

Versuch 14: Mathematisches Pendel - Bestimmung der Erdbeschleunigung

Yago Obispo Gerster

1. März 2024

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Motivation	1
1.1 Physikalische Grundlagen	1
1.1.1 Mathematische Pendel	2
1.1.2 Physikalische Pendel	3
2 Messprotokoll	5
2.1 Durchführung	5
3 Auswertung	11
3.1 Fehlerabschätzung	11
3.2 Grobe Bestimmung der Erdbeschleunigung: mathematisches Pendel	11
3.3 Genaue Bestimmung der Erdbeschleunigung: physikalisches Pendel	11
4 Zusammenfassung und Diskussion	16

1 Einleitung und Motivation

Das Ziel dieses Versuches ist die Bestimmung der Gravitationsbeschleunigung über eine grobe Messung der Länge und der Schwingungsdauer einer Fadenpendels als erste Methode, und über eine genauere Messung, bei welcher zusätzliche Korrekturen gemacht werden.

1.1 Physikalische Grundlagen

Um die Erdbeschleunigung zu bestimmen wird in beiden Fällen also ein *Fadenpendel* verwendet. Dieses wird jedoch auf zwei unterschiedliche Arten und weisen modelliert: einmal als *mathematisches Pendel* und einmal als *physikalisches Pendel*.

1.1.1 Mathematische Pendel

Ein mathematisches Pendel ist die Idealisierung der Pendelschwingung. Die Masse wird als Punktmasse betrachtet, der Faden als masselos angenommen und Faktoren wie Luftreibung oder Auftrieb werden vernachlässigt.

Auf dieses Pendel wirkt im Grunde nur die Gewichtskraft. Dabei kann diese in zwei Komponenten zerlegt werden: in die tangentiale und die entgegengesetzt der Fadenrichtung. Letztere wird durch den Faden ausgeglichen, weshalb auf die Punktmasse nur noch die Tangentialkraft:

$$F_{tan} = -mg \sin \phi \quad (1)$$

wirkt. Dabei ist m die Masse, g die Erdbeschleunigung und ϕ der Auslenkwinkel des Fadenpendels.

Da dies die einzige wirkende Kraft ist, gilt nach dem zweiten Newtonschen Axiom:

$$m\ddot{x} = -mg \sin \phi \quad (2)$$

Sei x das Kreisbogenauslenkungsstück. Es gilt:

$$\frac{\text{Teilwinkel}}{\text{Vollwinkel}} = \frac{\text{Kreisbogen}}{\text{Kreisumfang}} \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\phi}{2\pi} = \frac{x}{2\pi l} \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow \phi = \frac{x}{l} \quad (5)$$

Eingesetzt in die Bewegungsgleichung:

$$ml\ddot{\phi} = -mg \sin \phi \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\phi} + \frac{g}{l} \sin \phi = 0 \quad (7)$$

Angenommen die Fadenlänge ist gegenüber der Auslenkung sehr gross und somit ϕ klein, so kann die Kleinwinkelnäherung gemacht werden die uns eine typische Bewegungsgleichung für den harmonischen Oszillatoren liefert:

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{l} \phi = 0 \quad (8)$$

Für die Schwingungsdauer dieses harmonischen Oszillators gilt:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (9)$$

Wenn man Periodendauer und Länge messen kann, so kann die Erdbeschleunigung über

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T_0^2} \quad (10)$$

bestimmt werden.

Der gemachte Fehler entspricht:

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{nT_0}\right)^2} \quad (11)$$

Dabei wurde hier ein kleines t für die gemessene Zeit eingeführt, da wir im Versuch um die Genauigkeit etwas zu erhöhen nicht nur eine sondern n viele Schwingungen durchführen wollen.

Gleichung (11) zeigt, dass der Fehler der Zeitmessung für grosse n gegen 0 geht. Deshalb ist es ab einer gewissen Anzahl an Schwingungen sinnvoller die Längenmessung zu verbessern und den Fehler zu minimieren, als den Zeitfehler. Der Längenfehler stellt eine Art untere Schranke dar. In diesem Versuch wollen wir konkret fordern:

$$\frac{2\Delta t}{nT_0} \approx 0,3 \frac{\Delta l}{l} \quad (12)$$

Jedoch weist die Modellierung als mathematisches Pendel Schwächen auf, da dieses zu idealisiert wurde und diese Idealisierung zu Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Erdbeschleunigung führen kann.

1.1.2 Physikalische Pendel

Als Lösung dient eine exaktere Modellierung als *physikalisches Pendel*.

