

# Versuch 22: Bestimmung der Elementarladung nach Millikan

Yago Obispo Gerster

1. März 2024

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung und Motivation</b>	<b>1</b>
1.1 Physikalische Grundlagen . . . . .	2
<b>2 Messprotokoll</b>	<b>5</b>
2.1 Durchführung . . . . .	5
<b>3 Auswertung</b>	<b>12</b>
3.1 Konstanten . . . . .	12
3.2 Verifizierung der Excel-Werte (Auf. 1) . . . . .	12
3.3 Ladung ist Quantisiert (Auf. 2+3) . . . . .	14
3.4 Abschätzung des systematischen Fehlers von $q$ (Auf. 4) . . . . .	15
3.5 Abschätzung der Standardabweichung einer Einzelmessung (Auf. 5) . . . . .	16
<b>4 Endergebniss und Vergleich mit Literaturwert (Auf. 6)</b>	<b>17</b>
<b>5 Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>18</b>
5.1 Zusammenfassung des Experiments . . . . .	18
5.2 Diskussion der Abweichung vom Literaturwert . . . . .	18
5.3 Historische Bedeutung des Versuches . . . . .	19

## 1 Einleitung und Motivation

Der "Millikan-Versuch" wurde als erstes vom amerikanischen Physiker Robert A. Millikan im Jahr 1913 durchgeführt. Millikan erhielt hierfür 1923 den Nobelpreis für Physik. Anschliessend wollen wir diesen Versuch selber durchführen und unsere Ergebnisse präsentieren.

Das Hauptziel des Versuches ist die Bestimmung der Elementarladung  $e$ , durch die Messung der Sink- und Steiggeschwindigkeit von elektrisch geladenen Öltröpfchen in einem Plattenkondensator.

## 1.1 Physikalische Grundlagen

Beim Millikan-Versuch werden Öltröpfchen in das homogene elektrische Feld eines Plattenkondensators gebracht. Anschliessend wird deren Fallgeschwindigkeit ohne ein äusseres angelegtes Feld  $v_f$  und deren Steiggeschwindigkeit  $v_s$  im homogenen Feld des Plattenkondensators bei einer konstanten Spannung  $U$  gemessen. Über diese kann der Radius und die Ladung der Öltröpfchen berechnet werden.

Auf ein kugelförmiges in Luft fallendes Öltröpfchen wirken (ohne ein äusseres E-Feld) folgende 3 Kräfte:

$$\text{Gewichtskraft : } F_g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_l g \quad (1)$$

$$\text{Auftriebskraft : } F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft} g \quad (2)$$

$$\text{Stokesche Reibungskraft : } F_R = 6\pi r \eta v \quad (3)$$

Wobei  $r$  der Radius des Öltröpfchens,  $\rho_l$  die Dichte von Öl,  $\rho_{Luft}$  die Dichte von Luft,  $\eta$  die Viskosität von Luft,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $v$  die Geschwindigkeit der Öltröpfchen ist. Diese Formeln gelten unter der Annahme, dass die Öltröpfchen Kugelform haben (mit Volumen  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ). Formel (2) stammt vom Archimedischen Prinzip, nach dem die Auftriebskraft genau der Gewichtskraft des verdrängten Mediums (hier Luft) entspricht. Die Stokesche Reibungskraft tritt für sphärische Körper, welche sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit durch ein viskoses Medium bewegen, auf. Normalerweise kommt sie nur im Zusammenhang mit Flüssigkeiten vor, da die Öltröpfchen jedoch klein sind, wirkt die Luft als eine Art zähe Flüssigkeit auf diese.

Trägt das Öltröpfchen zusätzlich eine Ladung  $q$  und wird eine konstante Spannung  $U$  angelegt, so baut sich am Kondensator - mit Plattenabstand  $d$  - das E-Feld  $E = \frac{U}{d}$  auf und auf das Tröpfchen wirkt die elektrische Kraft:

$$F_e = q \frac{U}{d} \quad (4)$$

Um den Radius eines Öltröpfchens zu bestimmen, wird zuerst kein E-Feld angelegt. In Abbildung 1 wurden alle wirkenden Kräfte mit ihrer Richtung eingezeichnet. Wenn das Öltröpfchen mit konstanter Geschwindigkeit fällt, dann muss sich ein Kräftegleichgewicht eingestellt haben.

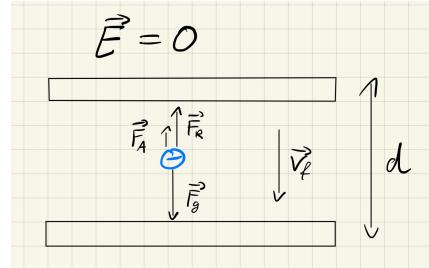


Abbildung 1: Kräfte auf fallendes Tröpfchen

D.h. es gilt:

$$F_g = F_A + F_R \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_l g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft} g + 6\pi r \eta v \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{9}r^2 g \rho = \eta v_f \quad (7)$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2g\rho}} \quad (8)$$

Wobei  $\rho$  die Dichtedifferenz  $\rho = \rho_l - \rho_{Luft}$  ist.

Mit dieser Formel kann also der Radius des Ölträpfchens leicht bei bekannter Fallgeschwindigkeit  $v_f$  bestimmt werden.

Um eine Formel für die Ladung herzuleiten wird mit einer Spannung  $U$  ein E-Feld angelegt. Da das Träpfchen nun steigt, zeigt die Reibungskraft jetzt nach unten. Die Kräfte sind in Abbildung 2 dargestellt.

