

# Versuch 255: Röntgenspektrometer

Yago Obispo Gerster

6. März 2024

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Motivation</b>	<b>1</b>
1.1	Physikalische Grundlagen . . . . .	2
1.1.1	Funktionsweise einer Röntgenröhre und Bremsspektrum . . . . .	2
1.2	Charakteristisches Spektrum . . . . .	2
1.3	Bragg-Reflexion . . . . .	3
1.4	Periodische Struktur von Kristallen . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Messprotokoll</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
3.1	Röntgenspektrum mit LiF Kristall . . . . .	8
3.1.1	Bestimmung der Grenzwellenlänge und des Planckschen Wirkungsquantums . . . . .	8
3.1.2	Untersuchung der vier Linien . . . . .	11
3.1.3	Zählrate in Abhängigkeit der Spannung und Bestimmung von $h$ mit Isochromatenmethode . . . . .	13
3.2	Röntgenspektrum mit NaCl Kristall . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>17</b>
4.1	Diskussion . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Quellen</b>	<b>20</b>

## 1 Einleitung und Motivation

Das Ziel des Versuches besteht darin, uns mit der Funktionsweise des zur Verfügung gestellten Röntgenapparates vertraut zu machen. Dabei werden wir mithilfe von der Reflexion an zwei unterschiedlichen Kristallen das Röntgenspektrum einer Molybdän-Anode aufnehmen. Beim LiF-Kristall sollen beim Spektrum die  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Linien bestimmt werden, die Planck-Konstante abgeschätzt werden und die Abhängigkeit der Intensität der Röntgenstrahlung von der Spannung untersucht werden.

Beim zweiten NaCl-Kristall sollen die Gitterkonstante des Kristalls und die Avogadro-Zahl  $N_A$  bestimmt werden.

## 1.1 Physikalische Grundlagen

### 1.1.1 Funktionsweise einer Röntgenröhre und Bremspektrum

Um Röntgenstrahlung zu erzeugen kann zum Beispiel eine *Röntgenröhre* verwendet werden (siehe Abbildung 1 und Bild im Messprotokoll). Sie besteht aus

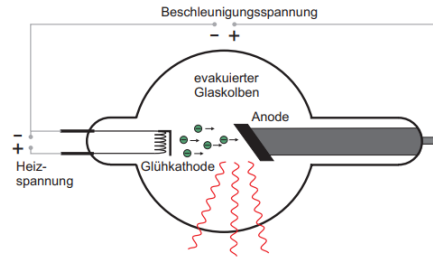


Abbildung 1: Röntgenröhre (Quelle Praktikumsanleitung V255 Seite 2)

einem evakuierten Glaskolben mit zwei Elektroden. Die Kathode erzeugt über den glühelektrischen Effekt Elektronen, welche durch Anlegen einer Beschleunigungsspannung zur Anode hin beschleunigt werden.

Beim Aufprall der Elektronen auf die Anode werden diese durch das Coulombfeld der Atome abgebremst und verlieren dadurch Energie, welche in Form von elektromagnetischen Wellen abgegeben wird. Dieses aufgrund des unterschiedlich grossen Energieverlustes der Elektronen kontinuierliches Spektrum wird als *Bremspektrum* bezeichnet. Dieses Bremspektrum setzt aber erst ab einer Grenzwellenlänge  $\lambda_{gr}$  ein, was über die Energieerhaltung erklärt werden kann (die Spannung  $U$  definiert einen maximalen Energiewert auf den die Elektronen beschleunigt werden können:

$$E = eU = h\nu_{gr} = h\frac{c}{\lambda_{gr}} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{gr} = \frac{hc}{eU} \quad (2)$$

Dabei bezeichnet  $e$  die Elementarladung,  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit.

## 1.2 Charakteristisches Spektrum

Neben dem Bremspektrum kann ebenfalls ein *charakteristisches Spektrum* beobachtet werden, welches vom gewählten Anodenmaterial abhängig ist. Die Elektronen können nämlich die Anodenatome auch ionisieren, indem diese ein

Elektron aus einer Schale schlagen und damit ein Elektron aus einer höher liegenden Schale auf diese herabfällt und dabei Energie in Form von Röntgenquanten abgibt.

Daher dass die möglichen Übergänge in Atomen nach der Quantenmechanik diskret sind, ist entsprechend das charakteristische Spektrum diskret. Übergänge die auf die innerste Schale stattfinden nennt man K-Serie. Insbesondere bezeichnet man die emittierte Strahlung beim Übergang von der L zur K-Schale als  $K_\alpha$  Strahlung und die von der M auf die K Schale als  $K_\beta$ -Strahlung.

Die Energie der charakteristischen Linien ist durch das Moseley'sche Gesetz gegeben. Dabei gilt bei einem Übergang von der  $n$ ten zur  $m$ ten Schale (Hauptquantenzahlen):

$$E_{n \Rightarrow m} = hcR_\infty (Z - A)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3)$$

wobei  $R_\infty = 1,097 \times 10^7 m^{-1}$  die Rydbergkonstante,  $Z$  die Kernladungszahl und  $A$  die sogenannte Abschirmungskonstante, welche die Abschirmung der Kernladung durch die Elektronen berücksichtigt, bezeichnen. Für die  $K_\alpha$  Strahlung gilt näherungsweise  $A \approx 1$  und damit:

$$E_{2 \Rightarrow 1} = \frac{3}{4} hcR_\infty (Z - 1)^2 \quad (4)$$

Das Moseleysche Gesetz liefert Energien, die jedoch schwach von den Literaturwerten abweichen, da dieses nur die Hauptquantenzahlen berücksichtigt und nicht eine mögliche weitere Feinstruktur, bei welcher weiter eine Spinquantenzahl und Drehimpulsquantenzahl berücksichtigt werden müssen. Die  $K_\alpha$ -Linie müsste sich beispielsweise in eine Doppellinie aufteilen. Da dieser Effekt jedoch nur mit hochauflösenden Spektrometern beobachtet werden kann, bleibt er in diesem Versuch unbemerkbar.

### 1.3 Bragg-Reflexion

Bei der Spektroskopie verwendet man üblicherweise die Dispersion an einem Prisma oder die Beugung an einem optischen Gitter um das Spektrum zu analysieren. Beide Methoden sind bei Röntgenstrahlung nicht zielführend, da bei der Dispersion der Brechungsindex keine starke Abweichung von der Eins zeigt und im Falle der Beugung ein Gitter benötigt wird, welches in der Größenordnung von der Wellenlänge liegt. Bei Röntgenstrahlung sind die Wellenlängen jedoch so klein, dass es schwierig ist, technisch ein solches Gitter zu konstruieren.

Stattdessen muss ein "natürliches Gitter" verwendet werden wie z.B. ein Kristall, bei welchem man rausgefunden hat, dass die Atome in diesem regelmässig angeordnet sind.

Insgesamt wird die Röntgenbeugung an Kristallen als *Bragg-Reflexion* bezeichnet. Trifft Strahlung unter einem Winkel  $\theta$  auf ein Drehkristall, so kommt es auf den unterschiedlich tiefen Netzebenen des Kristalls zur Reflexion (siehe Abbildung 2). Die reflektierten Strahlen besitzen einen Gangunterschied  $\Delta s$ . Ent-

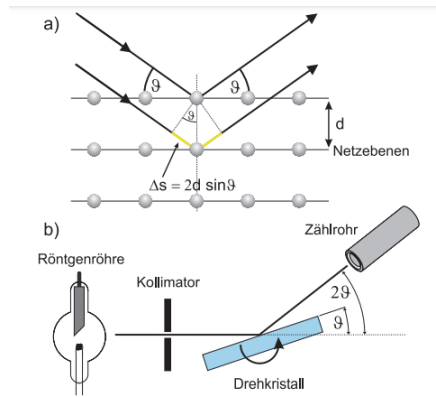


Abbildung 2: Bragg-Reflektion an unterschiedlichen Netzebenen (Quelle Praktikumsanleitung V255 Seite 4)

spricht dieser einem Vielfachen der Wellenlänge, so kommt es zur konstruktiven Interferenz und ansonsten kommt es zur Abschwächung. Bei einem Netzebenenabstand (Eigenschaft des Kristalls)  $d$  gilt für den Gangunterschied aus geometrischen Überlegungen  $\Delta s = 2d \sin \theta$  und entsprechend das *Braggsche Gesetz*:

$$2d \sin \theta = n \lambda \quad n \in \mathbb{N} \quad (5)$$

Hieran erkennen wir, dass die gemessene Strahlungsintensität unter einem Winkel  $\theta$  nur von der Wellenlänge und den Gittereigenschaften abhängig ist. Misst man die Intensität unter unterschiedlichen Winkeln beim gleichen Kristall (Drehkristallmethode), so kann das Röntgenspektrum also aufgenommen werden. Sind die Wellenlängen bekannt, so können Rückschlüsse auf winzige Kristallstrukturen gemacht werden, welche für Forschung und Industrie von grosser Bedeutung sind.

## 1.4 Periodische Struktur von Kristallen

Kristalle sind streng periodisch aufgebaut. Dabei bezeichnet man die kleinste periodisch sich wiederholende Struktur als *Elementarzelle*. Bei LiF und NaCl sind diese insbesondere kubisch und die Kristalloberfläche ist parallel zur Elementarzellenseite ausgerichtet, weshalb der Netzebenenabstand genau der halben Gitterkonstante  $\frac{a}{2}$  entspricht.

Weiterhin kann die Avogadro-Konstante  $N_A$  bestimmt werden, indem das Volumen der Elementarzelle und die Atome die ihr angehören bekannt sind. Dabei lässt sich das Volumen einfach mit der Gitterkonstanten bestimmen. Für die Anzahl an Atomen ist das Verfahren nicht so simpel, da man beachten muss dass einige Atome in mehreren Elementarzellen liegen können. Berücksichtigt man dies indem man für jede Atomart die Anzahl an Atomen durch die Anzahl an Zellen dividiert in welcher sich ein Atom dieser Art gleichzeitig befindet und

summiert dies für beide Atomarten auf, so erhält man für die Gesamtanzahl der Atome einer Elementarzelle für Chlor (Fluor) 4 Atome und für Natrium (Lithium) ebenfalls 4 Atome.

Entsprechend kann die Avogadro-Konstante mit

$$N_A = \frac{4V_{mol}}{V} \quad (6)$$

bestimmt werden, wobei  $V_{mol}$  das Molvolumen und  $V$  das Volumen einer Elementarzelle beschreiben.

Das Volumen entspricht für unsere Kristalle dem Volumen eines Einheitsquaders mit Seitenlänge  $a = 2d$ , wobei  $a$  die Gitterkonstante und  $d$  der Netzebenenabstand ist. Es ergibt sich:

$$V = a^3 = (2d)^3 \quad (7)$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{4V_{mol}}{(2d)^3} = \frac{M_{mol}}{2\rho d^3} \quad (8)$$

mit dem Molgewicht  $M_{mol}$  und der Dichte  $\rho$ , welche als Kristallgrößen der Literatur entnommen werden können.

