

Versuch 26: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit

Yago Obispo Gerster

1. März 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
1.1	Was ist Schall?	2
1.2	Schallgeschwindigkeit	2
1.3	Stehende Wellen und Quincke'sche Rohr	3
1.4	Laufzeitmessung einer fortschreitenden Schallwelle	4
2	Messprotokoll	4
2.1	Geräte und Materialliste	4
2.2	Messprotokoll	5
2.3	Ergänzung: Versuchsskizze Quinckesche Rohr	11
3	Auswertung	11
3.1	Fehlerabschätzung	11
3.2	Schallgeschwindigkeit rechnerisch bestimmen	12
3.3	Schallgeschwindigkeit in Luft und Kohlenstoffdioxid mit Quincke'schem Rohr	12
3.3.1	Methode	12
3.3.2	Mittlere Höhendifferenz	12
3.3.3	Schallgeschwindigkeiten	14
3.4	Schallgeschwindigkeit in Luft mit Laufzeitmessung	14
3.5	Qualitative Experimente mit dem Kasten aus der Laufzeitmessung	15
4	Zusammenfassung und Diskussion	16
4.1	Zusammenfassung der Ergebnisse	16
4.2	Diskussion der Abweichungen vom Literaturwert	17
4.3	Schlusswort	19

1 Einleitung und Motivation

Das Ziel des Versuches ist die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Luft und in Kohlenstoffdioxid. Dabei soll die Schallgeschwindigkeit von Luft über 2

unterschiedliche Methoden bestimmt werden. Einmal mithilfe eines sogenannten Quinckeschen Rohres und einmal mit einer Laufzeitmessung einer Schallwelle zwischen einem Lautsprecher und einem Mikroskop.

Erst werden die nötigen physikalischen Grundlagen für den Versuch erklärt.

1.1 Was ist Schall?

Alle Töne die wir hören entstehen durch Schall. Schall ist eine mechanische Welle die sich in einem Medium in Form von Druckschwankungen ausbreitet. So versetzen z.B. beim Menschen die Stimmbänder die Luft in Vibration, die mechanische Welle breitet sich bis zum Ohr eines anderen Menschen aus und dort wird sie vom Trommelfell in einen elektrischen Impuls umgewandelt.

Schall kann in Flüssigkeiten, Gasen und Feststoffen als Longitudinalwelle (Schwingung in Richtung der Ausbreitungsrichtung) und nur in Feststoffen oder an den Grenzflächen von Flüssigkeiten als Transversalwelle (Schwingung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung) auftreten. Die Bindung der Teilchen ist bei Feststoffen nämlich deutlich höher. Bei Flüssigkeiten und Gasen wird der transversalcharakter gedämpft.

Die Amplitude der Welle gibt die Lautstärke an und die Frequenz wie hoch bzw. tief der Ton ist. Hohe Frequenzen entsprechen höheren Tönen und niedrigere tieferen Tönen.

1.2 Schallgeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit einer Schallwelle hängt von mehreren Faktoren ab. So ist sie beispielsweise in Vakuum $0 \frac{m}{s}$, da dort keine Teilchen zur Verfügung stehen, die schwingen könnten. Besonders der Druck, die Temperatur und die Dichte können die Schallgeschwindigkeit beeinflussen.

Bei bekannter Frequenz ν und bekannter Wellenlänge λ , kann die Schallgeschwindigkeit c mit:

$$c = \lambda \cdot \nu \quad (1)$$

bestimmt werden.

Insbesondere ist die Schallgeschwindigkeit in Gasen durch folgende Formel gegeben:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}} \quad (2)$$

Wobei κ der Adiabatenkoeffizient (in Luft $\kappa = 1,4$, in Kohlenstoffdioxid $\kappa = 1,3$), R die Gaskonstante, T die Temperatur des Gases in Kelvin und M die Molekülmasse (in Luft $M = 29g/mol$, in Kohlenstoffdioxid $M = 44g/mol$) ist.

Um die Vergleichbarkeit der Schallgeschwindigkeit zu vereinfachen, rechnet man den experimentell ermittelten Wert auf Normalbedingungen um, also auf eine Temperatur von $0^\circ C$. Dies geht mit folgender Formel:

$$c_0 = c \times \sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad (3)$$

Wobei c_0 die Schallgeschwindigkeit bei 0°C ist, c die gemessene Schallgeschwindigkeit im Experiment, $T_0 = -273.15\text{K}$ und T die Zimmertemperatur in Kelvin ist.

1.3 Stehende Wellen und Quincke'sche Rohr

Wenn man zwei aufeinanderlaufende Wellen mit gleicher Frequenz und gleicher Amplitude interferieren lässt, kann eine stehende Welle entstehen. Unter einer stehenden Welle versteht man eine Welle bei der die Orte mit maximaler Auslenkung (*Wellenbäuche*) und die Orte mit minimaler Auslenkung (*Wellenknoten*) stillstehen. Die Welle ist sozusagen in einem begrenzten Raum gefangen und führt Ortsschwingungen durch.