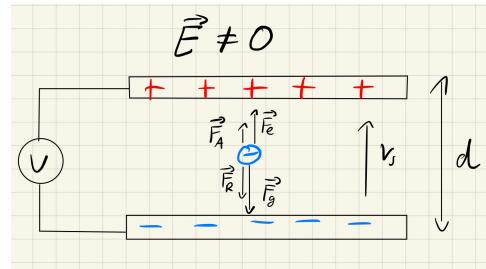


Abbildung 2: Kräfte auf steigendes Tröpfchen

Die Kräftebilanz ergibt:

$$F_A + F_E = F_R + F_g \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft} g + q \frac{U}{d} = 6\pi r \eta v_s + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_l g \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow \frac{U}{d} q = 6\pi \eta r v_s + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g \quad (11)$$

Einsetzen von (8):

$$\Leftrightarrow q = \frac{d}{U} \cdot \left( 6\pi \eta \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2g\rho}} v_s + \frac{4}{3}\pi \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2g\rho}}^3 \rho g \right) \quad (12)$$

$$= (v_f + v_s) \sqrt{\frac{9v_f \eta^3}{2\rho g} \frac{6\pi d}{U}} \quad (13)$$

Jedoch muss man beachten, dass die Wirkung der Luft auf die Tröpfchen (ihre Viskosität  $\eta$ ) abhängig vom Radius der Tröpfchen ist. Um dies zu korrigieren, kann die sog. Cunningham-Korrektur verwendet werden:

$$\eta(r) = \eta_0 f(r) = \frac{\eta_0}{1 + \frac{b}{rp}} \quad (14)$$

Wobei  $\eta_0$  der Grenzwert der Viskosität für grosse Tröpfchen ist,  $f(r)$  der Korrekturfaktor,  $p$  der Luftdruck und  $b$  eine Konstante.

## 2 Messprotokoll

### 2.1 Durchführung

Zuerst wird der Versuch aufgebaut (siehe Skizze 2.1 für den Versuchsaufbau im Messprotokoll). Der Aufbau besteht aus einem Millikan-Gerät - welches abgeschlossen von der Umgebung ist und in welchem sich ein Plattenkondensator mit Luft befindet, daran befestigt ein Ölzerstäuber - mit dem man Öltröpfchen in das Millikan-Gerät pumpen kann (diese laden sich aufgrund von Reibung auf), eine Lichtquelle - die seitlich den Kondensator beleuchtet, ein Mikroskop mit Kamera - welches das Bild auf einem Monitor darstellt und zuletzt eine Hochspannungsquelle an welcher sich zwei Messgeräte befinden.

Das Mikroskop und die Kamera werden scharf gestellt und das Zimmer wird abgedunkelt, sodass man am Monitor die Öltröpfchen gut erkennen kann.

Über den Zerstäuber wird Öl in den Kondensator gespritzt und die Spannung wird auf 500V eingestellt.

Ein grosser Vorteil unseres Versuchsaufbaus liegt darin, dass die Zeitmessung direkt mit der Spannungsquelle verbunden ist, wodurch bei Betätigen eines Schalters nach dem Fall eines Tröpfchens, automatisch die Spannung eingeschalten wird, die Zeitmessung für den Fall gestoppt und die für das Steigen gestartet wird.

Der Luftdruck und die Zimmertemperatur werden gemessen (siehe Messprotokoll).

Anschliessend starten wir mit dem ersten Teil des Versuches. Wir suchen uns von allen Öltröpfchen eins aus, was besonders gut erkennbar und langsam ist. Für dieses Messen wir 5 Male die Fall- und Steiggeschwindigkeit für eine Strecke von 20 Skalenteilen und notieren diese in Tabelle 2.2 (Messprotokoll).

Nun beginnt unsere längere Messreihe. Wir wählen 64 unterschiedliche Öltröpfchen und messen jeweils die Fall- und die Steigzeit für unterschiedlich lange Strecken (siehe Abbildung 2.3 im Messprotokoll oder Excel-Ausdruck). Bei schnelleren Tröpfchen wurde eine längere Strecke gewählt als bei langsameren. Einige der Messungen werden aufgrund von groben Fehlern verworfen.

Die Messwerte werden in eine Excel-Tabelle eingetragen.

04.09.2023

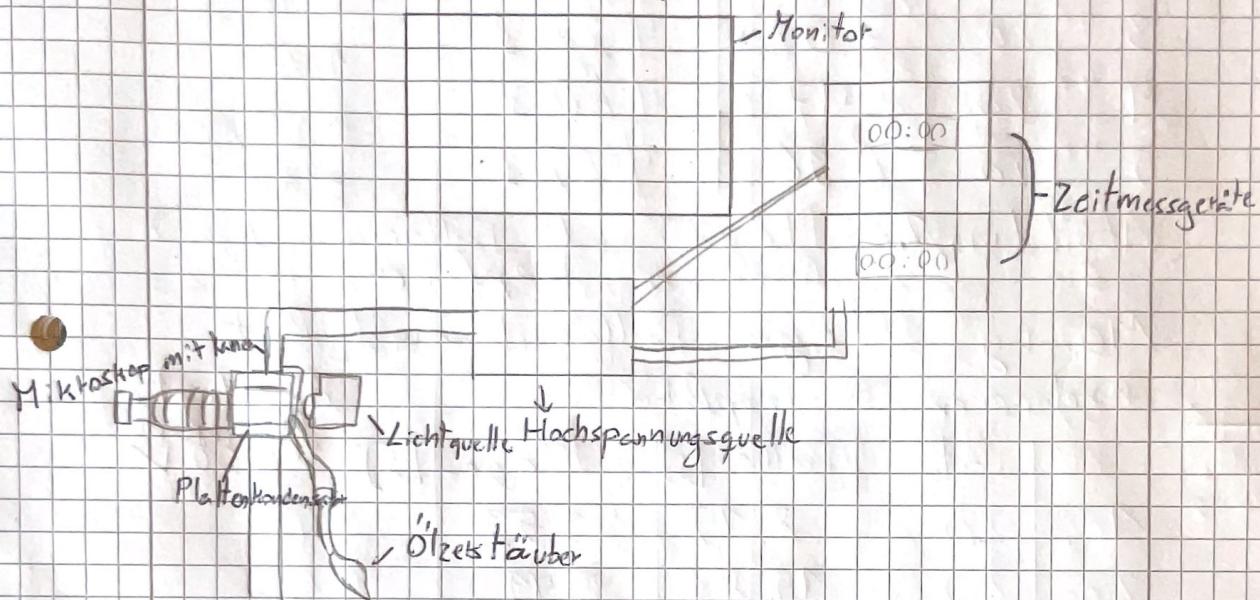
Messprotokoll i 22 Bestimmung Elementarladung  
nach Millikan

Yago Obispo Genter

Juan Bueno Fontanilla

9.00 - 12.00

Skizze des Versuchsaufbaus:



Skizze 1: Versuchsaufbau

Messaufbau:

- Millikan-Gerät (Plattenkondensator, Ölzentriker, Beleuchtung)
- Millikan-Steuerung (Hochspannungsquelle, Triggerung Stoppuhren)
- Mikroskop - Kamera und Monitor
- Zwei elektronische Stoppuhren
- PC mit Drucker, Datenauswertung mit Excel.

