

# Versuch 233: Fourieroptik

Yago Obispo Gerster

1. März 2024

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung und Motivation</b>	<b>2</b>
1.1 Physikalische Grundlagen . . . . .	2
1.1.1 Klassische Beugungstheorie . . . . .	2
1.1.2 Fourier-Transformation (Beugungs- vs. Spaltbild) . . . . .	3
1.1.3 Einzelpalt . . . . .	4
1.1.4 Doppelpalt . . . . .	5
<b>2 Durchführung</b>	<b>7</b>
2.1 Messprotokoll . . . . .	7
2.2 Erläuterung des Aufbaus . . . . .	14
<b>3 Auswertung</b>	<b>14</b>
3.1 Eichung der Abszisse . . . . .	14
3.2 Einzelpalt . . . . .	15
3.2.1 Ausmessung Minima und Maxima mit Python . . . . .	15
3.2.2 Mittlerer Abstand zwischen zwei Minima . . . . .	17
3.2.3 Maxima . . . . .	18
3.2.4 Herleitung und Bestimmung der Spaltbreite . . . . .	19
3.2.5 Intensitätsverhältnisse der Nebenmaxima zum Maximum 0ter Ordnung . . . . .	20
3.3 Die Beugungsstruktur des Doppelpaltes . . . . .	21
3.3.1 Vergleich der theoretischen und experimentellen Verteilung	21
3.3.2 Intensitätsvergleich mit theoretischen Werten . . . . .	23
3.4 Fouriersynthese beim Einzelpalt . . . . .	24
3.4.1 Vergleich bei unterschiedlichen Öffnungen . . . . .	24
3.4.2 Intensitätsverhältnisvergleich mit theoretischen Werten .	26
3.4.3 Intensität in Bildmitte bei fast geschlossenem Analysierspalt	27
3.5 Das Fourierbild des Doppelpaltes . . . . .	29
<b>4 Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>30</b>
4.1 Diskussion . . . . .	32
<b>5 Quellen und Python Code</b>	<b>35</b>

# 1 Einleitung und Motivation

Das Ziel dieses Versuches ist es, mit einem passenden optischen Aufbau das Beugungs- und Objektbild mit einem Laser zu analysieren und insbesondere den Zusammenhang zwischen Spalt- und Objektbild durch eine Fourier-Transformation genauer zu untersuchen.

## 1.1 Physikalische Grundlagen

### 1.1.1 Klassische Beugungstheorie

In der klassischen Beugungstheorie unterscheidet man grob zwischen zwei verschiedenen Beschreibungsmodellen.

Die allgemeinere Theorie ist die *Fresnelsche Beugung*. Dabei befindet sich eine Lichtquelle und Beobachtungsschirm in einem endlichen Abstand zum beugenden Objekt. Deshalb werden die in einem Punkt auf dem Schirm interferierenden Lichtbündel unter verschiedenen Winkeln gebeugt. Dies führt dazu, dass die formale mathematische Beschreibung dieses Beugungstyps sehr komplex ist und weshalb wir in guter Näherung die zweite Beugungsart betrachten werden.

Bei der *Fraunhofer Beugung* befindet sich die Lichtquelle unendlich weit entfernt vom beugenden Objekt, sodass dieses von parallelem Licht beleuchtet wird. Mithilfe einer Samellinse hinter dem beugenden Objekt kann man dann die im unendlichen interferierenden Lichtstrahlen auf einen Punkt auf dem Schirm abbilden (nach dem elementaren Linsengesetz das besagt, dass Parallelstrahlen zu Brennpunktstrahlen werden). Wird ein Spalt mit Breite  $d$  mit parallelem

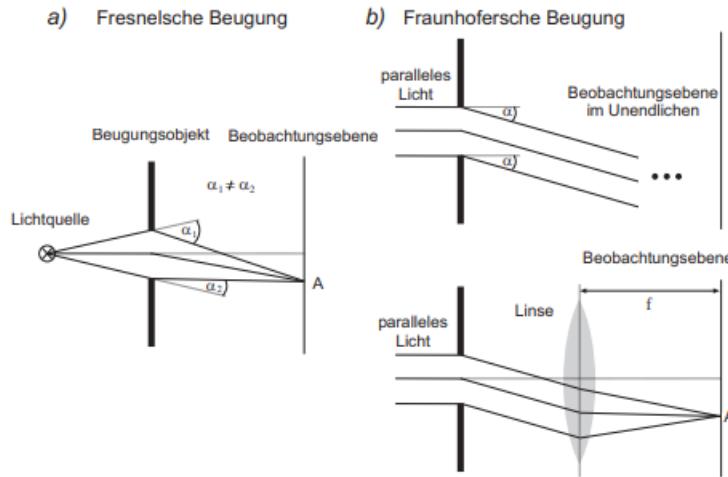


Abbildung 1: Fresnel- vs. Fraunhoferbeugung (Quelle Praktikumsskript v233 s3)

(Fraunhofer-Beugung) und monochromatischem Licht der Wellenlänge  $\lambda$ , Amplitude  $E_0$  und Phase  $\phi = wt$  beleuchtet, so erhält man unter einem Winkel  $\alpha$

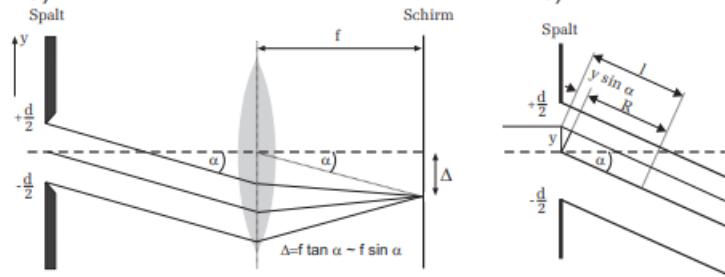


Abbildung 2: Herleitung Amplitude (Quelle Praktikumsskript v233 s3)

eine Amplitude

$$E_\infty(\alpha) = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} E_0 e^{i(wt - kl)} dy \quad (1)$$

$$= E_0 e^{i(wt - kR)} \frac{\sin(\pi d \sin \alpha / \lambda)}{\pi \sin \alpha / \lambda} \quad (2)$$

$$= E_0 e^{i(wt - kR)} \frac{\sin x}{x} d \quad (3)$$

wobei bei der Berechnung und Vereinfachung des Integralergebnisses zwischen durch  $l$  durch  $l = R + y \sin \alpha$  und  $x$  als  $x = \pi d \frac{\sin \alpha}{\lambda}$  definiert wurden. Als Ergebnis erhalten wir das erwartete Beugungsbild einer sinc-Funktion.

Quadrieren der Amplitude liefert uns die Intensität:

$$I_\infty(x) \propto \frac{\sin^2 x}{x^2} d^2 \quad (4)$$

### 1.1.2 Fourier-Transformation (Beugungs- vs. Spaltbild)

Das *Fourier-Theorem* besagt, dass periodische Funktionen sich durch Linear-kombinationen von trigonometrischen Basisfunktionen entwickeln lassen. Jede periodische Funktion kann somit als (unendliche) Summe von trigonometrischen Funktionen dargestellt werden, was man als die *Fourier-Reihe* bezeichnet. Für nicht periodische Funktionen betrachtet man den Grenzfall, dass die Periode gegen unendlich geht, geht damit von einer Summe in ein Integral über und nennt dies allgemein die *Fouriertransformation*.

Die Fouriertransformierte  $F(w)$  einer Funktion  $f(x)$  ist definiert durch:

$$F(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iwx} dx \quad (5)$$

die Funktion selbst kann man dann wiederum erhalten durch

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{iwx} dw \quad (6)$$

Dabei wird für die Variablen die Notation  $x$  und  $w$  verwendet, da in späteren Anwendungen, diese die Rolle von Ort und Frequenz übernehmen.

Dies führt uns zu dem wichtigen Zusammenhang zwischen Spaltbild und Beugungsbild: *Das Beugungsbild ist die Fourier-Transformation des Spaltbildes*. Diese Aussage wollen wir nun an unterschiedlichen Beispielen genauer untersuchen.

### 1.1.3 Einzelpalt

Die Spaltstruktur eines Einzelpalts kann mit einer aperture Funktion modelliert werden, welche definiert ist durch:

$$f(y) = \begin{cases} 1 & |y| \leq d/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (7)$$

Berechnung der Fourier-Transformierten ergibt:

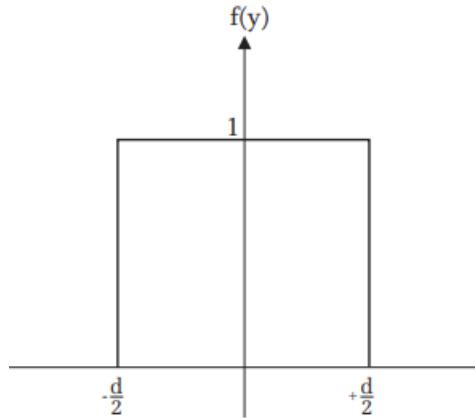


Abbildung 3: Aperture function (Quelle Praktikumsskript v233 s10)

$$F(k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) e^{-ik_y y} dy = d \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \quad (8)$$

mit den Nullstellen  $k_y = 2\pi n/d$ .

Um nun erneut das Spaltbild aus dem Beugungsbild zu erhalten wird die inverse Transformation verwendet. Dabei ist das entstehende Integral jedoch nicht analytisch lösbar, weshalb oft ein numerischer Ansatz gewählt und die Symmetrie

$F(k_y) = F(-k_y)$  ausgenutzt wird:

$$f(y) = \frac{d}{\pi} \int_0^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right) \cos(k_y y) dk_y \quad (9)$$

Wenn nicht der gesamte Integrationsbereich zugelassen wird, sondern nur einige Teilstrahlen, so kann man die obere Grenze durch die n-te Nullstelle ersetzen:

$$f_{\text{modifiziert}}(y) = \frac{d}{\pi} \int_0^{k_{y,n}} \text{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right) \cos(k_y y) dk_y \quad (10)$$

Praktisch lässt sich dies realisieren, indem man einen schliessbaren Analysierspalt in der Fourierebene einbaut. Wenn man dieses Integral berechnet, dann erhält man die Feldstärke. Quadriert man diese, so erhält man das erwartete Spaltbild.

#### 1.1.4 Doppelspalt

Das gleiche Vorgehen wird nun beim Doppelspalt angewandt. Dabei ist nun die charakteristische Grösse der Spaltabstand  $g$ : Für die Fouriertransformierte

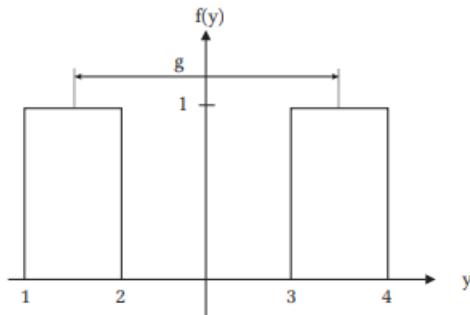


Abbildung 4: Spaltfunktion Doppelspalt (Quelle Praktikumsskript v233 s12)

erhalten wir unter Betrachtung des Doppelspalts als zwei Einzelspalte

$$F(k_y) = 2 \cos\left(\frac{k_y g}{2}\right) d \text{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right) \quad (11)$$

Quadriert man diesen Ausdruck und verwendet  $k_y = \frac{2\pi \sin \alpha}{\lambda}$ , so ergibt sich für die Intensitätsverteilung:

$$I = 4d^2 \cos^2\left(\frac{\pi g \sin \alpha}{\lambda}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}\right) \quad (12)$$

Schneidet man mit dem Analysierspalt Beugungsordnungen heraus, so erhält man

$$f_{modifiziert}(y) = \frac{2d}{\pi} \int_0^{k_{n,y}} \cos\left(\frac{k_y g}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right) \cos(k_y y) dk_y \quad (13)$$

Quadriert man diesen Ausdruck, so erhält man das Bild des modifizierten Doppelspaltes.

Das modifizierte Spaltbild für unterschiedliches Ausblenden von Beugungsordnungen ist in Abbildung 5 dargestellt.

Schneidet man das Maximum 1. Ordnung heraus so erhält man ein flaches

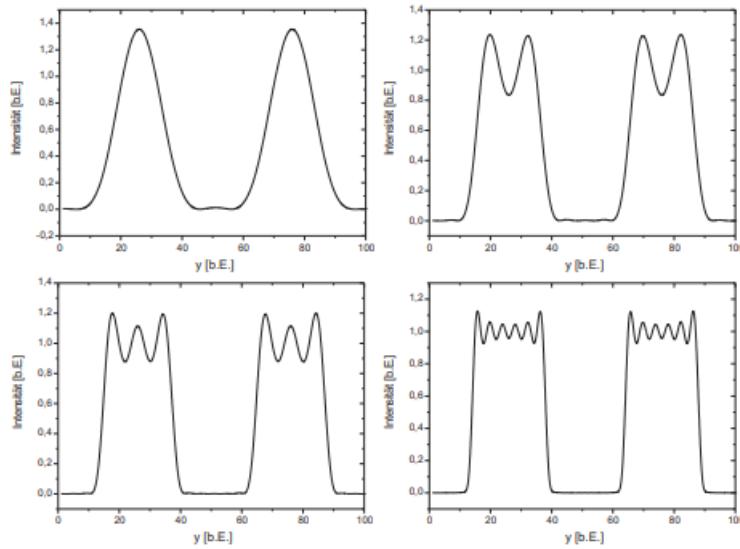


Abbildung 5: Modifizierte Spaltbilder (Quelle Praktikumsskript v233 s13)

Plateau.

## 2 Durchführung

### 2.1 Messprotokoll

10.11.2023  
17.11.2023

# Versuch 233: Fourieroptik

Juan Bueno Fontanillo Lea Neumann  
Yago Obispo Gelsler

Schlitzen  
)

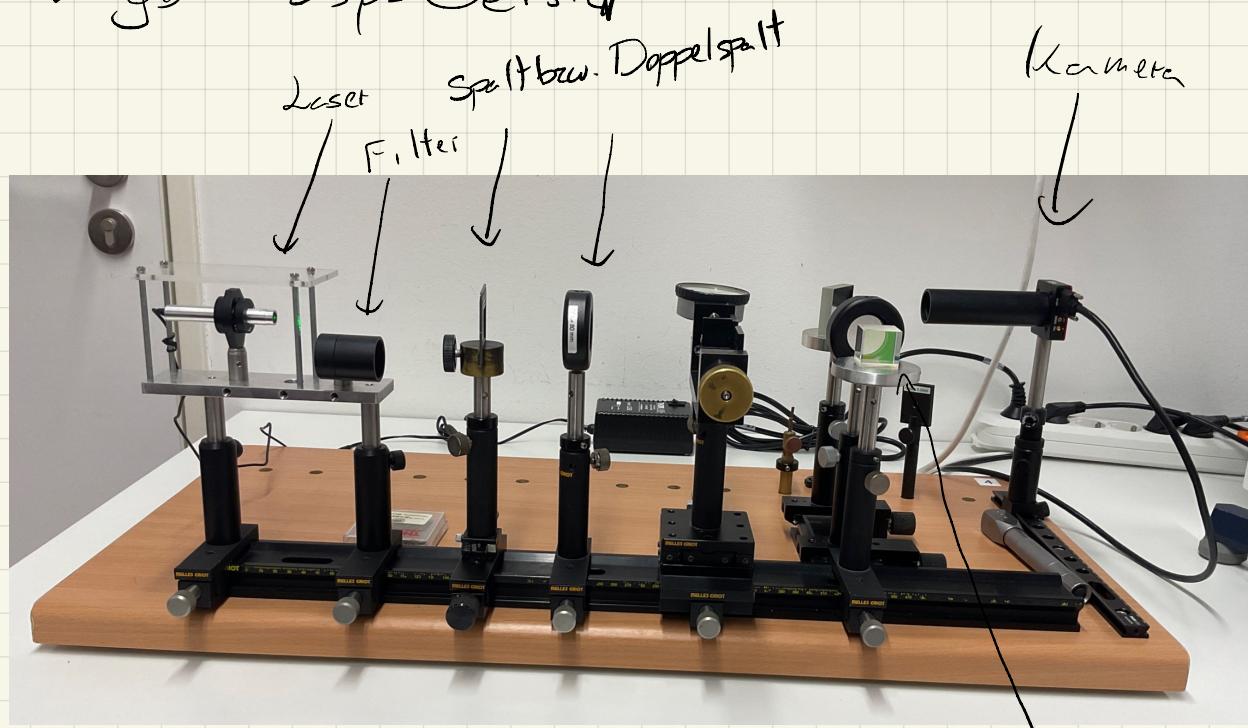


Abbildung 1: Versuchsaufbau

## A1) Eichung u. Justierung:

Zuerst justieren wir den optischen Aufbau.

Wir stellen eine Filter den Abstand der 1. Linse zur  
Fourier-Ebene auf 8 cm ein, auf der Brennweite.

Auf dem Halter mit den Blenden zentrieren  
wir erstens die Einzelspalt mit der mittleren  
Breite.

Wir justieren danach die Position der 2. Linse bis das Interferenzmuster am Schirm scharfsten am Schirm erscheint.



Zuerst führen wir einige qualitative Beobachtungen auf der Höhe des Schirms durch.

Für die quantitative Aufgaben untersuchen wir das Interferenzmuster mit dem Computer am Bildschirm. Dazu nehmen wir das Raster mit einer Kamera auf. (Das mit dem Spiegel umgedrehte Bild). Mit dem Computerprogramm Thor schauen wir uns das Raster an. Und nehmen Bilder auf bei geeigneter Exposure-Rate.

Die Bilder schauen wir uns dann im Programm Gwyddion an, wo wir auch Abstände und Intensitäten messen können.

Im 1. Teil des Versuchs untersuchen wir einfach das Beugungsbild eines Einzel- und eines Doppelspaltes wie erklärt mit Thor und Gwyddion.

Ls Wir messen die Intensitätsverhältnisse zwischen den Maximalstellen der Maxima von der 1. bis zur 5. Ordnung beim Einzelspalt und von den Maxima des Doppelspaltes, die innerhalb der 1. Einhüllenden liegen. Außerdem eichen wir Pixelz zu Intensität mit Hilfe der Regulierung des Analysierspaltes - der Melvora oder wenige Ordnungen durchlaufen.

Ls Im 2. Teil beobachten wir auch beim Einzel- und Doppelspalt das rekonstruierte Spaltbild, nicht das Beugungsbild. Wir regulieren dabei wie viele Maxima des gebeugten Lichts zur Rekonstruktion des Bilds beitragen - indem wir den Analysierspalt abschaffen und messen die Spaltlänge und Breite

## Eichung der Abzisse:

Wir schließen langsam den Analysespalt und beobachten wie die

Pixel	Mr [mm]
54	1'76
724	1'59
791	1'42
257	1'27
324	1'08
330	0'92
457	0'77
526	0'59

Tabelle 1: Eichung der Abzisse

Ausmessung der Maxima

Ordnung	Intensität	
0te	673,47	} 1. Bild
1te	35,12	
2te	787,3	} 2. Bild
2te	301,7	
3te	748,4	
4te	82,2	
5te	52,7	

Tabelle 2: Ausmessung Maxima

## Doppelspalt:

Ordnung	Intensität
0ter	922,0
1ter	470,5
2ter	35,7

Tabelle 3: Maxima beim Doppelspalt

Bestimmung der Bildweite	24,2	79,6
	Linse - Kamera Anfang	Länge Kamera
	8cm ↓ Brennweite	

Einzelpunkt	links	rechts
	Spaltbreite: 247,47	500,65
Spaltbreite: 1:	links	rechts
	28,8	288,8
2:	608,9	868,0

Tabelle 4: Spaltbreite und Spaltweite

Doppelpalt: Abschneiden der Maxima  
0,16 mm: Stellung (a) 2 Gauß  
0,02 mm: Stellung (b) Platt

## Fehlerabschätzung:

Messungen mit dem Maßstab: 0,5 cm

Messuhr: 0,02 mm

## 2.2 Erläuterung des Aufbaus

Daher dass der verwendete optische Aufbau in diesem Versuch (siehe Abbildung 6) etwas komplex ist, werde ich diesen, bevor ich mit der Auswertung des Versuches beginne, genauer erläutern. Als Lichtquelle wird ein Diodenla-

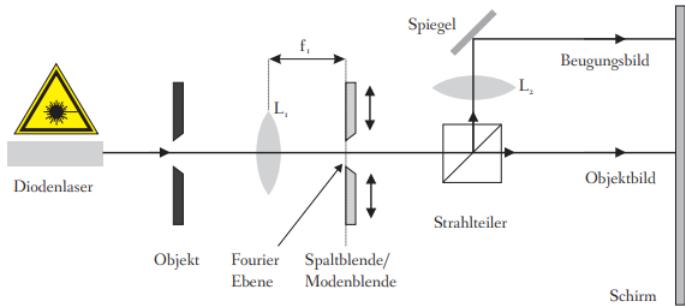


Abbildung 6: Darstellung des verwendeten optischen Aufbaus

ser mit einer Wellenlänge von  $532\text{nm}$  und Leistung von  $1\text{mW}$  verwendet. Ein klappbarer Graufilter kann die Intensität abschwächen. Auf den Halter kann ein Objekt montiert werden. Dahinter befindet sich die Linse L1, welche mit  $80\text{mm}$  Brennweite das Objekt scharf auf den Schirm im Abstand von ca.  $1\text{m}$  abbildet. Die Beugungsstruktur kann dann in der Brennebene der abbildenden Linse (Fourierebene) beobachtet werden, was wir während des Versuches leicht einsehen konnten, indem wir ein Papierzettel davorgetan haben. Da wir die Beugungsstruktur jedoch auch neben der Objektstruktur auf dem Schirm sehen wollen, verwenden wir einen Strahlteiler und eine zweite Linse L2, welche das Beugungsbild auf dem Schirm vergrössert darstellen. In der Fourierebene befindet sich weiter noch ein Analysierspalt mit welchem die Maxima ausgeblendet werden können, was wir während dem Versuch genauer untersucht haben. Weiterhin steht uns zur Messung eine CMOS-Kamera zur Verfügung, welche die Lichtintensität als Funktion des Ortes misst und auf dem PC darstellt.

Messwerte welche keinen Sinn ergeben und eindeutig auf grobe Fehler zurückführbar waren, werden durch die Messwerte, welche uns freundlicherweise zu unseren parallelen Versuchspartnern zur Verfügung gestellt wurden, ersetzt.

## 3 Auswertung

### 3.1 Eichung der Abszisse

Um herausfinden zu können, wie viele Pixel auf der Kamera einem Millimeter in der Fourierebene entsprechen und somit sinnvolle Aussagen über Abstände treffen zu können, muss eine Eichung durchgeführt werden. Dazu werden die Beugungsminima mit dem Cursor markiert, der Pixelwert notiert und der

Analysierspalt wird in der Fourierebene so lange geschlossen bis dieser die Cursorposition erreicht. Dann wird der Wert der Messuhr notiert. Dieses Verfahren wird für mehrere Minima durchgeführt.

