +/- 0.0006932774891673582



```

[7]: #Bestimmung der Induktivität
L = popt[0]/(2*np.pi)
sig_L = np.sqrt(pcov[0][0])/(2*np.pi)
print("L= ",L,"+/-",sig_L)

```

L= 0.01922025438429394 +/- 0.00011033853933532298

1.3 Aufgabe 3: Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation

```

[8]: #Bestimmung des Betrags des Erdmagnetfeldes ohne Kompensation
U_i = 270e-3 #V
sig_U_i = 10e-3
f = 27.3 #Hz
sig_f = 0.1

B_B = U_i/(N_1*A*4*np.pi*f)
sig_B_B = B_B*np.sqrt((sig_U_i/U_i)**2 + (sig_f/f)**2)

```

```

print("Betrag des Erdmagnetfeldes B= ",B_B,"+/-",sig_B_B)

#Bestimmung der vertikalen B-Feld-Komponente
I = 66e-3 #A
sig_I = 3e-3
B_ver = 8*mu_0*N*I/(np.sqrt(125)*r)
sig_B_ver = 8*mu_0*N*sig_I/(np.sqrt(125)*r)
print("Vertikales B= ",B_ver,"+/-",sig_B_ver)

#Bestimmung horizontale B-Feld-Komponente
U_R = 76e-3
sig_U_R = 4e-3
f = 27.5
sig_f = 0.5
B_hor = U_R/(2*np.pi*A*N_1*f)
sig_B_hor = B_hor*np.sqrt((sig_U_R/U_R)**2 +(sig_f/f)**2)
print("Horizontales B= ",B_hor,"+/-",sig_B_hor)

#Bestimmung Inklinationswinkel
alpha = np.rad2deg(np.arctan(np.rad2deg(B_ver/B_hor)))
sig_alpha = np.sqrt((B_hor*sig_B_ver/(B_hor**2 +B_ver**2))**2 + (B_ver*sig_B_hor/(B_hor**2 +B_ver**2))**2)
print("Inklinationswinkel ",alpha,"+/-",sig_alpha)

```

Betrag des Erdmagnetfeldes B= 4.7184049062740735e-05 +/- 1.7560833770592942e-06
Vertikales B= 5.006026340905562e-05 +/- 2.275466518593437e-06
Horizontales B= 2.6369687540841613e-05 +/- 1.468358732024741e-06
Inklinationswinkel 89.47325597533059 +/- 0.029639395984622414

[9]: #Vergleich mit Literaturwerten

```

literatur_Vergleich("Betrag ",B_B,sig_B_B,48908.7e-9,0)
literatur_Vergleich("Horizontal ",B_hor,sig_B_hor,20446.2e-9,0)
literatur_Vergleich("Vertikal ",B_ver,sig_B_ver,44429.9e-9,0)
literatur_Vergleich("Inklination ",alpha,sig_alpha,65,0)

```

Betrag :
Absolute Abweichung: 1.7246509372592666e-06
Prozentualer Fehler 0.03655156714011539
Sigma: 0.9821008272097742
Horizontal :
Absolute Abweichung: 5.923487540841612e-06
Prozentualer Fehler 0.22463245086492817
Sigma: 4.034087455368369
Vertikal :
Absolute Abweichung: 5.6303634090556205e-06
Prozentualer Fehler 0.11247170960824628
Sigma: 2.474377611381418

Inklination :

Absolute Abweichung: 24.473255975330588

Prozentualer Fehler 0.27352593474499587

Sigma: 825.7002264158103