In der Praxis kann man stehende Wellen erzeugen, indem man eine Welle einfach reflektiert.

So funktioniert auch das Quincke'sche Rohr (Abbildung 1). Die Welle wird an einem Lautsprecher am oberen Ende eines Rohres emittiert, breitet sich durch das Rohr (Luft) aus und wird an einer Wasseroberfläche reflektiert. Die reflektierte Welle interferiert mit der einfallenden und eine stehende Welle kann sich ausbilden. Im Resonanzfall gilt für den Abstand h der Luftsäule und für ein $n \in \mathbb{N}$:

$$h = \frac{2n+1}{4}\lambda \quad (4)$$

Anhand der Messung mehrerer Werte für h , bei denen die Lautstärke maximal ist, kann also die Wellenlänge λ und da die Frequenz der einfallenden Welle ν bekannt ist, kann nach Formel (1) die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden.

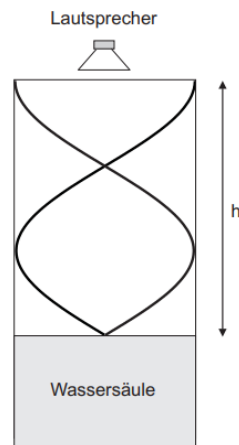


Abbildung 1: Quincke'sche Rohr

1.4 Laufzeitmessung einer fortschreitenden Schallwelle

Eine andere Methode um die Schallgeschwindigkeit zu messen ist eine Laufzeitmessung einer fortschreitenden Schallwelle (Abbildung 2).

Dazu erzeugt ein Signalgenerator ein Signal, welches zur gleichen Zeit an einen Lautsprecher und an ein Oszilloskop geschickt wird. Der Lautsprecher emittiert die Schallwelle, die sich in Luft über eine Strecke h bis zu einem Mikrofon bewegt, der das Signal aufzeichnet und ebenfalls am Oszilloskop auf dem zweiten Kanal anzeigt.

Das zweite Signal sollte phasenverschoben gegenüber dem ersten sein. Das Signal benötigt zwischen Lautsprecher und Mikrofon die Zeit:

$$\tau = \frac{h}{c} \quad (5)$$

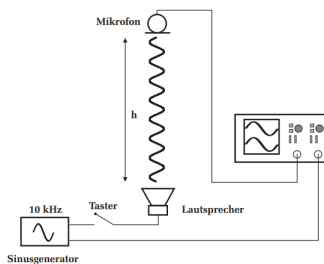


Abbildung 2: Laufzeitmessung

2 Messprotokoll

2.1 Geräte und Materialliste

Wir beginnen unseren Versuch mit dem eigentlich vorgesehenen zweiten Teil der Praktikumsanleitung (da nicht genügend Quincke'sche Rohre zur Verfügung standen).

Für die Messung der Schallgeschwindigkeit mit der Laufzeit benötigt man:

1. Ein Oszillograph HM 203 (stellt Sinussignal des Sinusgenerators dar und die am Mikrofon empfangene Schallwelle)
2. Sinusgenerator mit den Frequenzen 2kHz, 5kHz, 10kHz
3. Kasten mit Schalldämmung, in dem ein Lautsprecher und ein verschiebbares Mikrofon eingebaut sind

Für die Messung der Schallgeschwindigkeit mit dem Quinckeschen Rohr benötigt man:

1. Steigrohr mit Stethoskop
2. Ausgleichsgefäß mit Wasser
3. Lautsprecher mit Sinusgenerator
4. Gasflasche mit Kohlendioxid, Reduzierventil, Druckastenventil und Zuführungsschläuchen für das Gas
5. Sreichhölzer (um zu kontrollieren ob das Steigrohr mit Kohlenstoff gefüllt ist)

2.2 Messprotokoll

09:24 11. September 2023

Beheuer/in: Pham Huy Thang

Versuchsprotokoll 26: Schallgeschwindigkeit

Juan Bueno Fontanilla

$T = (22 \pm 0.5)^\circ\text{C}$

Yago Obispo Gerster

Teil 1: Bestimmung mit Oszilloskop. (Laufzeitmessung)

↳ Versuchsaufbau:

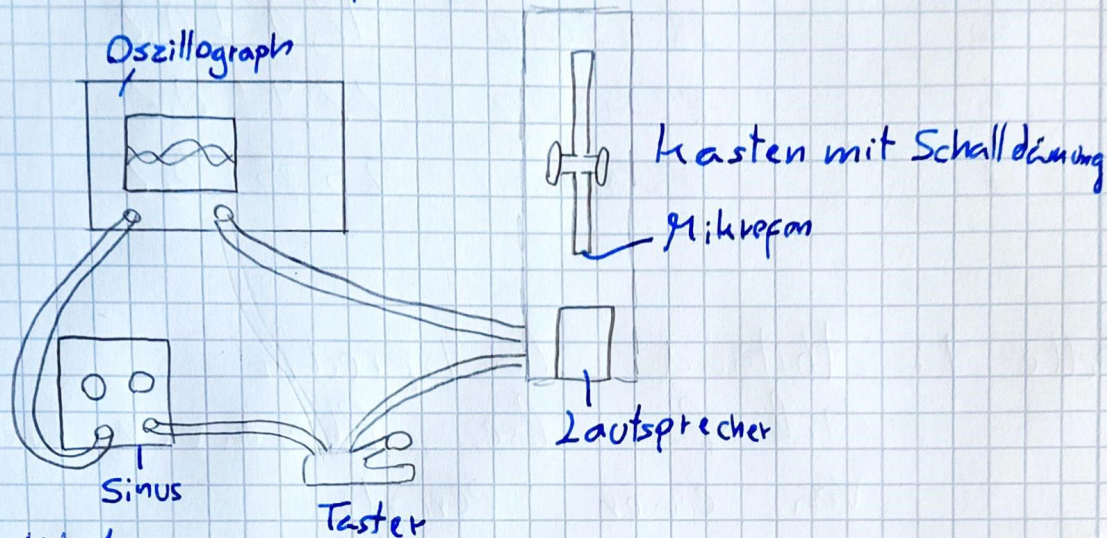


Abb. 1: ...

Versuchsdurchführung

Wir schalten das Oszilloskop an, schicken durch den Sinusgenerator ein Signal mit 10 kHz. Frequenz u. überprüfen, dass der Drehkopf TIME/DIV in der Stellung Cal ist. Wir stellen auch die Helligkeit auf idealer Größe und wählen beim Nulldurchgang eine gute Stelle des Signals um die Messungen durchzuführen.

↳ Wir messen die den Längenunterschied für die Phasenverschiebung bei Vielfachen von Periodendauern.

Nr.	Messreihe 1 (in cm)	Messreihe 2 (in cm)	Per. Δ
Periodendauer bei 10 kHz:			
1	$4,9 \pm 0,2$	$5 \pm 0,2$	$100,06 \pm 0,02$
2	$8,5 \pm 0,2$	$8,35 \pm 0,2$	
3	$11,9 \pm 0,2$	$11,8 \pm 0,2$	
4	$15,4 \pm 0,2$	$15,3 \pm 0,2$	
5	$18,9 \pm 0,2$	$18,9 \pm 0,2$	
6	$22,4 \pm 0,2$	$22,4 \pm 0,2$	
7	$25,8 \pm 0,2$	$25,85 \pm 0,2$	

Tabelle 1: Abstand Lautsprecher
Mikrofon bei Phasenverschiebung
von einer Periode

Danach zu veranschaulichen wird bei der Anzeige von Kanal 1 die Welle von einer Stimmgabel und von unserer Stimme.

Bei der Stimmgabel war bei einem kräftigen Stoß die Amplitude deutlich sichtbar, eine sinusähnliche Welle war aber nur bei mehreren Stoßen sichtbar, bei einem einzigen Stoß war die Schwingung zu sehen.

Die Amplitude unserer Stimmen war deutlich kleiner als bei der Stimmgabel. Bei tieferer Stimme war die Frequenz kleiner, bei höherer Ton größer.

Wir überprüfen nach, ob wir bei

2 kHz: Halbe Periode $(6.3 \pm 0.2)_{\text{cm}}$ $(19.1 \pm 0.2)_{\text{cm}}$ $500.0 \mu\text{s} \pm 0.03$
 5 kHz: $(4.2 \pm 0.2)_{\text{cm}}$ $(11.3 \pm 0.2)_{\text{cm}}$ $200.12 \mu\text{s} \pm 0.02$

Teil 2: Quicheschies Rohr

df:

$$f = 2.2104 \text{ kHz} \pm 0.001 \text{ kHz}$$

Messung	Länge h [cm]	Δh [cm]
1	8,8	0,4
* grober Fehler falsch abgelesen	12,5 12,5	0,4
3	16,7	0,4
4	20,7	0,4
5	24,25	0,4
6	28,8	0,4
7	32,2	0,4
8	36,3	0,4
Grober Fehler falsch gelesen	35,8 40	0,4
10	44,2	0,4
nn		

Tabelle 2: Länge h des Resonators bei
 einem Lautstärkemaximum (CfT
 Wkr. Juan Bueno Fontanilla

Tabelle 3: Messreihe 2 bei Luft $\lambda = 2,210 \pm 0,0014 \text{ m}$

Messung	Länge $h [\text{cm}]$	Fehler $\Delta h [\text{cm}]$
1	8,7	$\Delta h = 0,4 \text{ cm}$ V. Längen
2	13,6	
3	16,5	
4	20,4	Yago Obispo Gerster
5	24,4	
6	28,6	
7	32,2	
8	36	
9	39,9	
10	44,4	