Bei diesem wird das Fadenpendel als Drehbewegung um einen Aufhängepunkt betrachtet und somit wird der Faden und die Ausdehnung des Objektes mitberücksichtigt.

Somit muss hier die Periodendauer über das Trägheitsmoment J und die Winkelrichtgrösse D berechnet werden:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (13)$$

Das Gesamtträgheitsmoment ergibt sich aus der Addition des Trägheitsmomentes einer Kugel mit Radius r und Masse m_K , eines Fadens mit Länge l' und Punktmasse im Abstand l (Pendellänge) vom Aufhängepunkt (Steinersche Satz):

$$J_g = m_K l^2 + \frac{2}{5} m_K r^2 + \frac{1}{3} m_F l'^2 \quad (14)$$

Für (13) muss noch die Richtgrösse D des Fadenpendels bestimmt werden. Das rücktreibende Drehmoment berechnet sich mit den Gewichtskräften unter der zusätzlichen Berücksichtigung der Auftriebskraft bei der Kugel (der des Fadens ist so klein dass dieser vernachlässigt werden kann):

$$M = -[(m_K - \rho_L V_K) g \sin \phi l + \frac{1}{2} m_F g \sin \phi l'] \quad (15)$$

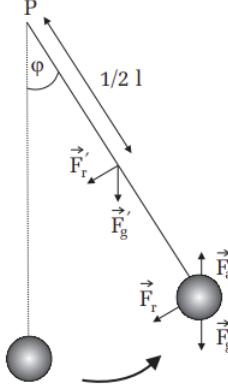


Abbildung 1: Physikalisches Pendel mit allen wirkenden Kräften

Dabei ist ρ_L die Dichte von Luft und V_K das Volumen der Kugel (die Auftriebskraft ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Mediums nach Archimedes). Mit Kleinwinkelnäherung und $m_K = \rho_K V_K$ wobei ρ_K die Dichte der Kugel ist, gilt:

$$M = -[m_K(1 - \frac{\rho_L}{\rho_K}) + \frac{1}{2}m_F]gl\phi \quad (16)$$

Das Richtmoment kann dabei analog zur Federkonstante beim Hookschen Kraftgesetz für Translationsbewegungen durch $M = -D\phi$ ausgedrückt werden. Damit wird die Gleichung zu:

$$D = m_K gl \left[1 - \left(\frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{m_F}{2m_K} \right) \right] \quad (17)$$

Setzt man dies in (13), macht die Näherung $\frac{1}{1-\epsilon} \approx 1 + \epsilon$ für $\epsilon \ll 1$ und vernachlässigt Terme quadratischer Ordnung, dann folgt:

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \left(1 + \frac{2r^2}{5l^2} + \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{6} \frac{m_F}{m_K} \right) \quad (18)$$

Weiterhin soll die Abhängigkeit der Schwingungsdauer vom Winkelaußschlag ϕ_0 beachtet werden und somit die Schwingungsdauer mit:

$$T_2^2 = T_1^2 \left(1 + \frac{\phi_0^2}{8} \right) \quad (19)$$

korrigiert werden. Ausserdem soll die Dämpfung, welche durch die Luftreibung entsteht miteinbezogen werden, was zu

$$T_3^2 = T_2^2 \left[1 + \left(\frac{\delta}{w_2^2} \right)^2 \right] \quad (20)$$

führt, wobei δ die stärke der Dämpfung beschreibt. Diese kann über die exponentielle Abnahme der Schwingungsamplitude a , bei einer Anfangsamplitude a_0 bestimmt werden:

$$a(t) = a_0 e^{-\delta t} \quad (21)$$

Schliesslich gilt unter der Berücksichtigung aller gemachten Korrekturen folgende Formel für die Schwingungsdauer:

$$T_g^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \left(1 + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} + \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{6} \frac{m_F}{m_K} + \frac{\delta^2}{w_0^2} + \frac{\phi_0^2}{8} \right) \quad (22)$$

2 Messprotokoll

2.1 Durchführung

Im heutigen Versuch, besteht unser Fadenpendel aus einem Eisenfaden, welcher an einer Eisenkugel befestigt ist. Mithilfe einer horizontalen und vertikalen Skala können die Messungen durchgeführt werden. Eine Lichtschranke dient bei Versuchsteilen, bei welchen grosse Schwingungsanzahlen gemessen werden, als Hilfe um die Schwingungen zu zählen. Für die Zeitmessung nutzen wir eine Stoppuhr. Im ersten Versuchsschritt wird die Länge des Pendels bestimmt. Dafür werden pro Person (2 Personen) drei Messungen der Fadenlänge erfolgen, indem zwischen jeder Messung die Aufhängung in vertikaler Richtung verschoben wird. Daraufhin wird sehr grob die Schwingungsdauer T_0 über fünfmalige Messung von 20 Schwingungen bestimmt, um mit (12) die Anzahl an nötigen Schwingungen n für die eigentliche Messung ermittelt werden kann, damit die Fehler das von uns vorher festgelegte Verhältnis zeigen. Der bestimmte Wert wird auf das nächste volle Hundert aufgerundet.