Um die Abszisse zu eichen wird die Breite des Spaltes gegen die Lage der Minima in Pixel aufgetragen und eine Gerade an die Messpunkte angepasst. Für

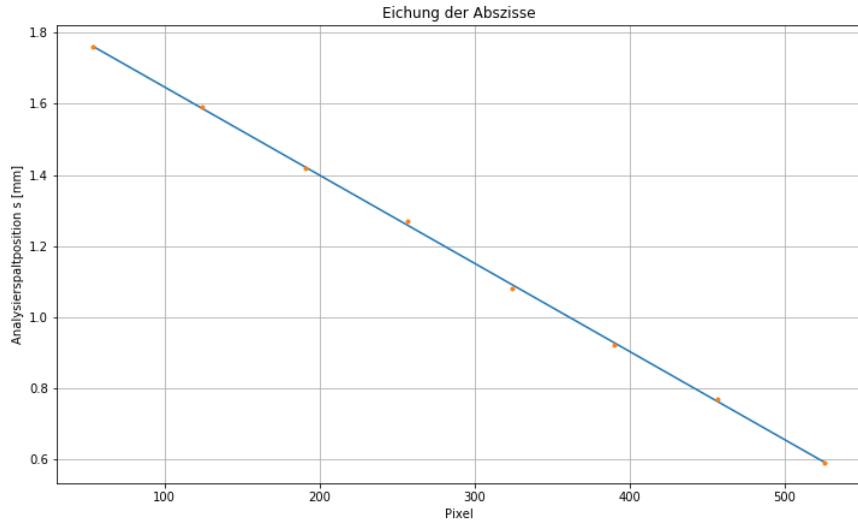


Abbildung 7: Eichungsmessung

die Geradensteigung erhalten wir

$$m = (-0.0024817892 \pm 4 \cdot 10^{-10}) \frac{mm}{px} \quad (14)$$

## 3.2 Einzelpalt

### 3.2.1 Ausmessung Minima und Maxima mit Python

Da während des Versuches die Lage der Minima und Maxima nicht bestimmt wurde, sondern nur deren Intensität, bestimme ich diese mit der gespeicherten Messung in Python (siehe Anhang).

Dabei wurden die gespeicherten txt Dateien verwendet, um zu erkennen, wann die Minima bzw. Maxima erreicht werden.

Um die bestimmten Werte zu überprüfen, plotte ich das Beugungsbild des Einzelpaltes und setze Markierungen an den gekennzeichneten Stellen (siehe Abbildung 8 und Abbildung 9).

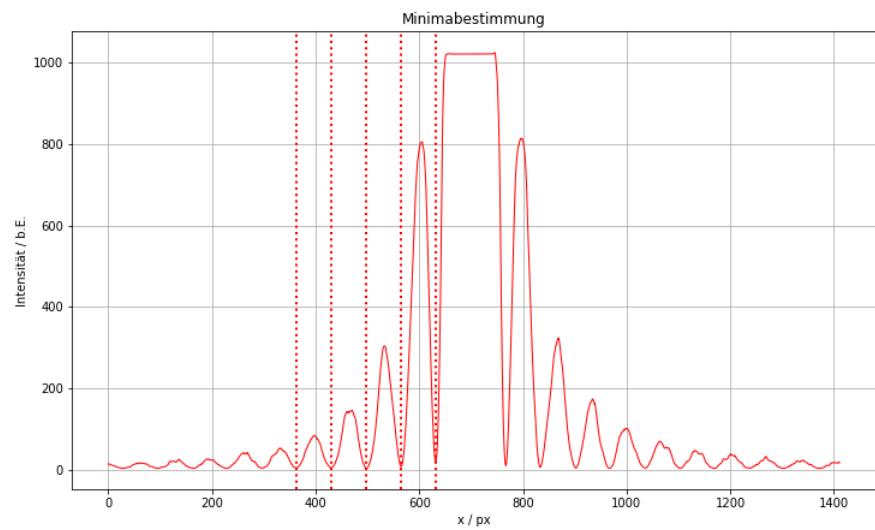


Abbildung 8: Minimabestimmung

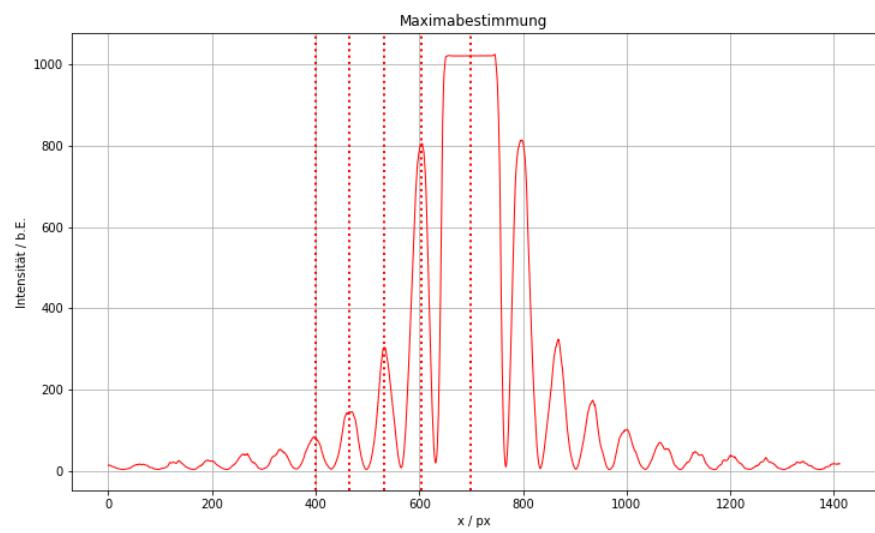


Abbildung 9: Maximabestimmung

### 3.2.2 Mittlerer Abstand zwischen zwei Minima

Die Lage der Minima wird gegen die Beugungsordnung  $n$  graphisch aufgetragen (siehe Abbildung 10) und eine Gerade wird den Messwerten angepasst. Die

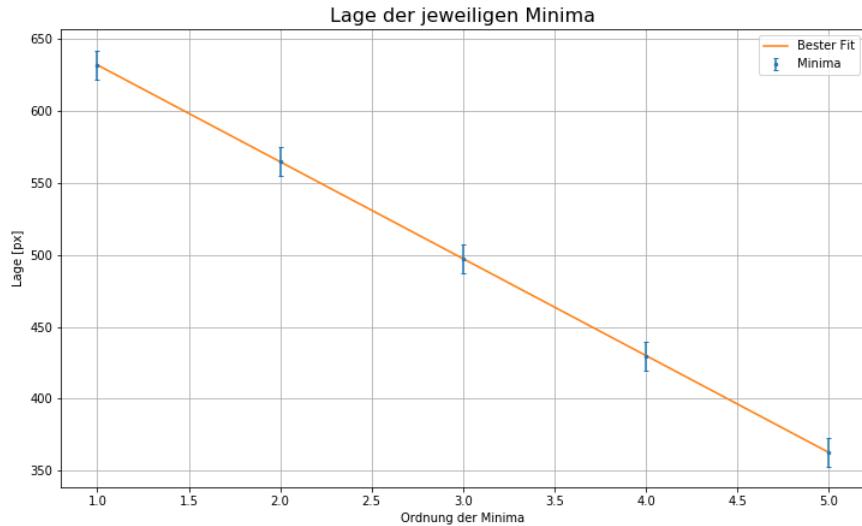


Abbildung 10: Lage der Minima gegen ihre Ordnung

Steigung dieser Geraden entspricht genau dem mittleren Abstand zwischen zwei Minima.

$$m_2 = (-67.30 + / - 0.10) \frac{px}{Ordnung} \quad (15)$$

Der mittlere Abstand der Minima, welcher sich aus den Messwerten berechnen lässt beträgt dabei jedoch:

$$d = (-67.25 + / - 0.25) \frac{px}{Ordnung} \quad (16)$$

Dieser wurde dadurch berechnet, dass der Abstand zwischen zwei Minima bestimmt wurde (für alle Minima) und dann hieraus der Mittelwert gebildet wurde.

### 3.2.3 Maxima

Anschiessend werden auch die Messwerte für die Maxima in das Diagramm eingetragen. Um die Position der Maxima zu berechnen wird

$$n = \frac{\text{LageMaxima} - \text{FitparameterVerschiebungGeradeMinima}}{m_2} \quad (17)$$

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\Delta \text{Lage}}{m_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \text{Verschiebung}}{m_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2 n}{m_2}\right)^2} \quad (18)$$

verwendet. Als Ergebnisse erhalte ich:  $0,004 \pm 0,015$ ,  $1,416 \pm 0,015$ ,  $2,486 \pm 0,016$ ,  $3,481 \pm 0,016$  und  $4,462 \pm 0,017$ .

Damit können nun auch die Maxima in das Diagramm eingezeichnet werden (siehe Abbildung 11). Die Maxima sollen anschliessend mit den theoretischen

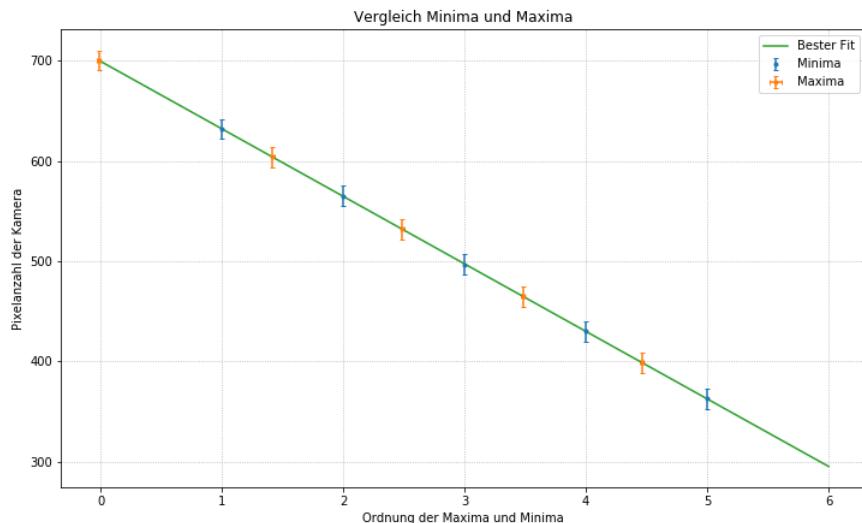


Abbildung 11: Maxima und Minima

Werten verglichen werden. Dazu werden sie mit einem Faktor  $\pi$  multipliziert. Da das Beugungsbild bekanntlich eine sinc-Funktion ist, kann eine Näherungsformel für die Maxima von dieser verwendet werden:

$$n_{theo} \approx \left(n + \frac{1}{2}\right) \pi - \frac{1}{(n + \frac{1}{2})\pi} \quad (19)$$

Tabelle 1 vergleicht die experimentell und theoretisch bestimmten Werte miteinander.

$n \cdot \pi$	$n_{theo}$
$0,01 \pm 0,05$	$0,000 \pm 0,009$
$4,45 \pm 0,05$	$4,50 \pm 0,045$
$7,81 \pm 0,05$	$7,73 \pm 0,08$
$10,94 \pm 0,05$	$10,91 \pm 0,11$
$14,02 \pm 0,05$	$14,07 \pm 0,14$

Tabelle 1: Vergleich der Lage der experimentellen und theoretischen Maxima

### 3.2.4 Herleitung und Bestimmung der Spaltbreite

Im nächsten Schritt soll die Spaltbreite  $b$  des Einzelpalts rechnerisch ermittelt werden. Die Praktikumsanleitung verrät uns dabei, dass diese anhand der Steigung der Geraden der Lage der Minima gegen die Ordnung  $n$  bestimmt werden kann. Jedoch ist noch nicht bekannt wie genau diese mit der Spaltweite zusammenhängt und dies soll entsprechend erst einmal theoretisch bewiesen werden. Dafür verwenden wir

$$\sin\alpha = \frac{n\lambda}{b} \quad (20)$$

$$\tan\alpha = \frac{d}{f_1} \quad (21)$$

wobei  $f_1 = 80\text{mm}$  die Brennweite der ersten Linse beschreibt,  $\lambda = 532\text{nm}$  die Wellenlänge des verwendeten Lasers nach Praktikumsanleitung ist und  $d$  die Position der Minima.

Unter Verwendung der Kleinwinkelnäherung stimmen beide Gleichungen überein, weshalb beide gleichgesetzt und umgeformt werden können:

$$\frac{n\lambda}{b} = \frac{d}{f_1} \quad (22)$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{n\lambda f_1}{d} \quad (23)$$

Da die Lage der Minima die Einheit Pixel trägt, muss noch eine Umformung gemacht werden, damit diese die Einheit  $\text{mm}$  trägt. Dazu wurde ja bereits die Eichung der Abszisse durchgeführt und entsprechend müssen wir diese nur mit der Lage der Minima in Pixel multiplizieren.

$$d = m \cdot \text{LageMinima}(px) \quad (24)$$

Daraus folgt durch Einsetzen in (23):

$$b = \frac{n\lambda f_1}{m \cdot \text{LageMinima}} \quad (25)$$

Die Steigung von Abbildung 10 wurde bereits zu

$$m_2 = \frac{\text{LageMinima}}{n} = (-67.30 + / - 0.10) \frac{\text{px}}{\text{Ordnung}} \quad (26)$$

bestimmt. Damit vereinfacht sich unser Ausdruck zu

$$b = \frac{\lambda f_1}{m \cdot m_2} \quad (27)$$

$$\Delta b = b \sqrt{\left(\frac{\Delta f_1}{f_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2} \quad (28)$$

Dies ist der gesuchte Zusammenhang zwischen der Geradensteigung und der Spaltbreite. Ich erhalte:

$$b = (0, 2548 \pm 0, 0004) \text{ mm} \quad (29)$$

### 3.2.5 Intensitätsverhältnisse der Nebenmaxima zum Maximum 0ter Ordnung

Im letzten Versuchsschritt zum Einzelpalt sollen die Intensitätsverhältnisse der gemessenen Nebenmaxima relativ zum Maximum 0ter Ordnung ermittelt werden und mit den theoretisch zu erwartenden Werten verglichen werden - unter Berücksichtigung der Fehler.

Da zwei Bilder aufgenommen wurden mit jeweils unterschiedlich starken Intensitäten muss erst einmal eine Anpassung der Intensitäten erfolgen, damit beide vergleichbar sind. Dafür wird zunächst das Verhältnis des Hauptmaximums  $I_{0gering} = 670 \pm 40$  zu dem ersten Nebenmaximum bei geringer Laserintensität  $I_{1gering} = 35,1 \pm 1,1$  bestimmt gemäss:

$$\frac{I_{0gering}}{I_{1gering}} = 19,2 \quad (30)$$

$$\Delta \left( \frac{I_{0gering}}{I_{1gering}} \right) = \frac{I_{0gering}}{I_{1gering}} \sqrt{\left( \frac{\Delta I_{0gering}}{I_{0gering}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta I_{1gering}}{I_{1gering}} \right)^2} = 0,8 \quad (31)$$

wobei für die Fehler der Intensitäten ein relativer Fehler von 3% berücksichtigt wurde.

Multipliziert man dieses Verhältnis mit der Intensität des Hauptmaximums bei der geringen Intensitätsmessung, so erhält man die Intensität des Hauptmaximums bei der hohen Intensitätsmessung (dabei werden wir die Verhältnisse und Vergleiche im hohen Intensitätsfall ohne Beschränkung der Allgemeinheit betrachten). Wir erhalten somit für das Hauptmaximum eine Intensität von

$$I_{0hoch} = (12900 \pm 700) \quad (32)$$

Das Verhältnis der Nebenmaxima zum Hauptmaximum kann damit nach

$$\frac{I_{nhoch}}{I_{0hoch}} \quad (33)$$

$$\Delta \frac{I_{nhoch}}{I_{0hoch}} = \frac{I_{nhoch}}{I_{0hoch}} \sqrt{\left( \frac{\Delta I_{nhoch}}{I_{nhoch}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta I_{0hoch}}{I_{0hoch}} \right)^2} \quad (34)$$

berechnet werden. Diese Rechnung wird für alle 5 Nebenmaxima durchgeführt. Da wir diese mit den theoretischen Werten vergleichen wollen, müssen die theoretische Werte bestimmt werden. Sie können dadurch bestimmt werden, indem die ermittelten theoretischen Werte für die Nebenmaxima in  $\frac{\sin^2(x)}{x^2}$  eingesetzt werden. Dabei muss weiter ein Faktor  $\pi$  einbezogen werden.

Für den Fehler der theoretisch bestimmten Nebenmaxima gilt:

$$\Delta I = \frac{\partial \text{sinc}^2(x)}{\partial x} \Delta x \quad (35)$$

$$= 2 \cdot \text{sinc}(x) \cdot \left( \frac{\cos(x)}{x} - \frac{\sin(x)}{x^2} \right) \quad (36)$$

Alle Ergebnisse werden in Tabelle 10 eingetragen und deren Sigma-Abweichung wird berechnet. Die Abweichung zwischen den theoretischen und experimentel-

Ordnung n	$\frac{I_n}{I_0}$ [%]	Theoret. Wert [%]	$\sigma$ -Abw.
1	$6,1 \pm 0,4$	$4,72 \pm 0,06$	4
2	$2,34 \pm 0,14$	$1,648 \pm 0,005$	5
3	$1,15 \pm 0,07$	$0,834 \pm 0,0008$	5
4	$0,62 \pm 0,04$	$0,5029 \pm 0,00024$	3
5	$0,408 \pm 0,024$	$0,3361 \pm 0,00009$	2,9

Tabelle 2: Vergleich experimentelle Intensitätsverhältnisse vs. theoretische  
len Ergebnissen wird in der Diskussion genauer untersucht.

### 3.3 Die Beugungsstruktur des Doppelspaltes

#### 3.3.1 Vergleich der theoretischen und experimentellen Verteilung

Im zweiten Versuchsteil beschäftigen wir uns genauer mit der Beugungsstruktur des Doppelspaltes. Dabei soll zunächst ein Bild der theoretischen Beugungsstruktur generiert werden mit einer Spaltbreite und -abstand, welche dem vierten Aufgabenteil entnommen werden sollen.

Im Versuch wurde zwei Male die Spaltbreite zu

$$b_1 = (288,8 - 28,8)px = 260px \quad (37)$$

$$b_2 = (868,0 - 608,9)px = 259,1px \quad (38)$$

$$\Delta b_1 = \Delta b_2 = 10px \quad (39)$$

$$(40)$$

vermessen. Der Mittelwert ergibt sich zu:

$$b = \frac{b_1 + b_2}{2} \quad (41)$$

$$\Delta b = \frac{\sqrt{\Delta b_1^2 + \Delta b_2^2}}{2} = 7px \quad (42)$$

$$\Rightarrow b = (260 \pm 7)px \quad (43)$$

Wir sind an dem Verhältnis zwischen Spaltabstand  $d$  und Spaltbreite interessiert, da wir damit die Einzelspaltstruktur, mit der typischen Form einer  $\text{sinc}^2$  Funktion

$$\frac{\sin^2(x)}{x^2} \quad (44)$$

und die Doppelspaltstruktur mit der charakteristischen Form

$$\frac{\sin^2(x)}{x^2} \cos^2(vx) \quad (45)$$

graphisch darstellen können.

Das Verhältnis  $v$  von Spaltabstand  $d = 320 \pm 10$  zu Spaltbreite  $b$  berechnet sich zu

$$v = \frac{d}{b} \quad (46)$$

$$\Delta v = v \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2} \quad (47)$$

$$\Rightarrow v = (1.23 \pm 0.05) \quad (48)$$

Damit kann nun die theoretische und die experimentell bestimmte Verteilung geplottet werden. Dabei lässt sich hierbei ganz klar erkennen, dass das Beu-

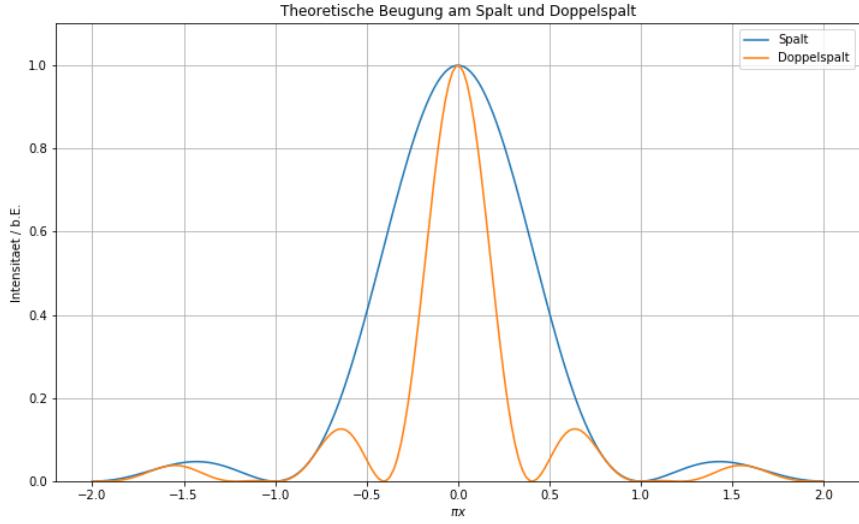


Abbildung 12: Theoretisch erwartete Beugungsverteilung beim Doppelspalt

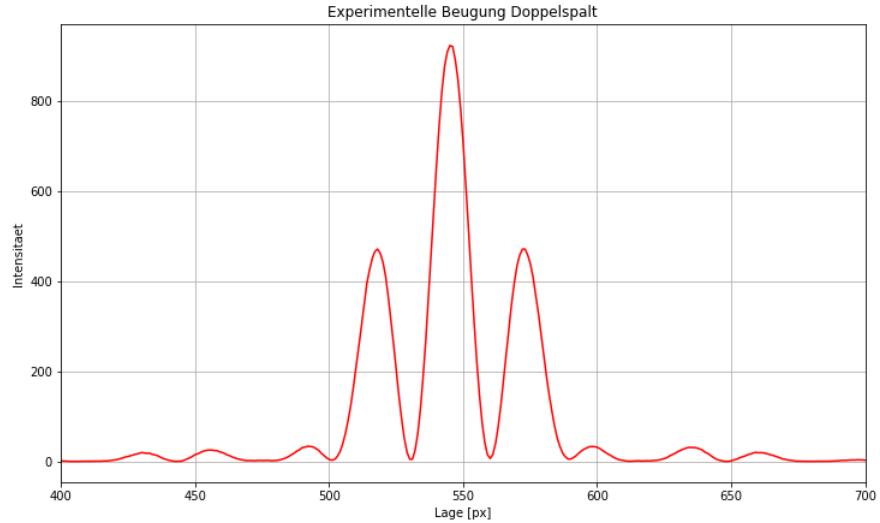


Abbildung 13: Experimentell gemessene Beugungsverteilung beim Doppelspalt

gungsbild eines Einzelpaltes die Einhüllende des Doppelspaltbeugungsbildes darstellt und somit die Nullstellen des Einzelpaltes auch gleichzeitig Nullstellen des Doppelpaltes sind. Der zusätzliche zweite  $\cos^2$  Term beim Doppelspalt führt zu den weiteren Nullstellen:

$$x_0 = \frac{\pi}{2v} \pm \frac{n\pi}{v} \quad (49)$$

Das erste Minimum des Einzelpaltes liegt in beiden Fällen - theoretisch und experimentell - zwischen dem zweiten und dritten Nebenmaximum des Doppelpaltes. Weiterhin kann man beobachten, dass die Beugungsstruktur des Doppelpaltes des theoretischen Falles gut mit dem experimentell gemessenen übereinstimmt, da die Anzahl an gemessenen Nebenmaxima und Minima in beiden Fällen im betrachteten theoretischen Bereich miteinander übereinstimmt. Dies liegt daran, dass der Analysierspalt anfangs komplett geöffnet war, und somit keins der Nebenmaxima abgeschnitten wurde (später kümmere ich mich um diesen Spezialfall).

Auf den ersten Blick wirken die ersten theoretischen Nebenmaxima des Doppelpaltes jedoch relativ gering intensiv im Vergleich zu den experimentell erhaltenen. Dieser Effekt wird im Anschluss genauer untersucht.