Luftdruck: 100500 Pa

ZimmerTemperatur: 24°C  
(während des  
gesamten  
Experiments)

# Messung der Steig-, Fallgeschwindigkeit einer einzelnen Tropfchen

	Sht	Fallen	Steigen
1	20	7.375	4.955
2	20	7.405	4.975
3	20	7.025	4.825
4	20	7.475	4.605
5	20	6.965	4.655

Abbildung 2.2: Steig- und Fallgeschwindigkeit  
eines einzelnen Tropfchen

# Messung Steig-, Fallgeschwindigkeit mehrerer Tropfchen

~~488 V~~  
Fallende  
Maschine

Angelegte  
Spannung:  
500 V

	Sht	Fallen [s]	Steigen [s]
1	20	8.15	3.59
2	20	15.83	8.49
3	20	13.06	5.521
4	20	18.71	13.35
5	20	8.57	9.49
6	20	9.82	
7	20	15.20	9.32
8	20	4.24	
9	20	4.25	5.01
10	20	3.86	2.57
11	20	15.84	15.73
12	20	11.22	14.81
13	20	20.41	10.03
14	20	6.37	2.30
15	20	21.84	5.56
16	20	14.55	4.46

← \* Messung Verwacklungen  
6 Öl Tropfchen  
nicht mehr am  
Monitor erkennbar

← \* grober  
Fehler  
Falscher Umschalter  
für Zeitmessung  
benutzt

	Start	Fallen [s]	Steigen [s]	
17	20	16.96	3.56	✓ * grober Fehler
18	20			Tröpfchen nicht erkennbar
19	20	21.		
20	20	17.43	2.46	✗ grober Fehler
21	10	8.82	8.17	Tröpfchen nicht erkennbar
22	10	15.00	2.13	
23	20	31.28	3.93	
24	20	3.07	1.47	
25	20	18.50	3.72	
26	10	7.50	3.30	
27	10	4.11	11.52	
28	20	4.41	3.06	
29	10	4.49	4.93	
30	10	3.28	4.82	
31	20	10.33	9.54	
32	20	12.09	2.18	
33	20	19.01	3.15	
34	20	10.13	7.35	
35	10	10.16	2.81	
36	20	13.80	6.90	
37	10	1.89	7.92	
38	10	16.25	8.16	
39	10	7.02	12.81	
40	20	5.30	21.98	
41	20	7.90	3.21	
42	20	8.10	2.65	

	Sitz.	Fallzeit [s]	Steigzeit [s]
43	30	14,26	1,15
44	20	5,85	7,56
45	20	10,12	1,81
46	20	10,83	2,17
47	30	7,56	1,97
48	20	11,38	2,30
49	20	10,06	2,00
50	20	10,74	2,97
51	30	26,06	5,79
52	20	12,38	1,34
53	20	12,74	5,17
54	20	7,58	4,47
55	20	7,10	4,42
56	10	7,88	1,74
57	10	6,30	4,16
58	10	10,40	27,32
59	10	7,33	8,83
60	10	10,52	24,89
61	10	8,73	6,56
62	10	6,55	12,52
63	30	3,83	2,46
64	20	3,81	1,80
65	30	18,73	19,05
66	40	24,56	15,21
67	20	10,20	22,25
68	10	8,13	64,85
69	30	6,63	15,85

