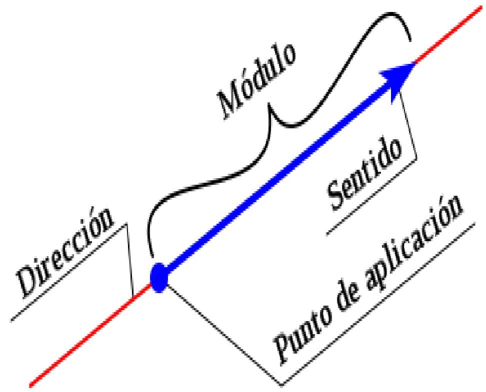
Vectores y Matrices.

Un **Vector** es un segmento de línea que con dirección y sentido, representa una magnitud física, forma parte fundamental de la Geometría, su representación gráfica consiste en una flecha, cuya punta va dirigida en dirección a la magnitud del estudio. En estudios matemáticos avanzados, el vector tiene gran importancia, ya que se utiliza para el estudio de funciones y la resolución de problemas en las que se busca la representación numérica y grafica de una función, una definición mas exacta es que un vector es un elemento de un espacio vectorial.

- $\overrightarrow{V_1} = (2, 8)$
- $\overrightarrow{V_2} = (7, -3)$
- $\overrightarrow{V_3} = (0, 14)$
- $\overrightarrow{V_4} = (1, 4, 12)$
- $\overrightarrow{V_5} = (-3, -9, -2)$



Podemos sumar vectores mediante una suma entrada entrada y multiplicarlos mediante el producto punto o el producto cruz.

Una matriz A de tamaño mxn es un arreglo de mn números reales con m renglones y n columnas donde cada a_{ij} Se llama entrada. Cuando una matriz tiene el mismo numero de columnas y renglones m=n se dice que esta es una **matriz cuadrada**.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 2+1 & 0+0 & 1+1 \\ 3+1 & 0+2 & 0+1 \\ 5+1 & 1+1 & 1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A-B = \begin{pmatrix} 2-1 & 0-0 & 1-1 \\ 3-1 & 0-2 & 0-1 \\ 5-1 & 1-1 & 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

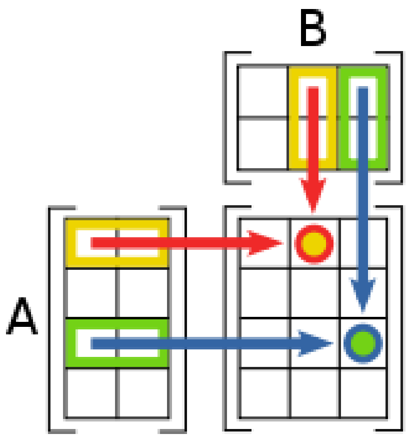
En el ejemplo anterior tenemos dos matrices cuadradas 3x3 que se suman y se restan, solo se pueden sumar o restar matrices con el mismo numero de columnas y renglones. Una matriz se puede **multiplicar por un escalar**, y este escalar pasa a multiplicar a cada una de sus entradas:

$$1)\ \frac{1}{2}A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -8 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\cdot(-2) & \frac{1}{2}\cdot 4 \\ \frac{1}{2}\cdot(-8) & \frac{1}{2}\cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Si A_{mxn} y B_{nxr} entonces el producto C es una matriz mxr . La entrada (i,j) del producto se calcula:

$C_{ij}=A_{i1}B_{1j}+ A_{i2}B_{2j}+\ldots+ A_{in}B_{nj}$

La Multiplicación de matrices no es conmutativa por lo tanto AB es diferente de BA.



Si una matriz cuadrada nxn podemos decir que:

$A^n=A*A*A*A\ldots\ldots A$ n veces.

La **matriz Transpuesta** de una matriz de m renglones por n columnas es la misma matriz con n renglones y m columnas, se intercambia la columna 1 por el renglón 1 y así sucesivamente.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 11 & 12 & 13 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 11 \\ 2 & 12 \\ 3 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para definir la matriz inversa es importante definir primero lo que significa **la matriz identidad**, la matriz identidad es una matriz que cumple la propiedad de ser el neutro multiplicativo de las matrices. Esto quiere decir que el producto de cualquier matriz por la matriz identidad no tiene ningún efecto.

Una **inversa** de una Matriz A es una matriz con el mismo numero de renglones y columnas que cumple que A por A^{-1} es igual a la matriz identidad del mismo numero de columnas y renglones.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

COMPROBACIÓN

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$

$$A^{-1} * A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

El **Determinante** de una Matriz cuadrada:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & -3 \\ 2 & -3 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 1(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} +$$

$$+0(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix} +$$

$$+3(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -3 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} +$$

$$-3(-1)^{1+4} \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 1(-8 + 30 - 6 + 30) + 0 + 3(-18 - 6 - 18 - 8) + 3(20 - 9 + 4 + 12 - 15 - 4) = -80$$