Dann wird die eigentliche Messung für die Periodendauer einmal für die bestimmte Anzahl durchgeführt. Dabei beobachten wir gleichzeitig alle 40 Schwingungen die Schwingungsweite, die wir später für die Dämpfung benötigen werden.

Der Durchmesser der Kugel wird mit dem Messschieber bestimmt.

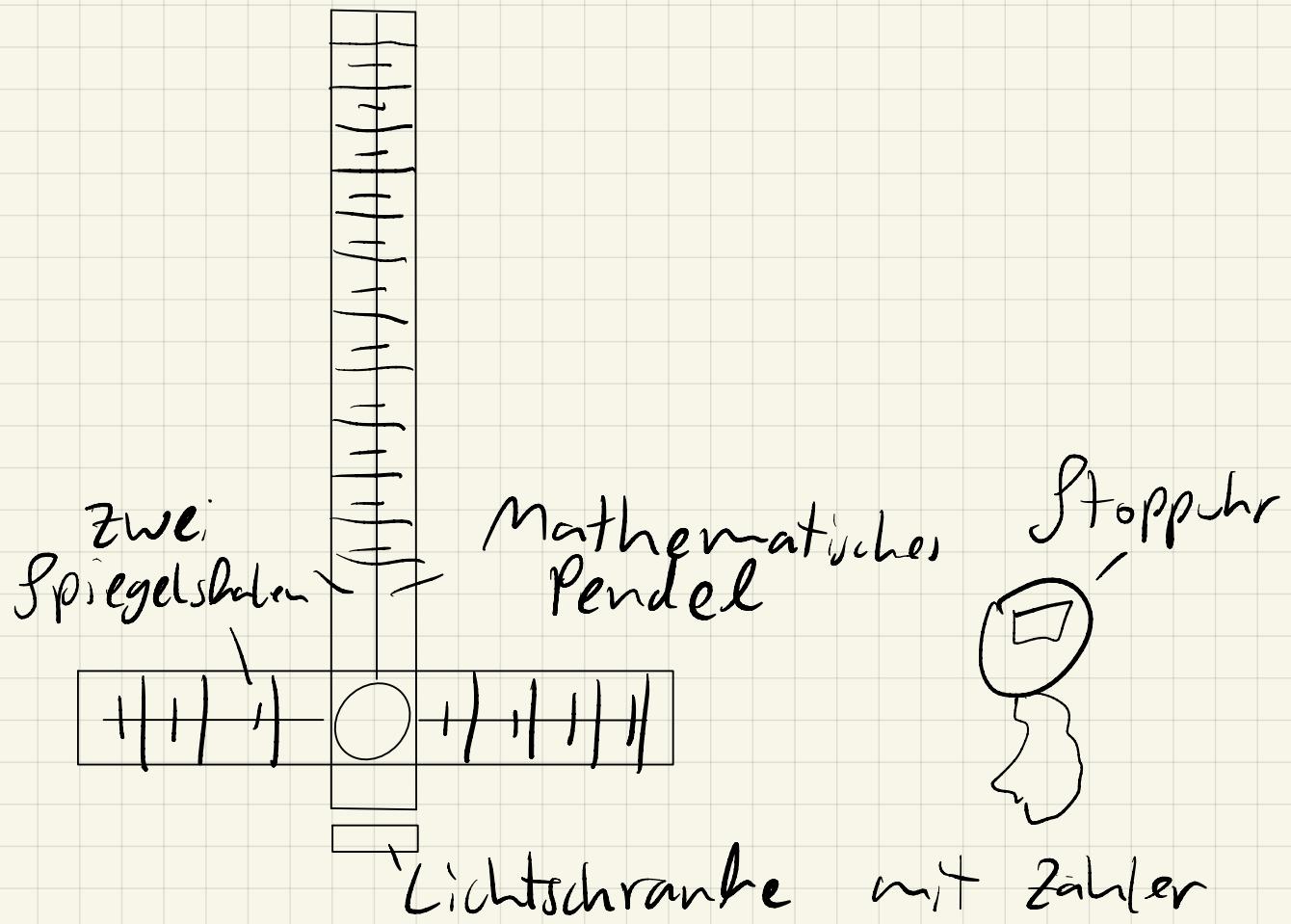
9-12 Uhr

28.09.2023

Messprotokoll 74: Mathematisches Pendel

Yago Obispo Genter
Juan Bueno Fontanilla
Betreuer: Noah Peter

Versuchsaufbau:



Skizze 2.1: Versuchsaufbau

(1) grob: Bestimmung der Gravitationsbeschleunigung

- Messung der Länge des Fadens

Messung	Obere Kante Aff. [Sht]	Untere Teil Kugel [Sht]	Obere Teil Kugel [Sht]	Länge l [Sht]
1	98	1,4	5	94,80
2	98,8	2,1	5,8	94,85
3	99,4	3,2	6,7	94,45
4	98,6	1,9	5,5	94,90
5	98	7,5	5,0	94,75
6	97,5	0,9	4,5	94,8
7	99,6	2,9	6,5	94,9

Tabelle 2.2: Pendellänge

$$\bar{l} = 94,83 \text{ cm}$$

$$\Delta \bar{l} = 0,02 \text{ cm} \quad (\text{Fehler des Mittelwerts})$$

• Messung der groben Periodendauer

Messung	Perioden	Zeit + [s]	T_0 [s]
1	20	39,78	1,959
2	20	39,75	1,958
3	20	39,78	1,959
4	20	39,07	1,954
5	20	39,07	1,954
6	20	392	1,960

Tabelle 2.3: Grobe Periodendauer

$$\overline{\Delta t} = 0,024 \text{ s} \quad (\text{Fehler Mittelwert})$$

$$\overline{T_0} = 1,957 \text{ s}$$

$$\frac{2 \Delta t}{n T_0} \stackrel{!}{=} 0,3 \frac{\Delta l}{l}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{2 \Delta t l}{0,3 \Delta l T_0}$$

$$\Rightarrow n = 400 \quad (\text{auf Hunderter gerundet})$$

• Messung der Periodendauer mit 400 Schwingungen und der Schwingungsweite
Alle 40 Schwingungen wird

Auslenkung links [sht]

(0)	0	22	2,2	(12,7)
(80)	1	20,3	3,8	(12,05)
(120)	2	19,4	4,5	(11,95)
(160)	3	18,6	5,3	(11,75)
(200)	4	17,7	6,1	(11,9)
(240)	5	17,2	6,8	(12)
(280)	6	16,45		
(320)	7	15,8		
(360)	8	15,3		
(400)	9	14,8		

$$t = 13 \text{ min } 01,36 \text{ s}$$

Durchmesser der Kugel: 3,0 cm

$$\Delta d = 0,01$$

Höhe: 10 cm

Masse der Eisenkugel:

$$\begin{aligned} m_{\text{Eisen}} &= \rho_{\text{Eisen}} \cdot V \\ &= 7,86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 \\ &= 111,118 \text{ g} \end{aligned}$$

Fadellänge:

$$\begin{aligned} l_{\text{Faden}} &= 94,83 \text{ cm} - \frac{d_{\text{Kugel}}}{2} \\ &= 93,33 \text{ cm} \end{aligned}$$

Masse des Fadens

$$\begin{aligned} m_{\text{Faden}} &= \rho_{\text{Eisen}} \cdot V \\ &= 7,86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot l_{\text{Faden}} \\ &= 0,23 \text{ g} \end{aligned}$$

Fehler:

Messschieber: 0,01 cm (für Radien 0,005)

$$\frac{2 \Delta t}{n T_0} = 6,73 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\Delta l}{l} = 2,11 \cdot 10^{-4}$$

✓

MP

3 Auswertung

3.1 Fehlerabschätzung

Bevor ich mit der Auswertung des eigentlichen Versuches beginne, möchte ich die angenommenen Fehler angeben und erläutern.

Für die Messung des Durchmessers mit dem Messschieber wird ein Ablesefehler von $0,01\text{cm}$ berücksichtigt. Für Radien gilt somit die Hälfte dieses Fehlers, also: $0,005\text{cm}$.