### 3.3.2 Intensitätsvergleich mit theoretischen Werten

Innerhalb des ersten Hauptmaximums des Einzelpalts, d.h. zwischen den 1. Minima der Spaltfunktion, wird die relative Intensität der Nebenmaxima des

Doppelspaltes bezüglich des nullten Hauptmaximums berechnet und mit dem erwarteten theoretischen Wert verglichen.

Daher dass das Verhältnis  $v$  fehlerbehaftet ist, muss dies hierbei für die theoretischen Werte berücksichtigt werden, weshalb neben dem ersten Plot der theoretischen charakteristischen Beugungsverteilung noch ein zweiter Plot mit  $v - \Delta v$  erstellt wurde. Die Unterscheidung dieser beiden entspricht somit dem gemachten Fehler.

Da die Intensitäten der beiden Nebenmaxima rechts vom Hauptmaximum beim experimentellen Fall nicht gemessen wurden, werden diese der txt-Datei nach dem gleichen Verfahren wie davor entnommen.

Daher dass das Hauptmaximum im theoretischen Fall so gewählt wurde, sodass die Intensität 1.0 ist, stimmen in diesem Fall günstigerweise die Intensitäten der ersten Nebenmaxima mit den relativen Verhältnissen im theoretischen Fall überein. In ?? sind die Verhältnisse dargestellt. Die Sigma-Abweichung zwischen den

Ordnung n	Exp. Intens.verh. [%]	Theoret. Intens.Verh. [%]
1	$51,2 \pm 2,2$	$12,6 \pm 2,5$
-1	$51,0 \pm 2,2$	$12,6 \pm 2,5$
2	$3,69 \pm 0,16$	$3,8 \pm 0,8$
-2	$3,87 \pm 0,16$	$3,8 \pm 0,8$

Tabelle 3: Vergleich experimentelle Intensitätsverhältnisse vs. theoretische beim Doppelspalt

Werten wird in der Diskussion berechnet und die Ursachen für die Abweichungen erläutert. Jedoch kann man bereits ohne eine quantitative Aussage treffen zu wollen bemerken, dass die Intensitätsverhältnisse der 2ten Nebenmaxima in etwa miteinander übereinstimmen, während die Intensitätsverhältnisse der 1ten Nebenmaxima stark voneinander abweichen.

### 3.4 Fouriersynthese beim Einzelspalt

Im dritten Versuchsschritt werden die Bilder modifiziert, indem der Analysierspalt in der Fourierebene geschlossen wird. Dabei betrachten wir das rückgewonnene Spaltbild als die Fouriersynthese des Beugungsbildes und wollen deren Zusammenhang genauer untersuchen.

Wir beobachten zunächst bei geöffnetem Analysierspalt die typische Spaltfunktion, schliesst man diesen, so schneiden man im Beugungsbild der Reihe nach einige Maxima ab. Das Spaltbild ändert sich entsprechend. Aus einem Rechteck mit vielen Wiggles, entsteht ein unschärferes Rechteck mit weniger Wiggles, bis die Rechteckstruktur ganz verschwindet und nur noch eine gaussähnliche Verteilung beobachtbar ist.

#### 3.4.1 Vergleich bei unterschiedlichen Öffnungen

Der Reihe nach werden die theoretisch erwarteten Spaltbilder mit den gemessenen verglichen. Die Spaltbreite  $d$  wird zunächst auf 1 gesetzt, da erst nur

qualitative Eigenschaften wie die Zahl der Wiggles, deren qualitative Lage und Intensitätsverhältnisse untersucht werden, bei denen diese erst einmal nur einen Faktor darstellt, welcher bei der Rechnung wegfällt.

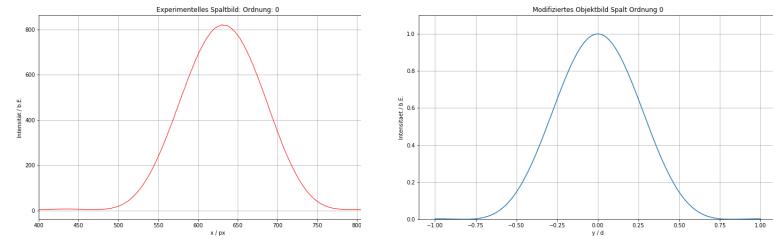


Abbildung 14: Vergleich theoretisches (rechts) und experimentell (links) modifiziertes Spaltbild

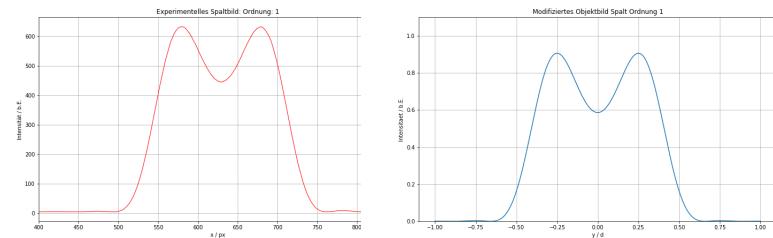


Abbildung 15: Vergleich theoretisches (rechts) und experimentell (links) modifiziertes Spaltbild

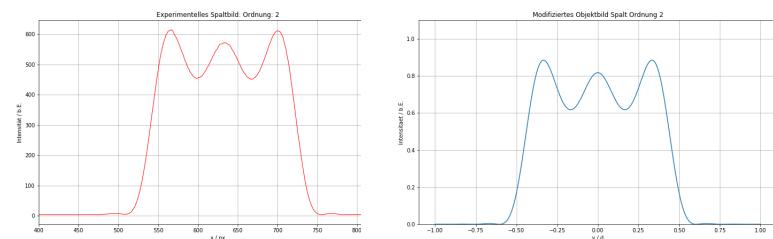


Abbildung 16: Vergleich theoretisches (rechts) und experimentell (links) modifiziertes Spaltbild

Die theoretischen und experimentell bestimmten Spaltbilder stimmen für kleine Ordnungen miteinander überein. Die Anzahl an Wiggles ist bei den ersten Ord-

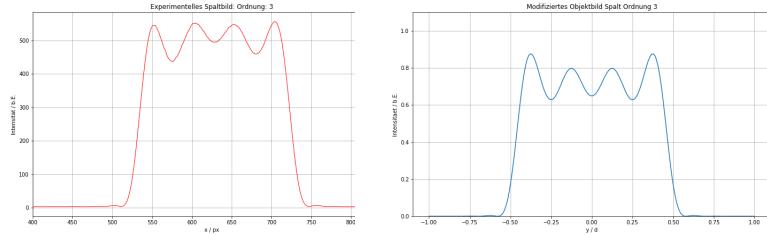


Abbildung 17: Vergleich theoretisches (rechts) und experimentell (links) modifiziertes Spaltbild

nungen gleich und deren Lage stimmt in etwa miteinander überein. Je grösser die Ordnung jedoch wird, umso ungenauer werden die experimentellen Spaltbilder. Die theoretischen Bilder weisen immer eine perfekt symmetrische Struktur auf, während die experimentellen Bilder zwar auch auf den ersten Blick symmetrisch wirken, für höhere Ordnungen (bei  $n=3$ ) kann man dies beispielsweise leicht erkennen, werden die Bilder etwas asymmetrischer, was mit dem Versuchsaufbau in Verbindung gebracht werden kann.

Vor allem ist auffällig dass das linke und rechte Wiggle, eine Intensität aufweisen, die bei allen Bildern grösser ist als die Intensität der restlichen mittleren Wiggles. Dies wird später bei dem Vergleich der Intensitätsverhältnisse noch genauer quantitativ untersucht.

Zuletzt wird noch ein Spaltbild betrachtet, welches eine hohe Ordnungszahl  $n$  besitzt (Abbildung 18). An diesem Bild können wir erkennen, dass die Wiggles stark anstisymmetrisch sind. Der Effekt der Antisymmetrie verstärkt sich somit mit zunehmender zugelassener Ordnungszahl  $n$ . Dies liegt wie bereits gesagt an einer möglichen nicht perfekten Einstellung der Linsen und des Versuchsaufbaus im Allgemeinen, könnte jedoch auch beispielsweise daran liegen, dass der Analysierspalt nicht gleichmässig vom Laser beleuchtet wird. Eine weitere Beobachtung ist, dass die Kanten mit zunehmender Ordnungszahl immer ausgeprägter werden und fast orthogonal auf der Abszisse.

### 3.4.2 Intensitätsverhältnisvergleich mit theoretischen Werten

Im Anschluss werden die Intensitäten der Minima und Maxima relativ zur Intensität des 0ten Hauptmaximums mit den theoretisch zu erwartenden Intensitäten verglichen.

Da der Intensitätsverlauf in einer txt Datei gespeichert ist, müssen die Intensitäten zunächst grafisch bestimmt werden.

Für die Maxima erhalten wir die Werte in Tabelle 4. Das gleiche wird für die Intensitäten der Minima in Tabelle 5 wiederholt. Die Intensität des Hauptmaximums beträgt ohne Normierung also

$$I_0 = (818 \pm 25) \quad (50)$$

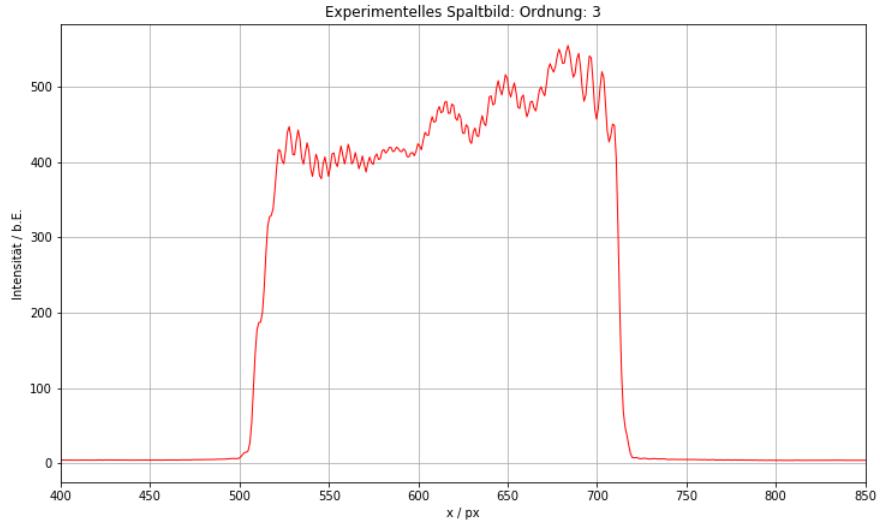


Abbildung 18: Spaltbild Einzelspalt Zulassung hoher Ordnungen

Ordnung	Lage $\pm 10[\text{px}]$	Intensität $\frac{\Delta I}{I} = 0,03$
0	631	818
1	581	632
1	680	631
2	568	612
2	635	571
2	701	610
3	554	544
3	606	550
3	654	546
3	705	555

Tabelle 4: Intensitäten der Maxima

Damit können im Anschluss die Intensitätsverhältnisse für den theoretischen und experimentellen Fall bestimmt werden. Die Ergebnisse sind einmal für die Maxima in Tabelle 6 und für die Minima in Tabelle 7 aufgeführt. Die Abweichungen werden in der Diskussion genauer unter die Lupe genommen.

### 3.4.3 Intensität in Bildmitte bei fast geschlossenem Analysierspalt

Weiterhin ist uns während der Versuchsdurchführung aufgefallen, dass die Intensität in der Bildmitte bei einem fast geschlossenem Analysierspalt - d.h. bei einer Öffnung, welche nur das 0-te Hauptmaximum zulässt - grösser ist als in

Ordnung	Lage $\pm 10$ [px]	Intensität [ $\frac{\Delta I}{I} = 0,05$ ]
1	630	444
2	599	454
2	668	451
3	576	437
3	629	494
3	680	459

Tabelle 5: Intensitäten der Minima

Zugelassene Ordnungen	Maximumordnung	Exp. rel. Intensität	Theo. rel. Intensität	$\sigma$
0	0	$1,00 \pm 0,07$	1,0	0
1	-1	$0,77 \pm 0,05$	0,91	2,8
1	1	$0,77 \pm 0,05$	0,91	2,8
2	-1	$0,75 \pm 0,05$	0,89	2,8
2	0	$0,70 \pm 0,05$	0,82	2,4
2	1	$0,75 \pm 0,05$	0,89	2,8
3	-2	$0,66 \pm 0,05$	0,88	4,4
3	-1	$0,67 \pm 0,05$	0,80	2,6
3	1	$0,67 \pm 0,05$	0,80	2,6
3	2	$0,68 \pm 0,05$	0,88	4,4

Tabelle 6: Maximaintensitätsvergleich

Zugelassene Ordnungen	Minimaordnung	Exp. rel. Intensität	Theo. rel. Intensität	$\sigma$
1	0	$0,54 \pm 0,04$	0,59	1,3
2	-1	$0,56 \pm 0,04$	0,62	1,5
2	1	$0,55 \pm 0,04$	0,62	1,75
3	-1	$0,53 \pm 0,04$	0,63	2,5
3	0	$0,60 \pm 0,04$	0,65	1,25
3	1	$0,56 \pm 0,04$	0,63	1,75

Tabelle 7: Minimaintensitätsvergleich

dem Fall bei welchem der Analysierspalt weit geöffnet ist.

Dies liegt an den Eigenschaften der Beugung und Interferenz beim Einzelpunkt. Da das Beugungsbild einer sinc-Funktion entspricht hat das Hauptmaximum die höchste Intensität, während die Nebenmaxima eine kleinere Intensität besitzen und vor allem die vielen Wiggles erzeugen. Schneidet man die Nebenmaxima ab, so kommt es zu einer stärkeren konstruktiven Interferenz und die Anzahl an Wiggles nimmt ab. Das Schliessen des Analysierspaltes kann also als eine Art Hochpassfilter interpretiert werden, welcher nur durchlässig für hohe Intensitäten ist. Entsprechend vergrößert sich die Intensität in der Bildmitte.

### 3.5 Das Fourierbild des Doppelspaltes

Im letzten Versuchsschritt beschäftigen wir uns mit dem Objektbild des Doppelspaltes. Dazu wurden die Daten der anderen Versuchsgruppe für die Auswertung verwendet, da unsere wegen defekter Einstellung des Aufbaus nicht zielführend waren.

Dabei haben wir ähnlich zur Vorgehensweise beim Einzelspalt, sowohl das Objektbild als auch das Beugungsbild des Doppelspaltes auf dem Schirm scharf dargestellt. Daraufhin wird der Analysierspalt langsam geschlossen und wir können beobachten wie aus der rechteckigen Doppelspaltfunktion immer eine rundere Objektfunktion entsteht, bis sich das Objektbild zu zwei gaussähnlichen Peaks verändert und letztendlich nur noch ein flaches Plateau beobachtet wird.

Letztere beiden Fälle wollen wir dabei hier genauer betrachten. Der Fall bei welchem nur die 1ten Beugungsmaxima zur Abbildung zugelassen werden und bei welchem zwei gaussähnliche Profile beobachtet werden können, nennen wir Fall **a** und den Fall bei welchem selbst die 1ten Maxima abgeschnitten werden und nur noch ein flaches Plateau beobachtet wird, nennen wir Fall **b**.

Wir beobachten beide Fälle in Abbildung 19 und Abbildung 20.

Dabei können wir in Abbildung 19 erkennen, wie beim Zulassen eines Mini-

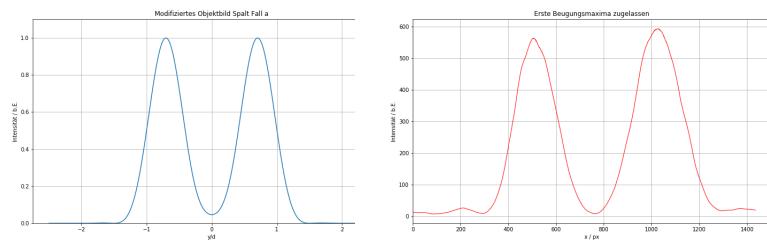


Abbildung 19: Vergleich theoretisches (rechts) und experimentell (links) modifiziertes Spaltbild Fall a

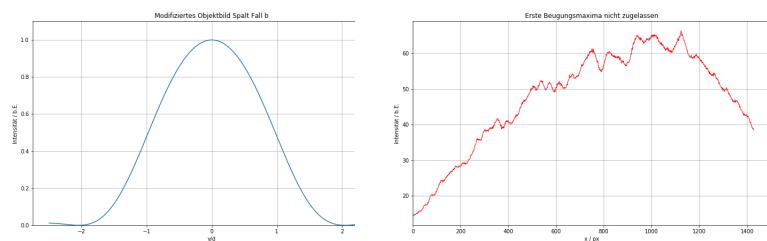


Abbildung 20: Vergleich theoretisches (rechts) und experimentell (links) modifiziertes Spaltbild Fall b

mums, zwei gaussähnliche Kurven für jeden Spalt entstehen. Dabei stimmen

das theoretische und experimentelle Bild relativ gut miteinander überein, da man in beiden Fällen die Gausskurven sehen kann. Beim experimentellen bemerkt man wieder eine leichte Antisymmetrie, da der rechte Peak etwas höher liegt als der linke. Diese könnte dadurch erklärt werden, dass der Doppelspalt im Versuchsaufbau möglicherweise leicht gedreht war, was das Objektverbild leicht verändert haben könnte.

Abbildung 19 illustrieren ebenfalls dasselbe Phänomen, bei welchem die beiden Peaks miteinander verschmelzen und die Mitte aufhellt. Die Schwankungen im experimentellen Bild führen jedoch zu Ungenauigkeiten weshalb das Plateau nur grob erkannt werden kann.

Abschliessend sollen noch die Raumfrequenzen über einen experimentellen und einen theoretischen Ansatz bestimmt werden. Die theoretischen Raumfrequenzen berechnen sich gemäss

$$k_{y_{theo}} = \frac{2n\pi}{g} \quad (51)$$

$$\Delta k_{y_{theo}} = k_{y_{theo}} \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2} \quad (52)$$

wobei  $g = (144 \pm 14)px = (497 \pm 50)10^{-6}m$  der Spaltabstand der beiden Spalte ist. Der Fall a ist dabei durch  $n = 1$  gekennzeichnet, während für Fall b  $n = 0,45$  gilt - dies haben wir manuell mit dem Python Skript herausgefunden da bei diesem Wert genau die Doppelstruktur verschwindet.

Für die experimentelle Raumfrequenzen wird

$$k_{y_{exp}} = k_0 \sin \alpha = \frac{2\pi s}{\lambda f} = \frac{2\pi s}{\lambda f} \quad (53)$$

$$\Delta k_{y_{exp}} = k_{y_{exp}} \sqrt{\left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2} \quad (54)$$

verwendet, wobei  $s \in \{(0,1 \pm 0,01)mm; (0,05 \pm 0,02)mm\}$  die gemessene Breite des Analysierspaltes beschreibt,  $f = 80mm$  und  $\lambda = 532nm$ .

Alle berechneten Grössen werden in Tabelle 8 zusammengefasst. Die Abwei-

Fall	$k_{y_{theo}} [\frac{1}{m}]$	$k_{y_{exp}} [\frac{1}{m}]$
Fall a	$(1,26 \pm 0,13) * 10^4$	$(14,8 \pm 1,5) * 10^3$
Fall b	$(5,7 \pm 0,6) * 10^3$	$(7,4 \pm 3,0) * 10^3$

Tabelle 8: Experimentelle und theoretischen Raumfrequenzen

chung wird in der Diskussion untersucht.

## 4 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir uns in diesem Versuch mit der Beugung an einem Einzel- und Doppelspalt beschäftigt und uns dabei insbesondere für das

Beugungsbild und das Spaltbild interessiert. Dabei haben wir erst einmal aus einer theoretischen Sicht festgestellt, dass beide Strukturen über eine Fourier-Transformation zusammenhängen.

Um diesen Effekt genauer zu untersuchen wurde ein Aufbau verwendet, der es uns erlaubt hat, sowohl Beugungs- als auch Objektbild auf einen Schirm zu projizieren und durch Veränderungen in der Fourierebene dieses Aufbaus konnten einzelne Beugungsmaxima abgeschnitten werden.

Im ersten Schritt musste eine Eichung durchgeführt werden, da mit einer Kamera gemessen wurde und wir uns dafür interessiert haben wie viel Pixel auf der Kamera einem  $mm$  in der Fourierebene entsprechen. Dabei sind wir über einen grafischen Ansatz zum Verhältnis  $m = (-0.0024817892 \pm 4 \cdot 10^{-10}) \frac{mm}{px}$  gekommen. Dann wurde der Einzelspalt in den Versuchsaufbau montiert und erneut über einen grafischen Ansatz den mittleren Abstand der Minima zu  $m_2 = (-67.30 + / - 0.10) \frac{px}{Ordnung}$  berechnet und über die Mittelung der Abstände der Messwerte auf  $d = (-67.25 + / - 0.25) \frac{px}{Ordnung}$ .

Weiter wurde die Lage der Maxima über zwei unterschiedliche Methoden bestimmt - einmal über die Messwerte und einmal indem die Maxima der theoretisch zu erwartenden  $sinc^2$  Funktion bestimmt wurden. Die Ergebnisse davon werden in der Diskussion betrachtet.

Weiter wurde über einen geometrischen Ansatz - bei welchem die Steigung der gerade der Lage der Minima gegen die Ordnung berücksichtigt wurde - die Spaltbreite des Einzelspaltes zu  $b = (0,2548 \pm 0,0004)mm$  bestimmt.

Die experimentellen und theoretischen Intensitätsverhältnisse der Nebenmaxima bezüglich des Hauptmaximums wurden dabei berechnet und miteinander verglichen.

Daraufhin haben wir uns im zweiten Versuchsteil auf die Beugungsstruktur des Doppelspaltes konzentriert. Hierbei wurde insbesondere die theoretisch zu erwartende Beugungsverteilung mit der gemessenen verglichen und Analog zum Einzelspalt die Intensitäten experimenteller und theoretischer Natur miteinander verglichen.

Weiterhin haben wir uns in den letzten beiden Versuchsteilen mehr für die Objektbilder des Einzel- bzw. Doppelspalt bei Manipulationen in der Fourierebene interessiert. Dazu wurden die experimentell gefundenen Verteilungen der Objektbilder mit den theoretischen zu erwartenden für unterschiedliches Abschneiden von Beugungsmaxima untersucht und miteinander verglichen. Dabei haben wir festgestellt, dass bei geöffnetem Analysierspalt nahezu perfekte Rechtecksignale mit vielen Wiggles entstehen und beim Schliessen des Analysierspaltes diese Anzahl an Wiggles reduziert wird und die steilen Kanten in gaussähnliche Funktionen übergehen. Für das Zulassen sehr hoher Ordnungen war das gemessene Objektbild weiter sehr stark asymmetrisch aufgrund der Schwierigkeit, die Spalte genau richtig im Versuchsaufbau ohne jegliche kleine Verkipfung und im richtigen Abstand zu positionieren. Beim Fourierbild des Doppelspaltes wurden insbesondere die Raumfrequenzen einmal experimentell und einmal theoretisch

bestimmt. Diese werden in der Diskussion weiter miteinander verglichen.

## 4.1 Diskussion

Im folgenden werden die gemessenen und berechneten Größen miteinander verglichen und Abweichungen werden geprüft und erläutert. Für die Sigma-Abweichung wird die bekannte Formel

$$\frac{|Wert1 - Wert2|}{\sqrt{Fehler1^2 + Fehler2^2}} \quad (55)$$

verwendet.

