

# Versuch 222: Heissluftmotor

Yago Obispo Gerster

1. März 2024

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung und Motivation</b>	<b>1</b>
1.1 Physikalische Grundlagen . . . . .	1
1.1.1 Der $\gamma$ - und der $\beta$ -Typ Heissluftmotor . . . . .	1
1.1.2 Stirling-Prozess . . . . .	2
1.1.3 Regenerator . . . . .	5
1.1.4 Wirkungsgrad . . . . .	5
1.1.5 Betrieb als Wärmepumpe und Kältemaschine . . . . .	5
<b>2 Messprotokoll</b>	<b>6</b>
<b>3 Auswertung</b>	<b>11</b>
3.1 Kompensationsmessung: Kälteleistung bei Kältemaschine . . . . .	11
3.2 Kältemaschine und Wärmepumpe . . . . .	12
3.3 Betrieb als Wärmekraftmaschine . . . . .	16
<b>4 Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>18</b>
4.1 Diskussion . . . . .	20
<b>5 Quellen</b>	<b>21</b>

## 1 Einleitung und Motivation

In diesem Versuch wollen wir uns mit der Funktionweise eines Heissluftmotors vertraut machen, seine Wirkungsweise qualitativ als Kältemaschine und Wärmepumpe untersuchen und den Wirkungsgrad des Motors bestimmen, indem wir zwei unterschiedliche Methoden verwenden. Bei der einen nutzen wir das pV-Diagramm und bei der anderen eine Drehmomentmessung.

### 1.1 Physikalische Grundlagen

#### 1.1.1 Der $\gamma$ - und der $\beta$ -Typ Heissluftmotor

In diesem Versuch werden wir einen  $\beta$ -Heissluftmotor verwenden. Um seine Funktionsweise genauer verstehen zu können, ist es zunächst sinnvoll, die Funk-

tionsweise des  $\gamma$ -Heissluftmotors zu verstehen.

Ein  $\gamma$ -Heissluftmotor besteht aus zwei Zylindern: einem *Heizzyylinder*, in welchem sich der Verdrängerkolben befindet und einen *Arbeitszyylinder*, in welchem sich der Arbeitskolben befindet. Beide sind über ein Rohr miteinander verbunden und werden mit einer Kurbelwelle angesteuert (siehe Abbildung 1). Der

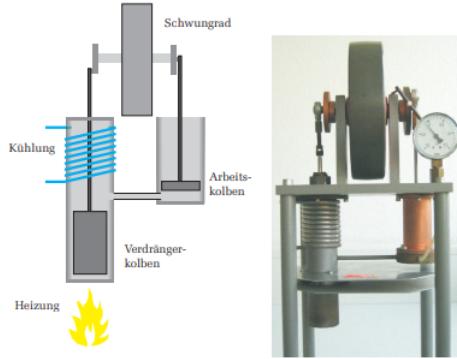


Abbildung 1:  $\gamma$ -Typ Heissluftmotor (Quelle:Praktikumsskript v222 s4)

Heizzyylinder wird von unten erwärmt und von oben gekühlt. Der Verdrängerkolben bewegt das Gas dabei von einem Bereich in den anderen und bewirkt dadurch, dass der Druck im heissen Bereich zunimmt und im Kalten abnimmt. Der Arbeitszyylinder hingegen kümmert sich um die Kompression bzw. Expansion des Gases. Beide Kolben sind so angeordnet, dass die Kompression im Kalten (bei niedrigem Druck) und die Expansion im Warmen (bei hohem Druck) erfolgt, wodurch nach aussen Arbeit verrichtet wird.

Der  $\gamma$ - und  $\beta$ -Stirlingmotor unterscheiden sich lediglich dadurch, dass beim  $\beta$ -Motor beide Kolben in einem Zylinder zusammenarbeiten, wodurch das Totvolumen verringert wird und der Wirkungsgrad steigt.

### 1.1.2 Stirling-Prozess

Für die thermodynamische Beschreibung des Stirling-Prozesses ist ein Grundwissen über den Ersten Hauptsatz der Thermodynamik nötig. Dieser besagt, dass die zugeführte Wärme  $dQ$  zu einer Änderung der inneren Energie  $dU$  (Bewegungsenergie der Gasmoleküle) und Verrichtung von Volumenarbeit  $pdV$  führt:

$$dQ = dU + pdV \quad (1)$$

Mit der molaren Wärmekapazität  $C_V$  und der Gasmenge  $\nu$  kann der Hauptsatz wie folgt umgeschrieben werden:

$$dQ = C_V \nu dT + pdV \quad (2)$$

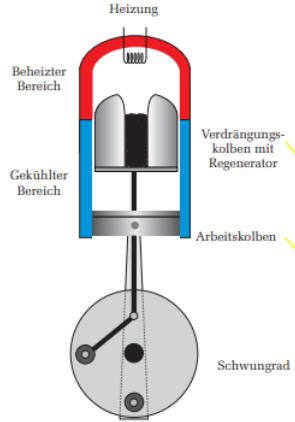


Abbildung 2:  $\beta$ -Typ Heissluftmotor (Quelle:Praktikumsskript v222 s5)

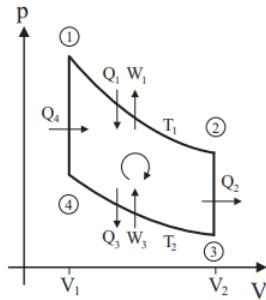


Abbildung 3: pV-Diagramm Stirlingprozess (Quelle:Praktikumsskript v222 s6)

Der Stirling Prozess (Abbildung 3) besteht aus folgenden 4 Schritten:

- 1 → 2 Isotherme Expansion: Verdrängungskolben unten - Luft wird aufgeheizt (Wärmeaufnahme  $Q_1$ ); Arbeitskolben wird nach unten geschoben (Arbeit  $W_1$  verrichtet).

Wärmemenge wird in Volumenarbeit umgewandelt und über die Zustandsgleichung für ideale Gase:  $pV = \nu RT$  erhalten wir:

$$dQ_1 = pdV = \nu RT_1 \frac{dV}{V} \quad (3)$$

Um die Wärmemenge zu berechnen müssen wir über das Volumen integrieren:

$$Q_1 = \nu RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT_1 \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = W_1 \quad (4)$$

In diesem Fall ist die Wärmemenge gleich der vom Motor geleisteten Arbeit.