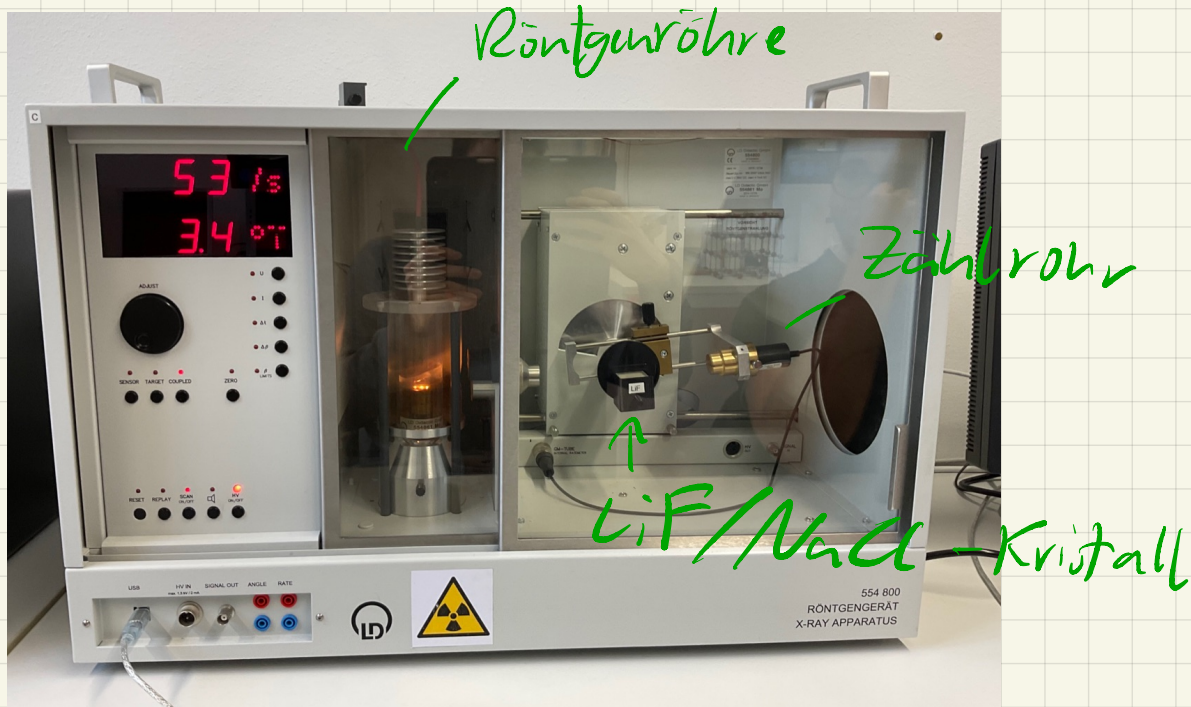
## 2 Messprotokoll

# Versuch 255: Röntgenspektrometer

Yago Obispo Genter  
Lennart Bederke

Betreuerin: Lena Kue  
27. Feb. 9-12

## Versuchsaufbau



## Skizze 1: Röntgengerät

(1) Im ersten Schritt wird das Röntgenreflektionsspektrum eines LiF-Kristalls aufgezeichnet mit

$$U = 35 \text{ kV} \quad I = 7 \text{ mA} \quad t = 5 \text{ s}$$

$$\Delta\beta = 0,2^\circ \quad \beta_{\text{Anfang}} = 3^\circ \quad \beta_{\text{Ende}} = 22^\circ$$

Die  $K_\beta$  und  $K_\alpha$  Linien sollen genauer untersucht werden  
Grob:  $\beta_{\text{Anfang}} = 8,4^\circ \quad \beta_{\text{Ende}} = 10,8^\circ$

$$\Delta\beta = 0,1^\circ \quad t = 20 \text{ s}$$

(2) Zählrate wird in Abhängigkeit von der Spannung bei  $75^\circ$  aufgezeichnet  
 20 - 35 kV in Schritten 1 kV  
 und Messzeit 20 s

V [kV]	Zählrate [ $\frac{1}{s}$ ]	V [kV]	Zählrate [ $\frac{1}{s}$ ]
20	1,20	28	293,9
21	1,80	29	342,3
22	2,95	30	390,1
23	5,45	31	428,7
24	54,70	32	477,1
25	127,3	33	516,6
26	187,4	34	556,1
27	242,6	35	603,0

Tabelle 1: Zählrate in Abhängigkeit der Spannung

(3) Wiederholung der Messungen für NaCl Kristall unter Wahl von Winkelbereich  $3 - 18^\circ$

Lea

## 3 Auswertung

### 3.1 Röntgenspektrum mit LiF Kristall

#### 3.1.1 Bestimmung der Grenzwellenlänge und des Planckschen Wirkungsquantums

Im ersten Schritt des Versuches wurde das Röntgenspektrum der Molybdän-Anode mithilfe eines LiF-Kristalls aufgenommen. Für die Spannung und Strom wurden  $U = 35kV$  und  $I = 1mA$  eingestellt, die Zeit auf  $t = 5s$  gesetzt und in Winkelabständen von  $\Delta\beta = 0,2^\circ$  der Bereich zwischen  $3^\circ$  und  $22^\circ$  gescannt. Dabei erhalten wir das in Abbildung 3 dargestellte Spektrum für unterschiedliche Winkel. Dabei wurde für den Fehler der Zählraten immer die Wurzel der

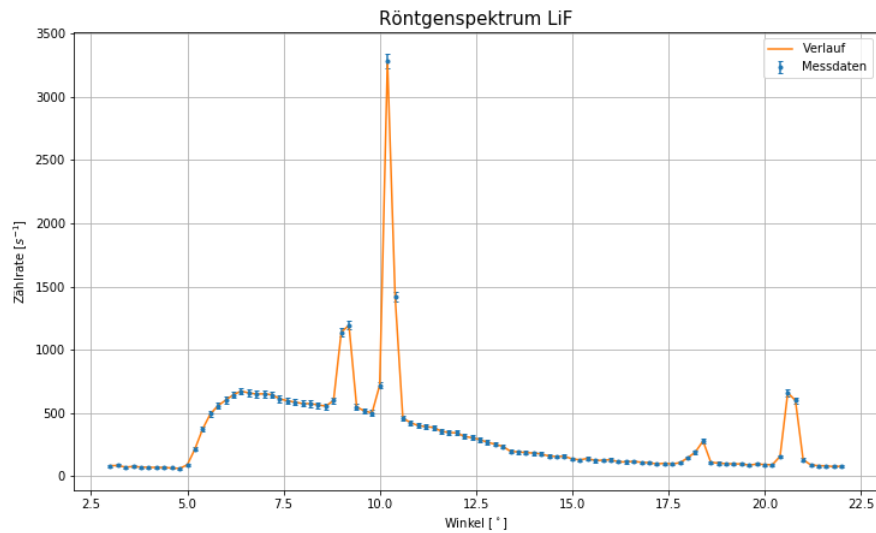


Abbildung 3: Gesamtes Röntgenspektrum mit LiF Kristall

gemessenen Werte berücksichtigt.

Wir beobachten die Überlagerung des Bremsspektrums mit dem charakteristischen Spektrum der Molybdän-Anode. Dabei kann man beobachten, dass das Bremsspektrum erst ab einem Grenzwinkel und seiner dazugehörigen Grenzwellenlänge eintreten, was bereits in den Grundlagen über die maximale Energie die durch die Spannung definiert ist erklärt wurde. Diese Grenzwellenlänge soll zunächst bestimmt werden.

Am kurzwelligen Ende des Spektrums kann man dabei einen nahezu linearen Anstieg erkennen, weshalb ich an diesen Bereich zunächst mit der Python-Funktion *curve\_fit* eine Gerade anpassen werde (siehe Abbildung 4). Wenn nun der Schnittpunkt dieses linearen Anteils mit der Untergrundzählrate (eine kon-



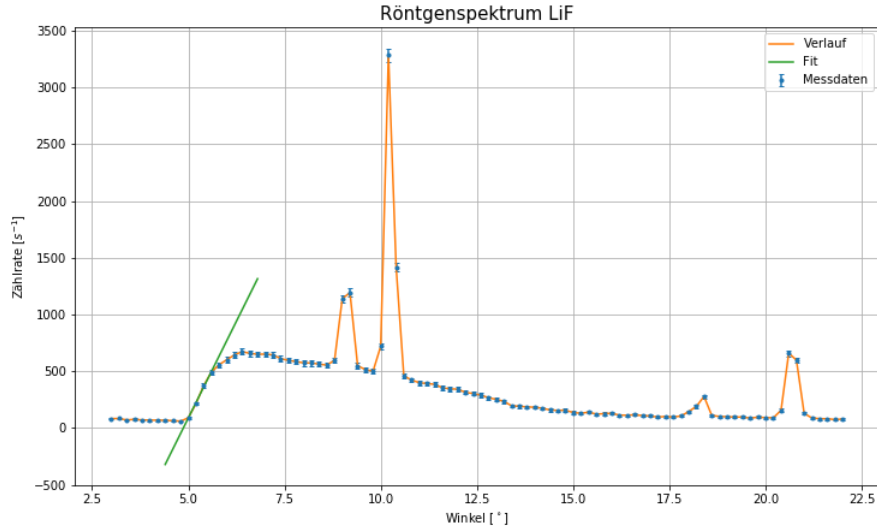


Abbildung 4: Geradenanpassung an kurzwelligen linearen Anstieg

stante Funktion) gebildet wird, dann erhalten wir unseren gesuchten Grenzwinkel. Deshalb wird eine konstante Funktion den Werten unterhalb der Grenze angepasst (Abbildung 5). Für die Fitparameter der Gerade  $y = ax + b$  und der konstanten Funktion  $y = c$  erhalte ich:

$$a = (681 \pm 26) \frac{1}{s^\circ} \quad (9)$$

$$b = (-3320 \pm 60) \frac{1}{s} \quad (10)$$

$$c = (72 \pm 8) \frac{1}{s} \quad (11)$$

Damit gilt für den Schnittpunkt:

$$c = ax_{gr} + b \quad (12)$$

$$\Leftrightarrow x_{gr} = \frac{c - b}{a} \quad (13)$$

$$\Delta x_{gr} = \sqrt{\left(\frac{\Delta c}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a(c - b)}{a^2}\right)^2} \quad (14)$$

$$\Rightarrow x_{gr} = (4,97 \pm 0,21)^\circ \quad (15)$$

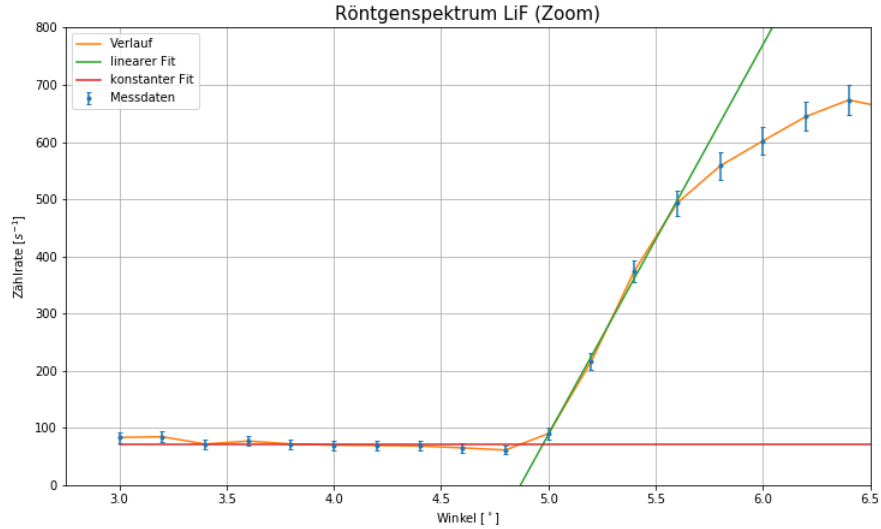


Abbildung 5: Schnittpunktbestimmung (eingezoomtes Spektrum LiF)

Unter Ausnutzung des Braggschen Gesetzes (5) und  $n = 1$ ,  $d = 201,4 \text{ pm}$  (laut Praktikumsanleitung) kann die Grenzwellenlänge über

$$\lambda_{gr} = 2d \sin x_{gr} \quad (16)$$

$$\Delta \lambda_{gr} = \sqrt{(2\Delta d \sin x_{gr})^2 + (2d \cos x_{gr} \Delta x_{gr})^2} \quad (17)$$

bestimmt werden. Ich erhalte:

$$\lambda_{Gr} = (34,9 \pm 1,5) \text{ pm} \quad (18)$$

Mit diesem Ergebnis kann das Planksche Wirkungsquantum nach (2) bestimmt werden zu

$$h = \frac{eU \lambda_{gr}}{c} \quad (19)$$

$$\Delta h = h \cdot \frac{\Delta \lambda_{gr}}{\lambda_{gr}} \quad (20)$$

wodurch ich folgendes Ergebnis erhalte:

$$h = (6,53 \pm 0,27) \times 10^{-34} \text{ Js} \quad (21)$$

Das Ergebnis wird in der Diskussion mit dem Literaturwert verglichen. Weiterhin kann berechnet werden, ab welchem Winkel das Spektrum zweiter

Ordnung einsetzt, wofür nach dem Braggschen Gesetz mit  $n = 2$  wieder

$$x_2 = \arcsin\left(\frac{\lambda_{gr}}{d}\right) \quad (22)$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{gr}}{d}\right)^2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda_{gr}}{d}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_{gr} \Delta d}{d^2}\right)^2} \quad (23)$$

gilt. Wobei wir

$$x_2 = (10,0 \pm 0,4)^\circ \quad (24)$$

erhalten.