Am Anfang des Versuches wurde der mittlere Abstand der Minima einmal zu  $m_2 = (-67.30 + / - 0.10) \frac{px}{Ordnung}$  bestimmt, indem die Lage der Minima gegen die Beugungsordnung grafisch aufgetragen wurde. Durch Mittelung der Abstände der Messwerte haben wir hingegen  $d = (-67.25 + / - 0.25) \frac{px}{Ordnung}$  erhalten. Die Sigma-Abweichung zwischen beiden beträgt  $0,19\sigma$  und ist somit nicht signifikant, was somit bestätigt, dass die Lagen der Minima richtig gemessen und die Ordnungen richtig zugeordnet wurden.

Im ersten Versuchsteil wurden die Maxima des Einzelpaltes einmal theoretisch und einmal experimentell bestimmt. Zunächst wird der absolute Fehler und die Sigma-Abweichung berechnet und in Tabelle 9 dargestellt. Demnach können wir

$n \cdot \pi$	$n_{theo}$	Abs. Abweichung	$\sigma$
$0,01 \pm 0,05$	$0,000 \pm 0,009$	0,013	0,29
$4,45 \pm 0,05$	$4,50 \pm 0,045$	0,05	0,8
$7,81 \pm 0,05$	$7,73 \pm 0,08$	0,08	0,9
$10,94 \pm 0,05$	$10,91 \pm 0,11$	0,03	0,27
$14,02 \pm 0,05$	$14,07 \pm 0,14$	0,05	0,3

Tabelle 9: Abweichung der Lage der experimentellen und theoretischen Maxima

erkennen, dass alle absoluten Abweichungen sehr gering sind und entsprechend auch die  $\sigma$ -Abweichungen alle unter 1 liegen, weshalb die Abweichung nicht als signifikant betrachtet werden muss. Die experimentell bestimmten Maxima stimmen damit mit den theoretischen vorhersehbaren Lagen innerhalb möglicher statistischen Abweichungen überein. Dies verifiziert die Gültigkeit der Beschreibung des Einzelpaltes durch eine  $\text{sinc}^2$  Funktion, da im theoretischen Fall die Maxima über diese bestimmt wurden.

Für die Intensitätsverhältnisse beim Einzelpalt hatten wir als Ergebnis der theoretischen und experimentellen Verhältnissen folgende Tabelle erhalten, wobei noch die relative Abweichung ergänzt wurde: Die relative Abweichung wurde als das Verhältnis von den experimentellen und den theoretischen Intensitätsverhältnissen bestimmt. Dabei wird die relative Abweichung betrachtet und nicht die absolute, da der Fehler der Intensität vermutlich mit zunehmender Intensität grösser ist als bei kleinerer, weshalb der absolute Fehler nicht aussagekräftig

Ordnung n	$\frac{I_{nhoch}}{I_{0hoch}} [\%]$	Theoret. Wert [%]	Rel. Abweichung	$\sigma$ -Abw.
1	$6,1 \pm 0,4$	$4,72 \pm 0,06$	1,3	4
2	$2,34 \pm 0,14$	$1,648 \pm 0,005$	1,4	5
3	$1,15 \pm 0,07$	$0,834 \pm 0,0008$	1,4	5
4	$0,62 \pm 0,04$	$0,5029 \pm 0,00024$	1,3	3
5	$0,408 \pm 0,024$	$0,3361 \pm 0,00009$	1,2	2,9

Tabelle 10: Vergleich experimentelle Intensitätsverhältnisse vs. theoretische

ist.

Wir beobachten, dass die relative Abweichung bei allen Verhältnissen sehr ähnlich ist. Deren Mittelwert beträgt 131%. Das heisst die Messwerte sind um 31% der theoretischen Werte grösser als diese eigentlich sein sollten. Diese konstante prozentuale Abweichungen der Intensitätswerte lässt vermuten, dass hierbei ein systematischer Fehler vorliegen könnte, worauf auch die signifikanten  $\sigma$ -Abweichungen hindeuten, welche zum Teil über der Üblichen Signifikanzgrenze von  $3\sigma$  liegen.

Dieser systematische Fehler liegt mit hoher Sicherheit an kleinen Problemen beim Versuchsaufbau und daran dass keine Untergrundmessung während des Versuches durchgeführt wurde. Nach Absprache mit dem Tutor hatten wir vermutet dass diese sowieso keinen grossen Einfluss auf die Ergebnisse haben würde, da die Laserintensität ja relativ hoch war - dies war vermutlich jedoch ein Irrtum und wir hätten die Untergrundstrahlung mitberücksichtigen müssen. Diese Vermutung wird dadurch bestätigt, dass die experimentellen Werte immer über den theoretischen liegen und nicht umgekehrt. Diese haben entsprechend auch einen Untergrund gemessen welcher im theoretischen Fall unbeachtet blieb.

Ich untersuche nun den hypothetischen Fall, dass ein Fehler im Versuchsaufbau existiert habe, welcher die experimentellen Werte um die besagten 131% - also um eine feste Prozentzahl - erhöht. Zieht man diesen hypothetischen Fehler von der experimentellen Intensität ab, indem

$$VerhltExp - VerhltTheo \cdot 0,31 \quad (56)$$

für alle Verhältnisse berechnet wird, so erhält man folgende Tabelle: Tabelle 11. Hieran kann man erkennen, dass unter Berücksichtigung des hypothetischen

Ordnung n	$\frac{I_{nhoch}}{I_{0hoch}} [\%]$	Theoret. Wert [%]	$\sigma$ -Abw.
1	$4,6 \pm 0,4$	$4,72 \pm 0,06$	0,27
2	$1,82 \pm 0,14$	$1,648 \pm 0,005$	1,2
3	$0,89 \pm 0,07$	$0,834 \pm 0,0008$	0,8
4	$0,48 \pm 0,04$	$0,5029 \pm 0,00024$	0,6
5	$0,303 \pm 0,024$	$0,3361 \pm 0,00009$	1,4

Tabelle 11: Vergleich experimentelle Intensitätsverhältnisse vs. theoretische mit hypothetischem Untergrund

Fehlers die Ergebnisse viel genauer ausfallen. Eine Untergrundmessung und ei-

ne vorsichtigere Einstellung des Aufbaus hätte während des Versuches definitiv zu einer höheren Genauigkeit der Messergebnisse geführt.

Bei der Auswertung der Beugungsstruktur des Doppelspaltes wurden die experimentellen und theoretischen Intensitätsverhältnisse bestimmt. Dazu berechne ich anschliessend die  $\sigma$ -Abweichung und stelle alle relevanten Größen in Tabelle 12 dar. Wir können beim ersten Nebenmaximum eine sehr grosse Sigma-

Ordnung n	Exp. Intens.verh. [%]	Theoret. Intens.Verh. [%]	$\sigma$ -Abw.
1	$51,2 \pm 2,2$	$12,6 \pm 2,5$	12
-1	$51,0 \pm 2,2$	$12,6 \pm 2,5$	12
2	$3,69 \pm 0,16$	$3,8 \pm 0,8$	0,15
-2	$3,87 \pm 0,16$	$3,8 \pm 0,8$	0,08

Tabelle 12: Vergleich experimentelle Intensitätsverhältnisse vs. theoretische beim Doppelspalt

Abweichung feststellen, während bei den 2ter Ordnung die Sigma-Abweichung sehr gering ist und auf die Übereinstimmung von Theorie und Experiment rückschliessen lässt. Auch an den Grafiken zum gemessenen Beugungsbild vs. dem theoretischen Beugungsbild konnte die starke Intensitätsabweichung des ersten Nebenmaximums beobachtet werden. Diese Abweichung kann nicht alleine durch statistische Schwankungen gedeutet werden. Ein Faktor, welcher die experimentellen Maximaintensitäten vergrössert hat ist die bereits erwähnte Untergrundstrahlung welche auch in diesem Versuchsteil zum Ausdruck kommt. Weiter wurde jedoch wahrscheinlich ein grober Fehler bei der Messung des Abstandes zwischen zwei Spalten oder bei der Bestimmung der Spaltbreite gemacht, da bereits das theoretische Beugungsbild eine für den Doppelspalt eigentlich unübliche Intensitätsverteilung aufwies.

Bei der Untersuchung des Einzelpaltobjektbildes wurden die Intensitätsverhältnisse der Maxima und Minima in Tabelle 6 bzw. Tabelle 7 miteinander verglichen. Dabei liegen die meisten Werte unter der  $3\sigma$ -Signifikanzgrenze. Jedoch kann man beobachten, dass die Sigma-Abweichungen bei den Maxima deutlich höher ausfallen als bei den Minima und dort auch in einigen Fällen die  $3\sigma$ -Grenze überschritten wird, während bei den Minima die Abweichung in den meisten Fällen unter  $2\sigma$  liegt. Dies lässt sich vermutlich auch wieder zu teilen auf die fehlende Untergrundmessung zurückführen. Da auch bei anderen bisherigen durchgeführten Versuchsteilen bei dem Vergleich von experimentellen und theoretischen Werten, die experimentelle Werte grösser waren als die theoretischen, liegt dies wahrscheinlich nicht am Zufall sondern an einem systematischen Fehler des Versuchsaufbaus. So könnte es zum Beispiel passiert sein, dass die verwendete Kamera Fettspuren oder andere Unreinigkeiten von anderen experimenteller Nutzung hatte und somit teilweise defekte Ergebnisse geliefert hat. Weiterhin wurde die Kamera nicht genauer untersucht, sodass Faktoren wie dessen Auflösung und andere Baueigenschaften unberücksichtigt bleiben.

Im letzten Versuchsschritt wurden die experimentellen und theoretischen Raumfrequenzen bestimmt. Für diese wird im Anschluss die Sigma-Abweichung und die absolute Abweichung berechnet (siehe Tabelle 13). In beiden Fällen weichen

Fall	$k_{ytheo} [\frac{1}{m}]$	$k_{yexp} [\frac{1}{m}]$	Abs. Abw. [ $m^{-1}$ ]	$\sigma$
Fall a	$(1, 26 \pm 0, 13) * 10^4$	$(14, 8 \pm 1, 5) * 10^3$	$2, 1 * 10^3$	1, 1
Fall b	$(5, 7 \pm 0, 6) * 10^3$	$(7, 4 \pm 3, 0) * 10^3$	$1, 7 * 10^3$	0, 6

Tabelle 13: Experimentelle und theoretischen Raumfrequenzen

Theorie und Experiment nicht signifikant voneinander ab, weshalb davon auszugehen ist, dass dieser Versuchsteil richtig durchgeführt wurde und die Ergebnisse innerhalb des Rahmens statistischer Schwankungen miteinander übereinstimmen. Dabei ist auffällig, dass der experimentelle Fehler relativ gross ausfällt, was auf die Messung der Breite des Analysierspaltes zurückführbar ist.

Insgesamt hat mir der Versuch sehr viel Spass gemacht, da wir die vorher bereits theoretischen erlernten Inhalte der Vorlesung zum Zusammenhang von Beugung- und Spaltbild über eine Fouriertransformation nun anschaulich beobachten konnten und durch Manipulation des Analysierspaltes interaktiv die Veränderungen in beiden Bildern gleichzeitig wahrnehmen konnten - was einen starken Lerneffekt für mich hatte.

## 5 Quellen und Python Code

- PAP 2.1 Anleitung der Universität Heidelberg

# Fourieroptik

February 26, 2024

## 1 Auswertung zum Versuch: Fourieroptik

### 1.0.1 Yago Obispo Gerster| mn304

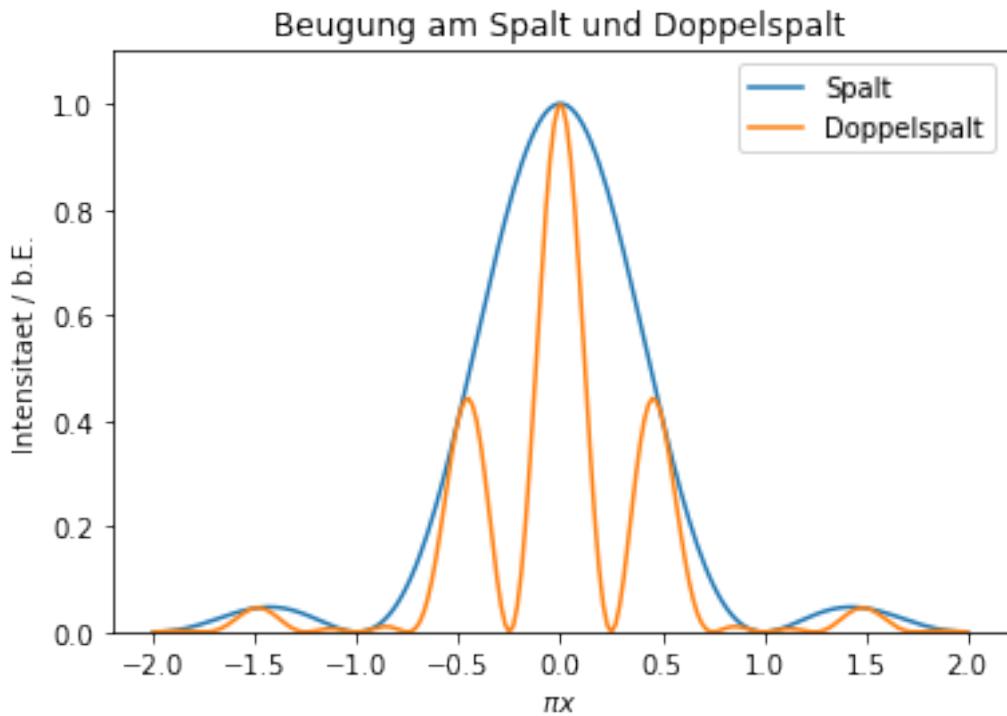
```
[1]: #Berechnung der Beugungsbilder
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

#Beugungsfunktion Spalt
def beugung_spalt(x):
    return np.sinc(x)**2

#Beugungsfunktion Doppelspalt
def beugung_doppelspalt(x):
    return np.sinc(x)**2*np.cos(np.pi*v*x)**2

#Anzahl a der Nebenmaxima die dargestellt werden sollen:
a=1
#Verhaeltnis Spaltabstand zu Spaltbreite:
v=2

x=np.linspace(-(a+1),a+1,200)
plt.plot(x,beugung_spalt(x),label='Spalt')
plt.plot(x,beugung_doppelspalt(x),label='Doppelspalt')
plt.xlabel('$\pi x$')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('Beugung am Spalt und Doppelspalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
plt.savefig("233/Beugung_spalt_doppelspalt.png", format="png")
```



```
[2]: #Berechnung der modifizierten Spaltbilder
#Integrand
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)

d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=3 #Integrationsb

#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d

#Berechnung des resultierenden Objektbilds
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)

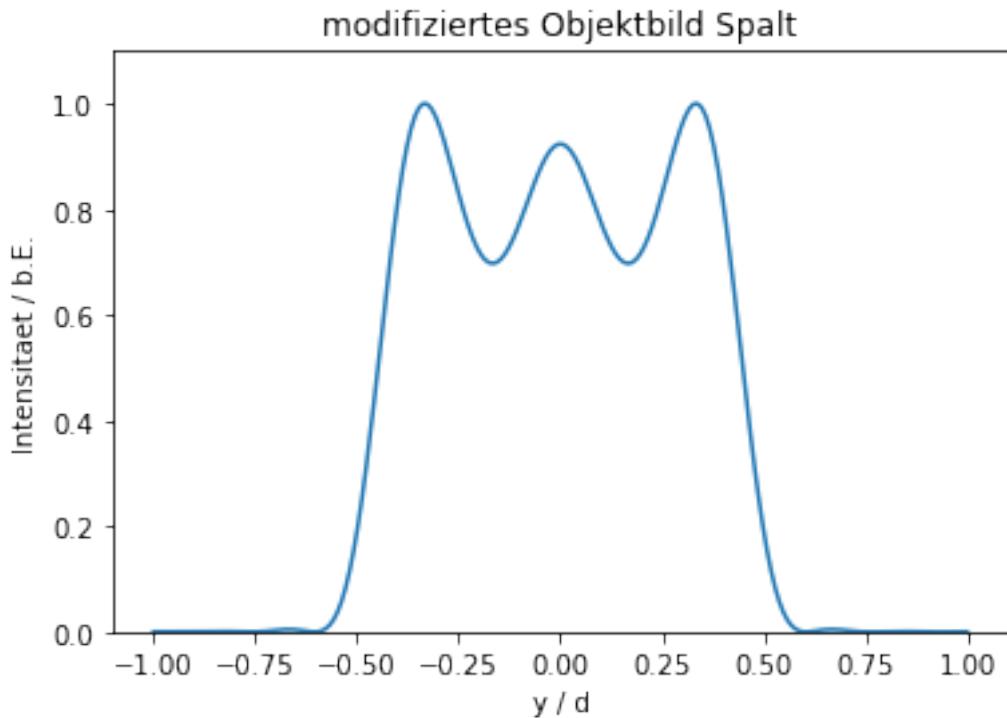
#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)

plt.plot(Y,f_modifiziert)
```

```

plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('modifiziertes Objektbild Spalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.savefig("233/spalt.png", format="png")

```



```

[3]: def doppelspalt(k):
        return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
#Spaltabstand in Einheiten der Spaltbreite:
g=2*d
n=3
#Trage Ergebnis der Integration in ein Diagramm ein, y Bereich dem Spaltabstand anpassen

```

[ ]:

```

[4]: import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.mlab as mlab
%matplotlib inline
import numpy as np
from numpy import exp, sqrt, log, pi
from scipy.optimize import curve_fit
from scipy.stats import chi2

```

```
from scipy import odr
from scipy.integrate import quad
from scipy.signal import find_peaks
from scipy.signal import argrelextrema, argrelemin, argrelmax
```

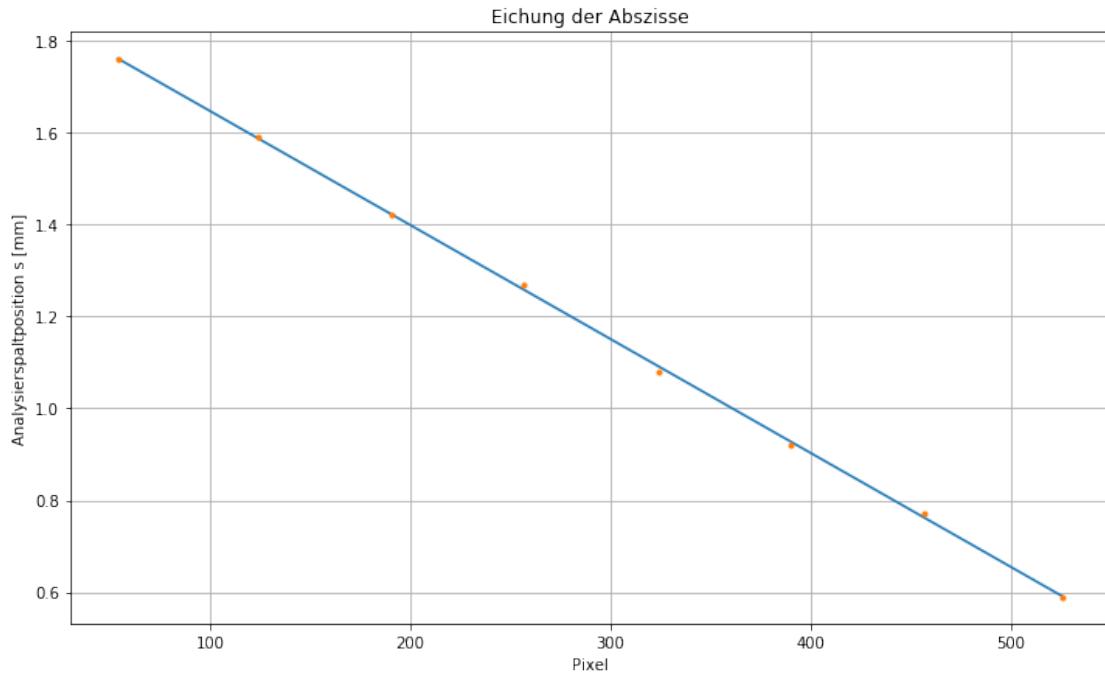
```
[5]: #Eichung der Abszisse
#Plot der Messwerte

pixel = np.array([54,124,191,257,324,390,457,526])
sig_pixel = 10*np.ones(len(pixel))
s = np.array([1.76,1.59,1.42,1.27,1.08,0.92,0.77,0.59])#Position Analysierspalt
sig_s = 0.02*np.ones(len(s))

def linear(x,a,b):
    return a*x+b
popt,pcov = curve_fit(linear,pixel,s)

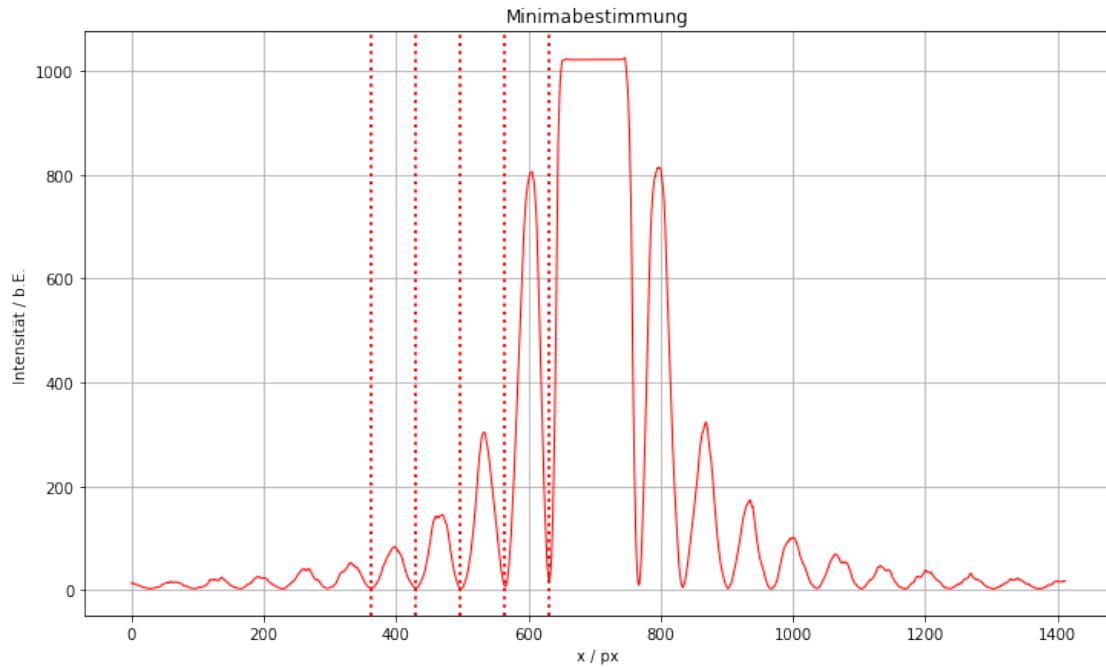
#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.plot(pixel,linear(pixel,*popt))
plt.plot(pixel,s,linestyle="None",marker=".")
plt.xlabel("Pixel")
plt.grid()
plt.ylabel("Analysierspalt position s [mm]")
plt.title("Eichung der Abszisse")
print("Steigung: ",popt[0]," +/- ",pcov[0][0], " mm/pixel")
plt.savefig("233/EichungAbszisse.png",format="png")
```