Tabelle 4: Länge des Resonators bei einem Lautstärkemaximum (Kohlentoff)

größerer Fehler

Messung	Länge $h [\text{cm}]$ sh
1	10,7 7,1
2	12,1
3	14,4
4	18
5	19,8
6	24,8
7	28,4
8	36,8
9	40,5
10	42,8

Messung wegen großem Fehler verworfen: Lautsprecher war nicht im Rohr

Messung	h [cm]	Δh [cm]
1	5,8	0,4
2	7,8 8,4	0,4
3	12	0,4
4	17,3	0,4
5	21,2	0,4
6	24,05	0,4
7	27,2	0,4
8	30,2	0,4
9	33,5	0,4
10	36,2	0,4

Yago Obispo Getster

Tabelle 4: Länge Resonator bei Maximum (CO_2)

Messung	h [cm]	Δh [cm]
1	6	0,4
2	8,6	0,4
3	11,9	0,4
4	15,7	0,4
5	17,8	0,4
6	* 20,9 21	0,4
7	24,3	0,4
8	27,4	0,4
9	30,6	0,4
10	33,7	0,4

Tabelle 5: Messreihe 2 CO_2

Juan Bueno Fontaniller

VT 11.09.2023

Thema

2.3 Ergänzung: Versuchsskizze Quinckesche Rohr

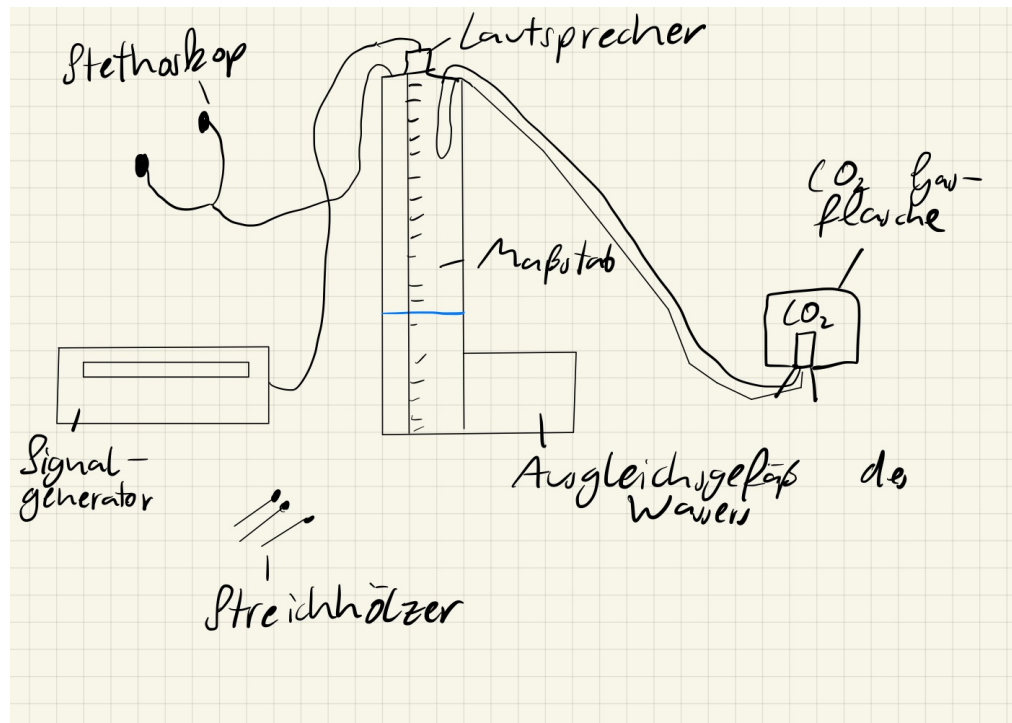


Abbildung 3: Versuchsaufbau: Quincke'sche Rohr

3 Auswertung

3.1 Fehlerabschätzung

In der Auswertung werden anschliessend folgende systematische Fehler angenommen:

Beim Quincke'schen Rohr haben wir im Messprotokoll eine Abweichung von $0,4\text{cm}$ angegeben. Diese setzt sich zum einen aus dem Fehler der Skala (Skalierung $0,1\text{cm}$) zusammen und zum anderem daraus, dass ein bestimmter Bereich existierte, in welchem der Ton in etwa die gleiche Stärke hatte. Dieser Bereich wurde im Versuch einmal untersucht und ein Gesamtfehler von $0,4\text{cm}$ wurde als plausibel eingestuft.

Der Signalgenerator zeigte nicht konstant denselben Wert an, sondern dieser schwankte ein wenig. Um dies zu berücksichtigen wurde ein Fehler von $0,001\text{kHz}$ angenommen.

Bei der Laufzeitmessung wurde für den Höhenmesswert ein Fehler von $0,2\text{cm}$

einkalkuliert, der sich aus dem Skalenfehler und der Ungenauigkeit, mit der man am Oszillator eine Periodendauer einstellen konnte, zusammensetzt.