### 3.1.2 Untersuchung der vier Linien

Zunächst wollen wir uns mit den  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Linien genauer befassen und deren Wellenlängen in beiden Ordnungen bestimmen. Dazu haben wir im zweiten Teil des Versuches, anhand des gesamten Spektrums grob abgeschätzt, wo die  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Linien erster Ordnung liegen und dann die Messung in diesem Winkelbereich unter Winkelschritten von  $\Delta\beta = 0,1^\circ$  und 10s Messzeit. Trägt man die gemessene Zählrate als Funktion des Winkels für die Peaks erster Ordnung auf, so erhält man den Verlauf in Abbildung 6. Über das Braggsche Gesetz können

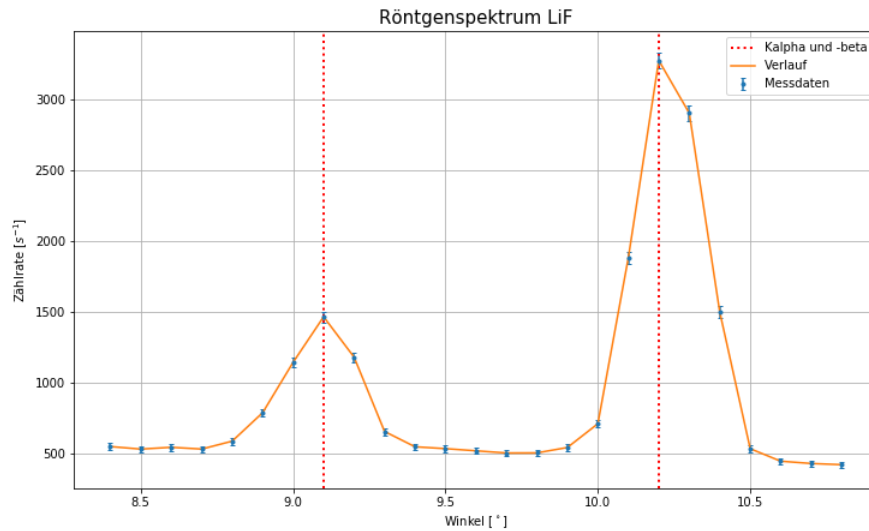


Abbildung 6: Bestimmung der Wellenlänge in erster Ordnung (LiF)

die Wellenlängen berechnet werden (Gleichung 5). Dabei erhalte ich:

$$\lambda_{\beta} = (63,7 \pm 0,7)pm \quad (25)$$

$$\lambda_{\alpha} = (71,3 \pm 0,7)pm \quad (26)$$

$$(27)$$

Dabei wurde der Fehler über das Messintervall für den Winkel abgeschätzt. Das gleiche Verfahren kann für die Wellenlängen zweiter Ordnung wiederholt werden. Leider haben wir während des Versuches nur eine genaue Aufnahme für die Linien erster Ordnung aufgenommen, weshalb die für die zweite Ordnung anhand vom Gesamtspektrum abgeschätzt werden müssen. Der Verlauf der Zählrate in Abhängigkeit vom Winkel wurde in Abbildung 7 dargestellt. Für die Wellenlängen wurde dieses Mal ein Fehler von  $\Delta\beta = 0,2^\circ$  verwendet,

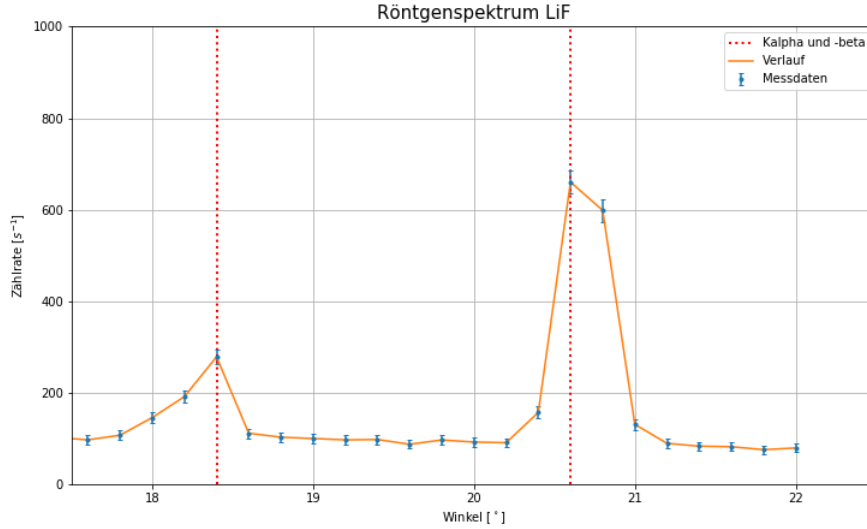


Abbildung 7: Bestimmung der Wellenlängen zweiter Ordnung (LiF)

da dies der Winkelabstand bei der Aufnahme des Gesamtspektrums war. Ich erhalte:

$$\lambda_{\beta} = (63,6 \pm 0,7)pm \quad (28)$$

$$\lambda_{\alpha} = (70,9 \pm 0,7)pm \quad (29)$$

Dabei wird im Anschluss der Mittelwert aus den beiden Ordnungen gebildet:

$$\lambda_{\beta} = (63,6 \pm 0,5)pm \quad (30)$$

$$\lambda_{\alpha} = (71,1 \pm 0,5)pm \quad (31)$$

Weiter soll für die erste Ordnung die Halbwertsbreite der  $K_\alpha$  Linie bestimmt werden, d.h. die Breite der Linie in halber Höhe. Dazu fitte ich dem Peak eine Gaussfunktion an, erhalte über den Fitparameter  $\sigma$  und kann daraus mit

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma \quad (32)$$

$$\Delta FWHM = FWHM \frac{\Delta\sigma}{\sigma} \quad (33)$$

die Halbwertsbreite berechnen (mit obiger Formel kann allgemein die Halbwertsbreite einer Gaussfunktion mit Standardabweichung  $\sigma$  berechnet werden). Dadurch erhalte ich:

$$FWHM = (0,258 \pm 0.008)^\circ \quad (34)$$

### 3.1.3 Zählrate in Abhängigkeit der Spannung und Bestimmung von $h$ mit Isochromatenmethode

Unter einem festen Winkel von  $\beta = 7,5^\circ$  wurde die Zählrate für unterschiedliche Spannungen in einem Bereich von 20 bis 35kV aufgezeichnet. Für die Spannungen wurde weiterhin ein Fehler von 0,5kV berücksichtigt.

Zunächst soll die Einsatzspannung bestimmt werden, d.h. die Spannung oberhalb derer Quanten beobachtet werden können.

Dazu wird die Zählrate in Abhängigkeit von der Spannung grafisch aufgetragen (Abbildung 8). Dabei können wir erkennen, dass diese anfangs nahe  $0\frac{1}{s}$  liegt, was auch mit unseren Erwartungen übereinstimmt, da für zu kleine Spannungen die minimal benötigte Energie nicht erreicht wird um Quanten beobachten zu können. Ab einer gewissen Spannung jedoch, steigt die Zählrate linear. Entsprechend muss eine Gerade den linearen Teil der Messwerte angepasst werden und die Nullstelle dieser Gerade verrät uns damit die Einsatzspannung. Um die Nullstelle zu bestimmen geht man wie folgt vor:

$$0 = aU + b \quad (35)$$

$$\Leftrightarrow U = -\frac{b}{a} \quad (36)$$

$$\Delta U = U \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2} \quad (37)$$

Für die Einsatzspannung erhalten wir:

$$U = (22,2 \pm 1,0)kV \quad (38)$$

Deshalb haben wir in erstem Schritt das Spektrum bei 35kV aufgenommen, da diese Spannung deutlich über der Einsatzspannung liegt und somit die Energien ausreichend gross sind.

Mit der Einsatzspannung kann jetzt erneut das Plancksche Wirkungsquantum

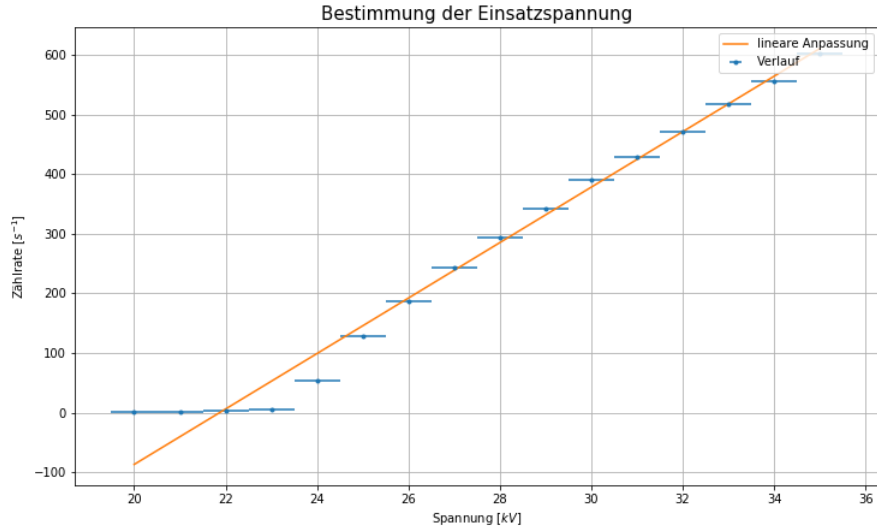


Abbildung 8: Bestimmung der Einsatzspannung

$h$  bestimmt werden.

$$h = \frac{\lambda e U}{c} \quad (39)$$

$$\Delta h = h \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \quad (40)$$

Dafür benötigen wir die Wellenlänge bei  $7,5^\circ$ , welche über die Bragg-Bedingung bestimmt werden kann. Ich erhalte damit

$$h_2 = (6,24 \pm 0,27) \times 10^{-34} \text{ Js} \quad (41)$$

### 3.2 Röntgenspektrum mit NaCl Kristall

Im letzten Versuchsteil wurde analog zum ersten Teil das Gesamtspektrum zwischen einem Winkel von  $3 - 18^\circ$  der Molybdän-Anode aufgenommen. Dieses Mal wurde jedoch anstelle eines LiF-Kristalls ein NaCl-Kristall verwendet.