- 2 → 3 Isochore Abkühlung: Verdrängungskolben oben - Luft abgekühlt auf  $T_2$  (Abgabe von  $Q_2$ ). Da die Abkühlung isochor verläuft gilt  $dV = 0$  und aus dem Hauptsatz folgt:

$$dQ_2 = -C_V \nu dT \quad (5)$$

$$\Rightarrow Q_2 = -C_V \nu \int_{T_1}^{T_2} dT = -C_V \nu (T_1 - T_2) \quad (6)$$

Bei diesem Schritt wird keine mechanische Arbeit verrichtet.

- 3 → 4 Isotherme Kompression: Arbeitskolben oben - Kompression von kalter Luft (Arbeit  $W_3$  von Kolben verrichtet); freiwerdende Wärme  $Q_3$  an Kühlsystem abgegeben. Analog zur isothermen Expansion ergibt sich (bei Integration von  $V_2$  nach  $V_1$ ):

$$Q_3 = -\nu R T_2 \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = W_3 \quad (7)$$

- 4 → 1 Isochore Erwärmung: Verdrängerkolben unten - Arbeitsgas erwärmt (Aufnahme  $Q_4$ ) und Temperatur geht auf  $T_1$  zurück. Analog zur isochoren Abkühlung gilt:

$$Q_4 = C_V \nu (T_1 - T_2) \quad (8)$$

wobei keine mechanische Arbeit verrichtet wird.

Um die gesamte geleistete Nutzarbeit  $W_N$  zu berechnen muss die Arbeit der isothermen Expansion und der isothermen Kompression aufaddiert werden da in den restlichen Schritten keine Arbeit verrichtet wird:

$$W_N = W_1 + W_3 = \nu R (T_1 - T_2) \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \quad (9)$$

Die Nutzarbeit wird also bei hohen Temperaturdifferenzen und grossen Kompressionsverhältnissen grösser.

Dabei ist jedoch zu beachten dass der ideale Stirling-Prozess technisch unrealisierbar ist, da wenn der Verdrängerkolben bewegt werden soll, der Arbeitskolben stillgehalten werden muss, was jedoch in unserem Aufbau nicht gegeben ist und auch allgemein nicht sinnvoll ist, da eine diskontinuierliche Kolbenbewegung entstehen würde, welche mechanisch sehr belastend wäre. Weiterhin müssten die Isothermen unendlich langsam durchlaufen werden damit der Wärmeaustausch gewährleistet wird.

Daher das wir einen kontinuierlich laufenden Motor verwenden, überlappen sich die einzelnen Übergänge, wodurch der Wirkungsgrad weiter reduziert wird.

### 1.1.3 Regenerator

Ein *Regenerator* ist ein Kurzzeitwärmespeicher, der zum einen garantiert, dass die Temperaturänderung des Arbeitsgases möglichst schnell erfolgt und das die äussere zugeführte Wärme im System verbleibt.

Technisch lässt sich so ein Regenerator über eine Kupferwolle realisieren. Wenn der Verdränger nach oben geht, dann strömt heisse Luft durch die Kupferwolle und Wärme wird an diese abgegeben. Wenn das Gas später vom Kalten in den Heissen Bereich zurückkehrt, dann kann dieses die in der Wolle gespeicherte Wärme wieder aufnehmen.

Der Regenerator ist somit nötig um den höchstmöglichen Wirkungsgrad zu erreichen.

### 1.1.4 Wirkungsgrad

Der thermische Wirkungsgrad ist als das Verhältnis der Nutzarbeit zur aufgenommenen Wärmemenge  $Q^+$  definiert

$$\eta_{thermisch} = \frac{W_N}{Q^+} \quad (10)$$

Ohne Regenerator setzt sich die aufgenommene Wärmemenge aus den Wärmen bei der isothermen Expansion und der isochoren Erwärmung zusammen, da bei der isochoren Abkühlung die Wärme dem Kühlssystem zugeführt wird und diese somit im letzten Schritt erneut aufgenommen werden muss:

$$Q^+ = Q_1 + Q_4 = \nu R T_1 \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) + C_V \nu (T_1 - T_2) \quad (11)$$

$$\Rightarrow \eta_{thermisch} = \frac{\ln \frac{V_2}{V_1} (1 - \frac{T_2}{T_1})}{\ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{C_V}{R} (1 - \frac{T_2}{T_1})} \quad (12)$$

Mit einem Regenerator wird der Wirkungsgrad deutlich gesteigert, da die Wärme nicht mehr an das Kühlssystem abgeführt wird, sondern im System verbleibt. Somit ist die einzige Wärmezufuhr die bei der isothermen Expansion:

$$Q^+ = Q_1 = \nu R T_1 \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \quad (13)$$

$$\Rightarrow \eta_{thermisch}^{Reg} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (14)$$

Dieser Wirkungsgrad stimmt mit dem Carnotschen Wirkungsgrad überein und somit wird der maximal mögliche Wirkungsgrad auch beim Stirling-Prozess erreicht.

### 1.1.5 Betrieb als Wärmepumpe und Kältemaschine

Wenn man den Stirling-Motor mit dem bereits erwähnten Schwungrad von aussen antreibt, so kann man diesen auch als Kältemaschine oder Wärmepumpe

verwenden.

Denn eine der wichtigsten Eigenschaften des Stirling-Prozesses ist seine *Umkehrbarkeit*, d.h. das pV-Diagramm kann in beliebige Richtung durchlaufen werden. In diesem Versuch führt eine Drehung im Uhrzeigersinn zum Betrieb als Kältemaschine, also zum sinken der Temperatur im oberen Teil und steigern im unteren Teil, und eine gegen den Uhrzeigersinn zum Betrieb als Wärmepumpe, also zum sinken der Temperatur des unteren Teils und steigern der Temperatur des oberen.

Der Wirkungsgrad einer Kältemaschine ist das Verhältnis der entzogenen Wärmemenge  $Q_2$  und der zugeführten mechanischen Arbeit  $W$ :

$$\eta = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (15)$$

Die Effizienz einer Wärmepumpe wird durch die Leistungsziffer  $\epsilon$

$$\epsilon = \frac{Q_1}{W} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} > 1 \quad (16)$$

beschrieben.