3.2 Schallgeschwindigkeit rechnerisch bestimmen

Wie bereits in den Grundlagen geklärt, kann die Schallgeschwindigkeit in Luft und Kohlenstoffdioxid unter Normalbedingungen mit:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} \quad (6)$$

Wobei die Adiabatenkoeffizienten von Luft $\kappa_L = 1,4$ und Kohlenstoffdioxid $\kappa_K = 1,3$ betragen, die universelle Gaskonstante $R = 8,314 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$, die Temperatur $T = 273,15 K$ und die Molekülmasse von Luft $M_L = 29 g/mol$ und von Kohlenstoff $M_K = 44 g/mol$. Mit diesen Werten ergibt sich unter Normalbedingungen:

$$c_{FormelLuft0} = 331,11 \frac{m}{s} \quad (7)$$

$$c_{FormelKohlenstoff0} = 259,03 \frac{m}{s} \quad (8)$$

3.3 Schallgeschwindigkeit in Luft und Kohlenstoffdioxid mit Quincke'schem Rohr

3.3.1 Methode

Die Schallgeschwindigkeit in Luft und Kohlenstoffdioxid soll anschliessend mit den Ergebnissen des Versuchs mit dem Quinckeschen Rohr ermittelt werden. Im Versuch war das Quincksche Rohr zuerst mit Luft und später mit CO_2 gefüllt und am Sinusgenerator wurde eine Frequenz von $2,210 \pm 0,001 kHz$ eingestellt. Um das Rohr mit CO_2 zu füllen, wurde die Gasflasche mit dem Schlauch verwendet. Um uns nach dem Füllen mit Gas zu vergewissern, dass das Rohr auch die nötige Kohlenstoffmenge enthalten hat, haben wir ein brennendes Streichholz reingehalten und geprüft, dass dies ausgegangen ist. Die Temperatur lag bei $22 \pm 0,5^\circ C$. Mit einem Drehrad an einer Seite des Rohrs konnte die Höhe des Wasserspiegels reguliert und somit die effektive Länge des Rohres eingestellt werden. Nur bei bestimmten Höhen wird die Resonanzbedingung erfüllt und ein starker Ton über das Stethoskop war zu hören. In unserem Versuch haben wir pro Person und pro Gas 10 Höhen, die Lautstärkemaxima entsprechen, also insgesamt 20 Höhen gemessen (siehe Tabelle 2 und 3 des Messprotokolls für die gemessenen Höhen für Luft und Tabelle 4 und 5 für die gemessenen Höhen für Kohlenstoff).

3.3.2 Mittlere Höhendifferenz

Die Höhendifferenzen wurden berechnet und in Abbildung 4 aufgelistet: Die

Nummer	Höhendifferenz [cm] für Luft	Höhendifferenz [cm] für Kohlenstoffdioxid
1	3,7	2,6
2	4,2	3,6
3	4	5,3
4	3,55	3,9
5	4,55	2,85
6	3,4	3,15
7	4,1	3
8	3,7	3,3
9	4,2	2,7
10	4,9	2,6
11	2,9	3,3
12	3,9	3,8
13	4	2,1
14	4,2	3,2
15	3,6	3,3
16	3,8	3,1
17	3,9	3,2
18	4,5	3,1

Abbildung 4: Berechnete Höhenunterschiede beim Quinckeschen Rohr für Luft und Kohlenstoff (Angaben haben Messgenauigkeit von 2 Nachkommastellen. Es wurden nicht explizit bei allen Werten 2 Nullen ergänzt)

mittlere Höhendifferenz für Luft bzw. Kohlenstoffdioxid ergibt:

$$\overline{h_L} = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} h_{L(i)} = 3,95cm \quad (9)$$

$$\overline{h_C} = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} h_{C(i)} = 3,23cm \quad (10)$$

Dabei ist $\overline{h_L}$ die mittlere Höhendifferenz von Luft bzw. $\overline{h_C}$ die mittlere Höhendifferenz von Kohlenstoffdioxid und $h_{L(i)}$ die jeweiligen Höhendifferenzen für Luft bzw. $h_{C(i)}$ die für Kohlenstoff.

Der systematische Fehler dabei entspricht der Ungenauigkeit bei der Höhenmessweite die bei bilden des Höhenunterschieds $\sqrt{0,4^2 + 0,4^2}cm = 0,567cm$ ergibt. Der statistische Fehler des Mittelwertes bei Luft (Standardfehler) ergibt: $0,109cm$. Quadratische Addition der beiden Fehler und ziehen der Wurzel führt zu $0,58cm$. Für Kohlenstoff geht man analog vor und erhält einen Gesamtfehler von $0,59cm$. Insgesamt:

$$\overline{h_L} = (4,0 \pm 0,6)cm \quad (11)$$

$$\overline{h_C} = (3,2 \pm 0,6)cm \quad (12)$$

Der Fehler des Sinusgenerators kann angesichts der kleinen Grösse im Vergleich zum Fehler der Resonanzhöhe im folgenden vernachlässigt werden.