Aus dem Spektrum wollen wir erneut die  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Linien bestimmen. Dazu plote ich wieder erst einmal das Spektrum in Abbildung 9. Um anschliessend die Peaks identifizieren zu können, müssen wir in dieses Spektrum reinzoomen (siehe Abbildung 10 und Abbildung 11) Damit erhalten wir für die Peaks fol-

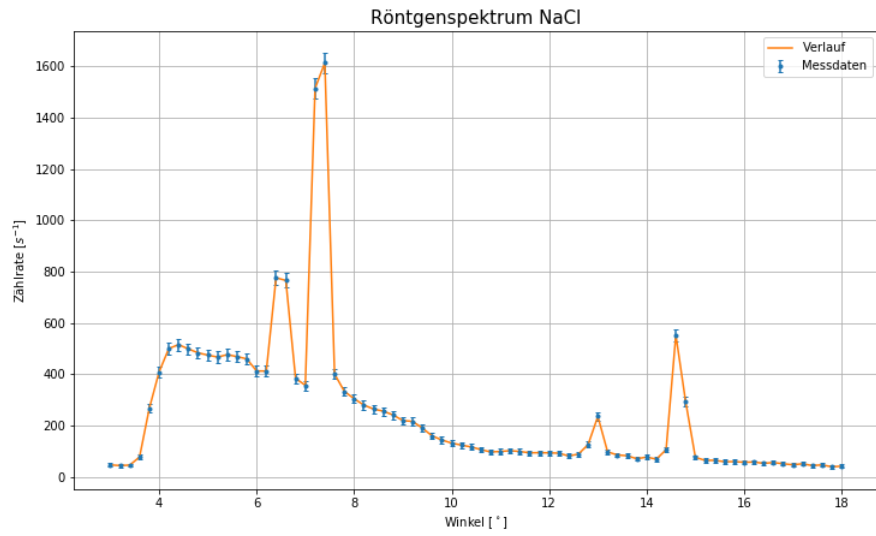


Abbildung 9: Gesamtes Molybdänspektrum mit NaCl-Kristall

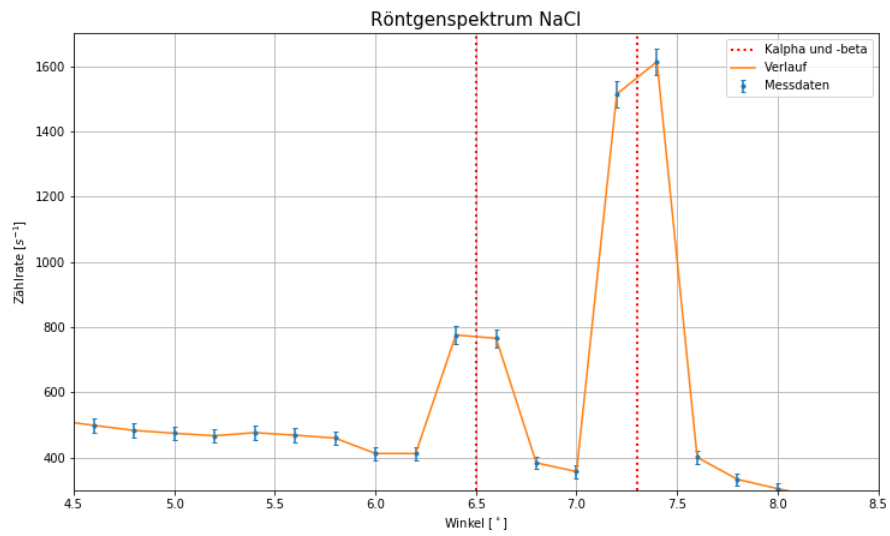


Abbildung 10: Bestimmung der Peaks erster Ordnung

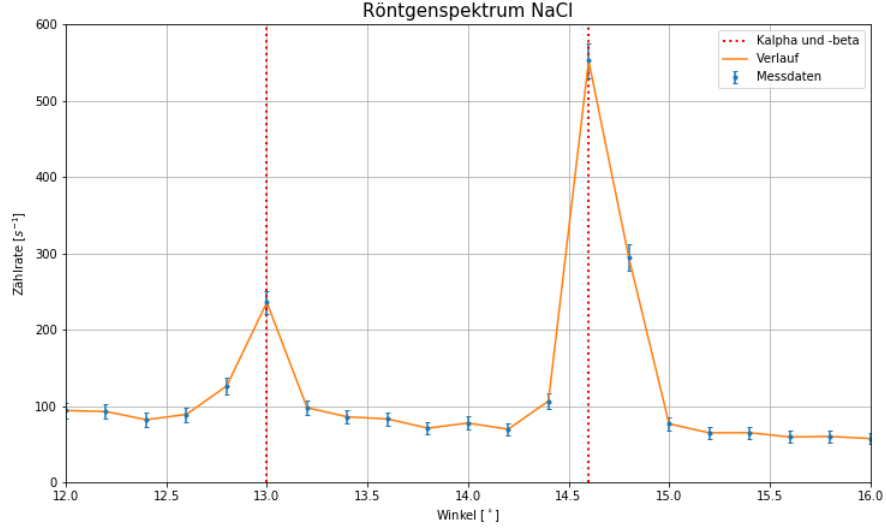


Abbildung 11: Bestimmung der Peaks zweiter Ordnung

gende Winkel:

$$K_{\alpha 1} : (7,3 \pm 0,5)^{\circ} \quad (42)$$

$$K_{\beta 1} : (6,5 \pm 0,5)^{\circ} \quad (43)$$

$$K_{\alpha 2} : (14,6 \pm 0,5)^{\circ} \quad (44)$$

$$K_{\beta 2} : (13,0 \pm 0,5)^{\circ} \quad (45)$$

Mit diesen und den Wellenlängen aus dem ersten Teil (1b) lässt sich die Gitterkonstante einfach über

$$g = \frac{n\lambda}{2\sin\theta} \quad (46)$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{n * \Delta \lambda}{2\sin\theta}\right)^2 + \left(\frac{n\Delta\theta\lambda\cos\theta}{2\sin\theta}\right)^2} \quad (47)$$

berechnen. Diese müssen noch um den Faktor zwei multipliziert werden, da dies uns nur den Netzebenenabstand geliefert hat. Insgesamt erhalte ich dabei für jeden Winkel eine Gitterkonstante (siehe Python-Skript), d.h. insgesamt 4 Gitterkonstanten. Wenn man aus diesen den Mittelwert bildet, so erhalte ich

$$g = (5,63 \pm 0,05) \times 10^{-10}m \quad (48)$$



Mit der Gitterkonstante kann auch die Avogadro-Konstante bestimmt werden:

$$N_A = \frac{4M_{mol}}{\rho g^3} \quad (49)$$

$$\Delta N_A = N_A \cdot \frac{3\Delta g}{g} \quad (50)$$

Unter Ausnutzung dieser Formeln erhalte ich:

$$N_A = (6,06 \pm 0,15) \times 10^{23} \frac{1}{mol} \quad (51)$$

## 4 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir uns in diesem Versuch mit der Aufnahme des Bremsspektrums und des charakteristischen Spektrums von Molybdän mit einem Röntgenapparat beschäftigt. Dabei haben wir zur Aufnahme des Spektrums die Braggsche Reflexion von Röntgenstrahlen an Kristallen ausgenutzt. Für die Kristalle wurde einmal ein LiF und einmal ein NaCl-Kristall verwendet.

Beim LiF-Kristall haben wir als erstes die Grenzwellenlänge bestimmt, indem wir das Spektrum, d.h. die Zählrate als Funktion des Winkels des Zählrohrs, grafisch aufgetragen haben und den linearen Anstieg am kurzwelligen Ende bis zum Untergrund extrapoliert haben. Mit dem Braggschen Gesetz konnte dem Winkel eine eindeutige Wellenlänge zugeordnet werden. Als Ergebnis erhalten wir  $\lambda_{Gr} = (34,9 \pm 1,5)pm$ . Da die Beschleunigungsspannung bekannt war konnte über einen Energieansatz auch das Plancksche Wirkungsquantum zu  $h = (6,53 \pm 0,27) \times 10^{-34}Js$  bestimmt werden und ebenfalls der Winkel ab welchem das Spektrum zweiter Ordnung einsetzt  $x_2 = (10,0 \pm 0,4)^\circ$ .

Im zweiten Schritt haben wir die einzelnen Ordnungsabschnitte genauer betrachtet und dabei die Wellenlängen der Peaks bestimmt. Bildet man den Mittelwert aus beiden Ordnungen so erhält man  $\lambda_\alpha = (71,1 \pm 0,5)pm$  und  $\lambda_\beta = (63,6 \pm 0,5)pm$ . Weiter konnte die Halbwertsbreite des  $K_\alpha$ -Peaks in der ersten Ordnung zu  $FWHM = (0,258 \pm 0,008)^\circ$  bestimmt werden, indem diesem Peak eine Gaußkurve angepasst wurde und der Fitparameter der Standardabweichung ausgenutzt wurde. Anschliessend haben wir unter einem festen Winkel von  $7,5^\circ$  die Zählrate für unterschiedliche Spannungen gemessen und diese grafisch aufgetragen. Indem der lineare Anteil zu einer Zählrate von 0 extrapoliert wurde, konnte die Einsatzspannung zu  $U = (22,2 \pm 1,0)kV$  bestimmt werden und damit erneut das Plancksche Wirkungsquantum zu  $h_2 = (6,24 \pm 0,27) \times 10^{-34}Js$ . Im letzten Versuchsteil haben wir das LiF-Kristall durch einen NaCl-Kristall ausgetauscht und konnten über die Bestimmung der Lage der Peaks die Gitterkonstante zu  $g = (5,63 \pm 0,05) \times 10^{-10}m$  berechnen. Diese konnte weiter genutzt werden um die Avogadro-Konstante zu  $N_A = (6,06 \pm 0,15) \times 10^{23} \frac{1}{mol}$  zu ermitteln.

## 4.1 Diskussion

Im Anschluss werde ich die berechneten Grössen untereinander und gegenfalls mit ihrem Literaturwert unter Berücksichtigung derer Fehler verglichen. Dabei werde ich die Fehlerquellen kritisch untersuchen und einige Verbesserungsvorschläge für die Versuchsdurchführung präsentieren, wie diese minimiert werden könnten und damit die Genauigkeit unserer Ergebnisse gesteigert werden könnte.

Für die Sigma-Abweichung wird die übliche Formel von

$$\frac{|Wert1 - Wert2|}{\sqrt{Fehler1^2 + Fehler2^2}} \quad (52)$$

verwendet.

Als erstes will ich die beiden bestimmten Planck-Konstanten - eine welche über die Grenzwellenlänge und die andere über die Einsatzspannung bestimmt wurde - untereinander und mit dem Literaturwert vergleichen. Für den Literaturwert kann nach Praktikumsskript der Wert

$$h_{lit} = 6,6261 \times 10^{-34} Js \quad (53)$$

angenommen werden. Der Vergleich ist in Tabelle 1 dargestellt. Dabei liegen alle

Vergleichsart	Methode	$h$ [Js]	Abs. Abweichung [Js]	Sigma
Vgl. Literaturwert	Grenzwellenlänge	$(6,53 \pm 0,27) \times 10^{-34}$	$9 \times 10^{-36}$	0,3
	Einsatzspannung	$(6,24 \pm 0,27) \times 10^{-34}$	$4 \times 10^{-35}$	1,3
Vgl. untereinander	Beide	siehe oben	$2,9 \times 10^{-35}$	0,7

Tabelle 1: Vergleich der Planckschen Wirkungsquanta

Sigma-Abweichungen unterhalb der üblichen Signifikanzgrenze von  $3\sigma$ , was auf eine korrekte Durchführung des Versuches hindeutet, da weiterhin die absoluten Abweichungen nicht zu gross sind und somit der Fehler näherungsweise realistisch abgeschätzt wurde. Betrachtet man die Abweichungen genauer, so sticht besonders stark hervor, dass die erste Methode der Bestimmung über die Grenzwellenlänge genauer ist. Die Absolute Abweichung ist dabei deutlich geringer als bei der Einsatzspannungsmethode, weshalb auch die Sigma-Abweichung bei  $0,3\sigma$  liegt. Dies liegt vermutlich vor allem daran, dass wir bei der ersten Methode den halben Netzebenenabstand  $d$  als fehlerfrei annehmen konnten, da der Wert dem Praktikumsskript entnommen wurde und somit nur der Fehler der Grenzwellenlänge berücksichtigt werden musste, welcher jedoch nur 4% gross war, da die Wellenlänge über einen ziemlich genauen Python-Fit bestimmt wurde. Hingegen musste bei der zweiten Methode der Fehler der Einsatzspannung berücksichtigt werden, welcher aus zwei Fitparametern ermittelt werden musste und aufgrund der schwachen Abweichung der Messwerte von der Anpassung (siehe Abbildung 8) etwas grösser war. Um die Genauigkeit dieser zweiten Methode zu steigern, müsste die Zählrate für mehr Spannungsmesspunkte bestimmt werden. Dies könnte man erreichen indem der Messabstand zwischen  $20-35kV$  nicht wie

in dem Versuch durch  $1kV$  gewählt wird, sondern beispielsweise als  $0,1kV$ . Vor allem am Anfang, bei kleinen Spannungen sollte dieser Messabstand so klein wie möglich gewählt werden, um die Fitgenauigkeit zu erhöhen und besser erkennen zu können, wann die Zählrate beginnt zu steigen.

Dasselbe könnte man auch bei der ersten Methode machen und vor allem beim Untergrund und linearen Bereich von Abbildung 3 den Messabstand der Winkel von  $0,2^\circ$  verkleinern. Weiter könnte natürlich auch die Messzeit erhöht werden, sodass statistische Schwankungen weniger Einfluss haben.