## 2 Messprotokoll

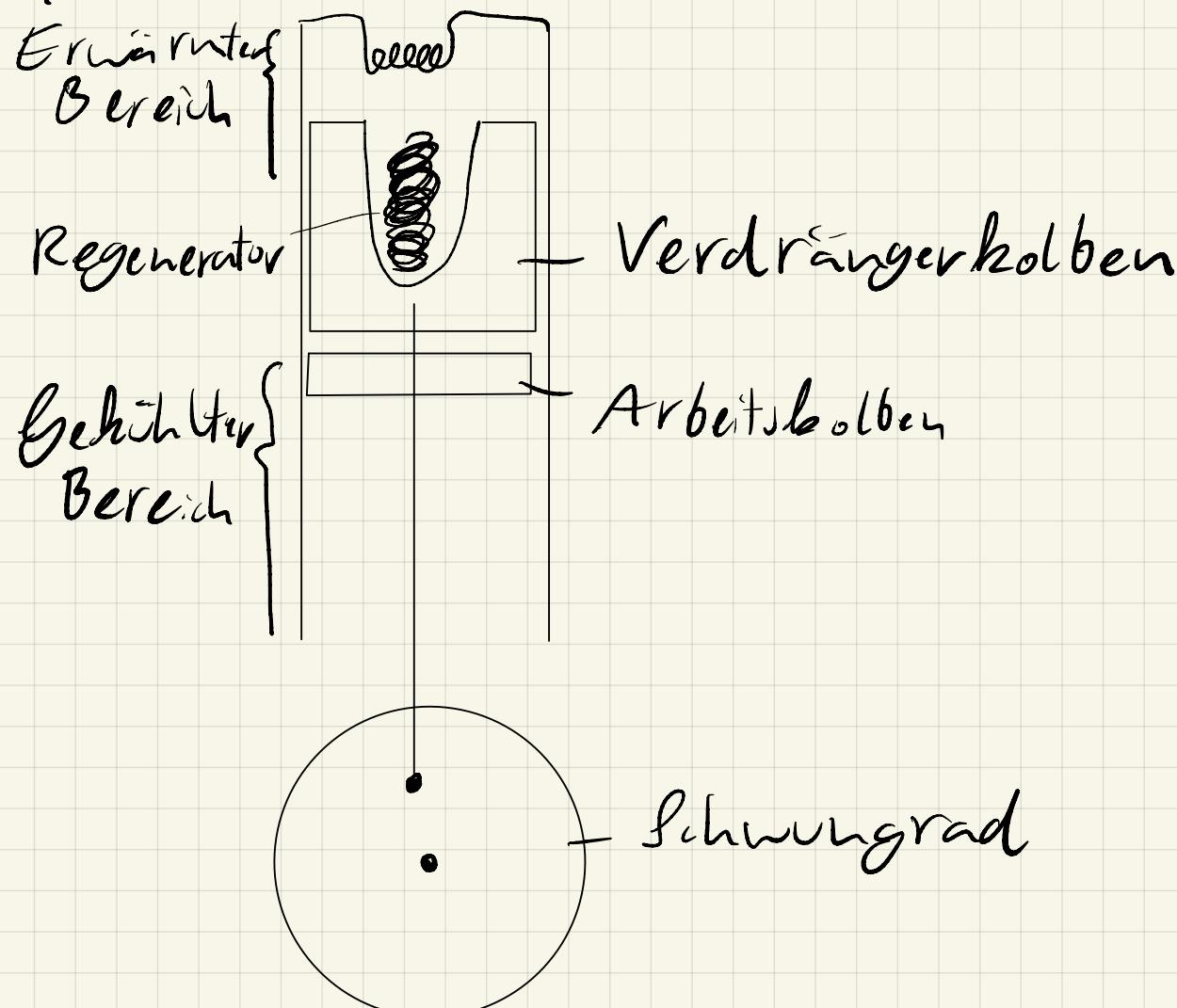
# Versuch 222: Heißluftmotor

Yago Obispo Grotter 14. - 17  
Juan Bruno Fontanilla 06.11.2023

Betreuer: Jonathan Nötter

Vorbemerkung: Daher dass einige Messwerte während des Versuches sinnlos erschienen, was wahrscheinlich auf die nicht korrekte Funktionweise des Heißluftmotors zurückführbar war, wurden diese Messwerte durch die Messwerte unseres Tutors ersetzt und das Messprotokoll entsprechend ergänzt.

## Aufbau:



Skizze 1: Versuchsaufbau

# (1) Betrieb als Kältemaschine: Bestimmung der Kälteleistung

- Oberer Teil:  $Q_2$  entzogen Unterer Teil:  $Q_1$  zugeführt  
↳ Wärme von kalt zu warm erfordert  $W_m$
- Messung  $Q_2$  über Kompensationsmessung:  
Temperatur des Kopfes wird mit Heizwandel konstant gehalten  $\rightarrow$  Kompensation der abgeführten Wärme
- Montierung Teflon-Zylinderkopf mit Heizwandel
- Bei Starten des Motors sinkt Temperatur. Durch die elektrische Heizung wird die Temperatur auf ursprünglichen Wert eingestellt

Meßwerte bei erreicht wieder Beginnstemperatur:

- Spannung:  $5,060 \pm 0,005$  V
- Strom:  $7,000 \pm 0,005$  A
- Drehschreibfrequenz:  $287,4 \pm 7,0$  rpm
- Volumenstrom Kühlwasser:  $256 \pm 3 \frac{\text{ml}}{\text{min}}$
- Kühlwasser Abluss:  $T_1 = (21,10 \pm 0,10)^\circ\text{C}$
- Kühlwasser Zufluss:  $T_2 = (18,30 \pm 0,10)^\circ\text{C}$
- Starttemperatur Kopf:  $T_3 = (21,20 \pm 0,10)^\circ\text{C}$

## (2) Betrieb als Kältemaschine und Wärmepumpe

- Zylinderkopf mit Reagenzglas (mit Tink Wasser)

### Kältemaschine:

- Temperaturmessung mit Computerprogramm  
↳ im Reagenzglas und des Kühlwassers

Motordrehzahl  $263,5 \pm 1,0$  rpm

Spannung:  $24,10 \pm 0,05$  V

Strom:  $3,25 \pm 0,10$  A

### Wärmepumpe: (Umkehrung Drehrichtung)

Motordrehzahl  $280 \pm 1,0$  rpm

Spannung:  $24,00 \pm 0,05$  V

Strom:  $1,65 \pm 0,10$  A

## (3) Betrieb als Wärmekraftmaschine

- Beheizung des Motors mit Heizwendel unter Z-führung elektrischer Energie Qel von außen  
↳ Verluste beim Beheizen des Motors

Drehzahl:

Volumenstrom:

Kühlwasser ab:  $T_1 = (22,90 \pm 0,05)^\circ\text{C}$

Kühlwasser zu:  $T_2 = (17,40 \pm 0,05)^\circ\text{C}$

Heizleistung:

Strom:  $2,980 \pm 0,005$  A

Spannung:  $13,550 \pm 0,005$  V

## 2 Methoden zur Bestimmung Wmech:

### (i) Flächeninhalt pV-Diagramm

	Drehzahl in rpm	Flächeninhalt [hPa · cm <sup>3</sup> ]
1	295,5 ± 7,0	24,990
2	295,5 ± 7,0	24,770
3	296,5 ± 7,0	25,710

Tabelle 1: Flächeninhaltmessung

### (ii) Drehmomentmessung an Motorachse

Bremskraft [N]	Strom [A]	Spannung [V]	Drehzahl [rpm]	Flächeninhalt [hPa · cm <sup>3</sup> ]
0,80 ± 0,05		73,50 ± 0,05	783,0 ± 7,0 788,0 ± 7,0 782,7 ± 7,0	31,820 32,400 31,860
0,68 ± 0,05		73,52 ± 0,05	274,0 ± 7,0 220,0 ± 7,0 278,0 ± 7,0	30,260 30,420 30,440
0,39 ± 0,05	2,980 ± 0,005	73,50 ± 0,05	247,0 ± 7,0 245,0 ± 7,0 246,0 ± 7,0	28,360 29,040 28,670
0,20 ± 0,05		73,50 ± 0,05	265,0 ± 7,0 264,0 ± 7,0 264,0 ± 7,0	27,660 27,430 27,800

Tabelle 2: Drehmomentmessung

### 3 Auswertung

#### 3.1 Kompensationsmessung: Kälteleistung bei Kältemaschine

Im ersten Teil des Versuches wurde der Motor als Kältemaschine betrieben, sodass dem oberen Teil  $Q_2$  entzogen und dem unteren Teil die Wärme  $Q_1$  zugeführt wurde. Um Wärme vom Kalten zum Warmen zu transportieren, muss die mechanische Arbeit  $W_M$  aufgewandt werden. Im Idealfall soll die Energiebilanz

$$Q_1 = Q_2 + W_M \quad (17)$$

gelten. Das Ziel besteht anschliessend darin, mithilfe der experimentell bestimmten  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $W_M$  den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{Q_2}{W_M} \quad (18)$$

$$\Delta\eta = \eta \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta Q_2}{Q_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta W_M}{W_M}\right)^2} \quad (19)$$

zu bestimmen.

Die Kälteleistung des Motors entspricht

$$P_H = U_H I_H \quad (20)$$

$$\Delta P_H = \sqrt{(I_H \Delta U_H)^2 + (\Delta I_H U_H)^2} \quad (21)$$

$$\Rightarrow P_H = (25, 30 \pm 0, 13)W \quad (22)$$

wobei  $U_H$  die Heizspannung und  $I_H$  den Strom bezeichnen, bei welchen wieder die Beginntemperatur bei der Kompensationsmessung erreicht wird. Dabei wurde bei der Berechnung darauf geachtet, dass  $I_H$  genau der gemessene Strom mal einen Faktor 5 entspricht.

Für  $Q_2$  gilt

$$Q_2 = \frac{U_H I_H}{f} \quad (23)$$

$$\Delta Q_2 = Q_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta P_H}{P_H}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (24)$$

$$Q_2 = (5, 28 \pm 0, 03)J \quad (25)$$

wobei  $f$  die Motordrehzahl ist.

Die an das Kühlwasser abgegebene Wärme kann mit der kalorischen Zustands-

gleichung

$$Q_1 = \frac{c_W \rho_W (T_{zu} - T_{ab}) \dot{V}}{f} \quad (26)$$

$$\Delta Q_1 = Q_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta(T_{zu} - T_{ab})}{(T_{zu} - T_{ab})}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \dot{V}}{\dot{V}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (27)$$

$$Q_1 = (10,4 \pm 0,5)J \quad (28)$$

berechnet werden, wobei  $c_W = 4180 \frac{J}{kg \cdot K}$  die Wärmekapazität von Wasser,  $\rho$  die Dichte von Wasser ist.

Die pro Umdrehung zugeführte mechanische Arbeit entspricht

$$W_M = \frac{U_M I_M}{f} \quad (29)$$

$$\Delta W_M = W_M \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U_M}{U_M}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_M}{I_M}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (30)$$

$$\Rightarrow W_M = (17,8 \pm 0,6)J \quad (31)$$

Damit kommt es insgesamt zu einem Wärmeverlust von

$$Q_{Verlust} = Q_2 + W_M - Q_1 \quad (32)$$

$$= (12,7 \pm 1,0)J \quad (33)$$

Der Wirkungsgrad beträgt somit

$$\eta = (29,6 \pm 0,9)\% \quad (34)$$

### 3.2 Kältemaschine und Wärmepumpe

Im nächsten Schritt wird der Stirling-Motor als Kältemaschine bzw. Wärmepumpe betrieben. Dafür wurde der Zylinderkopf mit einem Reagenzglas montiert, welches 1ml Wasser enthält.

Als erstes wird die Temperaturmesssoftware des Wassers im Reagenzglas und der Temperatur des Kühlwassers eingestellt, ohne dass der Motor läuft. Nach einigen Minuten wurde dann der Motor gestartet. Dieser wird zuerst in der Einstellung *kalt* betrieben.

Wir speichern nach etwa 15 Minuten den Temperaturverlauf der Kältemaschine. Die Temperatur des Wassers im Reagenzglas fällt als erstes ziemlich steil und näherungsweise linear von Zimmertemperatur auf Gefriertemperatur ab. Dabei ist auffällig, dass der Graph nicht bereits bei  $0^\circ C$  - was der Gefriertemperatur entsprechen würde - bereits abflacht sondern etwas darunter bei etwa  $-4^\circ C$ . Diese liegt vermutlich eher an einem Fehler des verwendeten Thermometers als an der Physik dahinter, d.h. den Graphen sollte man sich leicht verschoben nach oben vorstellen. Dieser beschriebene Prozess dauert in etwa