Abbildung 23: Sink- und Fallgeschwindigkeit

\* grober Fehler  
meistens  
der Steg bzw.  
Achse für unterhalb  
dieser

A-  
mehrere tropf

Praktikumsversuch "Bestimmung der elektrischen Elementarladung nach Millikan"										
4/9/23		Datum der Messung			Namen der StudentInnen:			Juan Bueno Fontanilla und Yago Obispo Gerster		
500	V	Spannung des Kondensators U								
1,01E+05	Pa	Luftdruck p			Versuchsaufbau:		D			
24,0	oC	Zimmertemperatur T								
6,00E-03	m	Abstand der Kondensatorplatten d								
5,00E-05	m	1 Skt			C1 =	1,9994E-10	VAs (s/m)**1.5			
3,14159		Zahl $\pi$			C2 =	9,5400E-09	ms			
1,00E-19	As	Benutzte Ladungseinheit q0			$\rho = \rho_1 - \rho_2$	8,7031E+02	kg/m³			
1,81E-05	Ns/m²	Viskosität der Luft $\eta_0$ (unkorrigiert)			b =	7,7800E-03	Pa m			
8,716E+02	kg/m³	Dichte des Öls $\rho_1$								
1,29E+00	kg/m³	Dichte der Luft $\rho_2$								
9,81	m/s²	Erdbeschleunigung g								
2,400		Oberere Grenze der Ladung für einfach geladene Tröpfchen			f	Korrekturfaktor für $\eta$				
1,606		Mittelwert Q1m der einfach mit Q1 geladenen Tröpfchen			Q	Ladung der gemessenen Tröpfchen				
1,675		Mittelwert Q/n für Tröpfchen mit n<6			Q1	Ladung der einfach geladenen Tröpfchen				
33		Zahl der Tröpfchen mit n<6			n	nächste ganze Zahl von Q/Q1				
0,076		Standardabweichung einer Einzelmessung								
0,013		Standardabweichung des Mittelwertes								
0,9097		Mittelwert von f für Tröpfchen mit n<6								
Nr.	Sinken	t1	Steigen	t2	v1	v2	v1+v2	R0	f	Q
		[Skt]		[Skt]	[s]	[m/s]	[m/s]	[m]		Q1
										Q/Q1m
										n
										Q/n
										f
										(n<6)
										(n<6)
1	20	8,15	20	3,59	1,227E-04	2,786E-04	4,013E-04	1,082E-06	0,933	16,023
2	20	15,83	20	8,49	6,317E-05	1,178E-04	1,810E-04	7,763E-07	0,909	4,987
3	30	13,06	30	5,51	1,149E-04	2,722E-04	3,871E-04	1,047E-06	0,931	14,905
4	20	18,71	20	13,35	5,345E-05	7,491E-05	1,284E-04	7,141E-07	0,902	3,216
5	20	8,57	20	9,49	1,167E-04	1,054E-04	2,221E-04	1,055E-06	0,932	8,626
6	20	15,20	20	9,32	6,579E-05	1,073E-04	1,731E-04	7,922E-07	0,911	4,881
7	20	4,25	20	5,01	2,353E-04	1,996E-04	4,349E-04	1,498E-06	0,951	24,735
8	20	3,86	20	2,51	2,591E-04	3,984E-04	6,575E-04	1,572E-06	0,953	39,374
9	20	15,84	20	15,73	6,313E-05	6,357E-05	1,267E-04	7,761E-07	0,909	3,491
10	20	11,22	20	14,81	8,913E-05	6,752E-05	1,566E-04	9,221E-07	0,923	5,240
11	20	20,41	20	10,03	4,900E-05	9,970E-05	1,487E-04	6,837E-07	0,898	3,544
12	20	6,37	20	2,30	1,570E-04	4,348E-04	5,918E-04	1,224E-06	0,941	27,043
13	20	21,84	20	5,56	4,579E-05	1,799E-04	2,256E-04	6,609E-07	0,895	5,171
14	20	14,59	20	4,46	6,854E-05	2,242E-04	2,928E-04	8,086E-07	0,913	8,450
15	20	16,96	20	3,56	5,896E-05	2,809E-04	3,399E-04	7,500E-07	0,906	9,006
16	20	15,43	20	2,46	6,481E-05	4,065E-04	4,713E-04	7,863E-07	0,910	13,179
17	10	8,82	10	8,17	5,669E-05	6,120E-05	1,179E-04	7,354E-07	0,905	3,055
18	10	15,00	10	2,13	3,333E-05	2,347E-04	2,681E-04	5,639E-07	0,879	5,103
19	20	31,28	20	3,93	3,197E-05	2,545E-04	2,864E-04	5,523E-07	0,877	5,319
20	20	3,07	20	1,47	3,257E-04	6,803E-04	1,006E-03	1,763E-06	0,958	68,072
21	20	18,50	20	3,72	5,405E-05	2,688E-04	3,229E-04	7,181E-07	0,904	8,141
22	10	7,50	10	3,30	6,667E-05	1,515E-04	2,182E-04	7,975E-07	0,912	6,199
23	10	4,11	10	11,52	1,217E-04	4,340E-05	1,651E-04	1,077E-06	0,933	6,560
24	20	4,41	20	3,06	2,268E-04	3,268E-04	5,536E-04	1,471E-06	0,950	30,865
25	10	4,49	10	4,93	1,114E-04	1,014E-04	2,128E-04	1,031E-06	0,930	8,055
26	10	3,28	10	4,82	1,524E-04	1,037E-04	2,562E-04	1,206E-06	0,940	11,521
27	20	10,33	20	9,54	9,681E-05	1,048E-04	2,016E-04	9,610E-07	0,925	7,063
28	20	12,09	20	2,18	8,271E-05	4,587E-04	5,414E-04	8,883E-07	0,920	17,371
29	20	14,01	20	3,15	7,138E-05	3,175E-04	3,888E-04	8,252E-07	0,914	11,483
30	20	10,13	20	7,35	9,872E-05	1,361E-04	2,348E-04	9,704E-07	0,926	8,313
31	10	10,16	10	2,81	4,921E-05	1,779E-04	2,271E-04	6,852E-07	0,898	5,427
32	20	13,80	20	6,90	7,246E-05	1,449E-04	2,174E-04	8,314E-07	0,915	6,475
33	10	1,89	10	7,92	2,646E-04	6,313E-05	3,277E-04	1,589E-06	0,954	19,845
34	10	16,25	10	8,16	3,077E-05	6,127E-05	9,204E-05	5,418E-07	0,875	1,671
35	10	7,02	10	12,81	7,123E-05	3,903E-05	1,103E-04	8,243E-07	0,914	3,252
36	20	5,30	20	21,98	1,887E-04	4,550E-05	2,342E-04	1,342E-06	0,945	11,825
37	20	7,40	20	3,21	1,351E-04	3,115E-04	4,467E-04	1,135E-06	0,936	18,808
38	20	8,10	20	2,63	1,235E-04	3,802E-04	5,037E-04	1,085E-06	0,933	20,182
39	30	14,26	30	1,15	1,052E-04	1,304E-03	1,410E-03	1,002E-06	0,928	51,702
40	20	5,85	20	7,56	1,709E-04	1,323E-04	3,032E-04	1,277E-06	0,943	14,513
41	20	10,12	20	1,81	9,881E-05	5,525E-04	6,513E-04	9,709E-07	0,926	23,076
42	20	10,83	20	2,17	9,234E-05	4,608E-04	5,532E-04	9,386E-07	0,924	18,873
43	30	7,56	30	1,77	1,984E-04	8,475E-04	1,046E-03	1,376E-06	0,947	54,267
44	20	11,38	20	2,30	8,787E-05	4,348E-04	5,227E-04	9,156E-07	0,922	17,346
45	20	10,06	20	2,00	9,940E-05	5,000E-04	5,994E-04	9,738E-07	0,926	21,307
46	20	10,74	20	2,97	9,311E-05	3,367E-04	4,298E-04	9,425E-07	0,924	14,733
47	30	26,06	30	5,79	5,756E-05	2,591E-04	3,166E-04	7,410E-07	0,905	8,276
48	20	12,38	20	1,34	8,078E-05	7,463E-04	8,270E-04	8,778E-07	0,919	26,185
49	20	12,74	20	5,27	7,849E-05	1,898E-04	2,682E-04	8,653E-07	0,918	8,357
50	20	7,58	20	4,47	1,319E-04	2,237E-04	3,556E-04	1,122E-06	0,935	14,779
51	20	7,10	20	4,42	1,408E-04	2,262E-04	3,671E-04	1,159E-06	0,937	15,811
52	10	7,88	10	1,74	6,345E-05	2,874E-04	3,508E-04	7,780E-07	0,910	9,692
53	10	6,30	10	4,16	7,937E-05	1,202E-04	1,996E-04	8,701E-07	0,918	6,256
54	10	10,40	10	27,32	4,808E-05	1,830E-05	6,638E-05	6,772E-07	0,897	1,565
55	10	7,33	10	8,83	6,821E-05	5,663E-05	1,248E-04	8,067E-07	0,912	3,594
56	10	10,52	10	24,89	4,753E-05	2,009E-05	6,762E-05	6,734E-07	0,897	1,583
57	10	8,73	10	6,56	5,727E-05	7,622E-05	1,335E-04	7,392E-07	0,905	3,479