3.3.3 Schallgeschwindigkeiten

Die mittlere Höhendifferenz entspricht der halben Wellenlänge. Also kann anschliessend mit Gleichung (1) die Schallgeschwindigkeit bei Raumtemperatur bestimmt werden:

$$c_L = \lambda \cdot \nu = 2 \cdot \overline{h_L} \nu = (175 \pm 26) \frac{m}{s} \quad (13)$$

Für den Fehler von c_L wurde $\sqrt{(2\nu\Delta\overline{h_L})^2 + (2\overline{h_L}\Delta\nu)^2}$ verwendet.
Für Kohlenstoff:

$$c_K = (143 \pm 26) \frac{m}{s} \quad (14)$$

Die Schallgeschwindigkeiten werden mit Gleichung (3) auf Normalbedingungen umgerechnet.

Für den relativen Fehler für die Umwandlung auf Normalbedingungen gilt:

$$\Delta c_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial c_0}{\partial c} \Delta c\right)^2 + \left(\frac{\partial c_0}{\partial T} \Delta T\right)^2} \quad (15)$$

$$= c_0 \times \sqrt{\left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{2T}\right)^2} \quad (16)$$

Daraus folgt:

$$c_{0L} = (167 \pm 25) \frac{m}{s} \quad (17)$$

$$c_{0K} = (137 \pm 25) \frac{m}{s} \quad (18)$$

(Uns ist bewusst, dass diese Werte in etwa genau die Hälfte des Literaturwertes liegen. Auf die Frage, wie dies zustande kommt, gehe ich in der Diskussion ein).

3.4 Schallgeschwindigkeit in Luft mit Laufzeitmessung

Im zweiten Versuchsteil wurde ein Signal mit $10kHz$ an das Oszilloskop und an den Lautsprecher geschickt. Der Lautsprecher hat dieses in eine Schallwelle umgewandelt, die eine einstellbare Strecke bis zu einem Mikrophon zurücklegt und dann vom Oszilloskop erneut aufgezeichnet wird.

Nötig sind die Höhenunterschiede des Lautsprechers, bei denen wir am Oszilloskop erkennen konnten, dass diese einer kompletten Periode entsprachen. In diesem Fall entsprechen die Höhenunterschiede nämlich genau der Wellenlänge λ der Schallwelle und mit der Wellenlänge könnten wir aus Gleichung (1) die Schallgeschwindigkeit in Luft bestimmen, da wir die Frequenz ja selber eingestellt haben.

Dazu wurden 2 Messreihen angefertigt mit jeweils 7 unterschiedlichen Höhen (siehe Messprotokoll). Die Höhenunterschiede können Abbildung 5 entnommen werden.

Nummer	Höhenunterschied (Luft) in cm
1	3,45
2	3,55
3	3,50
4	3,50
5	3,50
6	3,40
7	3,35
8	3,45
9	3,50
10	3,60
11	3,50
12	3,45

Abbildung 5: Berechnete Höhenunterschiede (Luft) im Steigrohr

Die Wellenlänge entspricht dem Mittelwert aller Höhenunterschiede, nämlich:

$$\lambda = 3,479cm \quad (19)$$

Der Fehler der Wellenlänge besteht zum einen aus dem statistischen Fehler des Mittelwerts (Standardfehler) und zum anderen aus dem systematischen Fehler. Der systematische Fehler des Höhenunterschieds ist: $\sqrt{0,2^2 + 0,2^2}cm = 0,28cm$. Der statistische Fehler des Mittelwerts beträgt: $\sigma_{stat} = 0,019cm$. Quadratische Addition und Ziehen der Wurzel mit den Teilfehlern ergibt:

$$\Delta\lambda = 0,281cm \Rightarrow \lambda = (3,48 \pm 0,28)cm \quad (20)$$

Mithilfe der Formel (1) kann nun die Schallgeschwindigkeit ermittelt werden:

$$c = \lambda \cdot \nu = 3,479 \cdot 10^{-2}m \cdot 10 \cdot 10^3Hz = (347,9 \pm 28,1)\frac{m}{s} \quad (21)$$

Wird die Schallgeschwindigkeit auf Normalbedingungen - zur Vergleichbarkeit - umgerechnet, so ergibt sich nach Gleichung (3):

$$c_0 = 334,59\frac{m}{s} \quad (22)$$

Der Fehler durch die Umwandlung auf Normalbedingungen wird mit (16) berechnet: $27,03\frac{m}{s}$. Sodass:

$$c_0 = (335 \pm 27)\frac{m}{s} \quad (23)$$

3.5 Qualitative Experimente mit dem Kasten aus der Laufzeitmessung

Anschliessend wollten wir die Funktionsweise des Aufbaus qualitativ genauer untersuchen. Dazu haben wir beispielsweise das Signal ausgeschaltet, den Kasten deckel gehoben und mit unserer eigenen Stimme laut in den Kasten gesprochen.