Ausserdem haben wir in der Auswertung anhand der Messdaten die Wellenlängen der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Linien in beiden Ordnungen bestimmt. Aus diesen wurde der Mittelwert gebildet. Vergleicht man diese mit den Literaturwerten aus dem Praktikumsprotokoll, so kommt man auf die Abweichungen in Tabelle 2.

Dabei können wir sehen, dass die Abweichungen absolut gesehen sehr klein

Wellenlänge	Wert	Literaturwert	Abs. Abweichung [m]	Sigma
$\lambda_\alpha$	$(71,1 \pm 0,5)pm$	71,1 pm	$5 \times 10^{-15}$	0,010
$\lambda_\beta$	$(63,6 \pm 0,5)pm$	63,1 pm	$5 \times 10^{-13}$	1,1

Tabelle 2: Vergleich der Wellenlängen

sind und auch die Sigma-Abweichungen alle unter der Signifikanzgrenze liegen. Besonders gelungen ist dabei die Bestimmung von  $\lambda_\alpha$ , welche unter Berücksichtigung der signifikanten Stellen genau mit dem Literaturwert übereinstimmt. Die kleine Abweichung rührt daher, dass der Python-Code immer alle Nachkommastellen berücksichtigt. Als mögliche Erklärung dafür, warum die Bestimmung der  $\beta$  Linien etwas ungenauer war, kann die Grösse der Zählraten angegeben werden, welche im  $\alpha$  Fall deutlich höher ist, wodurch es mir einfacher gefallen ist, das Maximum zu identifizieren, da sich dieses stark von den anderen Werten unterscheidet hat. Um insgesamt die Bestimmung der Wellenlängen zu verbessern, sollten wie bereits erwähnt kleinere Winkelabstände verwendet werden. Bei der Bestimmung der Linien zweiter Ordnung war es beispielsweise ziemlich schwer bei wenigen Messpunkten abzuschätzen, an welcher Stelle der Maximalwert lag, da wir hierfür in einem Messabstand von  $0,2^\circ$  gemessen hatten.

Des Weiteren wurde bei NaCl die Gitterkonstante zu  $g = (5,63 \pm 0,05) \times 10^{-10}m$  bestimmt. Diese wird anschliessend mit dem Literaturwert von  $564pm$  verglichen (NaCl Wikipediaartikel (Stand 06/03/24)). Dies entspricht einer absoluten Abweichung von  $1,1 \times 10^{-12}m$  und einer  $0,23-\sigma$ -Abweichung. Dies bestätigt die korrekte Beschreibung der Reflexion durch das Braggsche-Gesetz und eine korrekte Versuchsdurchführung. Da für diese die Wellenlängen aus dem ersten Teil verwendet wurden, gilt für die Verbesserung der Genauigkeit dieses Ergebnisses dieselben bereits besprochenen Massnahmen wie bei den Wellenlängen. Neben der Wellenlängen waren die Winkel unter denen die Peaks gemessen wurden von Bedeutung, welche (nocheinmal...) durch ein kleineres Messintervall verfeinert werden könnten.

Aus der Gitterkonstante konnte zuletzt die Avogadro-Konstante zu  $N_A = (6,06 \pm 0,15) \times 10^{23} \frac{1}{mol}$  bestimmt werden. Der Literaturwert liegt nach der Praktikums-

anleitung bei

$$N_{Alit} = 6.0221 \times 10^{23} \frac{1}{mol} \quad (54)$$

Dieser weicht um  $3 \times 10^{21} \frac{1}{mol}$  vom gemessenen Wert ab, was unter unseren abgeschätzten Fehlern zu einer  $0,23\sigma$ -Abweichung führt. Somit ist die Abweichung nicht signifikant. Da für die Bestimmung der Avogadro-Konstante lediglich vorgegebene Literaturwerte und die Gitterkonstante verwendet wurden, müsste man sich, um die Genauigkeit der Avogadro-Zahl zu verbessern an den vorgestellten Kriterien zur genaueren Bestimmung der Gitterkonstanten orientieren.

## 5 Quellen

- PAP 2.2 Anleitung der Universität Heidelberg
- Gitterkonstante Literaturwert: NaCl Wikipediaartikel (Stand 06/03/24)

# Versuch255

March 6, 2024

## 1 Auswertung Versuch 255: Röntgenspektrometer

### 1.1 Yago Obispo Gerster | mn304

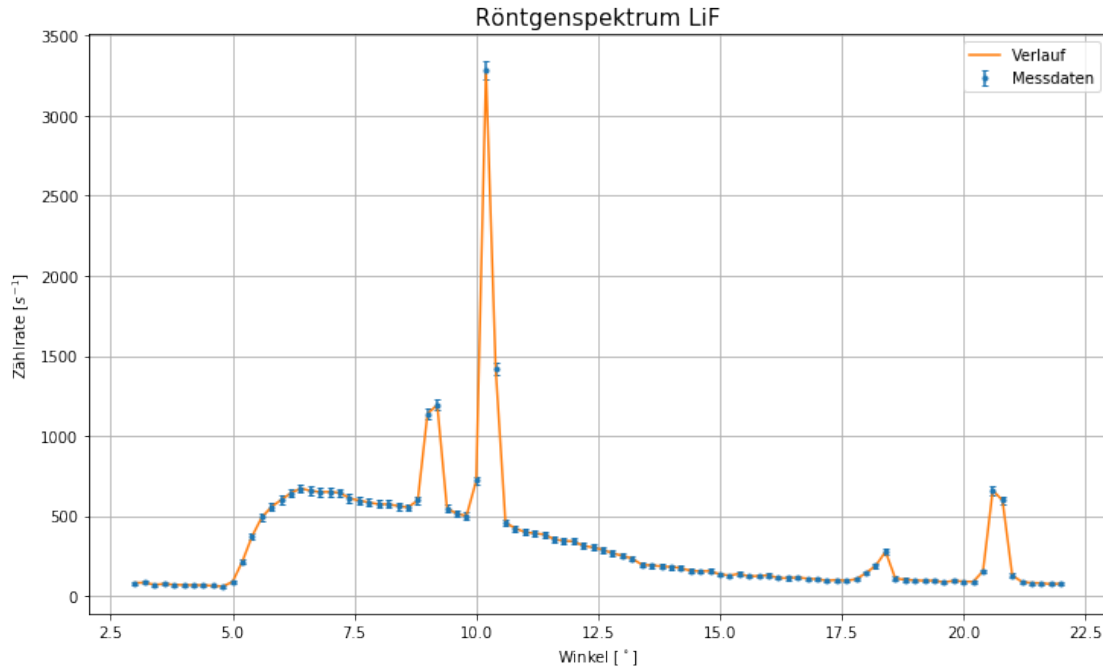
```
[1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
from scipy.optimize import curve_fit
def literatur_Vergleich(name,mess,sig_mess,lit,sig_lit):
    print(name,": ")
    print("Absolute Abweichung: ",np.abs(mess-lit))
    print("Sigma: ",np.abs(mess-lit)/np.sqrt(sig_mess**2 + sig_lit**2))
```

#### 1.1.1 Aufgabe 1: Röntgenspektrum mit LiF-Kristall

```
[2]: #Extrapoliere geraden Anstieg bis zum Untergrund
wink, intensity = np.loadtxt("255/data/LiFGesamtspektrum.
↪txt",delimiter=" ",dtype=str,unpack=True)
wink = np.char.replace(wink,",",".").astype(float)
intensity = np.char.replace(intensity,",",".").astype(float)

sig_intensity = np.sqrt(intensity)

plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label =_
↪"Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum LiF",size=15)
plt.xlabel("Winkel [ $^{\circ}$ ]")
plt.ylabel("Zählrate [ $s^{-1}$ ]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("255/GesamtesRöntgenLiFSpektrum.png")
```



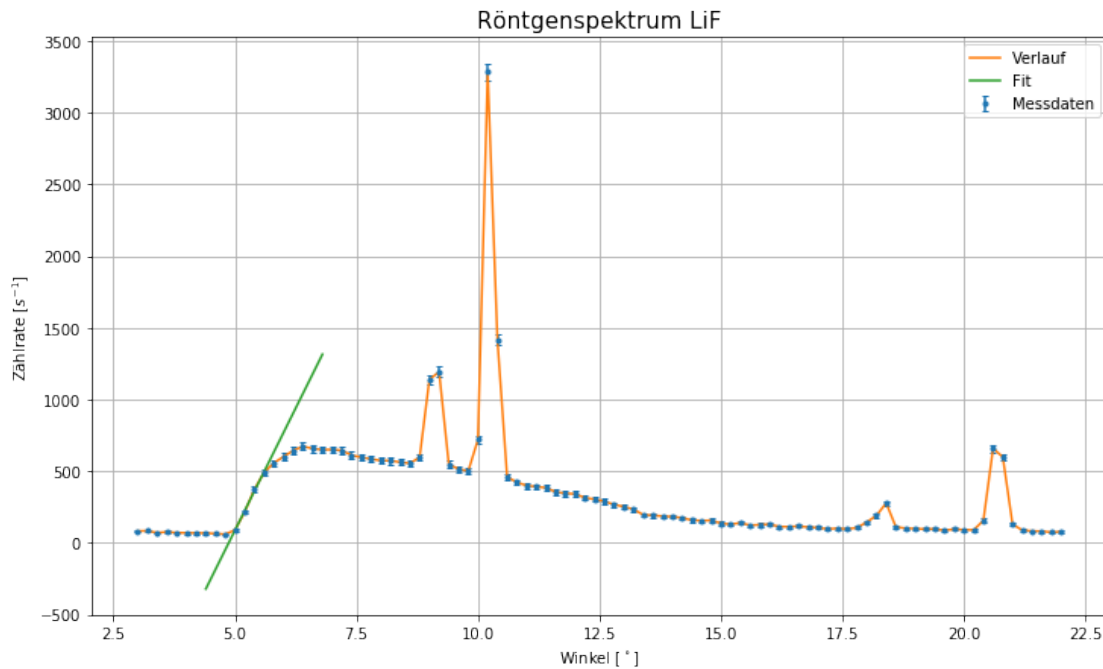
```
[3]: #Lineare Extrapolation
def line(x,a,b):
    return a*x+b
#Beschränke Fitparameter auf linearen Bereich
popt,pcov = curve_fit(line,wink[10:14],intensity[10:14],sigma=sig_intensity[10:
↪14])

plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label = "
↪Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
plt.plot(wink[7:20],line(wink[7:20],*popt),label="Fit")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum LiF",size=15)
plt.xlabel("Winkel [°]")
plt.ylabel("Zählrate [s⁻¹]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("255/GesamtesRöntgenLiFSpektrummitGeradenextrapolation.png")

#Fitparameter ausgeben:
print("y = ax + b")
print("a=",popt[0],"+/-",np.sqrt(popt[0]))
print("b=",popt[1],"+/-",np.sqrt(-popt[1]))
```

$y = ax + b$

$a = 681.4133940980435 \pm 26.10389614785585$   
 $b = -3318.0543677976084 \pm 57.60255521934429$



```

[4]: #Passe Konstante Funktion dem Untergrund an
def konstant(x,c):
    return c+x*0
popt_kon,pcov_kon = curve_fit(konstant,wink[0:10],intensity[0:
    ↳10],sigma=sig_intensity[0:10])

plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label = "
    ↳Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
plt.plot(wink[7:20],line(wink[7:20],*popt),label="linearer Fit")
plt.plot(wink[0:20],konstant(wink[0:20],*popt_kon),label="konstanter Fit")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum LiF (Zoom)",size=15)
plt.xlabel("Winkel [°]")
plt.ylabel("Zählrate [s⁻¹]")
plt.xlim(2.75,6.5)
plt.ylim(0,800)
plt.legend(loc="upper left")
plt.savefig("255/ZoomLiFGeradenundKonst.png")

#Fitparameter ausgeben:

```

```

print("y_1 = ax + b")
print("a=", popt[0], "+/-", np.sqrt(popt[0]))
print("b=", popt[1], "+/-", np.sqrt(-popt[1]))
#Fitparameter ausgeben:
print("y_2 = c")
print("c=", popt_kon[0], "+/-", np.sqrt(popt_kon[0]))

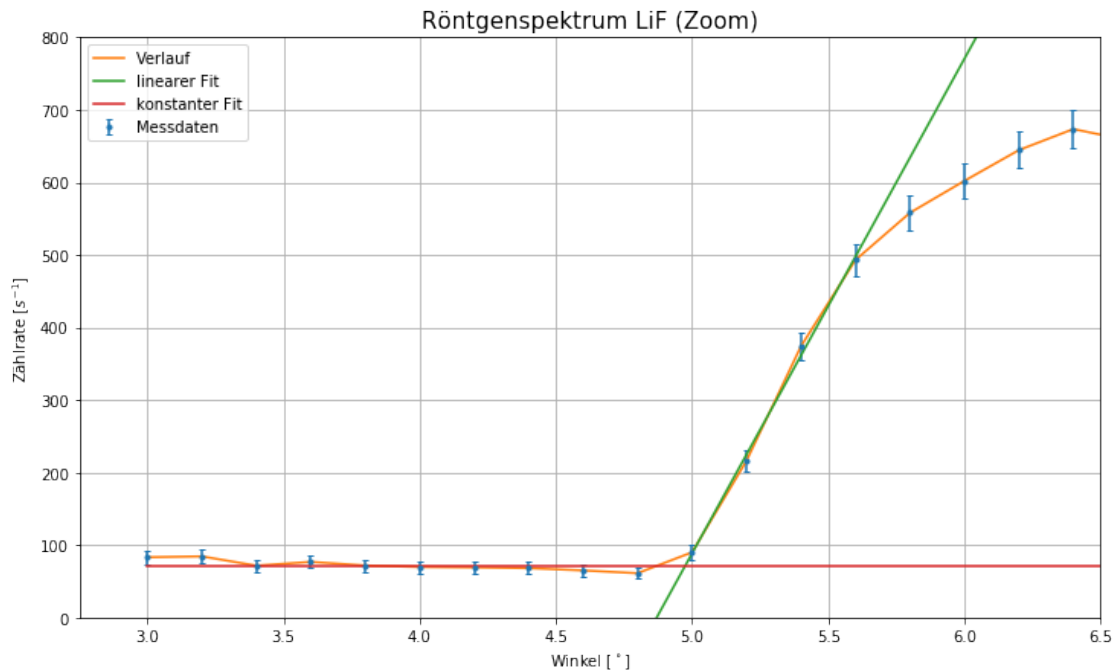
a=popt[0]
sig_a = np.sqrt(popt[0])
b=popt[1]
sig_b=np.sqrt(-popt[1])
c = popt_kon[0]
sig_c = np.sqrt(popt_kon[0])

#Ermittle Schnittpunkt
xgr = (c-b)/a
sig_xgr = np.sqrt((sig_c/a)**2 + (sig_b/a)**2 + (sig_a*(c-b)/a**2)**2)

print("Grenzwinkel ", np.round(xgr,2), "+/-", np.round(sig_xgr,2))

```

$y_1 = ax + b$   
 $a = 681.4133940980435 \pm 26.10389614785585$   
 $b = -3318.0543677976084 \pm 57.60255521934429$   
 $y_2 = c$   
 $c = 71.85909800886037 \pm 8.47697457875511$   
 Grenzwinkel  $4.97 \pm 0.21$





```
[5]: d = 201.4e-12 #Netzebenenabstand
sig_d = 0
e = 1.6022e-19
U = 35e3 #V
c = 2.9979e8
#Grenzwellenlänge
lamgr = 2*d*np.sin(np.deg2rad(xgr))
sig_lamgr = np.sqrt((2*sig_d*np.sin(np.deg2rad(xgr)))**2 + (2*d*np.cos(np.
    ↳deg2rad(xgr))*np.deg2rad(sig_xgr))**2)
print("Grenzwellenlänge [pm]",np.round(lamgr/10**(-12),2),"+/-",np.
    ↳round(sig_lamgr/10**(-12),2))

#Planck-Konstante
h = e*U*lamgr/c
sig_h = sig_lamgr*h/lamgr
print("Planck-Konst. h e-34",np.round(h/10**(-34),4),"+/-",np.round(sig_h/
    ↳10**(-34),4))

#Ab welchem Winkel Spektrum 2te Ordnung
x2 = np.rad2deg(np.arcsin(lamgr/(d)))
sig_x2 = np.rad2deg(1/np.sqrt(1-(lamgr/(d))**2)*np.sqrt((sig_lamgr/(d))**2 +
    ↳(lamgr*sig_d/(d**2))**2))
print("x2 ",np.round(x2,2),"+/-",np.round(sig_x2,2))
```

Grenzwellenlänge [pm] 34.93 +/- 1.46  
 Planck-Konst. h e-34 6.5338 +/- 0.2736  
 x2 9.99 +/- 0.42

```
[6]: #Vergleich Planck Konst. mit Litwert
literatur_Vergleich("h1 ",h,sig_h,6.6261e-34,0)
```

h1 :  
 Absolute Abweichung: 9.228880078530498e-36  
 Sigma: 0.33729303537558797

```
[7]: #Bestimmung von Kalpha und Kbeta su den Messungen in beiden Ordnungen
wink, intensity = np.loadtxt("255/data/K1steLiF.
    ↳txt",delimiter=" ",dtype=str,unpack=True)
wink = np.char.replace(wink,",",".").astype(float)
intensity = np.char.replace(intensity,",",".").astype(float)

sig_intensity = np.sqrt(intensity)

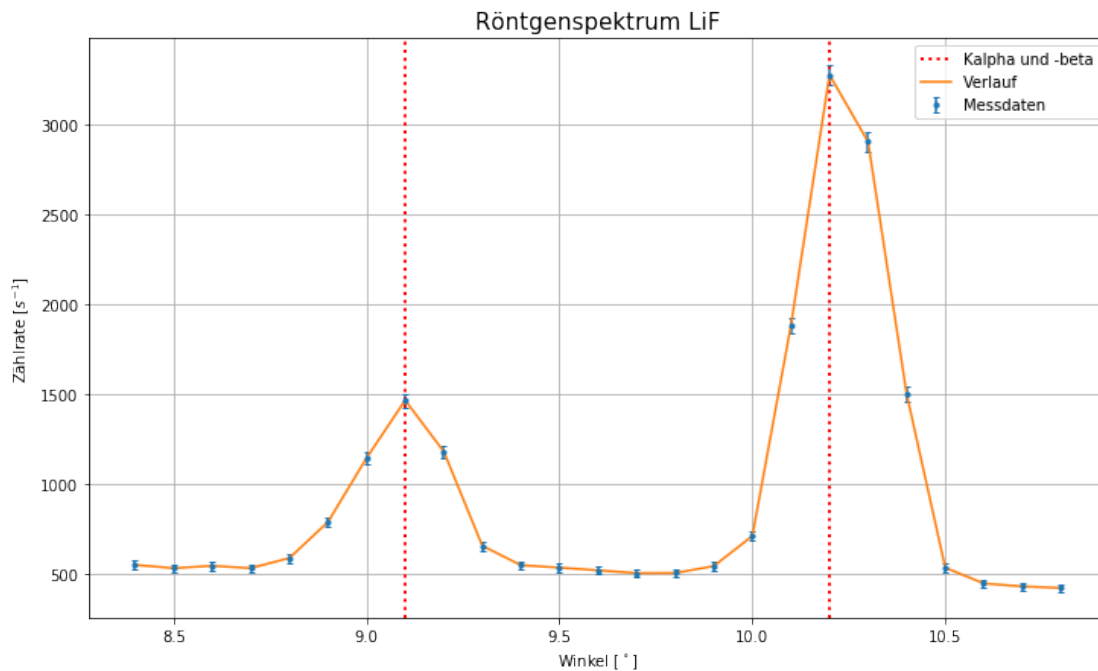
def linien(serien_name, serie, col, style):
    plt.axvline(serie[0], label = serien_name, color = col,linestyle = style,
    ↳linewidth = 2)
```

```

for i in serie[1:]:
    plt.axvline(i, color = col, linestyle = style, linewidth = 2)
#win_al_bet = np.array([9.2,10.2,18.4,20.6])
win_al_bet = np.array([9.1,10.2])

plt.figure(figsize=(12,7))
linien('Kalpha und -beta',win_al_bet , 'red', ':')
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label = "
↳"Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum LiF",size=15)
plt.xlabel("Winkel [°]")
plt.ylabel("Zählrate [s-1]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("255/KalphaundbetaLinienLiFSpektrum.png")

```



```

[8]: #Berechnung Wellenlängen mit dem Braggschen Gesetz
sig_win_al_bet = 0.1
lamgr = 2*d*np.sin(np.deg2rad(win_al_bet))
sig_lamgr = np.sqrt((2*sig_d*np.sin(np.deg2rad(win_al_bet)))**2 + (2*d*np.
↳cos(np.deg2rad(win_al_bet))*np.deg2rad(sig_win_al_bet))**2)

print("Wellenlängen: ",lamgr,"+/-",sig_lamgr)

```

Wellenlängen: [6.37060695e-11 7.13297334e-11] +/- [6.94170294e-13  
6.91907841e-13]

```
[9]: #Zweite Ordnung
wink, intensity = np.loadtxt("255/data/LiFGesamtspektrum.
    ↳txt",delimiter="      ",dtype=str,unpack=True)
wink = np.char.replace(wink,",",".").astype(float)
intensity = np.char.replace(intensity,",",".").astype(float)

sig_intensity = np.sqrt(intensity)

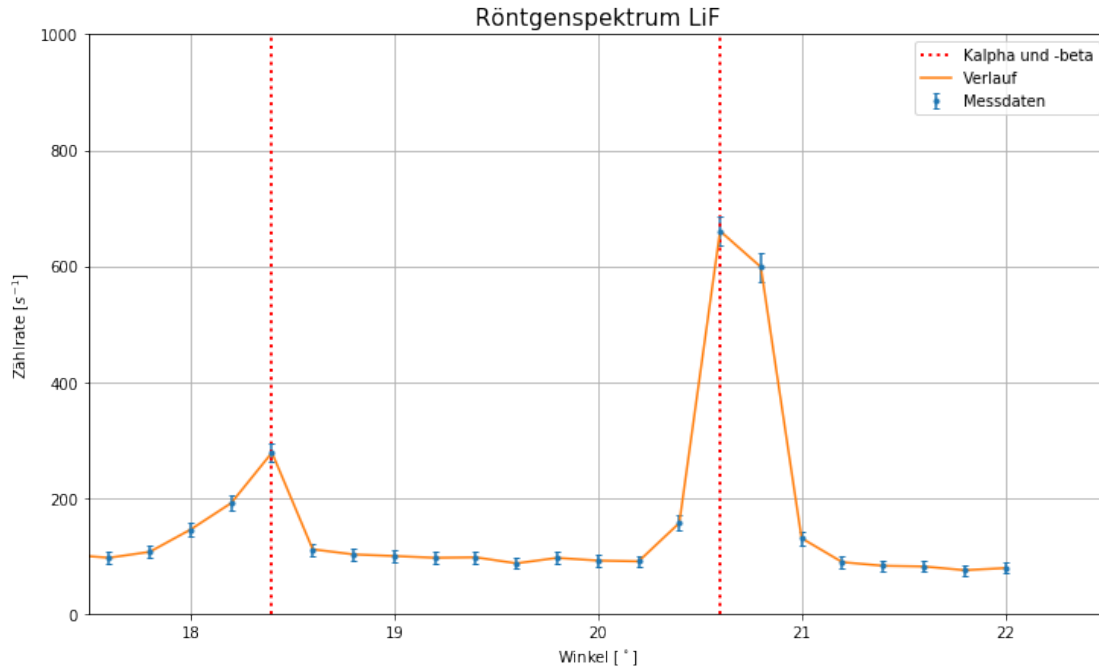
def linien(serien_name, serie, col, style):
    plt.axvline(serie[0], label = serien_name, color = col,linestyle = style,
    ↳linewidth = 2)
    for i in serie[1:]:
        plt.axvline(i, color = col, linestyle = style, linewidth = 2)
#win_al_bet = np.array([9.2,10.2,18.4,20.6])
win_al_bet = np.array([18.4,20.6])

plt.figure(figsize=(12,7))
linien('Kalpha und -beta',win_al_bet , 'red', ':')
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label =
    ↳"Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum LiF",size=15)
plt.xlim(17.5,22.5)
plt.ylim(0,1000)
plt.xlabel("Winkel [°]")
plt.ylabel("Zählrate [s-1]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("255/ZweiteOrdnungLiF.png")

sig_win_al_bet2 = 0.2
lamgr2 = d*np.sin(np.deg2rad(win_al_bet))
sig_lamgr2 = np.sqrt((sig_d*np.sin(np.deg2rad(win_al_bet)))**2 + (d*np.cos(np.
    ↳deg2rad(win_al_bet))*np.deg2rad(sig_win_al_bet2))**2)

print("Wellenlängen: ",lamgr2,"+/-",sig_lamgr2)
```