58	10	6,55	10	12,52	7,634E-05	3,994E-05	1,163E-04	8,534E-07	0,917	3,566		2,220	2	1,783	0,917	1
59	30	3,83	30	2,46	3,916E-04	6,098E-04	1,001E-03	1,933E-06	0,961	74,715		46,512	47			
60	20	3,81	20	1,80	2,625E-04	5,556E-04	8,180E-04	1,582E-06	0,953	49,331		30,710	31			
61	30	18,73	30	19,05	8,009E-05	7,874E-05	1,588E-04	8,741E-07	0,919	5,004		3,115	3	1,668	0,919	1
62	40	24,56	40	15,21	8,143E-05	1,315E-04	2,129E-04	8,814E-07	0,919	6,772		4,216	4	1,693	0,919	1
63	20	10,20	20	22,26	9,804E-05	4,492E-05	1,430E-04	9,671E-07	0,926	5,043		3,139	3	1,681	0,926	1
64	30	6,63	30	15,85	2,262E-04	9,464E-05	3,209E-04	1,469E-06	0,950	17,870		11,124	11			
65																
66																
67																
68																
69																
70																
71																
72																
73																
74																
75																
76																
77																
78																
79																
80																
81																
82																
83																
84																
85																
86																
87																
88																
89																
90																
91																
92																
93																
94																
95																
96																
97																
98																
99																
100																

Abbildung 2.4: Excel Tabelle zu den gemachten Messungen in Abbildung 2.3

### 3 Auswertung

#### 3.1 Konstanten

Bei der Auswertung werden folgende Werte für die Konstanten angenommen (Quelle: Praktikumsanleitung):

$$\text{Viskosität Luft: } \eta_0 = 1,81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2 \quad (15)$$

$$\text{Schwerebeschleunigung: } g = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad (16)$$

$$\text{Dichte des Öls bei } 25^\circ\text{C: } \rho_l = 871 \text{ kg/m}^3 \quad (17)$$

$$\text{Dichte der Luft: } \rho_{Luft} = 1,29 \text{ kg/m}^3 \quad (18)$$

$$\text{Konstante im Korrekturfaktor: } b = 7,78 \times 10^{-3} \text{ Pam} \quad (19)$$

$$\text{Abstand der Kondensatorplatten: } d = (6,00 \pm 0,05) \text{ mm} \quad (20)$$

$$\text{Skala auf dem Bildschirm: } 1 \text{ Skt} = (5,00 \pm 0,13) \times 10^{-5} \text{ m} \quad (21)$$

#### 3.2 Verifizierung der Excel-Werte (Auf. 1)

Die Messwerte aus der zweiten Messreihe, die in die Excel-Tabelle eingetragen wurden, werden wie man an Abbildung 2.4 erkennen kann, weiterverarbeitet. Das Programm bestimmt die Geschwindigkeiten der Tröpfchen (aufgrund gleichförmiger Bewegung mit  $v = \frac{\text{Skaltenteile} \cdot \text{Groesse Skalenteil}}{\text{Zeit}}$ ), den Radius mit Formel (8), den Korrekturfaktor aus der Cunningham-Korrektur mit Formel (14) und die Ladung mit Formel (13). Diejenigen Tröpfchen, denen Excel eine kleinere Vielfachheit als 6 zuordnet werden für die Auswertung benötigt. Diese dividiert Excel durch ihre jeweilige Vielfachheit und bildet daraus den Mittelwert.

Nun wird der in Excel verwendete Algorithmus verifiziert, indem per Hand die Werte  $v_f, v_s, r_0, f(r_0)$  und  $q$  berechnet werden.

Dies wird anhand der Messreihe 4 aus Abbildung 2.2 des Messprotokolls erfolgen. Dort betrag die Fallzeit für  $20 \text{ Skt}$ :  $t_1 = 18,71 \text{ s}$  und die Steigzeit ebenfalls für  $20 \text{ Skt}$ :  $t_2 = 13,35 \text{ s}$ . Da die Excel-Tabelle keine Messfehler miteinbezieht, werden diese hier zum Vergleich erst auch nicht miteinbezogen, später werden wir jedoch eine genauere Fehlerbetrachtung führen.