Bei der Ermittlung der Dämpfungskonstanten spielt die Messung der Amplituden eine wichtige Rolle. Für diese wird ein Fehler von $0,3\text{cm}$ berücksichtigt, da es uns schwer fiel, genau abzulesen, wann die Masse den Umkehrpunkt erreicht hatte.

3.2 Grobe Bestimmung der Erdbeschleunigung: mathematisches Pendel

Im ersten Schritt des Versuches wird die Erdbeschleunigung über die etwas grobere Methode bestimmt, bei der das Fadenpendel als mathematisches Pendel modelliert wurde.

Die Pendellänge:

$$\bar{l} = (94,833 \pm 0,025)\text{cm} \quad (23)$$

wurde bestimmt. Mit der Formel (10), die die Erdbeschleunigung beim mathematischen Pendel beschreibt und Formel (11) - der Fehler, wird die Erdbeschleunigung zu:

$$g_{math} = 4\pi^2 \frac{\bar{l}}{T_0^2} \quad (24)$$

$$= (9,8115 \pm 0,0027) \frac{m}{s^2} \quad (25)$$

Dieses Ergebnis wird in der Diskussion genauer betrachtet und die Fehlerquellen werden kommentiert.

3.3 Genaue Bestimmung der Erdbeschleunigung: physikalisches Pendel

Im nächsten Schritt wird das Fadenpendel genauer - als physikalisches Pendel modelliert. Dabei gilt nach Gleichung (22):

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T_g^2} \left(1 + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} + \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{6} \frac{m_F}{m_K} + \frac{\delta^2}{w_0^2} + \frac{\phi_0^2}{8} \right) \quad (26)$$

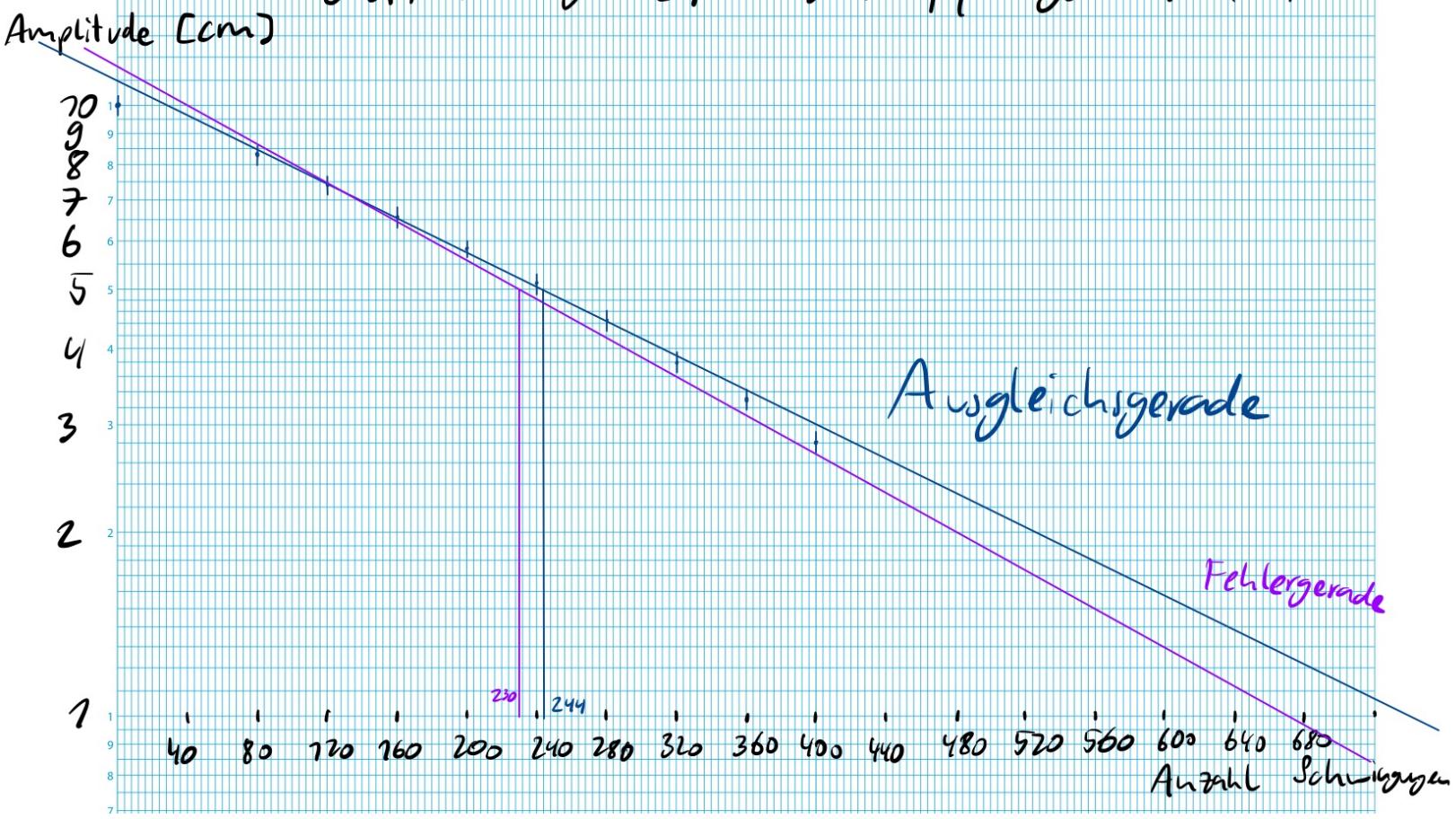
Dafür muss als erstes die Dämpfungskonstante ermittelt werden. Im Versuch wurden alle 40 Schwingungen für 400 Schwingungen insgesamt, die Amplituden