Wellenlängen: [6.3571716e-11 7.0860908e-11] +/- [6.67077507e-13 6.58067286e-13]



```
[10]: #Berechnung Mittelwert Wellenlänge für beide Ordnungen
l1 = (lamgr+lamgr2)/2
sig_l1 = 1/2 * np.sqrt(sig_lamgr**2 + sig_lamgr2**2)
print("Mittlere Wellenlänge: ",l1,"+/-",sig_l1)
```

Mittlere Wellenlänge: [6.36388928e-11 7.10953207e-11] +/- [4.81369089e-13  
4.77438219e-13]

```
[11]: #Vergleich mit Literaturwert
literatur_Vergleich("Wellenlängen ",l1,sig_l1,np.array([63.1e-12,71.1e-12]),0)
```

Wellenlängen :

Absolute Abweichung: [5.38892766e-13 4.67930528e-15]

Sigma: [1.11950015 0.00980086]

```
[12]: #Bestimmung Halbwertsbreite Kalpha
wink, intensity = np.loadtxt("255/data/K1steLiF.
    ↳txt",delimiter=" ",dtype=str,unpack=True)
wink = np.char.replace(wink," ",".").astype(float)
intensity = np.char.replace(intensity," ",".").astype(float)

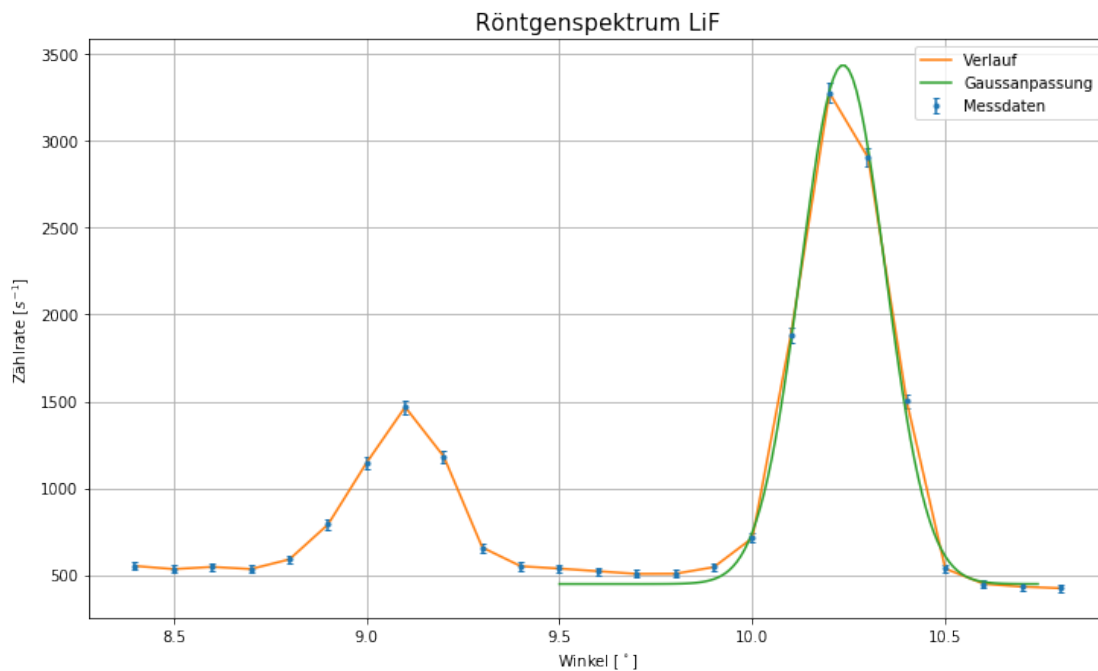
sig_intensity = np.sqrt(intensity)

def gaussian(x,A,mu,sig,k):
    return (A/ (np.sqrt(2*np.pi)*sig)) * np.exp(-(x-mu)**2/(2*sig**2))+ k
```

```

p0 = [3276-c,10.2,0.4,500]
popt,pcov = curve_fit(gaussian,wink[14:25],intensity[14:
    ↳25],p0,sigma=sig_intensity[14:25])
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label =_
    ↳"Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
wink_x = np.arange(9.5,10.75,0.01)
plt.plot(wink_x,gaussian(wink_x,*popt),label="Gaussianpassung")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum LiF",size=15)
plt.xlabel("Winkel [ $^{\circ}$ ]")
plt.ylabel("Zählrate [ $s^{-1}$ ]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("255/KalphaHalbLiFSpektrum.png")

```



```

[13]: FWHM = 2*np.sqrt(2*np.log(2))*popt[2]
      sig_FWHM = 2*np.sqrt(2*np.log(2))*np.sqrt(pcov[2][2])
      print("Halbwertsbreite",FWHM,"+/-",sig_FWHM)

```

Halbwertsbreite 0.2579060971152226 +/- 0.008184758073984517

```

[14]: #Ermitteln der Einsatzspannung durch Extrapolation
      U = np.arange(20,36,1) #kV

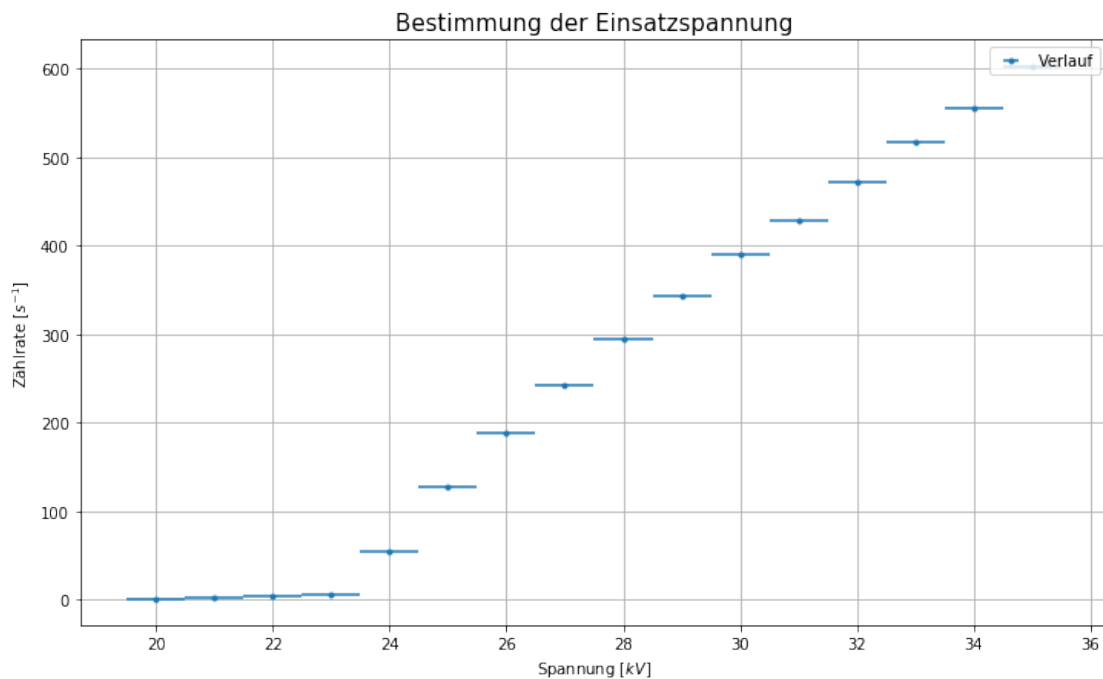
```

```

z = np.array([1.2,1.8,2.95,5.45,54.1,127.3,187.4,242.6,293.9,342.3,390.1,428.
↪1,471.1,516.6,556.1,603])

plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(U,z,xerr=np.ones(len(U))*0.5,fmt=".",label="Verlauf")
plt.grid()
plt.title("Bestimmung der Einsatzspannung",size=15)
plt.xlabel("Spannung [kV$]")
plt.ylabel("Zählrate [s-1$]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("255/ZählratevsSpannung.png")

```



```

[15]: popt,pcov = curve_fit(line,U[4:],z[4:],sigma=np.ones(len(U[4:]))*0.5)

plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(U,z,xerr=np.ones(len(U))*0.5,fmt=".",label="Verlauf")
plt.plot(U,line(U,*popt),label="lineare Anpassung")
plt.grid()
plt.title("Bestimmung der Einsatzspannung",size=15)
plt.xlabel("Spannung [kV$]")
plt.ylabel("Zählrate [s-1$]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("255/FitZählratevsSpannung.png")

```

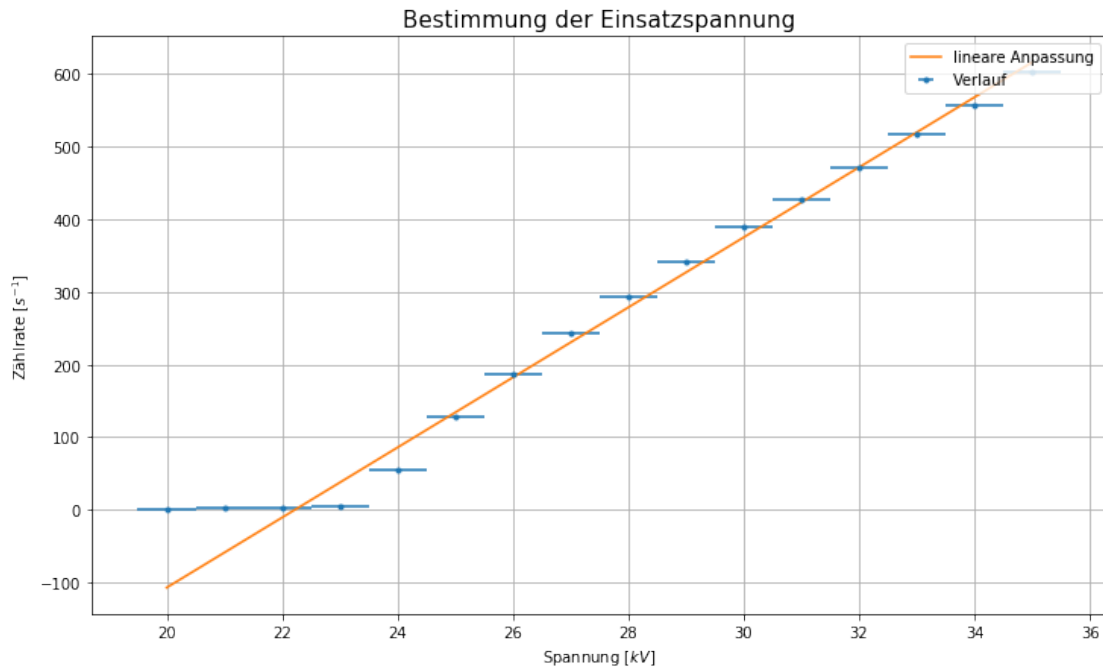
*#Ermitteln der Nullstelle*

```

a = popt[0]
sig_a = np.sqrt(pcov[0][0])
b = popt[1]
sig_b = np.sqrt(pcov[1][1])
U = -b/a
sig_U = np.sqrt((sig_b/a)**2 + (sig_a*b/a**2)**2)
print("Einsatzspannung:", U, "+/-", sig_U)

```

Einsatzspannung: 22.221662413718406 +/- 0.9682449439202502



```

[16]: #Bestimmung von h mit Isochromatenmethode
lam = 2 * d * np.sin(np.deg2rad(7.5))

h_2 = e*U*10**3 * lam/c
sig_h_2 = h*sig_U/U
print("Plancksche Wirkungsquantum: ", h_2, "+/-", sig_h_2)