Rechnung per Hand:

$$v_f = \frac{s}{t_1} = \frac{20 \text{ skt} \times (5,00 \pm 0,13) \times 10^{-5} \text{ m}}{78,71 \text{ s}} = 5,345 \times 10^{-5} \text{ m/s} \quad \checkmark$$

$$v_s = \frac{s}{t_2} = \frac{20 \text{ skt} \times (5,00 \pm 0,13) \times 10^{-5} \text{ m}}{73,35 \text{ s}} = 7,491 \times 10^{-5} \text{ m/s} \quad \checkmark$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{gn_0 v_f^2}{2g\rho}} = \sqrt{\frac{9 \times 7,81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2 \times 5,345 \times 10^{-5} \text{ m}}{2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times [871 \text{ kg/m}^3 - 729 \text{ kg/m}^3]}} = 7,741 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \checkmark$$

$$f(r_0) = \frac{1}{1 + \frac{b}{r_0 \rho}} = \frac{1}{1 + \frac{7,78 \times 10^{-3} \text{ Pa m}}{7,741 \times 10^{-7} \text{ m} \times 700 \text{ kg/m}^3}} = 0,902 \quad \checkmark$$

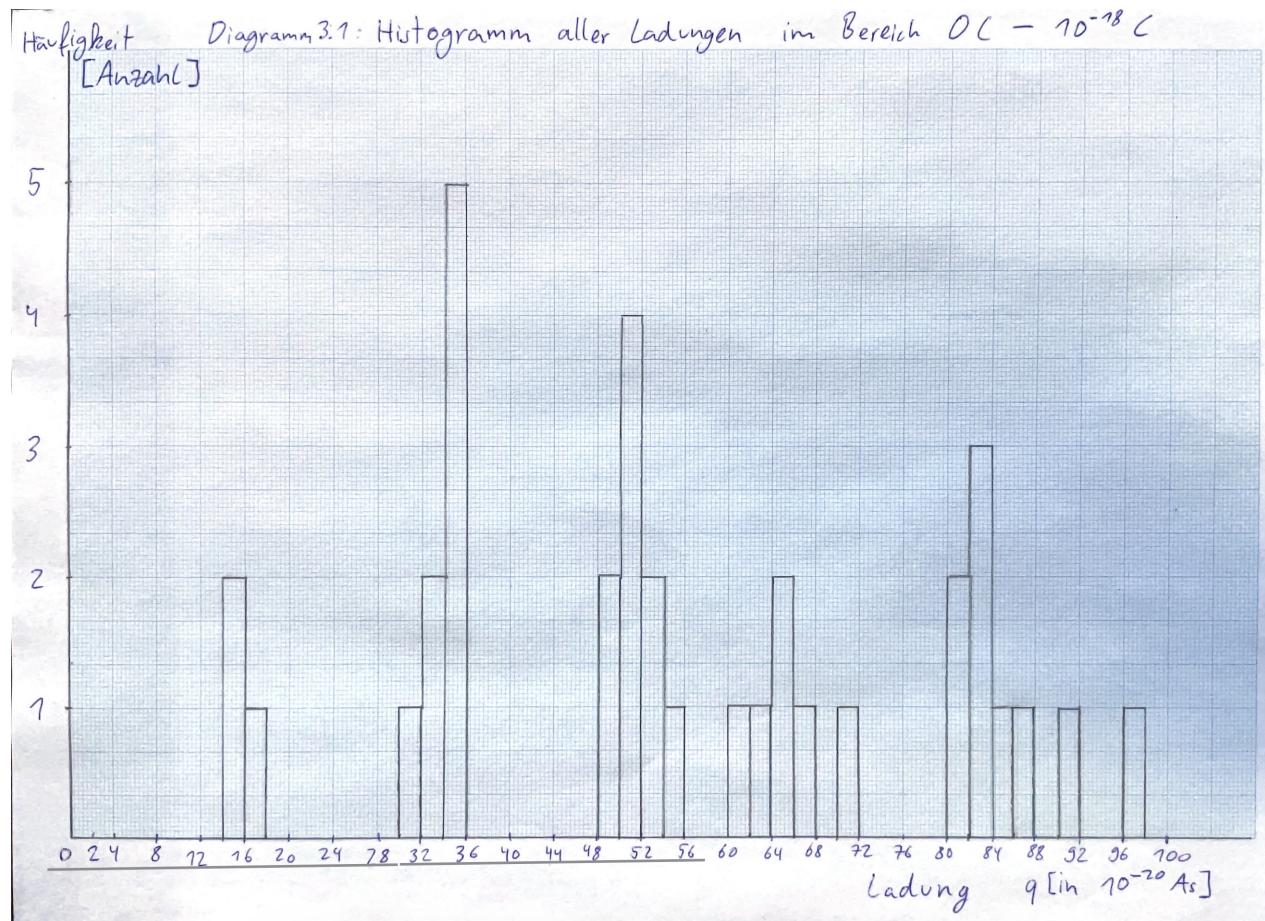
$$q = (v_f + v_s) \sqrt{\frac{g v_f n^3}{2 \rho g}} \frac{6 \pi d}{V}$$

$$= (5,345 + 7,491) \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \sqrt{\frac{9 \times 5,345 \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \times (7,81 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2 \times 0,902)^3}{2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times [871 \text{ kg/m}^3 - 729 \text{ kg/m}^3]}} \frac{6 \pi \times 6 \times 10^{-3} \text{ m}}{500 \text{ V}}$$

$$= 3,216 \times 10^{-19} \text{ C} \quad \checkmark$$

### 3.3 Ladung ist Quantisiert (Auf. 2+3)

Die in Abbildung 4 ermittelten Werte für die Ladung  $q$ , die im Bereich von  $0 - 10^{-18} \text{ As}$  liegen, wurden in Unterabschnitt 3.3 als Histogramm grafisch dargestellt.



An diesem Diagramm kann man erkennen, dass sich die gemessene Ladung an einzelnen Werten anhäuft, wobei diese Werte äquidistant zueinander sind und zwischen ihnen nahezu keine Messwerte liegen. Weiterhin wurde kein Wert unterhalb des ersten Häufungspunktes  $14 \cdot 10^{-20} \text{ As}$  gemessen.

Dies deutet darauf hin, dass Ladung quantisiert sein muss, d.h. dass eine Elementarladung  $e$  existieren muss, sodass jeder elektrisch geladene Körper ein ganzzahliges Vielfaches von  $e$  besitzt.