Dabei konnten wir das entstehende Signal am Oszilloskop beobachten. Interessant dabei war z.B. dass die Stimme meines Versuchspartners, die etwas weniger tief als meine Stimme ist, eine höhere Frequenz ergeben hat als meine - was wir auch erwartet hatten.

Mit einer Stimmgabel erzeugten wir weitere Töne. Berührt man die Stimmgabel in einem konstanten Rythmus, so konnte man ein stabileres Sinussignal beobachten als bei unseren Stimmen, welche mehr Schwankungen aufwiesen.

Zum Schluss wurde untersucht, ob die Schallgeschwindigkeit frequenzabhängig sei. Dazu haben wir eine Frequenz von $5kHz$ am Generator eingestellt und wieder die Höhen für eine Periode gemessen. Als Höhenunterschied und Schallgeschwindigkeit erhält man:

$$\lambda = (7,10 \pm 0,28)cm \quad (24)$$

$$c = \lambda \cdot 5kHz = (355 \pm 14) \frac{m}{s} \quad (25)$$

Dieser Wert besitzt eine $0,25\sigma$ -Abweichung vom Wert der Schallgeschwindigkeit bei $10kHz$. Deshalb kann geschlussfolgert werden, dass die Schallgeschwindigkeit nicht von der Frequenz des Schalls abhängig sein kann.

4 Zusammenfassung und Diskussion

4.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Zusammenfassend wurde in diesem Versuch die Schallgeschwindigkeit mithilfe zwei unterschiedlicher Methoden bestimmt. Die erste Variante war die Verwendung des Quicke'schen Rohres, bei dem man eine Schallwelle von $2,21kHz$ an einer Wassergrenzfläche so reflektiert, sodass eine stehende Welle entsteht. Im Resonanzfall konnten wir mit dem Stethoskop ein lauten Ton hören. Dies haben wir ausgenutzt um die Höhendifferenz zwischen zwei Tönen zu messen, mithilfe der die Wellenlänge bestimmt werden kann. Da die Frequenz der Welle bekannt war konnte damit die Schallgeschwindigkeit ermittelt werden. Für Luft haben wir $c_{0L} = (167,96 \pm 24,66) \frac{m}{s}$ und für Kohlenstoffdioxid $c_{0K} = (137,35 \pm 25,09) \frac{m}{s}$ bei Normalbedingungen erhalten.

Die zweite Methode bestand darin, die Höhendifferenzen an einem Kasten mit Schalldämmung zu bestimmen, bei denen eine Schallwelle mit $10kHz$ zwischen Ausgangs- und Endpunkt genau um eine Periodendauer verschoben war. Dem konnten wir entnehmen, dass die Höhendifferenz der Wellenlänge entsprechen musste und konnten somit mit der angelegten Frequenz der Welle die Schallgeschwindigkeit in Luft berechnen. Hier liegt das Ergebnis bei: $c_{0Luft} = (334,59 \pm 27,03) \frac{m}{s}$. Zum Schluss haben wir untersucht, ob die Schallgeschwindigkeit von der Frequenz der Schallwelle ist. Nachdem wir eine Frequenz von $5kHz$ angelegt haben und die ermittelte Schallgeschwindigkeit mit der davor genannten verglichen haben, haben wir festgestellt dass die Schallgeschwindigkeit unabhängig von der Frequenz ist.

4.2 Diskussion der Abweichungen vom Literaturwert

Der Literaturwert der Schallgeschwindigkeit in Luft unter Normalbedingungen liegt nach der Quelle Sengpielaudio und der in Kohlendioxid nach Wikipedia bei:

$$c_{0LitLuft} = 331,5 \frac{m}{s} \quad (26)$$

$$c_{0LitCO_2} = 255,89 \frac{m}{s} \quad (27)$$

Der ermittelte Wert nach Formel (2) für die Schallgeschwindigkeit unter Normalbedingungen weist bei Luft eine absolute Abweichung von $0,39 \frac{m}{s}$ vom Literaturwert auf und bei Kohlenstoffdioxid von $3,14 \frac{m}{s}$. Beides sind sehr geringe Abweichungen, was noch einmal die Gültigkeit der Formel unterstreicht.

Der Wert der mit der Laufzeitmethode für die Schallgeschwindigkeit in Luft bestimmt wurde liegt also sehr nah am Literaturwert. Nach (26) und (23):

$$\sigma = \frac{334,59 - 331,5}{27,03} = 0,1 \quad (28)$$

D.h., der experimentell bestimmte Wert der Laufzeitmethode besitzt nur eine $0,1\sigma$ -Abweichung vom Literaturwert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass man mit dem Oszilloskop ziemlich genau einstellen konnte, wann eine ganze Periode vergangen war und die Höhe an der Skala einfach abzulesen war. Deshalb hätten wir den systematischen Fehler bei der Laufzeitmethode etwas verringern können.