Tabelle 1: Amplitude nach gewisser Anzahl Schwingungen

Schwingungen [Anzahl]	Amplitude [cm]
0	10,0
80	8,3
120	7,4
160	6,6
200	5,7
240	5,2
280	4,5
320	3,8
360	3,3
400	2,8

notiert. Für die Auslenkungen, in cm, erhalten wir die Messwerte die in der Tabelle dargestellt wurden (alle Werte haben einen Fehler von $0,3\text{cm}$). Trägt man die Messwerte grafisch auf eindekadisches logarithmisches Papier auf, so erhält man:

Bestimmung der Dämpfungskonstanten δ



Um die Dämpfungskonstante zu ermitteln wird folgender Zusammenhang verwendet (analog zur Vorgehensweise im Versuch 13: Resonanz):

$$\delta = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \quad (27)$$

Dabei bezeichnet $t_{1/2}$ die Zeit, nach welcher die Hälfte der Anfangsamplitude erreicht wurde. Diese können wir leicht dadurch bestimmen, indem wir die Anzahl an notwendigen Schwingungen (mit Fehler) am Diagramm ablesen und diese dann mit der bestimmten Periodendauer

$$T = 1,95340 \pm 0,00006s \quad (28)$$

multiplizieren. Insgesamt sind

$$n = 244 \pm (244 - 230) = 244 \pm 14 \quad (29)$$

Schwingungen nötig um die Hälfte der Amplitude zu erreichen. Für die Dämpfung gilt:

$$\delta = \frac{\ln(2)}{nT} \quad (30)$$

$$\Delta\delta = \sqrt{\left(\frac{\ln(2)\Delta n}{n^2 T}\right)^2 + \left(\frac{\ln(2)\Delta T}{n T^2}\right)^2} \quad (31)$$

Damit erhalte ich:

$$\delta = (0,00145 \pm 0,00008) \frac{1}{s} \quad (32)$$

Weiterhin muss noch das Dichtevehältnis bestimmt werden. Die Größen in der Praktikumsanleitung werden fehlerfrei angenommen:

$$\frac{\rho_L}{\rho_K} = \frac{0,0012}{7,86} \quad (33)$$

In dem Messprotokoll wurden bereits die Massen berechnet. Für diese existiert Fehler von (Formeln mit denen diese berechnet wurden in Messprotokoll):

$$\Delta m_F = \sqrt{\left(\frac{m_F}{l_F}\Delta l_F\right)^2 + \left(\frac{2m_F\Delta d}{d}\right)^2} \quad (34)$$

$$\Delta m_K = m_E \cdot \frac{\Delta d}{d} \quad (35)$$

Es gilt:

$$m_F = (0,13045 \pm 0,00005)g \quad (36)$$

$$m_K = (111,2 \pm 1,1)g \quad (37)$$

Die Kreisfrequenz ω_0 , welche ebenfalls für die Formel nötig ist, kann mit

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (38)$$

$$\Delta\omega_0 = \frac{2\pi}{T^2} \Delta T \quad (39)$$

zu

$$\omega_0 = (3,21654 \pm 0,00010) \text{ Hz} \quad (40)$$

bestimmt werden.