```

Plancksche Wirkungsquantum: 6.244005277861337e-34 +/- 2.8469200640288794e-35

```

[17]: #Vergleich h und h2
literatur_Vergleich("h2: ", h_2, sig_h_2, 6.6261e-34, 0)
literatur_Vergleich("Plancksche Wirkungsquantum",
    ↳untereinander", h, sig_h, h_2, sig_h_2)

```

h2: :  
Absolute Abweichung: 3.820947221386631e-35

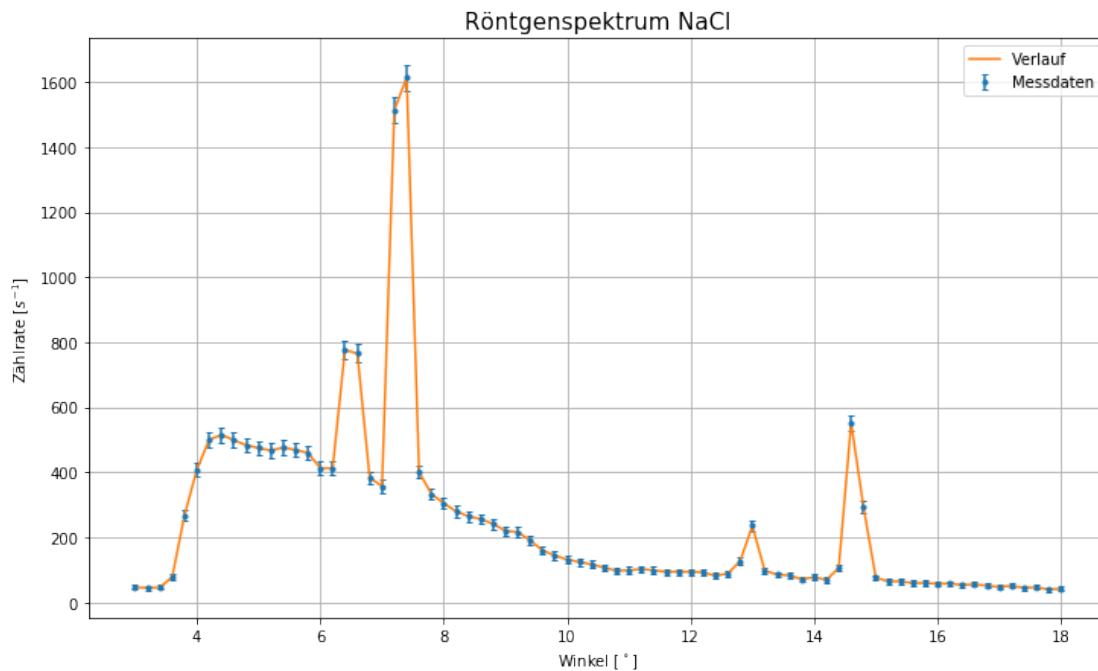
Sigma: 1.342133651613434  
Planksche Wirkungsquanta untereinander :  
Absolute Abweichung: 2.898059213533581e-35  
Sigma: 0.7339439326826458

### 1.1.2 NaCl-Kristall (Aufgabe 2)

```
[18]: #Extrapoliere geraden Anstieg bis zum Untergrund
wink, intensity = np.loadtxt("255/data/NaClGesamtspektrum.
    ↳txt",delimiter="      ",dtype=str,unpack=True)
wink = np.char.replace(wink,",",".").astype(float)
intensity = np.char.replace(intensity,",",".").astype(float)

sig_intensity = np.sqrt(intensity)

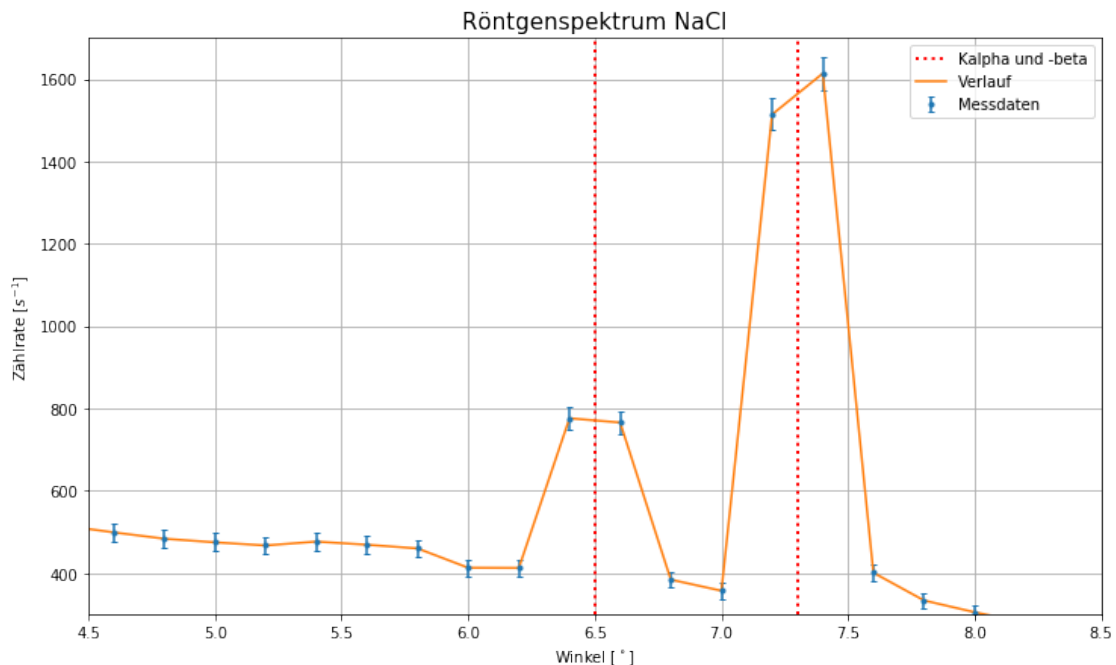
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label =_
    ↳"Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum NaCl",size=15)
plt.xlabel("Winkel [$^\circ$]")
plt.ylabel("Zählrate [s$^{-1}$]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("255/NaClGesamt.png",format="png")
```





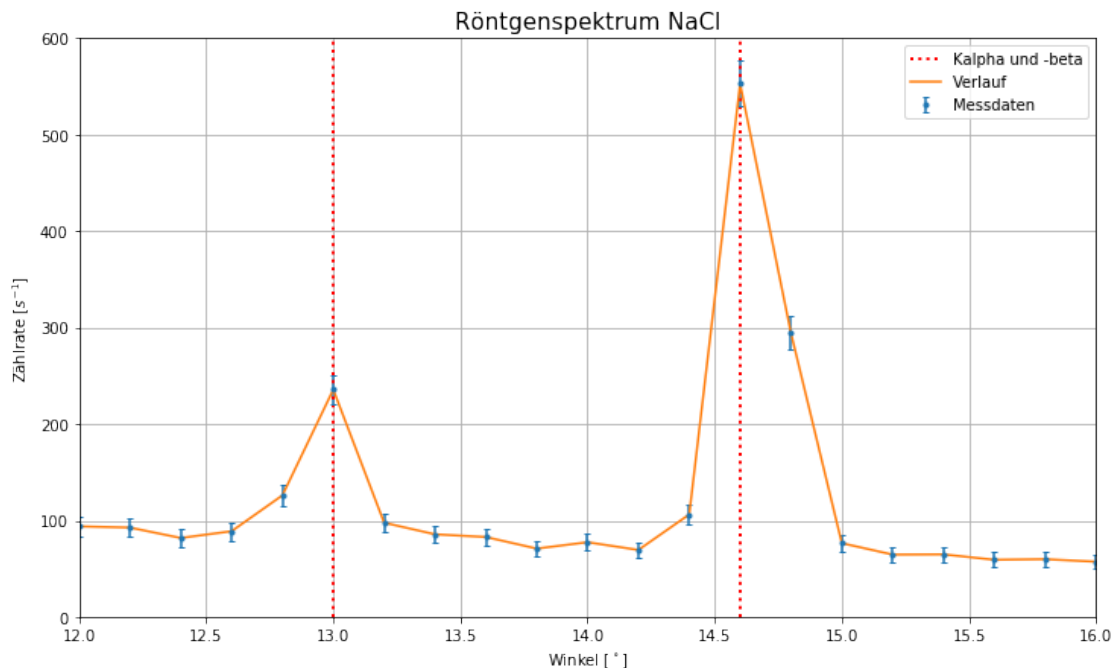
```
[19]: #Bestimmung der Peaks erster Ordnung
def linien(serien_name, serie, col, style):
    plt.axvline(serie[0], label = serien_name, color = col, linestyle = style,
    linewidth = 2)
    for i in serie[1:]:
        plt.axvline(i, color = col, linestyle = style, linewidth = 2)
#win_al_bet = np.array([9.2,10.2,18.4,20.6])
win_al_bet = np.array([6.5,7.3])
sig_win_al_bet = np.deg2rad(0.5)

plt.figure(figsize=(12,7))
linien('Kalpha und -beta',win_al_bet , 'red', ':')
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label =
    "Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum NaCl",size=15)
plt.xlabel("Winkel [ $^{\circ}$ ]")
plt.ylabel("Zählrate [ $s^{-1}$ ]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.xlim(4.5,8.5)
plt.ylim(300,1700)
plt.savefig("255/Kalphaundbeta1steNa.png")
```



```
[20]: #Zweiter Ordnung
win_al_bet2 = np.array([13.0,14.6])
sig_win_al_bet2 = np.deg2rad(0.5)

plt.figure(figsize=(12,7))
linien('Kalpha und -beta',win_al_bet2 , 'red', ':')
plt.errorbar(wink, intensity,yerr=sig_intensity,fmt=".",label = "
↳"Messdaten",capsize=2)
plt.plot(wink,intensity,label="Verlauf")
plt.grid()
plt.title("Röntgenspektrum NaCl",size=15)
plt.xlabel("Winkel [°]")
plt.ylabel("Zählrate [s-1]")
plt.legend(loc="upper right")
plt.xlim(12,16)
plt.ylim(0,600)
plt.savefig("255/Kalphaundbeta2steNa.png")
```



```
[21]: #Bestimmung der Gitterkonstanten
g1 = lamgr/(2*np.sin(np.deg2rad(win_al_bet)))
g2 = lamgr2/(np.sin(np.deg2rad(win_al_bet2)))

sig_g1 = np.sqrt((sig_lamgr/(2*np.sin(np.deg2rad(win_al_bet))))**2 + (np.cos(np.
↳deg2rad(win_al_bet))*lamgr*sig_win_al_bet/(2*np.sin(np.
↳deg2rad(win_al_bet))))**2)
```

```

sig_g2 = np.sqrt((sig_lamgr2/(np.sin(np.deg2rad(win_al_bet2))))**2 + (np.cos(np.
↳deg2rad(win_al_bet2))*lamgr2*sig_win_al_bet2/(np.sin(np.
↳deg2rad(win_al_bet2))))**2)

g1 = 2*g1
g2= 2*g2
sig_g1 = 2*sig_g1
sig_g2 = 2* sig_g2

g = (g1[0]+g1[1]+g2[0]+g2[1])/4
sig_g = np.sqrt(sig_g1[0]**2 + sig_g1[1]**2 + sig_g2[0]**2 + sig_g2[1]**2)/4
print("Mittelwert: ",g,"+/-",sig_g)

```

Mittelwert: 5.628906592485221e-10 +/- 4.723825073415069e-12

```

[22]: #Sigma-Abweichung
literatur_Vergleich("Gitterkonstante",g,sig_g,564e-12,0)

```

Gitterkonstante :  
 Absolute Abweichung: 1.1093407514779381e-12  
 Sigma: 0.2348395070175503

```

[23]: #Bestimmung der Avogadro-Konstanten
rho = 2.164
M = 58.44
N = 4*M/(rho*g**3) * 1e-6
sig_N = N*3*sig_g/g
print("Avogadro-Konstante",N,"+/-",sig_N)

```

Avogadro-Konstante 6.056766294688264e+23 +/- 1.5248665446781704e+22

```

[24]: #Sigma-Abweichung
literatur_Vergleich("Avogadro",N,sig_N,6.0221e23,0)

```

Avogadro :  
 Absolute Abweichung: 3.4666294688264225e+21  
 Sigma: 0.2273398600634962