Im Gegensatz dazu, stimmt der Wert beim Quinckschen Rohr nicht mit dem Literaturwert überein. Die Schallgeschwindigkeit von Luft weicht um $\frac{331,5 - 167,96}{24,66} = 6,63\sigma$ vom Literaturwert ab und die Schallgeschwindigkeit in Kohlenstoffdioxid um $\frac{276,3 - 137,35}{25,09} = 4,72\sigma$ -Abweichungen. Beide Abweichungen sind ziemlich hoch, weshalb ein Grund dafür gefunden werden muss, da nicht nur statistische Schwankungen die Ursache für diese Abweichungen sein können. Vor allem angesichts dessen, dass die berücksichtigte Anzahl an Messwerten hier ziemlich hoch war und somit die statistische Abweichung eher gering sein sollte.

Da unsere ermittelten Werte in etwa genau der Hälfte der Literaturwerte entsprechen, behaupten wir, dass wir bei unserem Versuchsaufbau auch einen Ton zwischen zwei Resonanzhöhen gemessen haben. Diese Hypothese kommt daher, dass die Töne die wir zwischen zwei Resonanzmaxima gehört haben, zwar ziemlich stark waren, im Vergleich zu den Resonanzmaxima jedoch etwas schwächer. Dies legt die Vermutung nahe, dass es sich um kleine Zwischenmaxima handeln könnte. D.h., unsere Höhendifferenzen entsprechen also nicht der Hälfte der Wellenlänge, sondern eigentlich einem Viertel.

Um unsere Behauptung zu bestätigen wiederhole ich die Rechnung beim Quinckschen Rohr für Luft und Kohlenstoffdioxid analog zu davor, wobei ich diesmal jedoch die geraden Messungsanzahlen aus den Tabellen 2,3,4 und 5 des Messprotokolls weglassen. Denn diese entsprechen den Zwischenhöhen, die wir bei unserem Versuchsaufbau falscherweise messen konnten.

Nummer	Höhendifferenz für Luft [cm]	Höhendifferenz für Kohlenstoff [cm]
1	7,9	6,2
2	7,55	9,2
3	7,95	6
4	7,8	6,3
5	7,8	5,9
6	7,9	5,9
7	7,8	6,5
8	7,7	6,3

Abbildung 6: Höhendifferenzen bei filtrierte Werten (Genauigkeit von 2 Nachkommastellen; Nullen wurden nicht hinzugefügt)

In Tabelle Abbildung 6 können die Höhendifferenzen abgelesen werden. Für die mittleren Höhendifferenzen ergibt sich:

$$\overline{h_L} = (7,8 \pm 0,6) \text{ cm} \quad (29)$$

$$\overline{h_K} = (6,5 \pm 0,7) \text{ cm} \quad (30)$$

Für die Lichtgeschwindigkeiten:

$$c_L = (345 \pm 25) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (31)$$

$$c_K = (289 \pm 31) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (32)$$

Und unter Normalbedingungen:

$$c_{L0} = (332 \pm 24) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (33)$$

$$c_{K0} = (278 \pm 29) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (34)$$

Diese Werte stimmen gut mit den Literaturwerten (26) überein. Für die Schallgeschwindigkeit in Luft ergibt sich eine $0,01\sigma$ -Abweichung vom Literaturwert und für Kohlenstoffdioxid eine $0,76\sigma$ -Abweichung. Die Sigma-Abweichung von Kohlenstoff ist etwas grösser, da der Messwert 2 in Abbildung 6 wahrscheinlich durch einen groben Fehler entstanden ist (nach dem Hören einiger Töne kann das Ohr müde werden).

Die absolute Abweichung ist für Luft $0,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (ohne Fehler). Dies bestätigt meine Hypothese, dass wir zuvor im Quickschen Rohr auch die Zwischenhöhe zwischen zwei Resonanzhöhen gehört haben.

Wir hätten rückblickend auch einen kleineren systematischen Fehler für das Ablesen der Höhenwerte am Quickschen Rohr verwendet haben. Dieser lag nämlich bei $0,4 \text{ cm}$ pro Messung, was einen wesentlichen Beitrag zum Endergebnis liefert. Tatsächlich konnten wir letztendlich die Höhe der Resonanzmaxima doch genauer aufnehmen, als wir am Anfang dachten.

Die Methode des Quickschen Rohrs offenbart sich somit auch als eine mögliche, zielführende Methode, um die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, wenn

man die Nebenmaxima nicht als Resonanzmaxima berücksichtigt und nur die stärksten Töne in Betracht zieht.

4.3 Schlusswort

Die historische Bestimmung der Schallgeschwindigkeit hat viele neue Türen und Möglichkeiten in der wissenschaftlichen Forschung aber auch in der Praxis eröffnet.

So nutzt man diese in der medizinischen Bildgebung für die Berechnung von Entfernungen und Erzeugung von Bildern von Geweben, in den Ingenieurwissenschaften zur Schalldämmung von Häusern, in der Musik und Audiotechnikindustrie, in der Ozeanographie und in vielen Bereichen mehr.

Eine einzelne Naturkonstante kann also einen enormen Einfluss auf den gesellschaftlichen und technologischen Fortschritt haben.