Ausserdem muss noch der mittlere Auslenkwinkel ϕ_0 bestimmt werden. Dafür werde ich die mittlere horizontale Auslenkung (aus den Werten die auch für das Diagramm verwendet wurden) bestimmen. Für den Fehler wurde der Fehler des Mittelwertes berücksichtigt:

$$\bar{a}_h = (5,8 \pm 0,7) \text{ cm} \quad (41)$$

Dabei gilt dann für den mittleren Auslenkwinkel der Zusammenhang:

$$\sin(\phi_0) = \frac{\bar{a}_h}{l} \quad (42)$$

$$\Leftrightarrow \phi_0 = \arcsin\left(\frac{\bar{a}_h}{l}\right) \quad (43)$$

$$\Delta\phi_0 = \sqrt{\frac{\Delta\bar{a}_h^2 + \left(\frac{\bar{a}_h}{2l}\Delta l\right)^2}{l^2 - a_h^2}} \quad (44)$$

Die Länge des Pendels wurde bereits zu

$$l = (94,830 \pm 0,020) \text{ cm} \quad (45)$$

bestimmt. Somit:

$$\phi_0 = (0,061 \pm 0,007) \text{ rad} \quad (46)$$

Nun wurden alle relevanten Werte für Gleichung (26) bestimmt. Für den dazugehörigen Fehler, kann der Term $\frac{\delta^2}{\omega_0^2}$ vernachlässigt werden, da dieser deutlich kleiner ist als der Fehler der durch den mittleren Winkelterm $\frac{\phi_0^2}{8}$ entstehen wird. Der Term der Dämpfung bewegt sich dabei in der Größenordnung von 10^{-7} , während sich der Term des Mittleren Winkels in der Größenordnung 10^{-3} befindet.

Ebenfalls kann der Term $\frac{r^2}{l^2}$ für die Fehlerrechnung vernachlässigt werden. Er befindet sich in einer Größenordnung von etwa 10^{-4} .

Unter Berücksichtigung der vernachlässigten Terme ergibt sich somit ein Fehler von:

$$\Delta g = g \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Klammer}{Klammer}\right)^2} \quad (47)$$

$$\Delta Klammer = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_F}{6m_K}\right)^2 + \left(\frac{m_F \Delta m_K}{6m_K^2}\right)^2 + \left(\frac{\phi_0 \Delta \phi_0}{4}\right)^2} \quad (48)$$

So kann endgültig die Erdbeschleunigung mit der Modellierung als physikalisches Pendel bestimmt werden:

$$g_{phys} = (9,8163 \pm 0,0024) \frac{m}{s^2} \quad (49)$$

4 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir in diesem Versuch die Erdbeschleunigung g mithilfe eines Fadenpendels unter zwei verschiedener Methoden bestimmt, welche unterschiedliche Genauigkeiten hatten. Dazu wurde gefordert, dass der relative Fehler der Zeitmessung in etwa einem Drittel des relativen Fehlers der Längenmessung des Pendels entsprechen sollte, da wir festgestellt haben, dass der Fehler der Längenmessung eine untere Schranke darstellte, welche selbst bei sehr geringen Zeitfehlern nicht unterschreitet werden konnte.

Die Fadenlänge wurde zu $\bar{l} = (94,833 \pm 0,025) \text{ cm}$ bestimmt, indem 6 Messungen in unterschiedlichen Positionen gemacht wurden.

Daraufhin wurde grob die Schwingungsdauer bei fünfmaliger Messung von 20 Schwingungen, um abzuschätzen wie viele Schwingungen gemessen werden sollten, damit die gestellte Fehlerbedingung erfüllt war. Wir mussten 400 Schwingungen durchführen.

Über die Messung der Zeit für diese 400 Schwingungen und der Messung der Amplitude nach jeweils 40 Schwingungen, konnte letztendlich die Gravitationsbeschleunigung berechnet werden.

Zuerst wurde das Fadenpendel als mathematisches Pendel modelliert. Diese ungenaue Beschreibung führte zu $g_{math} = (9,8115 \pm 0,0027) \frac{m}{s^2}$.

Dann sollten jedoch noch Faktoren wie beispielsweise die Dämpfung durch die Luftreibung oder die Auftriebskraft beim Fadenpendel berücksichtigt werden, weshalb sich das Modell des physikalischen Pendels besser eignete. Die Amplituden wurden in Abhängigkeit von der Schwingungsanzahl auf logarithmischem Papier aufgetragen, wodurch die Dämpfungskonstante zu $\delta = (0,00145 \pm 0,00008) \frac{1}{s}$ bestimmt wurde. Letztendlich kam ich mit diesem Modell zu einer Erdbeschleunigung von $g_{phys} = (9,8163 \pm 0,0024) \frac{m}{s^2}$.