$$t = (140 \pm 25)s \quad (35)$$

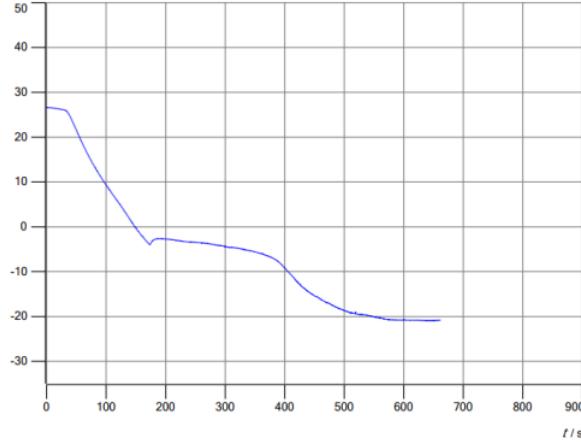


Abbildung 4: Temperaturverlauf Wasser im Reagenzglas (Celsius gegen Sekunden)

wobei diese Zeit dem Graphen Abbildung 4 entnommen wurde. Daraufhin kann man beobachten wie die Temperatur des Wassers im Reagenzglas konstant bleibt, bis das gesamte Wasser gefroren ist und dann kommt es zu einem exponentiellen Abfall der sich in etwa  $(-21 \pm 1)^\circ\text{C}$  asymptotisch annähert. Berücksichtigt man die davor festgestellte Tatsache, dass die Temperaturmessung durch die Eichung des Thermometers um etwa  $4^\circ\text{C}$  verschoben ist, so würde die Temperatur des Wassers in Wahrheit auf  $(-17 \pm 1)^\circ\text{C}$  abflachen. An diesem Punkt ist die Kälteleistung des Motors in etwa gleich gross wie die äussere Wärmezufuhr, weshalb keine tiefere Temperaturen erreicht werden können. An Abbildung 5 kann die Temperatur des Kühlwasserzu- und abflusses erkannt werden. Der Zufluss ist in rot und der Abfluss in grün gekennzeichnet. Man beobachtet wie anfänglich die Temperatur des Abflusswassers exponentiell zunimmt und sich etwa  $19^\circ\text{C}$  annähert. Die Temperatur des Wasserzuflusses bleibt logischerweise konstant.

Aus der Gefrierzeit des Wassers kann die Kälteleistung der Kältemaschine erneut über

$$P_{K2} = \frac{\lambda_{\text{Wasser}} \cdot m}{t} \quad (36)$$

$$\Delta P_{K2} = P_{K2} \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} \quad (37)$$

bestimmt werden, wobei  $\lambda_{\text{Wasser}} = 335 \text{ J g}^{-1}$  die spezifische Schmelzwärme von Wasser ist, dessen Fehler vernachlässigt wurde. Da wir genau  $(1,0 \pm 0,2) \text{ ml}$  Wasser in das Reagenzglas gefüllt hatten, entspricht die Masse des Wassers genau dem Zahlenwert der Dichte, nämlich  $m = 0,998 \text{ g}$ , mit einem Fehler  $\Delta m =$

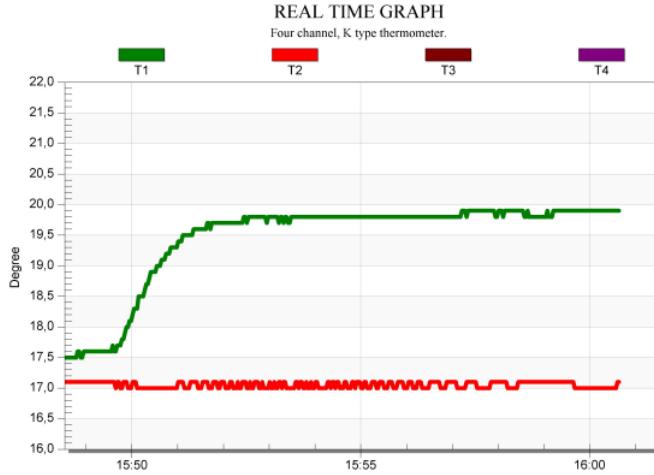


Abbildung 5: Temperaturverlauf Kühlwasser

$$\rho \Delta V = 0,2g.$$

$$P_{K2} = (2,39 \pm 0,22) \frac{J}{s} \quad (38)$$

Dieser Wert, wird in der Diskussion mit der im ersten Versuchsschritt berechneten Leistung verglichen.

Beim Betreiben des Motors als Wärmemaschine im Modus *warm* erhalten wir den in Abbildung 6 dargestellten Temperaturverlauf des Wassers im Reagenzglas. Dabei erkennen wir wie die Temperatur zunächst annähernd linear bis etwa

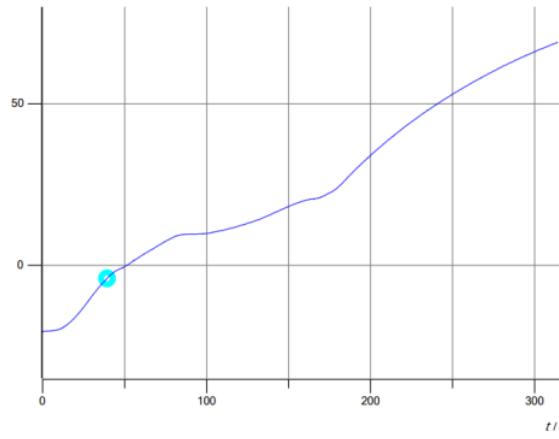


Abbildung 6: Wasser Reagenzglas im Modus warm ( $^{\circ}\text{C}$ gegen  $s$ )

$10^C$  zunimmt, bis das Wasser beginnt zu schmelzen. Dabei sollte das Wasser jedoch schon deutlich früher schmelzen, was jedoch hier nicht zutrifft, was wieder auf die systematisch falsche Eichung des Thermometers zurückführbar ist. Der Schmelzvorgang findet dabei deutlich schneller statt als der davor beobachtete Gefriervorgang, was logisch ist, da das Reagenzglas nicht vollständig isoliert ist. Das heisst die Umgebungstemperatur hat ebenfalls einen Einfluss auf die Schnelligkeit des Prozesses. Beim Abkühlvorgang soll die Temperatur im Reagenzglas von der äusseren Temperatur abweichen und kälter werden, weshalb die äussere Temperatur dem Vorgang entgegenwirkt. Beim Aufheizvorgang jedoch liegt die Temperatur des Reagenzglases unterhalb der Raumtemperatur und diese soll der Raumtemperatur angenähert werden, weshalb der Prozess von aussen beschleunigt wird. Das Abremsen beim Abkühlen und Beschleunigen beim Aufheizen der Aussentemperatur führt also letztendlich zu einem schnelleren Schmelzprozess. Diese Hypothese wird auch daran bestätigt, dass wir in Abbildung 6 bei Raumtemperatur einen kleinen Knick beobachten können, in welchem die davor konvexe Funktion zu einer konkaven Funktion übergeht. Im konvexen Teil wurde der Aufheizvorgang durch die Aussenwelt beschleunigt, im konkaven Teil hingegen wird die Temperatur jedoch grösser als Raumtemperatur weshalb die äussere Temperatur dem weiteren Aufheizvorgang leicht entgegenwirkt.