Steigung: -0.002481789213627725 +/- 3.7420154302287824e-10 mm/pixel

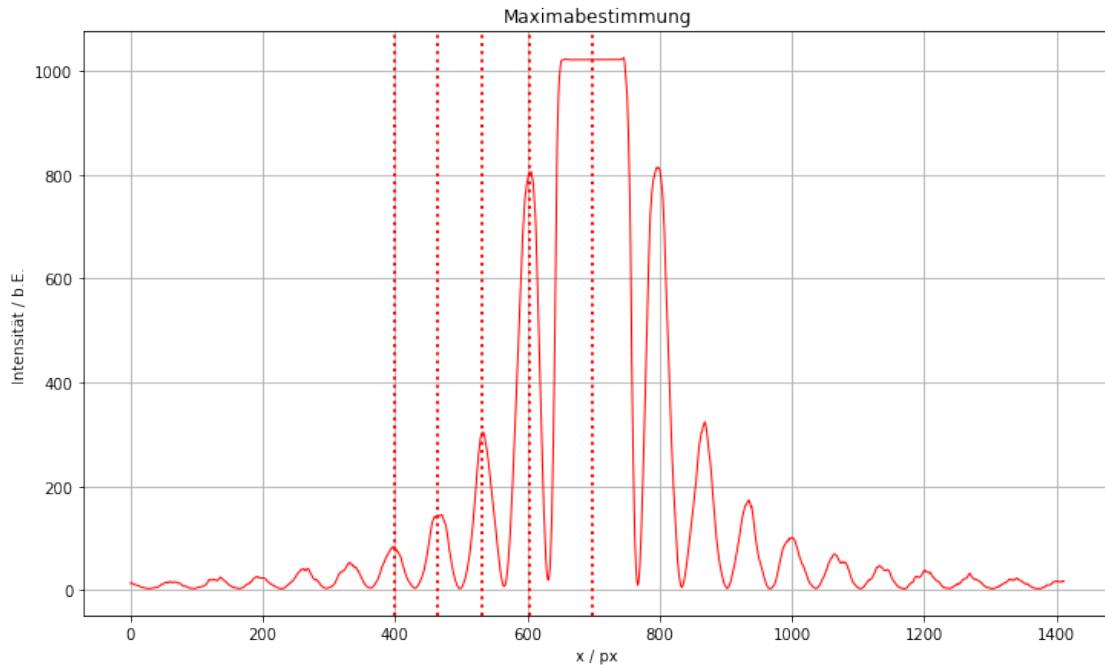


```
[6]: #Minima Bestimmung
#Da die Lage und Intensität während des Versuches nicht bestimmt wurde, wird
#→ diese zunächst mit den gespeicherten txt Dateien bestimmt
def linien(serien_name, serie, col, style):
    plt.axvline(serie[0], label = serien_name, color = col, linestyle = style, u
    ↪ linewidth = 2)
    for i in serie[1:]:
        plt.axvline(i, color = col, linestyle = style, linewidth = 2)

minima_Lage_px = np.array([363,430,497,565,632])
minima_Lage_px = np.flip(minima_Lage_px) #Damit 1tes Minimum am Anfang
pix, intensity = np.loadtxt("233/data/EinzelspaltNebenmaximaerkennbar.
#→txt", unpack=True)
plt.figure(figsize = (12,7))
plt.plot(pix,intensity,color="red", linewidth=1)
linien('Minima', minima_Lage_px, 'red', ':')
plt.xlabel("x / px")
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.grid()
plt.title("Minimabestimmung")
plt.savefig("233/Minimabestimmung.png", format="png")
```



```
[7]: #Maxima Bestimmung
maxima_Lage_px = np.array([399,465,532,604,699]) #Das Hauptmaximum wurde anhand
#der txt Datei der nicht gesättigten Messung abgelesen
maxima_Lage_px = np.flip(maxima_Lage_px)
plt.figure(figsize = (12,7))
plt.plot(pix,intensity,color="red",linewidth=1)
linien('Maxima', maxima_Lage_px, 'red', ':')
plt.xlabel("x / px")
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.grid()
plt.title("Maximabestimmung")
plt.savefig("233/Maximabestimmung.png",format="png")
```



```
[8]: #Lage der Minima gegen deren Ordnung grafisch auftragen
min_ord = np.array([1, 2, 3, 4, 5])
min_lage = minima_Lage_px
Delta_min = np.array([min_lage[i + 1] - min_lage[i] for i in range(4)])
Delta_min_mean = np.mean(Delta_min)
sig_Delta_min_mean = 1 / np.sqrt(len(Delta_min) - 1) * np.std(Delta_min)
# Maxima
max_ord = np.array([0, 1, 2, 3, 4, 5])
max_lage = maxima_Lage_px
Delta_max = np.array([max_lage[i] - max_lage[i + 1] for i in range(4)])

print("Delta min mean",Delta_min_mean,"+/-",sig_Delta_min_mean)
sig_ext = 10
```

Delta min mean -67.25 +/- 0.25

```
[9]: # Fit: Lage gegen Minima
def line(p, x):
    return p[0] * x + p[1]
quad_model = odr.Model(line)
data = odr.RealData(min_ord, min_lage, sy = sig_ext)
out = odr.ODR(data, quad_model, beta0 = [2., 1.]).run()
popt_2 = out.beta
sig_popt_2 = out.sd_beta
m_2 = popt_2[0]
```

```

b_2 = popt_2[1]
sig_m_2 = sig_popt_2[0]
sig_b_2 = sig_popt_2[1]
print("Fitparameter m ",m_2,"+/-",sig_m_2)
print("b ",b_2,"+/-",sig_b_2)

```

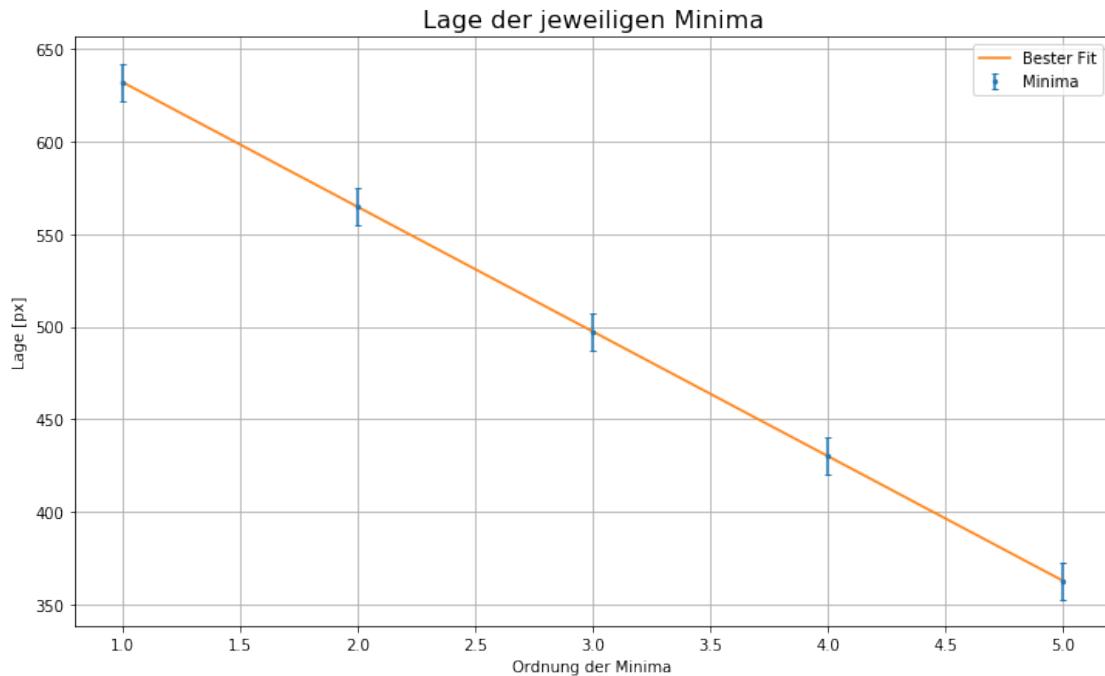
Fitparameter m -67.30043618523608 +/- 0.10000060922341533  
b 699.3013085813162 +/- 0.3316642798247655

[10]: # Plot

```

plt.figure(figsize = (12, 7))
plt.errorbar(min_ord, min_lage, yerr = sig_ext, fmt = ".",
             markersize=5, capsizes = 2, label = "Minima")
plt.plot(min_ord, line(popt_2, min_ord), label = "Bester Fit")
plt.title("Lage der jeweiligen Minima", size = 16)
plt.xlabel("Ordnung der Minima")
plt.grid()
plt.ylabel("Lage [px]")
plt.legend()
plt.savefig("233/LageMinimagegenOrdnung.png", format="png")

```



[11]: # Maxima

```

n = (max_lage - b_2) / m_2
sig_n = sqrt((sig_ext / b_2) ** 2 + (sig_b_2 / m_2) ** 2 + ((n * sig_m_2) / m_2) ** 2)

```

```

npi = n * pi
sig_npi = sig_n * pi
npi_lit = np.array([(n + 0.5) * pi - 1 / ((n + 0.5) * pi) for n in range(6)])
sig_npi_lit = 0.01 * npi_lit
npi_lit[0] = 0
print("Maxima n:", np.round(n, 3), "+/-", np.round(sig_n, 3))
print("Maxima npi:", np.round(npi, 2), "+/-", np.round(sig_npi, 3))
print("Maxima npi_lit:", np.round(npi_lit, 3), "+/-", np.round(sig_npi_lit, 3))
print("Absolute Abweichung exp-theo ", np.abs(npi - npi_lit[:5]))
print("Sigma-Abweichungen ", np.abs(npi - npi_lit[:5]) / np.sqrt(sig_npi**2 + sig_npi_lit[:5]**2))

```

```

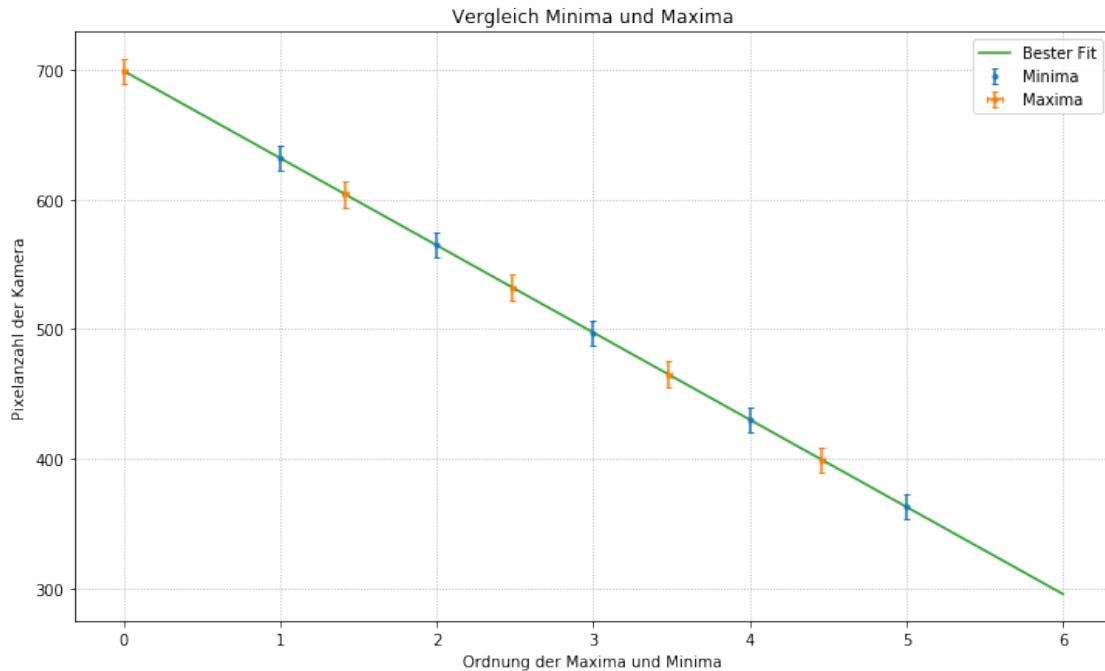
Maxima n: [4.000e-03 1.416e+00 2.486e+00 3.481e+00 4.462e+00] +/- [0.015 0.015
0.016 0.016 0.017]
Maxima npi: [1.000e-02 4.450e+00 7.810e+00 1.094e+01 1.402e+01] +/- [0.048 0.048
0.049 0.05 0.052]
Maxima npi_lit: [ 0.        4.5      7.727 10.905 14.066 17.221] +/- [0.009 0.045
0.077 0.109 0.141 0.172]
Absolute Abweichung exp-theo  [0.01406512 0.05150556 0.08298802 0.03258535
0.04832932]
Sigma-Abweichungen  [0.29043825 0.7830173 0.90749006 0.27142086 0.32235144]

```

```

[12]: # Plot mit Maxima und Minima
plt.figure(figsize = (12, 7))
max_ord = np.arange(0, 7, 1)
plt.errorbar(min_ord, min_lage, yerr = sig_ext, fmt = ". ", capsize = 2, label = "Minima")
plt.errorbar(n, max_lage, xerr = sig_n, yerr = sig_ext, fmt = ". ", capsize = 2, label = "Maxima")
plt.plot(max_ord, line(popt_2, max_ord), label = "Bester Fit")
plt.xlabel("Ordnung der Maxima und Minima")
plt.ylabel("Pixelanzahl der Kamera")
plt.title("Vergleich Minima und Maxima")
plt.legend()
plt.grid(linestyle = "dotted")
plt.savefig("233/EinzelspaltMinundMax.png", format="png")

```



```
[13]: #Bestimmung der Spaltbreite
wellenl = 532e-9 #Wellenlänge des Lasers nach Praktikumsanleitung
f1 = 80 #mm
m = -0.0024817892#mm/px
sig_m = 4e-10 #mm/px
b = wellenl*f1/(m*m_2)
sig_b = b*sqrt((sig_m/m)**2 + (sig_m_2/m_2)**2)
print("Spaltbreite b [10^(-3) m]: ",b/(10**(-3)), "+/-",sig_b/(10**(-3)))
```

Spaltbreite b [10<sup>-3</sup> m]: 0.2548113976658303 +/- 0.00037862005951079606

```
[14]: #Intensitätsverhältnis Nebenmaximum zum Maximum 0ter Ordnung
IL = np.array([673.47, 35.12])
dIL = IL*0.03

# 1. Nebenmaximum zum Hauptmaximum
R = IL[0]/IL[1]
dR = R *np.sqrt((dIL[1]/IL[1])**2 + (dIL[0]/IL[0])**2)
print("R",R,"+/-",dR)

IH = np.array([787.3, 301.7, 148.4, 82.2, 52.7])
dIH = IH * 0.03
IH_0 = R * IL[0]
dIH_0 = np.sqrt((dR*IL[0])**2 +(R * dIL[0])**2)
```

```

print('Intensität des Hauptmaximums bei hoher Intentistät: IH_0 = ({d} +- {e})'.
      format(d = IH_0, e = dIH_0))
print("Intensität Hauptmaximum und Nebenmaximum bei schwacher Intensität",_
      IL, "+/-", dIL)
print("Gemessen Intensitäten bei hohen Intensitäten für Nebenmaxima", IH, "+/-
      ", dIH)

I_rel = IH/ IH_0
dI_rel = I_rel * np.sqrt((dIH/IH)**2+ (dIH_0/IH_0)**2)
print("Verhältnis Nebenmaxima zu Hauptmaximum", I_rel, "+/-", dI_rel)

```

```

R 19.17625284738041 +/- 0.8135795055678318
Intensität des Hauptmaximums bei hoher Intentistät: IH_0 = (12914.631005125286
+- 671.0639118564394)
Intensität Hauptmaximum und Nebenmaximum bei schwacher Intensität [673.47
35.12] +/- [20.2041 1.0536]
Gemessen Intensitäten bei hohen Intensitäten für Nebenmaxima [787.3 301.7 148.4
82.2 52.7] +/- [23.619 9.051 4.452 2.466 1.581]
Verhältnis Nebenmaxima zu Hauptmaximum [0.06096187 0.0233611 0.01149084
0.00636487 0.00408064] +/- [0.00365771 0.00140167 0.00068945 0.00038189
0.00024484]

```

```

[15]: # theoretische Werte
I_theo = (np.sin(np.pi_lit[1:])/np.pi_lit[1:])**2
sig_I_theo = 2*(np.sin(np.pi_lit[1:])/np.pi_lit[1:))*(np.cos(np.pi_lit[1:])/np.pi_lit[1:
      ] - np.sin(np.pi_lit[1:])/np.pi_lit[1:])**2
print('theoretische Intensitäten:', I_theo, "+/-", sig_I_theo)
sigma = np.abs(I_rel - I_theo)/np.sqrt(dI_rel**2 + sig_I_theo**2)
print("Abs. Abweichung", np.abs(I_rel - I_theo))
print("Rel. Abweichung", I_rel/I_theo)
print("Mittlere Rel. Abweichung", np.mean(I_rel/I_theo))
print('Sigma', sigma)

```

```

theoretische Intensitäten: [0.04718829 0.01647999 0.00834029 0.00502872
0.00336073] +/- [-6.38254284e-04 -4.63281526e-05 -8.45576760e-06 -2.38858146e-06
-8.72425797e-07]
Abs. Abweichung [0.01377358 0.00688111 0.00315055 0.00133616 0.00071991]
Rel. Abweichung [1.29188555 1.41754311 1.37775095 1.265705 1.21421338]
Mittlere Rel. Abweichung 1.3134195968623341
Sigma [3.70957469 4.90655532 4.5693133 3.49870627 2.94034015]

```

```

[16]: #Was wäre wenn Untergrund beachtet
I_rel = I_rel - I_theo*(np.mean(I_rel/I_theo)-1)
dI_rel = np.sqrt(dI_rel**2 + ((sig_I_theo*(1/np.mean(I_rel/I_theo) -1))**2))
print("korrigierten experimentelle Intensitäten", I_rel, "+/-", dI_rel)
sigma = np.abs(I_rel - I_theo)/np.sqrt(dI_rel**2 + sig_I_theo**2)
print('Sigma', sigma)

```

```
korrigierten experimentelle Intensitäten [0.04617213 0.01819595 0.00887683
0.00478878 0.00302732] +/- [0.00365771 0.00140167 0.00068945 0.00038189
0.00024484]
Sigma [0.27367631 1.22355692 0.7781585 0.6282884 1.36172641]
```

## 1.1 Doppelspalt

```
[17]: #Spaltbreite
b_1 = 260#px
b_2 = 259.1
b = (b_1+b_2)/2
sig_b = np.sqrt(10**2 + 10**2)/2
print("Spaltbreite ",b)

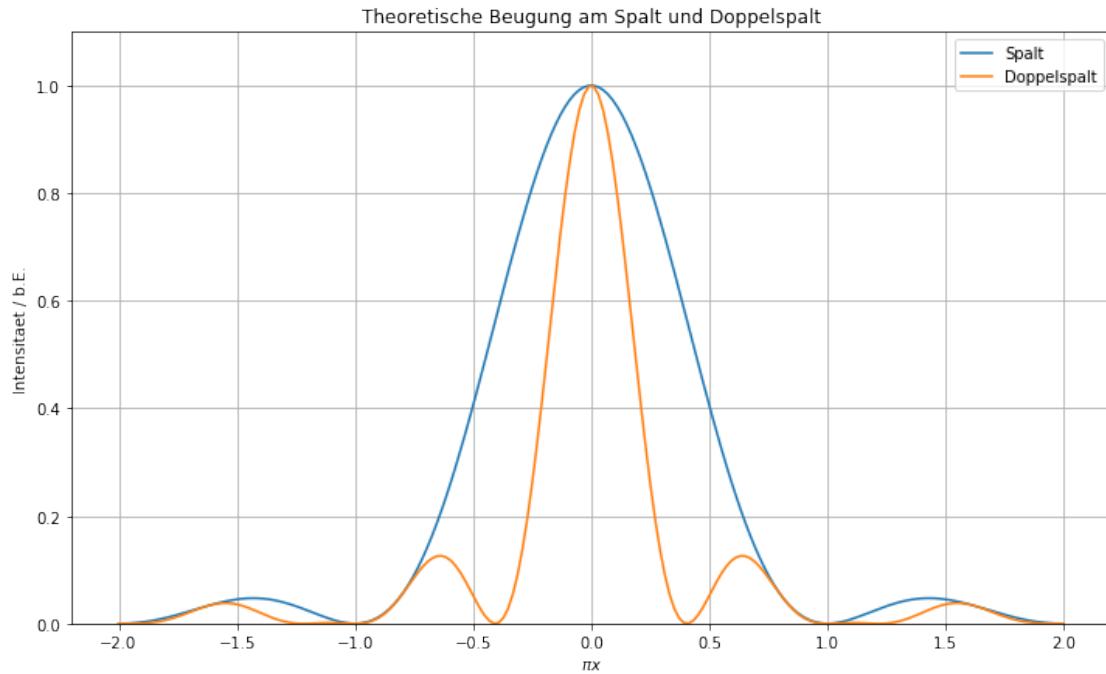
d = 608.9 - 288.8#Spaltabstand
sig_d = np.sqrt(10**2+10**2)
print("Abstand der beiden Spalte ",d)
v = d/b
sig_v = v*np.sqrt((sig_b/b)**2 + (sig_d/d)**2)
print("Verhältnis d/b ",v,"+/-",sig_v)
```

```
Spaltbreite 259.55
Abstand der beiden Spalte 320.09999999999997
Verhältnis d/b 1.2332883837410902 +/- 0.06401368845375352
```

```
[18]: #Plotte Bild des Doppelspaltes mit eigener Spaltweite und Spaltabständen (aus
      ↗Aufgabe 4)
#Beugungsfunktion Doppelspalt
def beugung_doppelspalt(x,v):
    return np.sinc(x)**2*np.cos(np.pi*v*x)**2

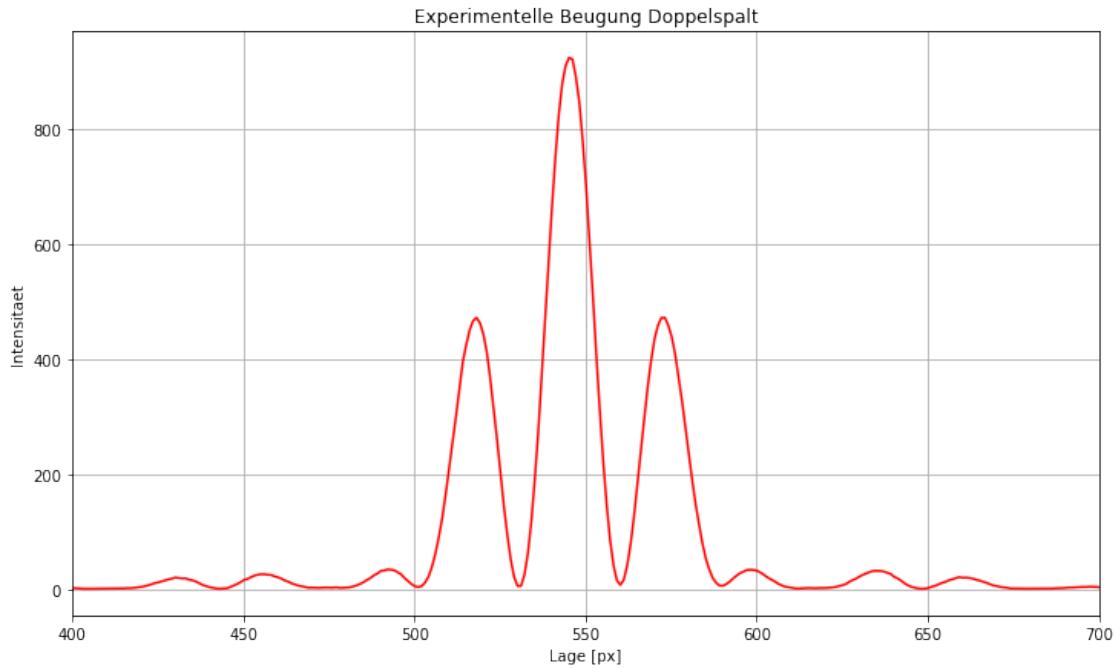
#Anzahl a der Nebenmaxima die dargestellt werden sollen:
a=1

x=np.linspace(-(a+1),a+1,200)
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.plot(x,beugung_spalt(x),label='Spalt')
plt.plot(x,beugung_doppelspalt(x,v),label='Doppelspalt')
plt.xlabel('$\pi x$')
plt.ylabel('Intensität / b.E.')
plt.title('Theoretische Beugung am Spalt und Doppelspalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
plt.grid()
plt.savefig("233/DoppelspaltTheoretisch.png", format="png")
```



```
[19]: #Plot der beobachteten experimentellen Beugung am Doppelspalt
pix, intensity = np.loadtxt("233/data/DoppelspaltHauptmaximumErkennbar.
                             ↪txt", unpack=True)

plt.figure(figsize=(12,7))
plt.plot(pix,intensity, color="red")
plt.xlabel("Lage [px]")
plt.xlim(400,700)
plt.ylabel("Intensitaet")
plt.grid()
plt.title("Experimentelle Beugung Doppelspalt")
plt.savefig("233/DoppelspaltExperimentellBeugung.png", format="png")
```



```
[20]: # Finde Theoretische Intensitäten von 1te und 2te Nebenmaxima
x_1 = np.linspace(-2,-1.5,10000)
y_1 = 0
for i in x_1:
    if beugung_doppelspalt(i,v) > y_1:
        y_1 = beugung_doppelspalt(i,v)
print('Die Intensität des 2. Nebenmaximums:', y_1)
x_2 = np.linspace(-1,-0.5,10000)
y_2 = 0
for i in x_2:
    if beugung_doppelspalt(i,v) > y_2:
        y_2 = beugung_doppelspalt(i,v)
print('Die Intensität des 1. Nebenmaximums:', y_2)
```