Die Elementarladung  $e$  muss im ersten Häufungsbereich liegen:

$$e = (1,60 \pm 0,20) \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (22)$$

Die von Excel verwendete obere Grenze für eine einfache Ladung von  $2,4 \cdot 10^{-19} C$  ist sinnvoll, da dieser Wert genau zwischen den ersten beiden Häufungsbereichen liegt (siehe Unterabschnitt 3.3).

Es ist also unwahrscheinlich unterhalb der Grenze einen Wert des zweiten Häufungsbereiches zu messen bzw. oberhalb der Grenze einen des ersten Häufungsbereiches. Man kann davon ausgehen, dass der erste Häufungsbereich  $1e$  entspricht, der zweite  $2e$  usw. Sollte der unwahrscheinliche Fall eintreten, dass ein einfache geladenes Teilchen über der Grenze liegt, dann wäre das unter Berücksichtigung der Grösse der Stichprobe insignifikant genug.

### 3.4 Abschätzung des systematischen Fehlers von $q$ (Auf. 4)

Laut Praktikumsanleitung kann der systematische Fehler der Ladung mit:

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{3\Delta s}{2s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \rho}{2\rho}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta \eta}{2\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \quad (23)$$

Dabei ist  $\Delta q$  der Fehler der Ladung,  $\Delta s$  der des Skalenteils,

Die Vorfaktoren ergeben sich nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den Potenzen in der Gleichung für die Ladung (Formel (13)).

$$q = (v_f + v_s) \sqrt{\frac{9v_f \eta^3}{2\rho g} \frac{6\pi d}{U}} \quad (24)$$

$$= 9\sqrt{2}\pi U^{-1} d^1 \eta^{\frac{3}{2}} g^{-\frac{1}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} s^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{t_1}} \quad (25)$$

Nach der Formel der Gaußschen Fehlerfortpflanzung gilt:

$$\Delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial s} \Delta s\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial \rho} \Delta \rho\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial \eta} \Delta \eta\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial U} \Delta U\right)^2} \quad (26)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{3q}{2s} \Delta s\right)^2 + \left(-\frac{q}{2\rho} \Delta \rho\right)^2 + \left(\frac{3q}{2\eta} \Delta \eta\right)^2 + \left(\frac{q}{d} \Delta d\right)^2 + \left(-\frac{q}{U} \Delta U\right)^2} \quad (27)$$

Dividieren durch  $q$  ergibt:

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{\Delta q}{\sqrt{q^2}} = \sqrt{\left(\frac{3\Delta s}{2s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \rho}{2\rho}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta \eta}{2\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \quad (28)$$

Nach der Praktikumsanleitung sollen folgende Fehler angenommen werden:

$$\text{Spannungsmessung: } \frac{\Delta U}{U} = 0,5\% \quad (29)$$

$$\text{Viskosität: } \frac{\Delta \eta}{\eta} = 2\% \quad (30)$$

$$\text{Oeldichte: } \frac{\Delta \rho}{\rho} = 0,5\% \quad (31)$$

$$\text{Skalenteil: } \frac{\Delta s}{s} = 2,6\% \text{ da } s = (5,00 \pm 0,13) \times 10^{-5} \text{ m} \quad (32)$$

$$\text{Plattenabstand: } \frac{\Delta d}{d} = 0,8\% \text{ da } d = (6,00 \pm 0,05) \times 10^{-3} \text{ m} \quad (33)$$

Setzt man diese Werte in die Formel für den systematischen Fehler (23) ein, so erhält man:

$$\frac{\Delta q}{q} = 0,05 \quad (34)$$

Der von Excel bestimmte Mittelwert für die Elementarladung  $e = \frac{q}{n}$  ( $n$ =Vielfachheit) für Vielfachheiten die kleiner 6 sind, beträgt  $1,675 \times 10^{-19} \text{ As}$  (siehe Abbildung 2.4 im Messprotokoll). Deshalb wird für den absoluten Fehler  $\Delta q$ , der relative aus (34) mit dem Mittelwert aus Excel multipliziert:

$$\Delta q = 1,675 \times 10^{-19} \text{ As} \times 0,05 = 0,083 \times 10^{-19} \text{ As} \quad (35)$$

### 3.5 Abschätzung der Standardabweichung einer Einzelmessung (Auf. 5)

Der statistische Fehler beruht im wesentlichen auf den Messfehlern, die bei der Geschwindigkeitsmessung gemacht werden.

Am Anfang des Versuchs wurde für ein Öltröpfchen 5-Male jeweils die Fall- und Steigzeit gemessen (Abbildung 2.2 im Messprotokoll). Dies entspricht nach der Formeln (8), (13) und (14) einer Ladung von:

$$1. 14,25 \times 10^{-19} C$$

$$2. 14,90 \times 10^{-19} C$$

$$3. 15,17 \times 10^{-19} C$$

$$4. 14,71 \times 10^{-19} C$$

$$5. 15,62 \times 10^{-19} C$$

Der Mittelwert aller dieser Ladungen ist:

$$\mu = 14,93 \times 10^{-19} C \quad (36)$$

Der Fehler einer Einzelmessung beträgt somit:

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot \sum_i (\mu - q_i)^2} = 0,51 \times 10^{-19} C \quad (37)$$

Werden nun alle 5 berechnete Ladungen durch die jeweilige Vielfachheit (um  $e$  pro Messung zu erhalten) geteilt und bildet man den Mittelwert davon, dann erhält man:

$$\mu_{\frac{q}{n}} = 1.624 \times 10^{-19} C \quad (38)$$

Für den Fehler einer Einzelmessung:

$$\sigma_{\frac{q}{n}} = 0,051 \times 10^{-19} C \quad (39)$$

Dieser Wert kann einfach mit dem mit Excel ermittelten Wert für den Fehler einer Einzelmessung verglichen werden:  $\sigma_{Excel} = 0,076 \times 10^{-19} C$ . Mein berechneter Fehler der Einzelmessung ist um 32,89% kleiner als der angegebene Fehler von Excel.