Die Temperatur des Zu- und Abflusswassers ist wieder in rot bzw. grün in Ab-

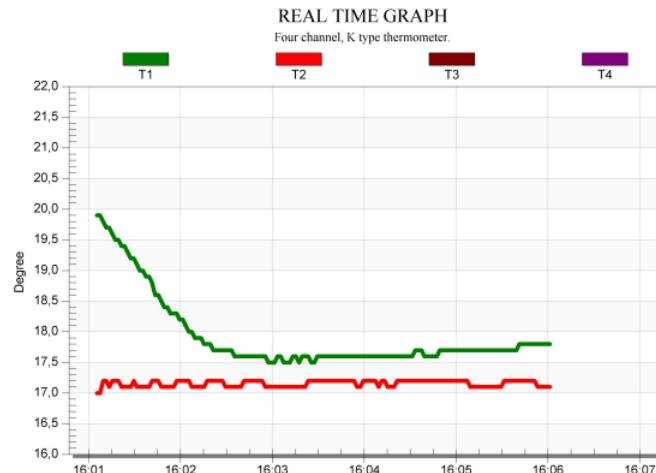


Abbildung 7: Zu- und abflusswasser Wärmemaschine ( $^{\circ}C$ gegen  $s$ )

bildung 7 dargestellt. Erneut können wir beobachten wie das Zuflusswasser - mit üblichen statistischen Schwankungen - konstant bleibt, während die Temperatur des Abflusswassers abnimmt. Dabei nimmt die Temperatur des Abflusswassers bei der Wärmepumpe schneller ab als die Temperatur des Abflusswassers in Abbildung 5 bei der Kältemaschine.

### 3.3 Betrieb als Wärmekraftmaschine

Im letzten Versuchsschritt nutzen wir den Heissluftmotor als Wärmekraftmaschine.

Aus den Messdaten der Leerlaufmessungen werden zunächst folgende Größen ermittelt:

$$f = \text{Drehzahl}/60 \quad (39)$$

$$\Delta f = \Delta \text{Drehzahl}/60 \quad (40)$$

$$P_{el} = U_H \cdot I_H \quad (41)$$

$$\Delta P_{el} = \sqrt{(\Delta U_H \cdot \Delta I_H)^2 + (U_H \cdot \Delta I_H)^2} \quad (42)$$

$$Q_{el} = \frac{P_{el}}{f} \quad (43)$$

$$\Delta Q_{el} = Q_{el} \sqrt{\left(\frac{\Delta P_{el}}{P_{el}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (44)$$

$$P_{ab} = c_W \cdot \rho_W \cdot (T_{ab} - T_{zu}) \cdot \dot{V} \quad (45)$$

$$\Delta P_{ab} = c_w \cdot \rho_W \sqrt{(\Delta(T_{ab} - T_{zu}) \cdot \dot{V})^2 + ((T_{ab} - T_{zu}) \cdot \Delta \dot{V})^2} \quad (46)$$

$$Q_{ab} = \frac{P_{ab}}{f} \quad (47)$$

$$\Delta Q_{ab} = Q_{ab} \sqrt{\left(\frac{\Delta P_{ab}}{P_{ab}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (48)$$

$$P_{pV} = W_{pV} \cdot f \quad (49)$$

$$\Delta P_{pV} = \sqrt{(\Delta W_{pV} \cdot f)^2 + (\Delta f \cdot W_{pV})^2} \quad (50)$$

$$Q_{pV} = W_{pV} \quad (51)$$

$$\eta_{th} = \frac{W_{pV}}{Q_{el}} \quad (52)$$

$$\Delta \eta_{th} = \eta_{th} \sqrt{\left(\frac{\Delta W_{pV}}{W_{pV}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Q_{el}}{Q_{el}}\right)^2} \quad (53)$$

Die berechneten Größen befinden sich in folgender Tabelle: Tabelle 1.  
Dadurch kann die Energiebilanz aufgestellt werden und die Motorverluste  $Q_V$  berechnet werden:

$$Q_V = Q_{el} - Q_{ab} - Q_{pV} \quad (54)$$

$$\Delta Q_V = \sqrt{\Delta Q_{el}^2 + \Delta Q_{ab}^2 + \Delta Q_{pV}^2} \quad (55)$$

Damit erhalten wir

$$Q_V = (18,5 \pm 0,5)J \quad (56)$$

Grösse	Wert
$f [s^{-1}]$	$4,75 \pm 0,03$
$P_{el} [W]$	$201,9 \pm 0,4$
$Q_{el} [J]$	$42,5 \pm 0,3$
$P_{ab} [W]$	$102,0 \pm 2,0$
$Q_{ab} [J]$	$21,5 \pm 0,4$
$P_{pV} [W]$	$11,95 \pm 0,14$
$Q_{pV} [J]$	$2,516 \pm 0,023$
$\eta_{th} [\%]$	$5,93 \pm 0,10$

Tabelle 1: Relevante Grössen Leerlaufmessung

Im nächsten Schritt widmen wir uns der Messung mit dem Bremszaun und bestimmen die mechanische Arbeit des Motors durch eine Drehmomentmessung. Dabei wurde die pV-Arbeit für jede Bremskraft gemessen. Die mechanische Arbeit lässt sich mit

$$W_D = 2\pi \cdot l \cdot F \quad (57)$$

$$W_D = 2\pi \cdot l \cdot \Delta F \quad (58)$$

berechnen, wobei  $l = 25cm$  die Länge des Bremszauns ist und  $F$  die Bremskraft. Damit sind nun alle nötigen Grössen bekannt um den thermischen und effektiven Wirkungsgrad zu berechnen:

$$\eta_{th} = \frac{W_{pV}}{Q_{el}} \quad (59)$$

$$\Delta\eta_{th} = \eta_{th} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta W_{pV}}{W_{pV}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Q_{el}}{Q_{el}}\right)^2} \quad (60)$$

$$\eta_{eff} = \frac{W_D}{Q_{el}} \quad (61)$$

$$\Delta\eta_{eff} = \eta_{th} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta W_D}{W_D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Q_{el}}{Q_{el}}\right)^2} \quad (62)$$