Im Anschluss werde ich die bestimmten Ergebnisse mit beiden Methoden miteinander vergleichen, kommentieren und einige Vorschläge dafür präsentieren, wie man den Versuch verbessern könnte um die Fehlerquellen so weit es geht zu minimieren und genauere Ergebnisse zu erhalten.

Laut Praktikumsanleitung gilt für den Literaturwert der Erdbeschleunigung in Heidelberg:

$$g_{lit} = (9,80984 \pm 2 \times 10^{-5}) \frac{m}{s^2} \quad (50)$$

Für die Sigma-Abweichungen wird

$$\frac{|Wert1 - Wert2|}{\sqrt{Fehler1^2 + Fehler2^2}} \quad (51)$$

verwendet.

Die Erdbeschleunigung die mit dem mathematischen Pendel bestimmt wurde besitzt eine absolute Abweichung von $0,0017 \frac{m}{s^2}$. Dies entspricht einer $0,6\sigma$ -Abweichung vom Literaturwert. Der Fehler lässt sich dadurch erklären, dass die Modellierung als mathematisches Pendel tatsächlich nur eine Idealisierung ist und nicht der Realität entspricht. So wurde die Masse des Fadens, die Dämpfung durch eine Luftreibungskraft oder die Reibungskraft an der Befestigung des Pendels vernachlässigt.

Als geeignetere Methode hatten wir uns die Modellierung als physikalisches Pendel erhofft. Die ermittelte Erdbeschleunigung besitzt eine absolute Abweichung von $0,006 \frac{m}{s^2}$, was einer $2,7\sigma$ -Abweichung vom Literaturwert entspricht.

Diese Abweichung ist überraschenderweise grösser, als die des mathematischen Pendels. Diese lässt sich dabei nicht nur durch statistische Abweichungen erklären.

Der grösste Einflussfaktor in die Erdbeschleunigung bei der Methode mit dem physikalischen Pendel ist die Bestimmung des mittleren Auslenkwinkels. Dazu wurde nämlich die mittlere horizontale Auslenkung bestimmt. Diese konnte jedoch nur sehr schwer abgelesen werden, weshalb ein grosser Fehler entsteht, welcher vermutlich die Abweichung vom Literaturwert erklärt.

Die Messung der horizontalen Auslenkung und der Amplituden bei der Dämpfung hätte genauer erfolgen können, wenn man z.B. einen Sensor an die Skala befestigen könnte, welcher detektiert, wann das Fadenpendel den Umkehrpunkt erreicht und die Auslenkung misst. Somit hätte die Dämpfungskonstante und der mittlere Auslenkwinkel genauer ermittelt werden können.

Weiterhin wurde das Diagramm zur Bestimmung der Dämpfung per Hand gezeichnet. Somit musste man per Augenmass die Ausgleichs- und Fehlergerade einzeichnen, was zu einer Vergrösserung des gemachten Fehlers führt. Als Alternative könnte man ein Computerprogramm wie z.B. Python verwenden, welches nicht nur die Gerade zeichnen kann, sondern auch rechnerisch ermitteln kann, wie die Gerade gezeichnet werden muss.

Bei der Dämpfung haben wir ausserdem angenommen, dass die Reibungskraft, welche das physikalische Pendel dämpft, proportional zur Geschwindigkeit ist. Dies muss jedoch nicht unbedingt erfüllt sein und es kann zu leichten Abweichungen kommen. Das erkennt man beispielsweise an dem Diagramm zur Bestimmung der Dämpfungskonstanten, bei welchem die Ausgleichsgerade nicht perfekt durch die Messpunkte geht, sondern die Messpunkte vor allem bei einer höheren Anzahl an Schwingungen, d.h. bei einer niedrigeren Geschwindigkeit eher die Form einer Parabel (auf logarithmischen Papier) annehmen, als die Form einer Geraden.

Zusammenfassend ist also aufgrund der aufgezählten Schwächen die Erdbeschleunigung beim physikalischen Pendel ungenauer als die beim mathematischen Pendel. Dabei liegt dies nicht daran, dass die theoretische Modellierung falsch ist, sondern daran, dass die theoretischen Grössen, welche für eine genauere Bestimmung der Beschleunigung nötig waren, schwer zu messen waren. Um

die theoretische Modellierung in der Praxis auch wirklich umzusetzen, werden in diesem Fall genauere Messmethoden - wie beschrieben und vorgeschlagen - benötigt.