Die Intensität des 2. Nebenmaximums: 0.03805076787436708  
 Die Intensität des 1. Nebenmaximums: 0.12601635314304815

```
[21]: v = v-sig_v
x_3 = x_1
y_3 = 0
for i in x_3:
    if beugung_doppelspalt(i,v) > y_3:
        y_3 = beugung_doppelspalt(i,v)
print('Fehler der Intensität des 2. Nebenmaximums:', np.abs(y_1-y_3))
x_4 = x_2
```

```

y_4 = 0
for i in x_4:
    if beugung_doppelspalt(i,v) > y_4:
        y_4 = beugung_doppelspalt(i,v)
print('Fehler der Intensität des 1. Nebenmaximums:', np.abs(y_2-y_4))

```

Fehler der Intensität des 2. Nebenmaximums: 0.00782420658527113  
Fehler der Intensität des 1. Nebenmaximums: 0.02455203518235176

[22]: `v = v+sig_v #Wiederherstellung des ursprünglichen Wertes`

```

[23]: #Maxima links von Hauptmaximum
I0_doppel = 922
dI0_doppel = np.sqrt((I0_doppel * 0.03)**2 + (0.03*106)**2)
Il = np.array([ 470.5, 35.7])
dIl = Il*0.03
Il_rel = Il / I0_doppel
dIl_rel = np.sqrt((dIl/Il)**2 + (dI0_doppel/I0_doppel)**2) *Il_rel
print('Intensität Hauptmaximum Doppelspalt I = {d} +- {e}'.format(d=_
    ↪I0_doppel,e = dI0_doppel))
print('Il_rel',Il_rel)
print('dIl_rel',dIl_rel)
sigma = np.array([np.abs(Il_rel[0] - y_2)/np.sqrt(dIl_rel[0]**2 +(y_2-y_4)**2),_
    ↪np.abs(Il_rel[1] - y_1)/np.sqrt(dIl_rel[1]**2 +(y_3-y_1)**2)])
print('Sigmaabweichung',sigma)

```

Intensität Hauptmaximum Doppelspalt I = 922 +- 27.842198189079827  
Il\_rel [0.51030369 0.03872017]  
dIl\_rel [0.02172178 0.00164818]  
Sigmaabweichung [11.72262806 0.08371843]

[24]: #Maxima rechts von Hauptmaximum

```

Ir = np.array([ 472, 34 ])
dIr = Ir * 0.03
Ir_rel = Ir / I0_doppel
dIr_rel = np.sqrt((dIr/Ir)**2 + (dI0_doppel/I0_doppel)**2) *Il_rel
print('Intensität Hauptmaximum Doppelspalt I = {d} +- {e}'.format(d=_
    ↪I0_doppel,e = dI0_doppel))
print('Ir_rel',Ir_rel)
print('dIr_rel',dIr_rel)

sigma = np.array([np.abs(Ir_rel[0] - y_2)/np.sqrt(dIr_rel[0]**2 +(y_2-y_4)**2),_
    ↪np.abs(Ir_rel[1] - y_1)/np.sqrt(dIr_rel[1]**2 +(y_3-y_1)**2)])
print('Sigmaabweichung',sigma)

```

Intensität Hauptmaximum Doppelspalt I = 922 +- 27.842198189079827  
Ir\_rel [0.51193059 0.03687636]

```
dIr_rel [0.02172178 0.00164818]
Sigmaabweichung [11.77225635 0.14687647]
```

## 1.2 Fouriersynthese

```
[25]: from scipy import signal
#Berechnung der modifizierten Spaltbilder

limin = np.array([])
limax = np.array([])

def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)

d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
for k in range(4):

    n=k+1 #Integrationsb
    #y-Werte:
    Y=np.linspace(-1,1,200)*d

    #Berechnung des resultierenden Objektbilds
    from scipy.integrate import quad
    f_modifiziert=[]
    for i in range(len(Y)):
        y=Y[i]
        result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
        f_modifiziert.append(result**2)

    #Kurve normieren:
    if k==0:
        norm = np.max(f_modifiziert)
        f_modifiziert = f_modifiziert/norm

    plt.figure(figsize=(12,7))
    plt.plot(Y,f_modifiziert)
    plt.plot()
    plt.xlabel('y / d')
    plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
    plt.title('Modifiziertes Objektbild Spalt Ordnung {0}'.format(n-1))
    plt.ylim((0,1.1))
    plt.grid()
    plt.savefig("233/EinzelObjektOrdnung{0}.png".format(n-1), format="png")

    f_modifiziert_inv = - f_modifiziert
    minima = signal.find_peaks(f_modifiziert_inv, prominence = 0.05)
    maxima = signal.find_peaks(f_modifiziert, prominence = 0.05)
```

```

min_int_pos = np.zeros((2, minima[0].size), dtype = float)
max_int_pos = np.zeros((2,maxima[0].size), dtype = float)

min_int_pos[0] = np.round(f_modifiziert[minima[0]],4) #relative Intensität
→ der Minima
min_int_pos[1] = minima[0]/100 -1
max_int_pos[0] = np.round(f_modifiziert[maxima[0]],4) #relative Intensität
→ der Maxima
max_int_pos[1] = maxima[0]/100 -1

limax = np.append(limax, max_int_pos[0])
limin = np.append(limin, min_int_pos[0])
print("\nZulassung der "+str(k)+" . Ordnung:")
print("Minima:\n"+ str(min_int_pos))
print("Maxima:\n"+ str(max_int_pos))

```

Zulassung der 0. Ordnung:

Minima:

[]

Maxima:

[[ 1. ]  
[-0.01]]

Zulassung der 1. Ordnung:

Minima:

[[ 0.5868]  
[-0.01 ]]

Maxima:

[[ 0.9065 0.9065]  
[-0.25 0.24 ]]

Zulassung der 2. Ordnung:

Minima:

[[ 0.6175 0.6175]  
[-0.17 0.16 ]]

Maxima:

[[ 0.8855 0.8175 0.8855]  
[-0.34 -0.01 0.33 ]]

Zulassung der 3. Ordnung:

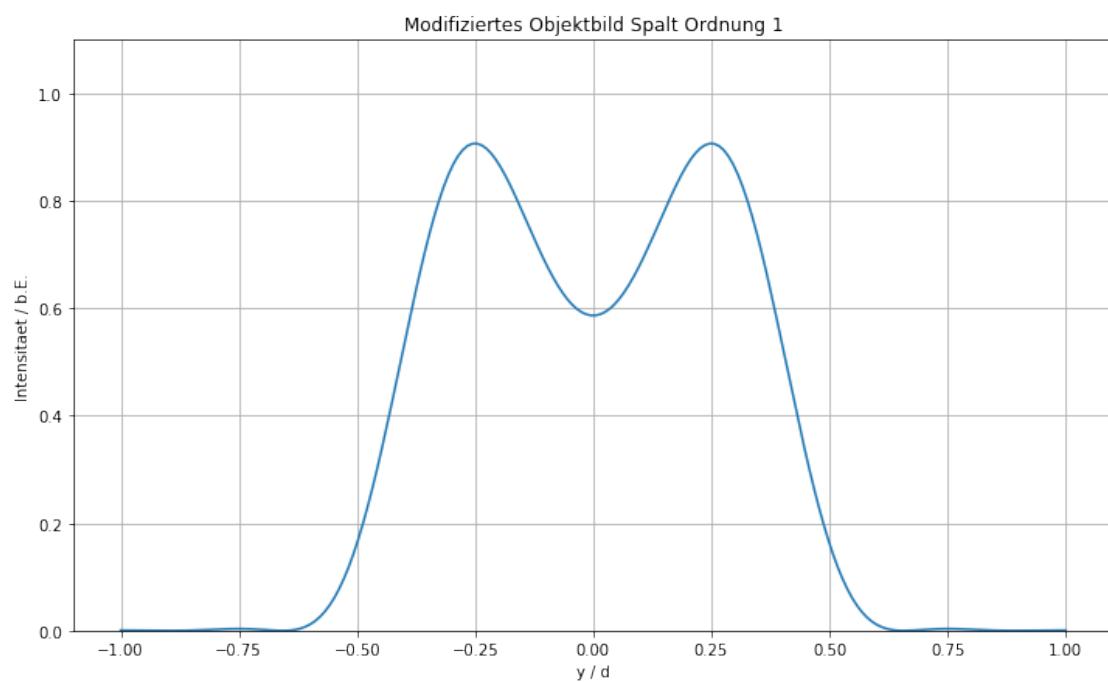
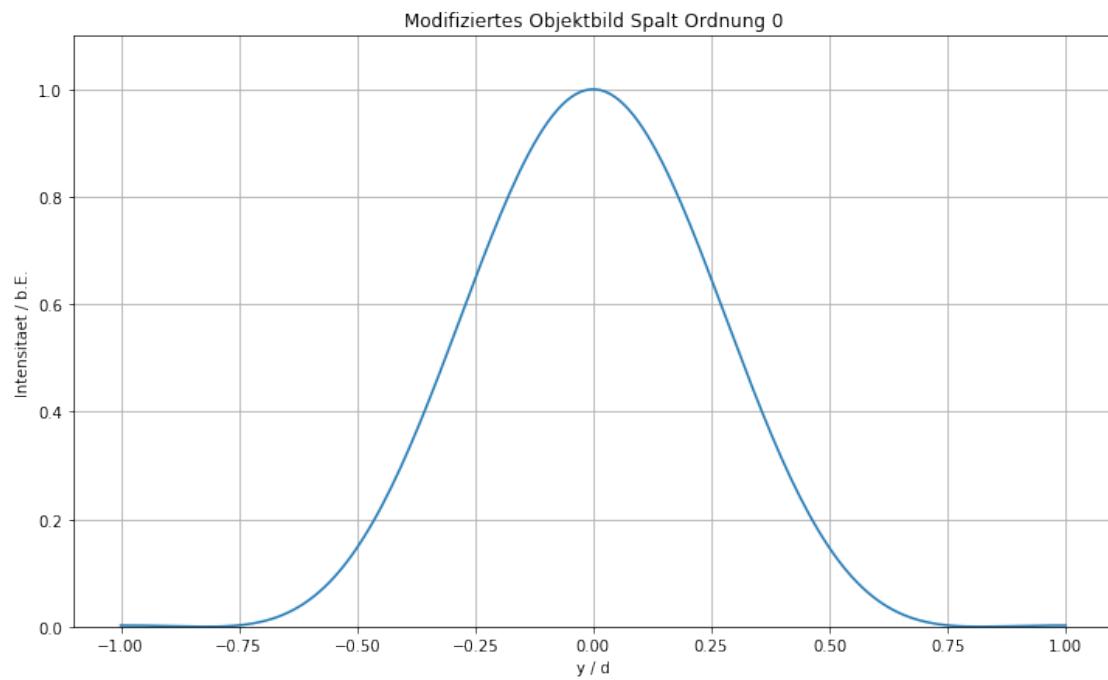
Minima:

[[ 0.6289 0.6499 0.6289]  
[-0.25 0. 0.24 ]]

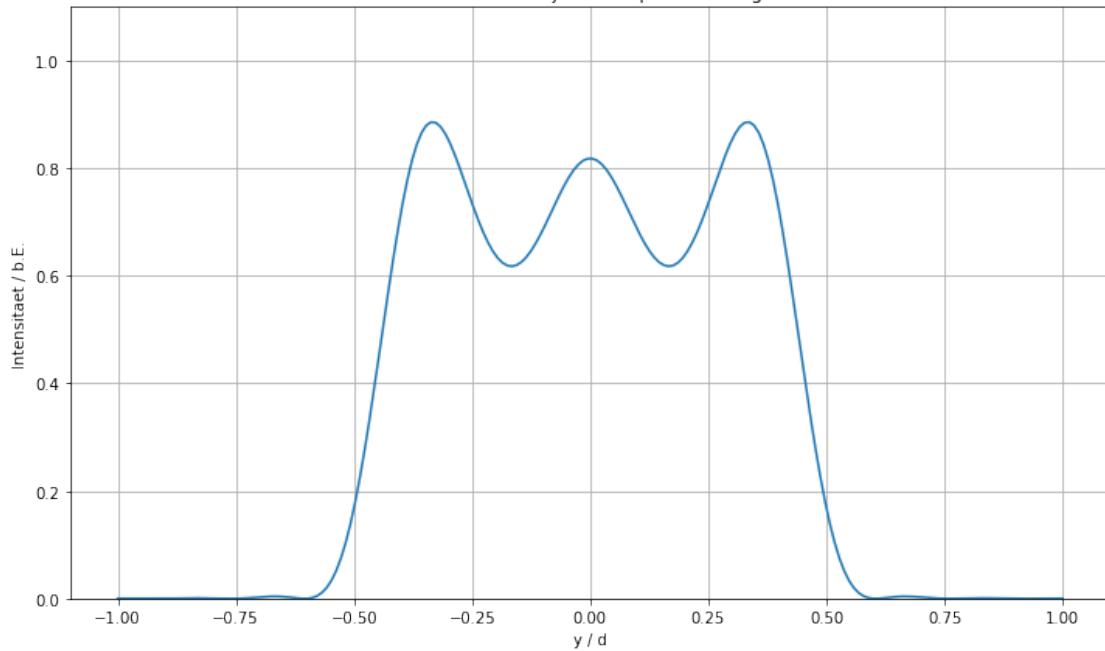
Maxima:

[[ 0.8766 0.7981 0.7981 0.8766]

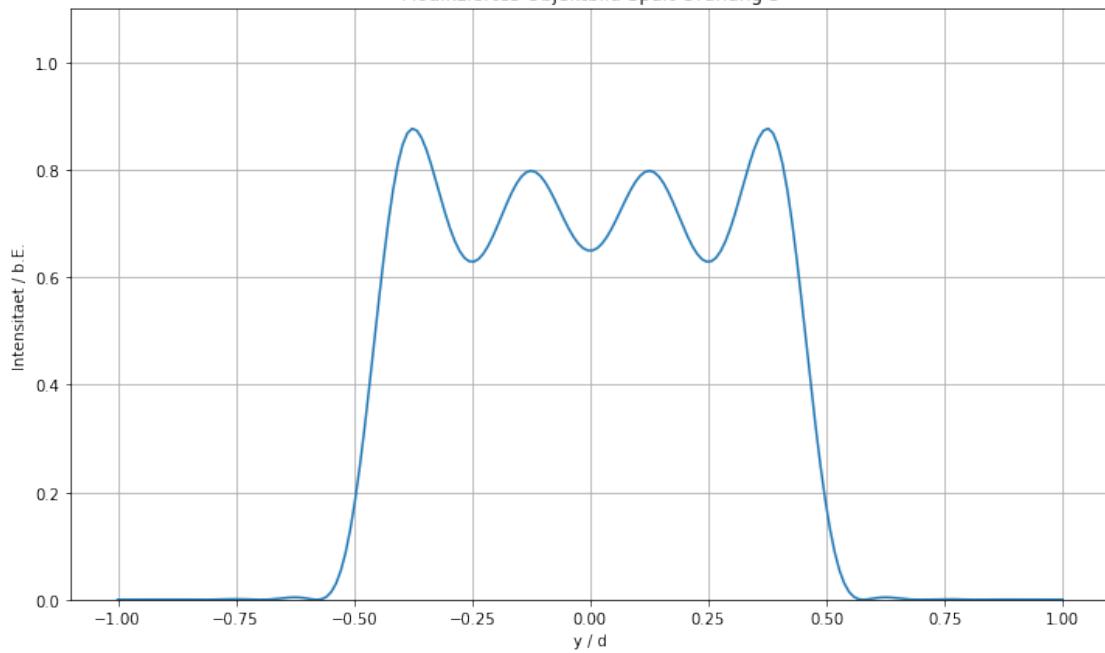
$[-0.38 \quad -0.13 \quad 0.12 \quad 0.37 \quad ]]$



Modifiziertes Objektbild Spalt Ordnung 2



Modifiziertes Objektbild Spalt Ordnung 3

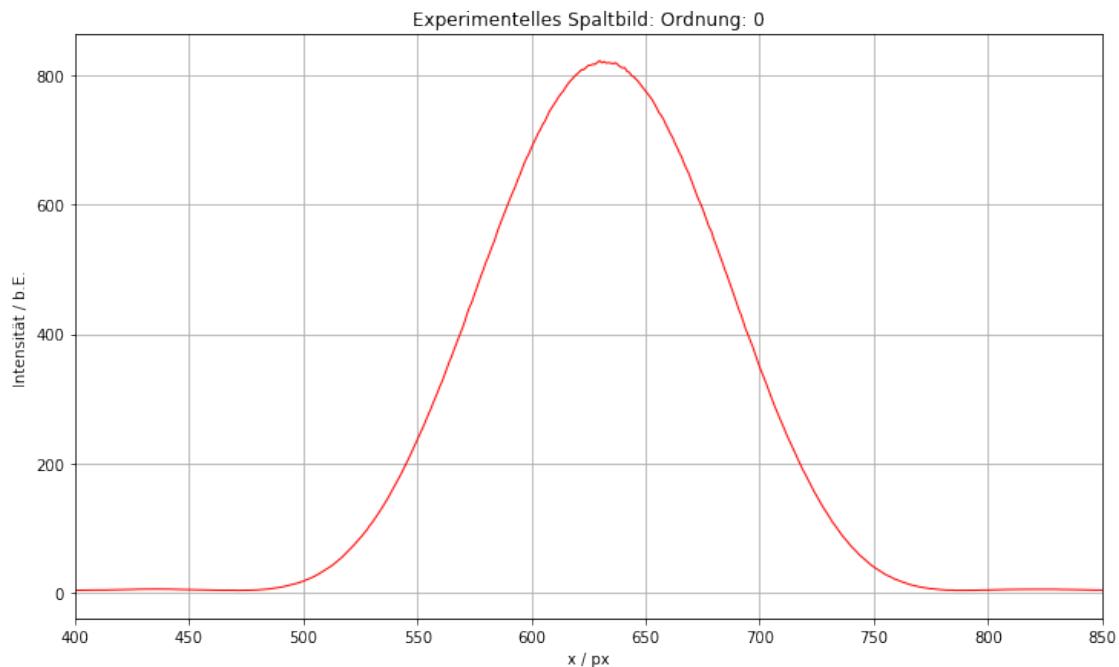


```
[26]: for n in range(4):
    pix, intensity = np.loadtxt("233/data/FFT{0}Ordnungtext.txt".
    ↵format(n), unpack=True)
```

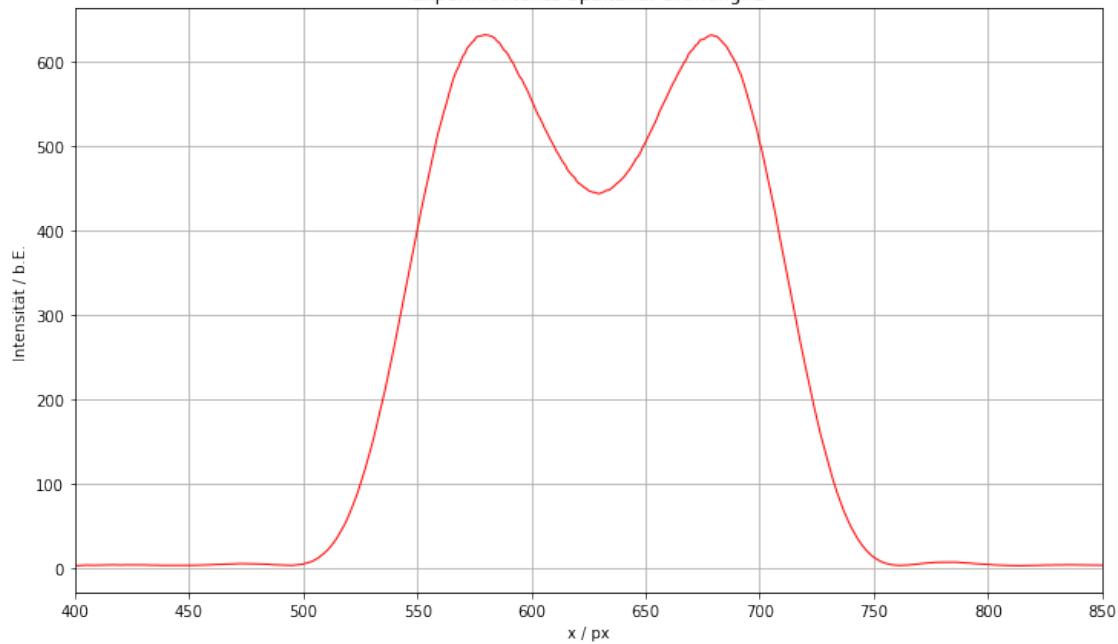
```

plt.figure(figsize = (12,7))
plt.plot(pix,intensity,color="red",linewidth=1)
plt.xlabel("x / px")
plt.xlim(400,850)
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.grid()
plt.title("Experimentelles Spaltbild: Ordnung: {0}".format(n))
plt.savefig("233/EinzelObjektGemessenOrdnung{0}.png".format(n),format="png")

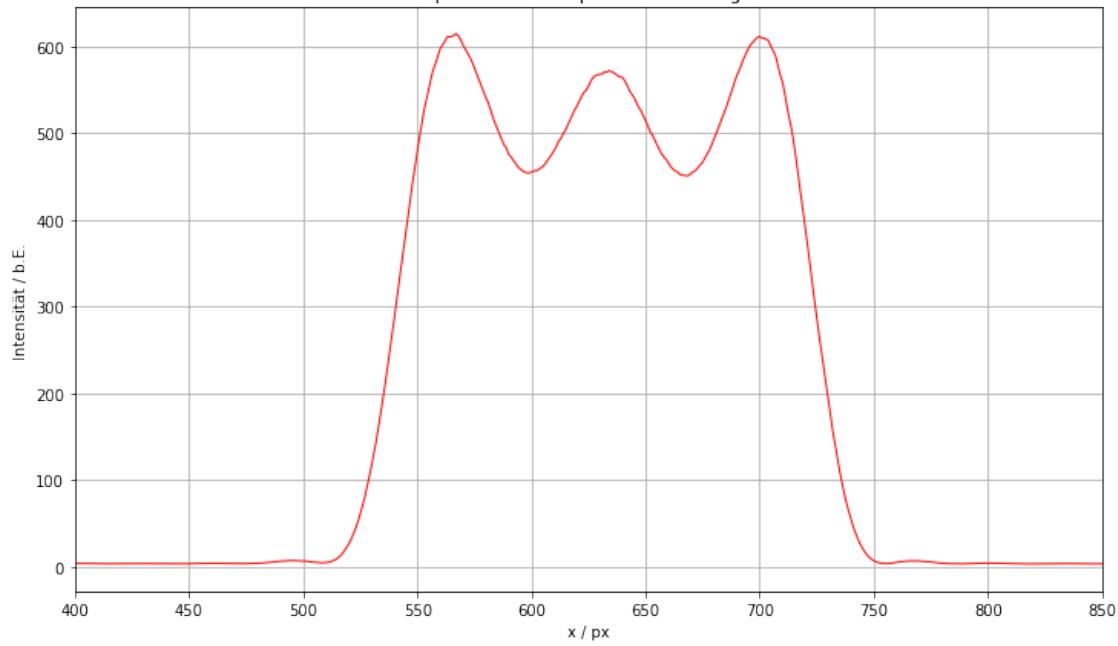
```