Die Ergebnisse aus diesen Rechnungen können der Tabelle Tabelle 2 entnommen werden. Der effektive und thermische Wirkungsgrad wird anschliessend als

Bremskraft $\pm 0,05N$	0,8	0,6	0,4	0,2
$Q_{el} [J]$	$65,5 \pm 0,6$	$55,6 \pm 0,4$	$49,06 \pm 0,22$	$45,66 \pm 0,19$
$W_{pV} [J]$	$3,196 \pm 0,018$	$3,037 \pm 0,005$	$2,869 \pm 0,016$	$2,763 \pm 0,009$
$W_D [J]$	$1,26 \pm 0,08$	$1,07 \pm 0,08$	$0,61 \pm 0,08$	$0,31 \pm 0,08$
$\eta_{th}$	$4,88 \pm 0,05$	$5,46 \pm 0,04$	$5,85 \pm 0,04$	$6,05 \pm 0,03$
$\eta_{eff}$	$1,92 \pm 0,12$	$1,92 \pm 0,14$	$1,25 \pm 0,16$	$0,69 \pm 0,17$

Tabelle 2: Berechnete mechanische Arbeit und Wirkungsgrade

Funktion der Frequenz grafisch aufgetragen, wodurch wir den Verlauf in Abbildung 8 erhalten. Bemerkenswert ist hierbei, dass der thermische Wirkungs-

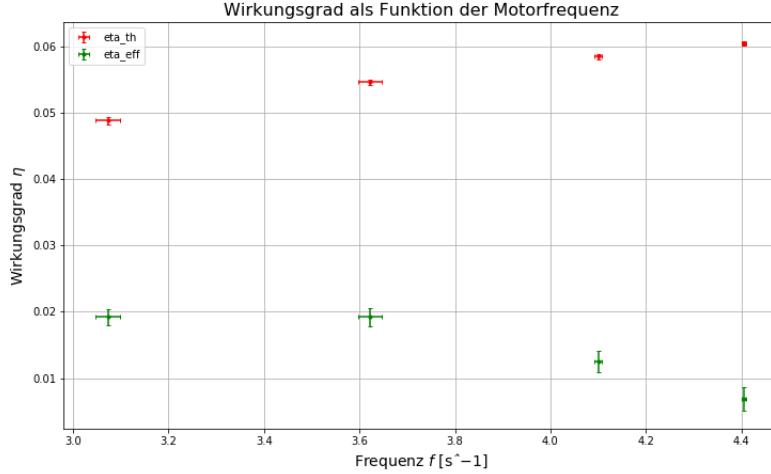


Abbildung 8: Wirkungsgrade in Abhängigkeit der Frequenz

grad streng monoton steigend ist, während der effektive Wirkungsgrad monoton fällt und dabei deutlich kleiner als der thermische Wirkungsgrad ist. Dies lässt sich dadurch erklären, dass der Wärmeverlust bei größeren Frequenzen geringer ist. Dabei muss jedoch auch beachtet werden, dass bei hohen Frequenzen auch andere Reibungsverluste steigen können, weshalb der effektive Wirkungsgrad monoton fällt. Die starke Abweichung zwischen den beiden ist mit den bereits erwähnten Verlusten des Motors zu erklären.

Während des Versuches wurde weiterhin das pV-Diagramm für die verwendete Wärmekraftmaschine aufgezeichnet, wodurch wir Abbildung 9 erhalten haben. Hieran kann man schön erkennen was ich bereits in meiner Einführung erwähnt hatte, nämlich dass die Zustandsänderungen teilweise überlappen und die isochoren nahezu nicht erkennbar sind.

## 4 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir uns in diesem Versuch mit dem Heissluftmotor beschäftigt und dabei seine unterschiedlichen Verwendungsweisen als Wärme- und Kältemaschine und Wärmekraftmaschine.

Im ersten Schritt haben wir diesen als Kältemaschine betrieben und dabei die Kälteleistung des Motors über eine Kompensationsmessung zu  $P_H = (25, 30 \pm 0, 13)W$  bestimmt. Weiterhin musste die dem oberen Teil entzogene Wärme  $Q_2 = (5, 28 \pm 0, 03)J$  bestimmt werden um den Wirkungsgrad  $\eta = (29, 6 \pm 0, 9)\%$

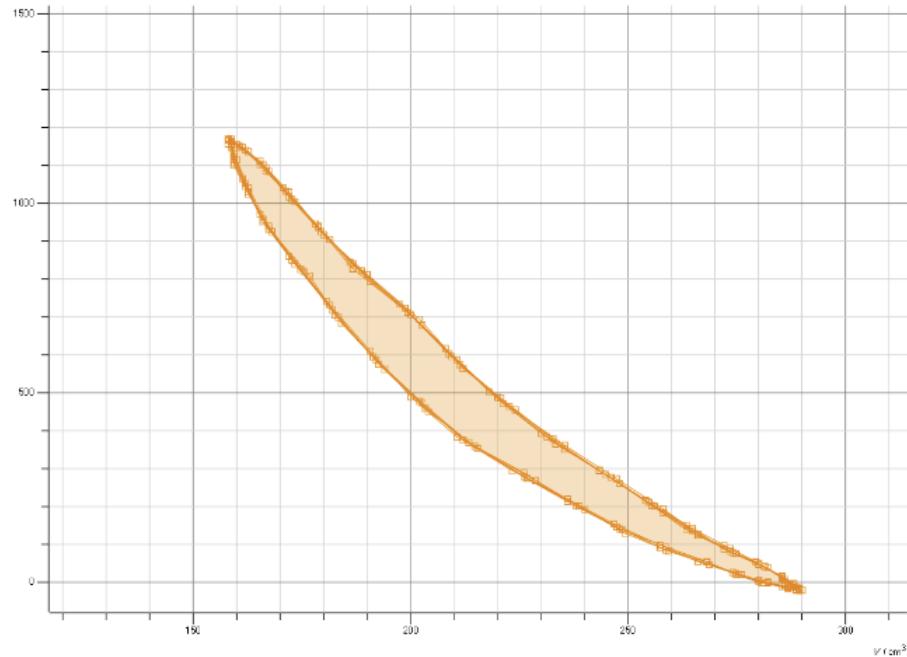


Abbildung 9: pV-Diagramm zur Wärmekraftmaschine

berechnen zu können.