## 4 Endergebniss und Vergleich mit Literaturwert (Auf. 6)

Zuletzt wird der Gesamtfehler der Elementarladung  $e$  durch quadratische Addition des systematischen und des statistischen Fehlers des Mittelwertes (der Excel entnommen wird) berechnet:

$$\Delta e = \sqrt{(0,083 \times 10^{-19} As)^2 + (0,013 \times 10^{-19} C)^2} = 0,084 \times 10^{-19} C \quad (40)$$

Somit ist das Endergebnis für die Elementarladung:

$$e = (1,68 \pm 0,08) \cdot 10^{-19} C \quad (41)$$

Oder, in einer anderen Schreibweise:

$$e = (1,675 \pm_{sys.} 0,08 \pm_{stat.} 0,013) \times 10^{-19} C \quad (42)$$

Der Literaturwert für die Elementarladung beträgt nach der Quelle CODATA 2018:

$$e = 1.602176634 \cdot 10^{-19} C \quad (43)$$

Somit wurde insbesondere die Richtigkeit meines ermittelten Ergebnisses unter Berücksichtigung des gemachten statistischen und systematischen Fehlers bestätigt.

Ohne Berücksichtigung des Fehlers besitzt mein Wert eine Abweichung von etwa  $0,073 \times 10^{-19} C$  vom Literaturwert. Das entspricht einer Abweichung von  $0,9\sigma$  vom Literaturwert.

## 5 Zusammenfassung und Diskussion

### 5.1 Zusammenfassung des Experimentes

Zusammenfassend wurde die Elementarladung  $e$  über das Messen der Fall- und Steiggeschwindigkeit von Öltröpfchen in einem homogen-geladenen Plattenkondensator bestimmt.

Dabei wurde aufgrund der konstanten Geschwindigkeit ein Kräftegleichgewicht aufgestellt um den Radius und die Ladung der Tröpfchen rechnerisch ermitteln zu können.

Zur Abschätzung des Fehlers wurde zuerst 5 mal die Steig- und Fallzeit eines Öltröpfchens und anschliessend für die Bestimmung von  $e$  64 Messungen von Fall- und Steigzeiten von unterschiedlichen Tröpfchen und über unterschiedlich lange Strecken protokolliert.

Mit Excel wurden diese Daten ausgewertet, wobei anhand eines Beispiels verifiziert wurde, dass der Excel-Algorithmus richtig eingegeben wurde.

Die Ergebnisse wurden in einem Histogramm visualisiert anhand dessen man die Quantisierung der Ladung schön sehen kann. Jeder elektrisch geladene Körper darf dementsprechend nur ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung tragen.

Zuletzt wurde der systematische Fehler und die Standardabweichung einer Einzelmessung berechnet und das Endergebnis angegeben  $e = (1,675 \pm 0,084) \times 10^{-19} C$  - welches unter Berücksichtigung des Fehlers mit dem Literaturwert übereinstimmt - die Abweichung beträgt  $0,073 * 10^{-19} C$  und entspricht einer  $0,9\sigma$  Abweichung vom Literaturwert.

### 5.2 Diskussion der Abweichung vom Literaturwert

Eine Ursache, die eine mögliche Erklärung für die Abweichung vom Literaturwert bietet, ist, dass sich die Öltröpfchen auch leicht horizontal bewegen und somit eine grössere Strecke zurücklegen. Um dies zu korrigieren könnte man neben der vertikalen Skala auch eine horizontale Skala hinzufügen. Dann könnte man über den Satz des Pythagoras die Länge der Hypotenuse berechnen, was ein genaueres Ergebnis liefern würde.

Ausserdem haben wir erst bei der Auswertung unseres Versuches bemerkt, dass von den 64 Messungen die wir im zweiten Teil des Versuches durchgeführt haben, nur 33 letztendlich gebrauchen konnten, da die restlichen eine so hohe Ladung besasssen, dass diese von Excel nicht in die Berechnung der Elementarladung miteinbezogen wurden. Dadurch wird der Mittelwert automatisch ungenauer. Ausserdem kann man anhand des Histogramms sehen, wie bei einfach-geladenen Tröpfchen, die Abweichung deutlich geringer ist als bei mehrfach-geladenen: die Balken die am Anfang sehr scharf sind werden bei höherer Vielfachheit breiter (siehe Diagramm 3.1). Die Lösung wäre, dass Experiment so zu durchführen, sodass man nur sehr langsame Tröpfchen beobachtet und dies nicht nur über

10-20 Skalenteile tut, sondern über 50-60. So würde man weiterhin den Fehler der menschlichen Reaktionszeit minimieren.

Dazu haben wir für unseren Kräfteansatz auch angenommen, dass die Ölropfchen perfekt kugelförmig waren, was diese jedoch nicht unbedingt sein müssen. So kann bei grösseren Ölropfchen beispielsweise die Seite die näher der Kondensatorplatte ist stärker angezogen werden, als diejenige die sich weiter weg befindet. Dies würde zu einer Verformung des Ölropfchens führen.

### 5.3 Historische Bedeutung des Versuches

Das Millikan-Experiment beweist einige der wichtigsten Grundkonzepte der Elektrizitätslehre.

Vor diesem Versuch gab es Debatten darüber, ob Elektrizität aus diskreten Teilchen (wie Elektronen) oder aus einer kontinuierlichen Flüssigkeit besteht. Millikan beweist somit den Teilchencharakter der Elektrizität.

Die Entdeckung des Teilchencharakters von Elektrizität ist nicht nur selbst ein enormer wissenschaftlicher Fortschritt, sondern sie erschuf die Grundlage für die Entwicklung der Quantenmechanik, welche zu einer der wichtigsten Theorien der modernen Physik wurde.

Auch in der Praxis hat der Versuch dazu beigetragen, dass neue Technologien in Bereichen wie der Elektronenmikroskopie, Elektronenbeschleunigern und Halbleiterbauelementen schneller entwickelt wurden.

Insgesamt war der Millikan Versuch von großer historischer Bedeutung, da er nicht nur grundlegende Erkenntnisse über die Natur der Elektrizität und der Elektronen lieferte, sondern auch den Weg für wichtige Entwicklungen in der Physik und Technologie eröffnete.