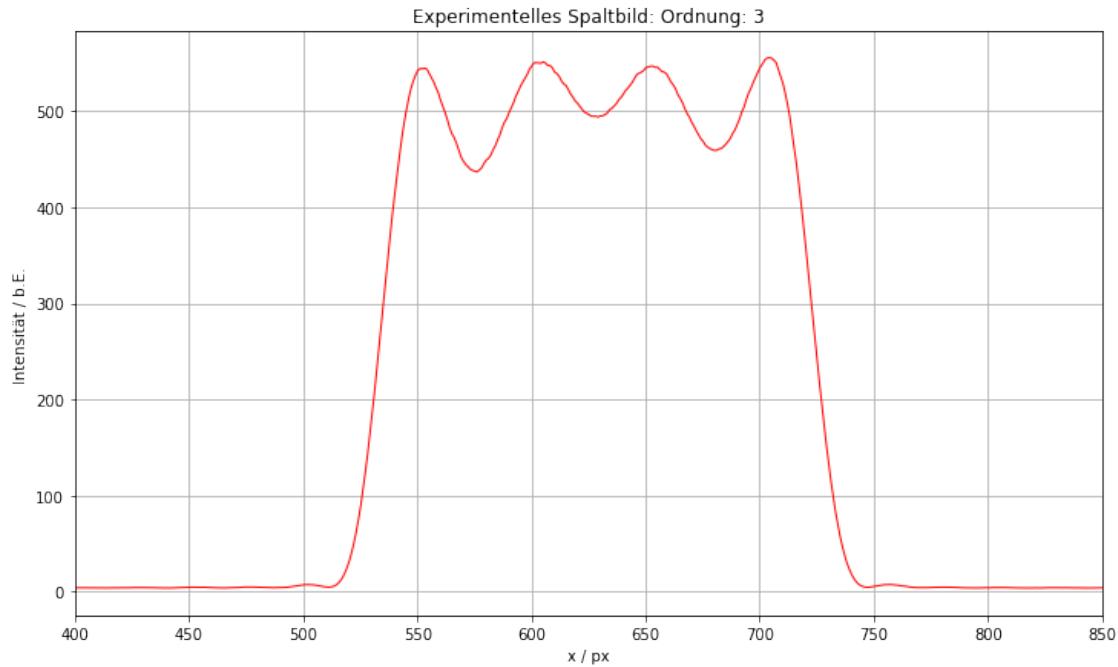


Experimentelles Spaltbild: Ordnung: 1

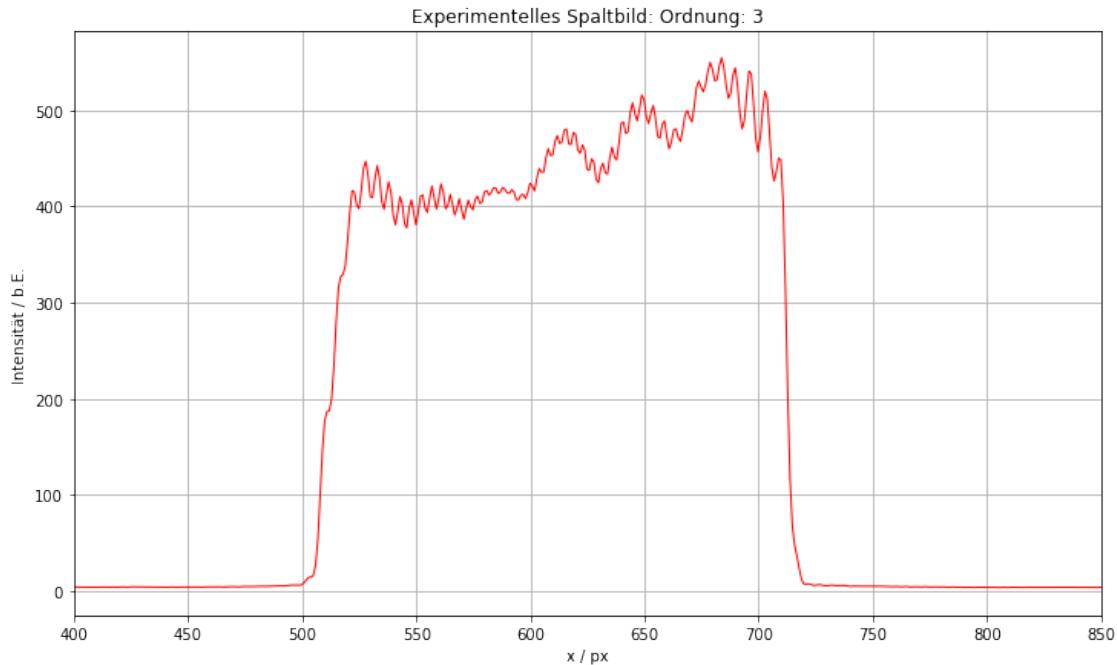


Experimentelles Spaltbild: Ordnung: 2





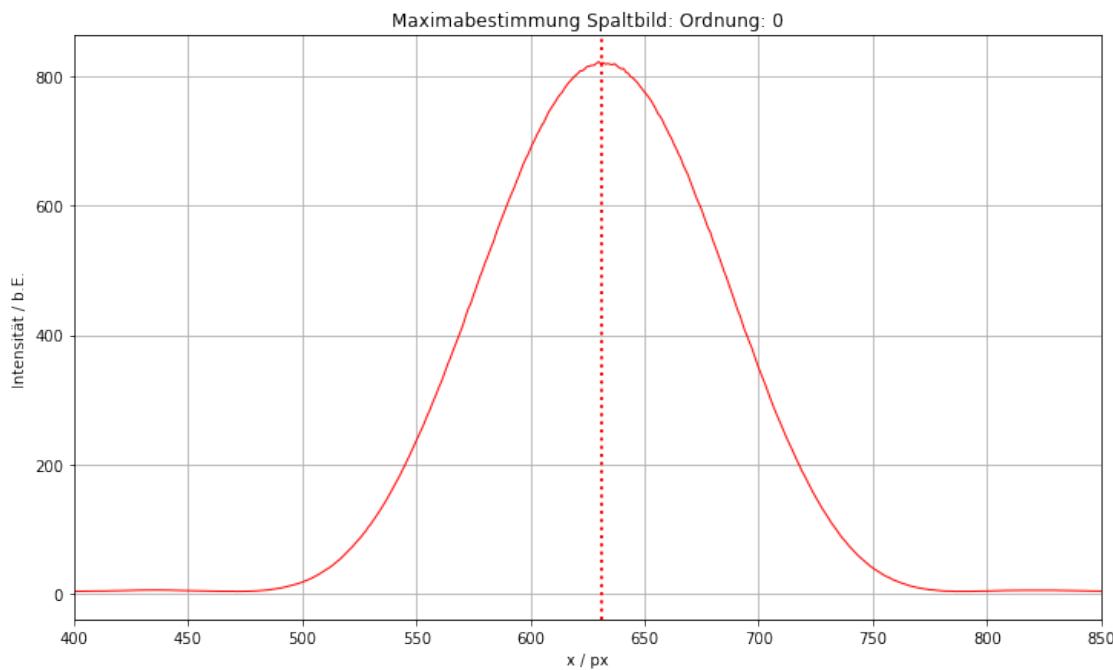
```
[27]: pix, intensity =np.loadtxt("233/data/FFTmaxtext.txt".format(n),unpack=True)
plt.figure(figsize = (12,7))
plt.plot(pix,intensity,color="red",linewidth=1)
plt.xlabel("x / px")
plt.xlim(400,850)
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.grid()
plt.title("Experimentelles Spaltbild: Ordnung: {0}".format(n))
plt.savefig("233/FFTmaxtext.png".format(n),format="png")
```



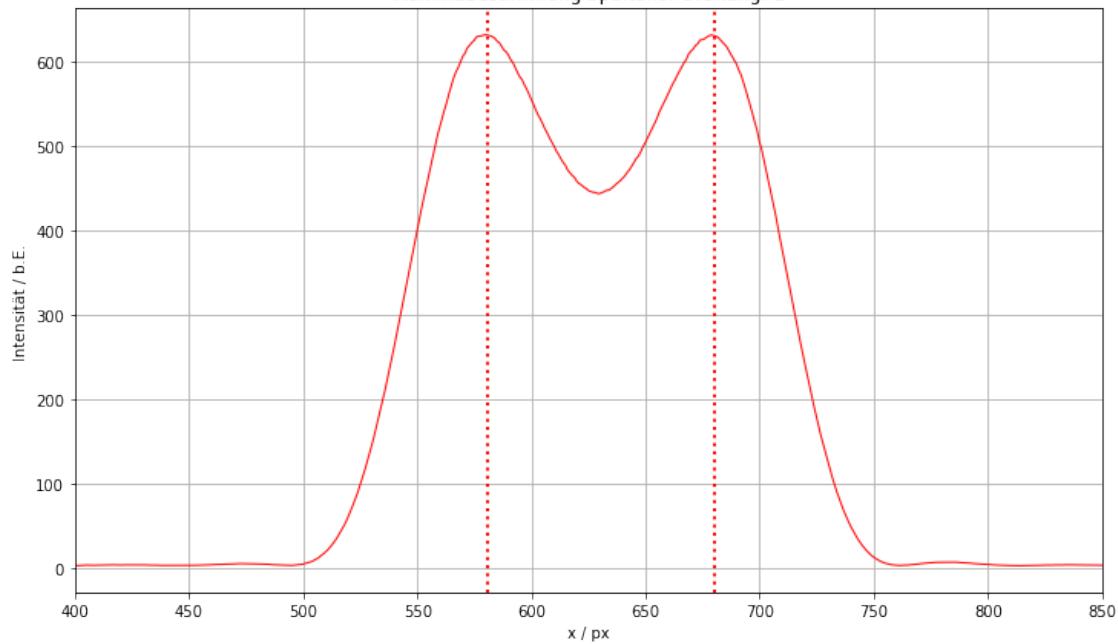
```
[28]: #Bestimme experimentelle Intensitäten für n=0,1,2,3
I_0 = 818.42062
sig_I_0 = 0.05*818.42062
for n in range(4):
    pix, intensity = np.loadtxt("233/data/FFT{0}Ordnungtext.txt".
    ↪format(n), unpack=True)
    plt.figure(figsize = (12,7))
    plt.plot(pix,intensity,color="red", linewidth=1)
    plt.xlabel("x / px")
    plt.xlim(400,850)
    plt.ylabel("Intensität / b.E.")
    plt.grid()
    plt.title("Maximabestimmung Spaltbild: Ordnung: {0}".format(n))
    if n==0:
        wo = np.array([631])
    elif n==1:
        wo = np.array([581,680])
    elif n==2:
        wo = np.array([568,635,701])
    elif n==3:
        wo = np.array([554,606,654,705])
    ver = intensity[wo]/I_0
    sig_ver = ver* np.sqrt((0.05**2 + 0.05**2))
    print("n: ",n, " Intensität: ",intensity[wo])
    print("Verhältnis: ",ver,"+/-", sig_ver)
```

```
linien('Intensität', wo, 'red', ':')
plt.savefig("233/intensitat{0}.png".format(n),format="png")
```

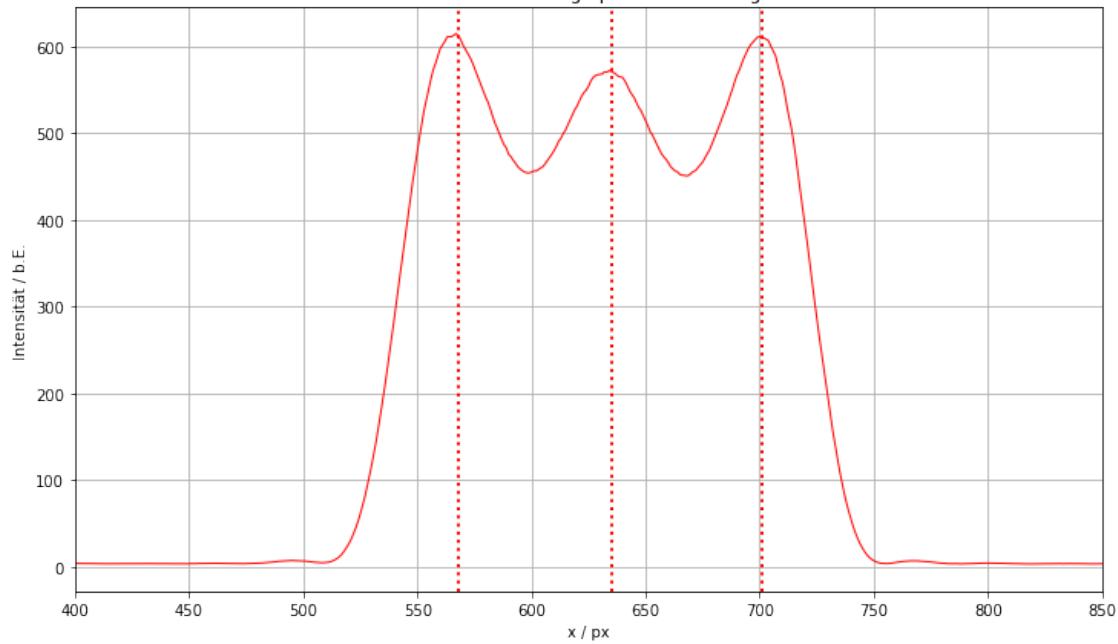
```
n: 0 Intensität: [818.42062]
Verhältnis: [1.] +/- [0.07071068]
n: 1 Intensität: [631.79934 631.16165]
Verhältnis: [0.77197388 0.77119471] +/- [0.0545868 0.0545317]
n: 2 Intensität: [612.37707 571.20581 609.82404]
Verhältnis: [0.74824247 0.69793673 0.74512302] +/- [0.05290873 0.04935158
0.05268815]
n: 3 Intensität: [543.73328 550.00772 545.63465 555.19629]
Verhältnis: [0.66436899 0.67203551 0.66669221 0.67837525] +/- [0.04697798
0.04752009 0.04714226 0.04796837]
```

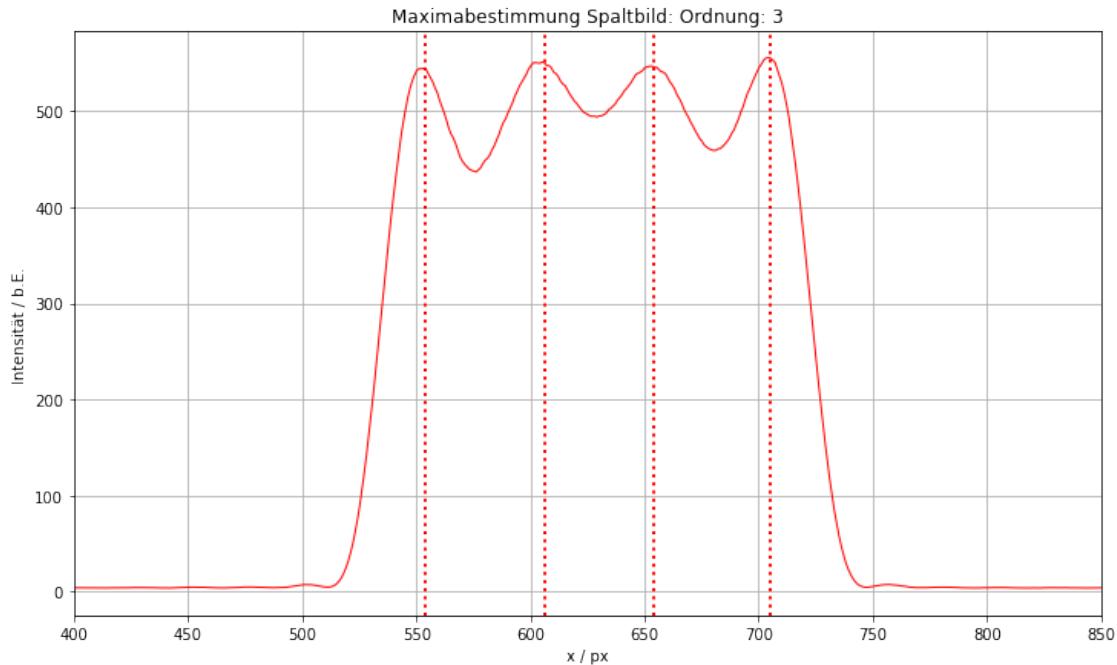


Maximabestimmung Spaltbild: Ordnung: 1



Maximabestimmung Spaltbild: Ordnung: 2





```
[29]: wie = np.array([0,np.zeros(1),np.zeros(2),np.zeros(3)])
for n in range(4):
    pix, intensity =np.loadtxt("233/data/FFT{0}Ordnungtext.txt".
    ↪format(n),unpack=True)
    plt.figure(figsize = (12,7))
    plt.plot(pix,intensity,color="red",linewidth=1)
    plt.xlabel("x / px")
    plt.xlim(400,850)
    plt.ylabel("Intensität / b.E.")
    plt.grid()
    plt.title("Minima Spaltbild: Ordnung: {0}".format(n))
    if n==0:
        continue
    elif n==1:
        wo = np.array([630])
    elif n==2:
        wo = np.array([599,668])
    elif n==3:
        wo = np.array([576,629,680])
    ver = intensity[wo]/I_0
    sig_ver = ver* np.sqrt((0.05**2 + 0.05**2))
    print("n: ",n," Intensität: ",intensity[wo])
    print("Verhältnis: ",ver,"+/-", sig_ver)
    linien('Intensität', wo, 'red', ':')
    plt.savefig("233/minintensitat{0}.png".format(n),format="png")
```

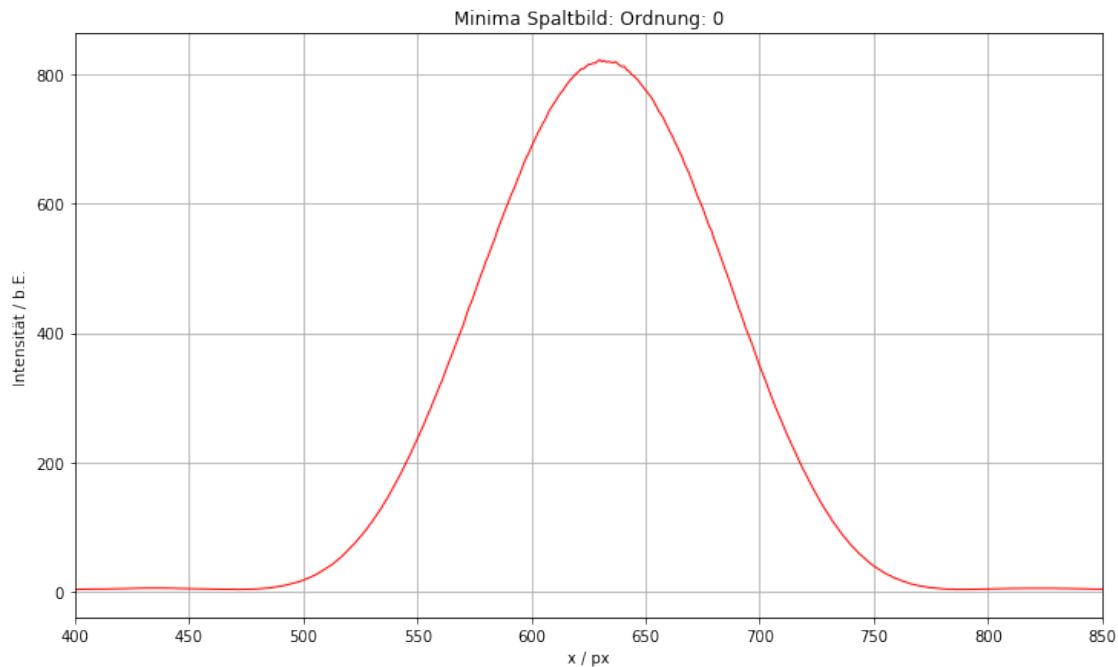
```

/usr/local/lib/python3.7/dist-packages/ipykernel_launcher.py:1:
VisibleDeprecationWarning: Creating an ndarray from ragged nested sequences
(which is a list-or-tuple of lists-or-tuples-or ndarrays with different lengths
or shapes) is deprecated. If you meant to do this, you must specify
'dtype=object' when creating the ndarray.

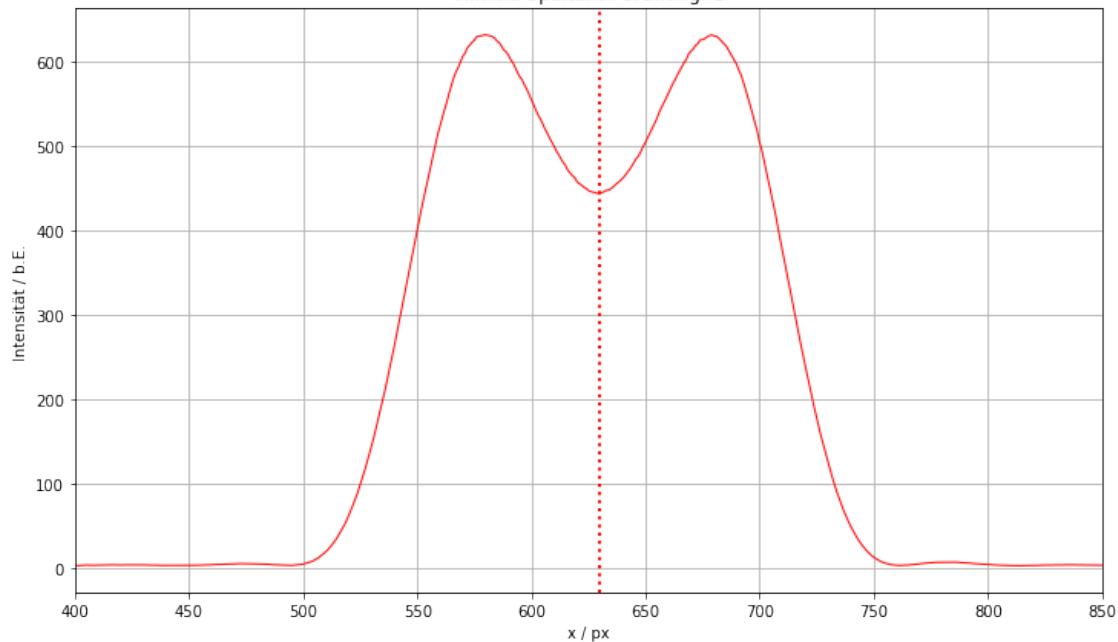
"""Entry point for launching an IPython kernel.

n: 1 Intensität: [444.2216]
Verhältnis: [0.54277909] +/- [0.03838028]
n: 2 Intensität: [454.32451 450.95059]
Verhältnis: [0.55512349 0.55100101] +/- [0.03925316 0.03896166]
n: 3 Intensität: [436.77689 493.91203 459.09569]
Verhältnis: [0.53368266 0.60349412 0.56095323] +/- [0.03773706 0.04267348
0.03966538]

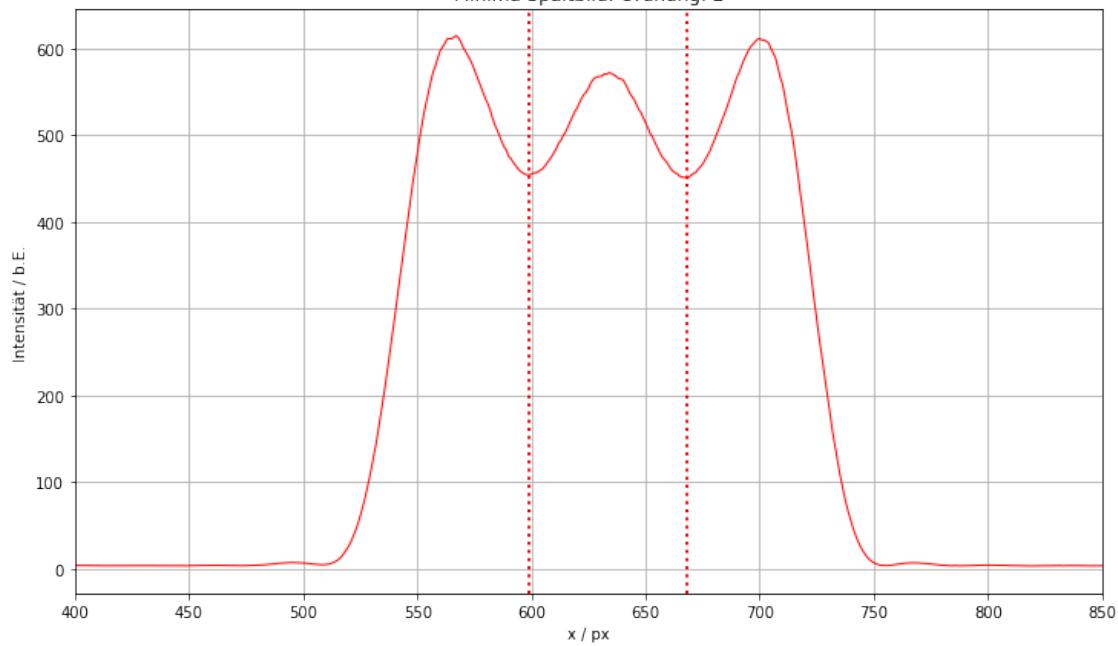
```