Daraufhin wurde der Zylinderkopf mit einem Reagenzglas mit Wasser montiert und der Temperaturverlauf des Wassers im Reagenzglas und des Ab- bzw. Zuflusswassers registriert. Aus der Gefrierzeit des Wassers konnte die Kälteleistung zu  $P_{K2} = (2,39 \pm 0,22) \frac{J}{s}$  bestimmt werden.

Die Temperaturverlaufsdiagramme wurden bei der Kältemaschine und Wärmemaschine miteinander verglichen und wir haben dabei festgestellt, dass der Schmelzvorgang deutlich schneller stattfand als der Gefriervorgang, was mit der Unterstützung bzw. dem Entgegenwirken der äusseren Temperatur gedeutet werden konnte.

Im letzten Versuchsschritt wurde der Motor als Wärmekraftmaschine betrieben. Die Energiebilanz dazu wurde aufgestellt und wir haben herausgefunden, dass die Motorverluste  $Q_V = (18,5 \pm 0,5)J$  entsprechen.

In der Drehmomentmessung mit dem Bremszaun wurde der thermische und effektive Wirkungsgrad für unterschiedlich starke Bremskräfte ermittelt und gegen die Frequenz grafisch aufgetragen. Dabei wurde beobachtet wie der thermische mit zunehmender Frequenz monoton steigt und der effektive monoton fällt und eine grosse Abweichung zwischen beiden wurde festgestellt, welche auf die Motorverluste zurückführbar waren.

## 4.1 Diskussion

Zuletzt will ich die während der Versuchsauswertung gesammelten Ergebnisse analysieren, insbesondere in Hinblick auf deren Fehler untersuchen und einige Vorschläge dafür präsentieren, wie die Versuchsdurchführung verbessert werden könnte, um diese Fehlerquellen zu minimieren.

Für die Sigma-Abweichungen wird folgende Formel verwendet:

$$\frac{|Wert1 - Wert2|}{\sqrt{Fehler1^2 + Fehler2^2}} \quad (63)$$

An erster Stelle sollen die beiden bestimmten Werte für die Kälteleistung miteinander verglichen werden. Bei der ersten Methode wurde diese in einer Compensationsmessung bestimmt, bei welcher konkret die Heizspannung und der Heizstrom des Motors mit einer Heizwendel gemessen wurde ( $P_H = (25,30 \pm 0,13)W$ ). Bei der zweiten Methode wurde die Kälteleistung über die Gefrierzeit des Wassers bestimmt ( $P_{K2} = (2,39 \pm 0,22)\frac{J}{s}$ ). Beide weisen einen absoluten Fehler von  $22,91W$  auf, was einer  $90\sigma$ -Abweichung entspricht. Diese Abweichung ist entsprechend enorm und kann nicht alleine durch statistische Schwankungen begründet werden. Dabei muss außerdem betont werden, dass die erste Methode einen relativen Fehler von 0,5% besitzt, während die zweite einen von 9,2%, also um etwas grösser ist. Dies ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, dass die Gefrierzeit nur grob vom Graphen abgelesen wurde, womit ein grosser Fehler verbunden ist. Stattdessen hätte man über genaue Markierungen in Computerprogrammen wie Python diese genauer abschätzen können oder sogar deutlich fehlerfreier messen können, wenn wir während des Versuches eine Stoppuhr verwendet hätten um die Gefrierzeit zu bestimmen.

Weiterhin kommt die riesige Abweichung dadurch zustande, dass bei beiden Methoden der Motor nicht vollständig isoliert ist und es somit zu einem unerwünschten Wärmeaustausch mit der Außenwelt kommen kann. Die Temperaturmessung wurde bei der ersten Methode im oberen Bereich durchgeführt, welcher sich in Kontakt mit der Luft befindet. Bei der zweiten Methode war das Reagenzglas nicht vollständig in Wasser eingetaucht, weshalb der obere Teil mit Luft in Kontakt ist und somit die Messung auch leicht verfälscht. Aus diesen Gründen liegt die Kälteleistung wahrscheinlich irgendwo zwischen den beiden ermittelten Werten.

Der Wirkungsgrad der Kältemaschine  $\eta = (29,6 \pm 0,9)\%$  ist relativ gross aber vermutlich noch ein wenig geringer, da einige Effekte wie z.B. Reibung hierbei vernachlässigt wurden.

Bei dem Betreiben des Motors als Wärmekraftmaschine waren beide Wirkungsgrade unter 7%, was wieder die Motorverluste durch Reibung zum Ausdruck bringt. Dies erklärt ebenfalls die Motorverluste von  $Q_V = (18,5 \pm 0,5)J$  welche über eine Energiebilanz bestimmt wurden. Außerdem kommt es - wie bereits angemerkt - zu einer Überlappung der Zustandsübergänge und dazu dass sich die isochoren stark verkürzen, wodurch das die Zustandsänderungen nicht der idealen Theorie entsprechen.

Insgesamt hätte bei allen Versuchsteilen eine bessere Isolierung des Motors zu vernünftigeren Ergebnissen geführt, was jedoch beispielsweise implizieren müsste, dass kein Glas verwendet wird und damit die innere Funktionsweise für uns Studenten nicht sichtbar gewesen wäre, was in diesem Fall jedoch wichtig war, um auf einem theoretischen Niveau zu verstehen wie genau der Motor operiert. An letzter Stelle möchte ich noch einmal erwähnen, dass die Auswertung dieses Versuches zu grossen Teilen mit den Messwerten unseres Tutors durchgeführt wurden, welcher uns diese freundlicherweise zukommenlassen hat. Während des Versuches bemerkten wir bereits beim ersten Versuchsschritt bei der Kältemaschine, dass unser Heissluftmotor nicht richtig funktionierte und ein etwas verwirrender Temperaturverlauf angezeigt wurde, welcher eine starke Abweichung vom eigentlich erwarteten aufwies. Deshalb entschieden wir uns dafür den Versuch mit der zweiten Versuchsgruppe durchzuführen und besonders auf die qualitativen Phänomene zu achten und bei der Auswertung dann die Messdaten unseres Tutors zu verwenden. An dieser Stelle möchte ich mich noch einmal für die Hilfsbereitschaft unseres Tutors und für die zur Verfügungstellung seiner Messwerte bedanken.

Insgesamt empfand ich den Versuch als sehr lehrreich, da wir genau beobachteten konnten wie die beiden Zylinder im Motor operierten und somit eine Intuition für die davor theoretisch eingeführten Wärmekraftmaschinen gewinnen konnten.

## 5 Quellen

- PAP 2.1 Anleitung der Universität Heidelberg