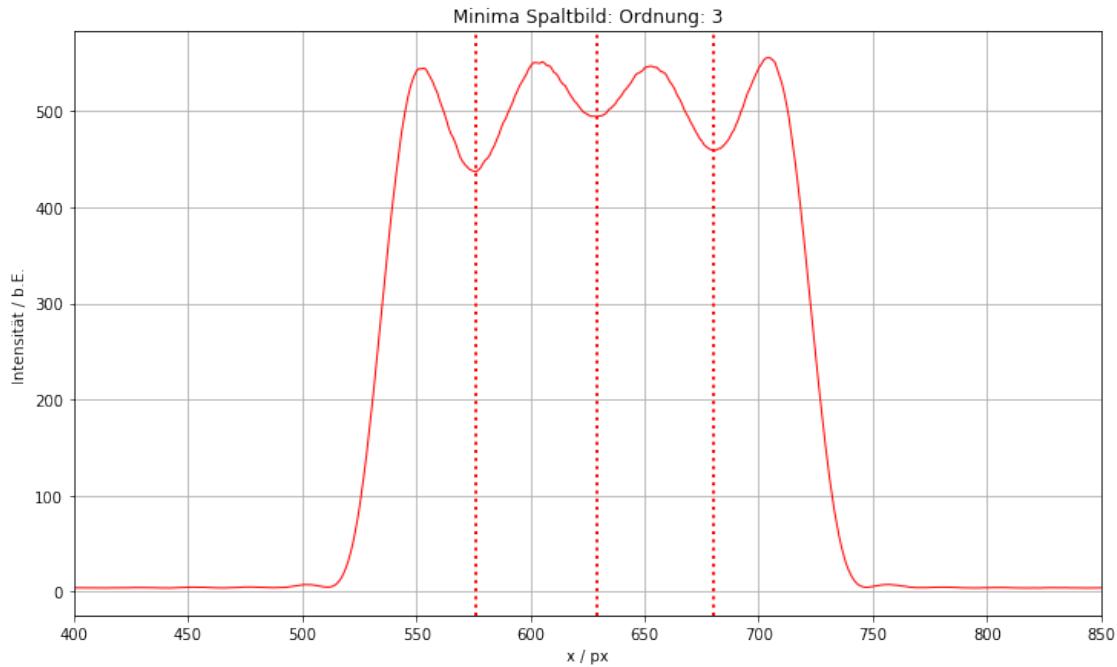


Minima Spaltbild: Ordnung: 1



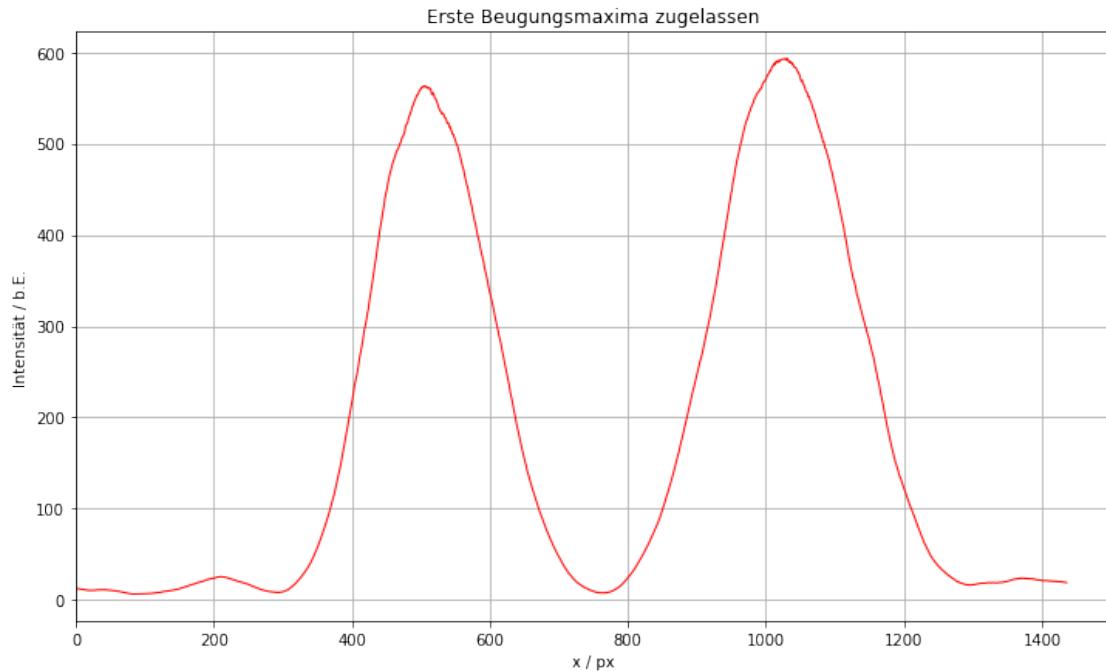
Minima Spaltbild: Ordnung: 2



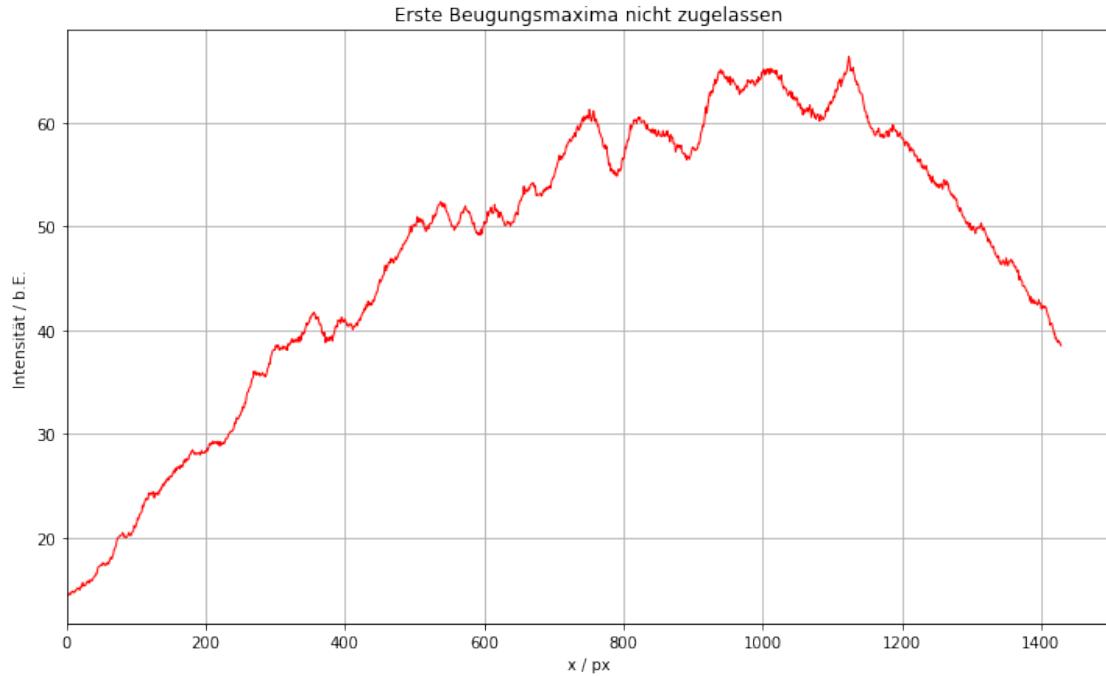


### 1.3 Fourierbild des Doppelspaltes

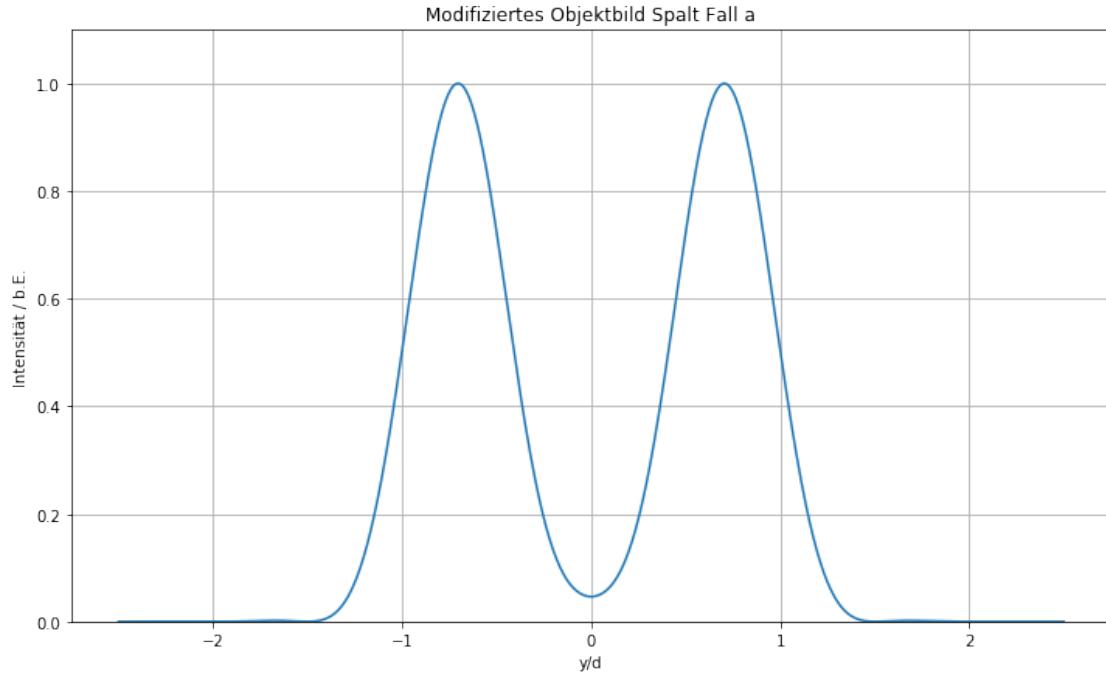
```
[30]: #Darstellung der experimentellen Fälle
# a erste Maxima nicht abgeschnitten
pix, intensity =np.loadtxt("233/data/DoppelspaltFFTGauss(bild 1).txt".
    ↪format(n),unpack=True)
plt.figure(figsize = (12,7))
plt.plot(pix,intensity,color="red",linewidth=1)
plt.xlabel("x / px")
plt.xlim(0,1500)
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.grid()
plt.title("Erste Beugungsmaxima zugelassen")
plt.savefig("233/ErsteZugelassen.png",format="png")
```



```
[31]: #b erste Maxima abgeschnitten
pix, intensity =np.loadtxt("233/data/DoppelspaltFFTkeinsignal(bild2).txt".
    ↪format(n),unpack=True)
plt.figure(figsize = (12,7))
plt.plot(pix,intensity,color="red",linewidth=1)
plt.xlabel("x / px")
plt.xlim(0,1500)
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.grid()
plt.title("Erste Beugungsmaxima nicht zugelassen")
plt.savefig("233/Erste nicht Zugelassen.png",format="png")
```

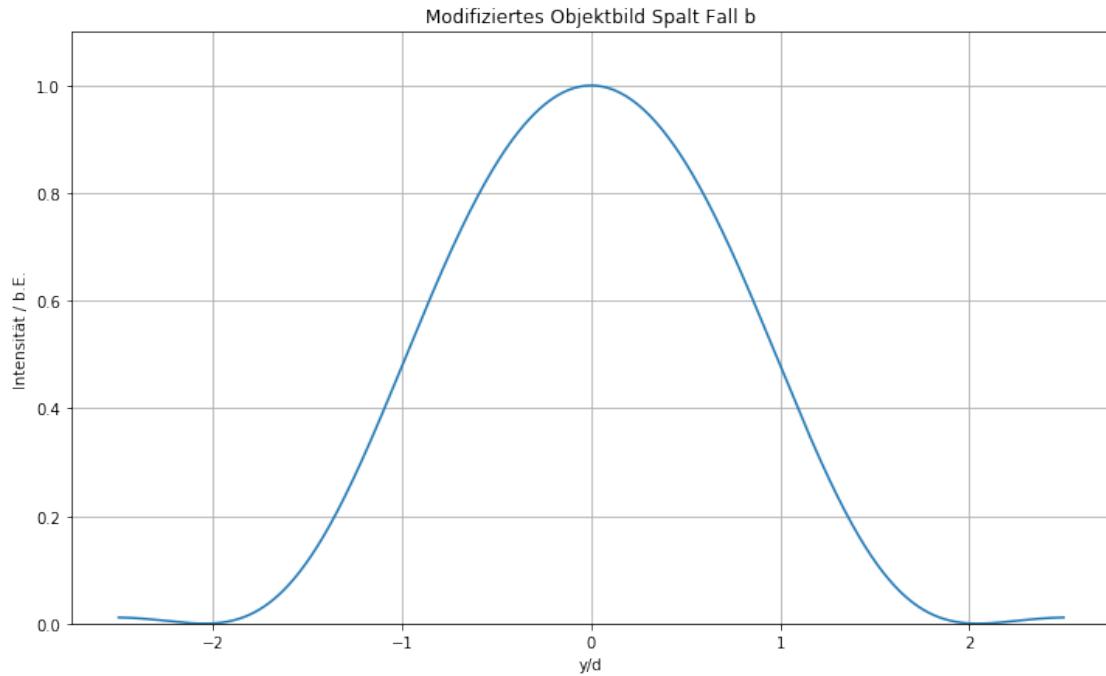


```
[32]: #Darstellung der theoretischen modifizierten Spaltbilder
#Integrand
def doppelspalt(k,y):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d = 1
g = 1.38*d
n = 1 #Nur erstes Nebenmaximum
Y = np.linspace(-2.5,2.5,800)*d
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert1 = []
for i in range(len(Y)):
    y = Y[i]
    result1, error1 = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d, args = (y,))
    f_modifiziert1.append(result1**2)
f_modifiziert1 = f_modifiziert1/np.max(f_modifiziert1)
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.plot(Y, f_modifiziert1)
plt.xlabel("y/d")
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.title("Modifiziertes Objektbild Spalt Fall a")
plt.ylim((0,1.1))
plt.grid()
plt.savefig("233/ModTheoDoppelspalt.png", format = "png")
```



```
[33]: #Integrand
def doppelspalt(k,y):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d = 1
g = 1.38*d
n = 0.45
Y = np.linspace(-2.5,2.5,800)*d
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert1 = []
for i in range(len(Y)):
    y = Y[i]
    result1, error1 = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d, args = (y,))
    f_modifiziert1.append(result1**2)
f_modifiziert1 = f_modifiziert1/np.max(f_modifiziert1)
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.plot(Y, f_modifiziert1)
plt.xlabel("y/d")
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.title("Modifiziertes Objektbild Spalt Fall b")
plt.ylim((0,1.1))
plt.grid()

plt.savefig("233/bModTheoDoppelspalt.png", format = "png")
```



```
[34]: #Berechnung der Raumfrequenzen
g = 497e-6 #m
sig_g = 50e-6

#theoretisch
k_y_theo = 2*np.array([1,0.45])*np.pi / g
sig_k_y_theo = k_y_theo * np.sqrt((sig_g/g)**2 + (np.array([0,0.02])/np.
array([1,0.45]))**2))

#experiment
s = np.array([0.1,0.05]) #mm
sig_s = np.array([0.01,0.02]) #mm
f = 80 #mm/s
lamb = 532e-9
k_y_exp = 2*np.pi*s/(lamb*f)
sig_k_y_exp = k_y_exp*np.sqrt((sig_s/s)**2)

print("Experimentelle Frequenzen [1/m] ",k_y_exp,"+/-",sig_k_y_exp)
print("Theoretische Frequenzen [1/m] ",k_y_theo,"+/-",sig_k_y_theo)
```

Experimentelle Frequenzen [1/m] [14763.12337213 7381.56168607] +/-  
[1476.31233721 2952.62467443]  
Theoretische Frequenzen [1/m] [12642.22395811 5689.00078115] +/-  
[1271.85351691 625.69691765]

```
[35]: absolut = np.abs(k_y_exp-k_y_theo)
sigma = absolut/ np.sqrt(sig_k_y_exp**2 + sig_k_y_theo**2)
print("Absolute Abweichung [1/m] ",absolut)
print("Sigma ",sigma)
```

Absolute Abweichung [1/m] [2120.89941402 1692.56090492]  
Sigma [1.08841248 0.56078617]

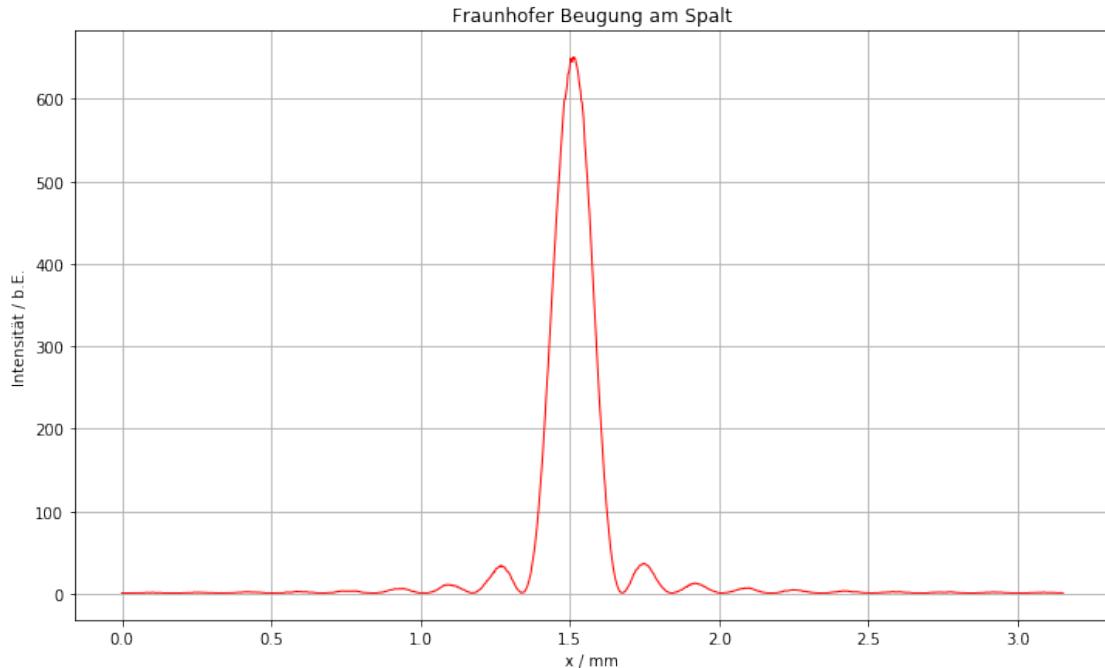
[ ]:

```
[36]: #Datenimport
pix, intensity = np.loadtxt("233/data/EinzelspaltHauptmaximumerkennbar.
→txt",unpack=True)

#Mit Eichung: Rechne Pixel in mm um
x = pix*(-popt[0])

#Daten plotten
plt.figure(figsize = (12,7))
plt.plot(x,intensity,color="red",linewidth=1)
plt.xlabel("x / mm")
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.grid()
plt.title("Fraunhofer Beugung am Spalt")
```

[36]: Text(0.5, 1.0, 'Fraunhofer Beugung am Spalt')



```
[37]: #Fit
def fitFunc(x,a,scale,off,ug):
    return a*(np.sin(scale*(x-off)))/(scale*(x-off))**2 + ug
init_vals = [1000,15,1.1,10] #Müssen vllt angepasst werden
fitParams, fitCovariances = curve_fit(fitFunc,x,intensity,p0=init_vals,maxfev=8000)
print(fitParams)

plt.figure(figsize=(12,7))
plt.rc("axes",grid=False,labelsizer=16,titlesize = 20)
plt.rc("xtick",labelsize = 16)
plt.rc("ytick",labelsize = 16)
plt.plot(x,fitFunc(x,*fitParams),label="Theorie")
plt.plot(x[::8], intensity[::8],color="red",linestyle="None",marker="." ,label="Messung")
plt.xlabel("x/ mm")
plt.ylabel("Intensität/ b.E.")
plt.title("Fraunhofer Beugung")
plt.legend(loc="best",prop={"size":20})
```

[-0.06702914 27.24600199 1.09933777 35.5161101 ]

[37]: <matplotlib.legend.Legend at 0x7f8ff5b67c50>

